Máquinas eléctricas

Tercera edición

621.310.42
Ch22
2000
e.3

Stephen J. Chapman

McGraw Hill

frankmat@hotmail.com

...UR GRANADO ...
...BLIOTECA ...
...PROCESADO ...
...2000

MÁQUINAS ELÉCTRICAS

TERCERA EDICIÓN

STEPHEN J. CHAPMAN
British Aerospace Australia

...AMARRA ... L. U. "...CHEMAN"

Traducción
EDUARDO ROZO CASTILLO
Ingeniero electricista
Profesor de la Escuela Colombiana de Ingeniería

Revisión técnica
JOSÉ ANÍBAL RAMÍREZ ÁVILA
Ingeniero electricista
Profesor y asesor industrial

...PUBLICA DE VENEZUELA - ...LOGIA
...MINISTERIO DE EDUCACION
...MANA
...SERVICIOS ESTUDIANTILES
...SERVICIO DE BIBLIOTECA
...TO UNIVERSITARIO

Mc Graw Hill

Santa Fe de Bogotá • Buenos Aires • Caracas • Guatemala • Lisboa • Madrid • México
New York • Panamá • San Juan • Santiago de Chile • São Paulo
Auckland • Hamburgo • Londres • Milán • Montreal • Nueva Delhi • París
San Francisco • San Luis • Singapur • Sidney • Tokio • Toronto

CONTENIDO BREVE

1. Introducción a los principios de máquinas	1
2. Transformadores	61
3. Introducción a la electrónica de potencia	154
4. Fundamentos de máquinas de corriente alterna (ac)	233
5. Generadores sincrónicos	272
6. Motores sincrónicos	351
7. Motores de inducción	387
8. Fundamentos de máquinas de corriente continua (dc)	483
9. Motores y generadores de corriente continua	546
10. Motores monofásicos y motores especiales	653
Apéndice A Repaso de circuitos trifásicos	703
Apéndice B Paso de bobina y devanados distribuidos	726
Apéndice C Teoría de polos salientes en máquinas sincrónicas	748
Apéndice D Tablas de constantes y factores de conversión	759
Índice	761

CONTENIDO

1. Introducción a los principios de máquinas **1**

1-1 Máquinas eléctricas, transformadores y la vida diaria 1
1-2 Nota referente a las unidades 2
1-3 Movimiento rotatorio, ley de Newton y relaciones de potencia 2
1-4 El campo magnético 8
1-5 Ley de Faraday: voltaje inducido por un campo magnético variable 29
1-6 Producción de fuerza inducida en un alambre 33
1-7 Voltaje inducido en un conductor que se mueve en un campo magnético 35
1-8 Ejemplo sencillo de máquina lineal de corriente continua 36
1-9 Resumen 49

2. Transformadores **61**

2-1 Por qué son importantes los transformadores en la vida moderna 62
2-2 Tipos y construcción de transformadores 62
2-3 El transformador ideal 63
2-4 Teoría de operación de transformadores monofásicos reales 73
2-5 Circuito equivalente de un transformador 82
2-6 Sistema de medida por unidad 91
2-7 Regulación de voltaje y eficiencia del transformador 98
2-8 Tomas (*taps*) y regulación de voltaje en el transformador 108
2-9 El autotransformador 109
2-10 Transformadores trifásicos 117
2-11 Transformación trifásica utilizando dos transformadores 127
2-12 Valores nominales y problemas relacionados con los transformadores 134
2-13 Transformadores para instrumentos 142
2-14 Resumen 144

3. Introducción a la electrónica de potencia **154**
3-1 Componentes de electrónica de potencia 154
3-2 Circuitos básicos de rectificación 164
3-3 Circuitos de pulsos 172
3-4 Variación de voltaje mediante control de fase AC 180
3-5 Control de potencia DC a DC: recortadores 188
3-6 Inversores 196
3-7 Cicloconvertidores 209
3-8 Problemas de armónicas 219
3-9 Resumen 225

4. Fundamentos de máquinas de corriente alterna **233**
4-1 Espira sencilla en un campo magnético uniforme 233
4-2 El campo magnético rotacional 241
4-3 Fuerza magnetomotriz y distribución de flujo en máquinas AC 251
4-4 Voltaje inducido en máquinas AC 254
4-5 Par inducido en una máquina AC 261
4-6 Aislamiento del devanado en una máquina de corriente alterna 265
4-7 Flujo de potencia y pérdidas en máquinas de corriente alterna 265
4-8 Regulación de voltaje y regulación de velocidad 267
4-9 Resumen 269

5. Generadores sincrónicos **272**
5-1 Construcción de generadores sincrónicos 272
5-2 Velocidad de rotación de un generador sincrónico 277
5-3 Voltaje interno generado por un generador sincrónico 277
5-4 Circuito equivalente de un generador sincrónico 278
5-5 Diagrama fasorial de un generador sincrónico 284
5-6 Potencia y par en los generadores sincrónicos 285
5-7 Medición de los parámetros del modelo de generador sincrónico 288
5-8 El generador sincrónico operando solo 293
5-9 Operación en paralelo de generadores AC 305
5-10 Transitorios en los generadores sincrónicos 324
5-11 Valores nominales en los generadores sincrónicos 332
5-12 Resumen 341

6. Motores sincrónicos **351**
6-1 Principios básicos de operación de motores 351
6-2 Operación de estado estacionario del motor sincrónico 355
6-3 Arranque de motores sincrónicos 370
6-4 Generadores sincrónicos y motores sincrónicos 378
6-5 Valores nominales en los motores sincrónicos 378
6-6 Resumen 379

7. Motores de inducción **387**
7-1 Construcción del motor de inducción 387
7-2 Conceptos básicos sobre motores de inducción 391
7-3 Circuito equivalente de un motor de inducción 396
7-4 Potencia y par en los motores de inducción 402
7-5 Características par-velocidad del motor de inducción 410
7-6 Variaciones en las características par-velocidad del motor de inducción 426
7-7 Tendencias en el diseño de motores de inducción 436
7-8 Arranque de motores de inducción 439
7-9 Control de velocidad en motores de inducción 445
7-10 Controladores de estado sólido para motor de inducción 454
7-11 Determinación de los parámetros del circuito equivalente 459
7-12 El generador de inducción 470
7-13 Valores nominales en motores de inducción 475
7-14 Resumen 476

8. Fundamentos de máquinas de corriente directa **483**
8-1 Una espira sencilla que rota entre caras polares curvas 483
8-2 Conmutación en una máquina DC sencilla de cuatro espiras 495
8-3 Construcción del sistema de conmutación y del inducido en las máquinas DC reales 498
8-4 Problemas de conmutación en las máquinas reales 514
8-5 Ecuaciones de voltaje interno generado y par inducido en las máquinas DC reales 525
8-6 Construcción de las máquinas DC 532
8-7 Flujo de potencia y pérdidas en máquinas DC 537
8-8 Resumen 540

9. Motores y generadores DC **546**
9-1 Introducción a los motores DC 546
9-2 Circuito equivalente del motor DC 548
9-3 Curva de magnetización de una máquina DC 549
9-4 Motores DC con excitación separada y motores DC en derivación 551
9-5 Motor DC de imán permanente 575
9-6 Motor DC serie 576
9-7 Motor DC compuesto 584
9-8 Arrancadores para motores DC 590
9-9 Sistema Ward-Leonard y controladores de velocidad de estado sólido 598
9-10 Cálculos de eficiencia del motor DC 611
9-11 Introducción a los generadores DC 613
9-12 Generador de excitación separada 615
9-13 Generador DC en derivación 622
9-14 Generador DC serie 628
9-15 Generador DC compuesto acumulativo 630

9-16 Generador DC compuesto diferencial 636
9-17 Resumen 640

10. Motores monofásicos y motores especiales 653
10-1 El motor universal 653
10-2 Introducción a los motores de inducción monofásicos 657
10-3 Arranque de motores monofásicos de inducción 665
10-4 Control de velocidad en motores de inducción monofásicos 675
10-5 Circuito modelo de un motor monofásico de inducción 678
10-6 Otros tipos de motores 686
10-7 Resumen 699

Apéndice A Repaso de circuitos trifásicos 703
A-1 Generación de voltajes y corrientes trifásicas 703
A-2 Voltajes y corrientes en un circuito trifásico 706
A-3 Relaciones de potencia en circuitos trifásicos 710
A-4 Análisis de sistemas trifásicos balanceados 714
A-5 Utilización del triángulo de potencias 722

Apéndice B Paso de bobina y devanados distribuidos 726
B-1 Efecto del paso de bobina en las máquinas AC 726
B-2 Devanados distribuidos en máquinas de corriente alterna 736
B-3 Resumen 745

Apéndice C Teoría de polos salientes en máquinas sincrónicas 748
C-1 Desarrollo del circuito equivalente de un generador sincrónico de polos salientes 748
C-2 Ecuaciones de par y de potencia de la máquina de polos salientes 755

Apéndice D Tablas de constantes y factores de conversión 759

Índice 761

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN A LOS PRINCIPIOS DE MÁQUINAS

1-1 MÁQUINAS ELÉCTRICAS, TRANSFORMADORES, Y LA VIDA DIARIA

Una *máquina eléctrica* es un dispositivo que puede convertir energía mecánica en energía eléctrica o energía eléctrica en energía mecánica. Cuando este dispositivo es utilizado para convertir energía mecánica en energía eléctrica, se denomina *generador*; cuando convierte energía eléctrica en energía mecánica, se llama *motor*.

Puesto que puede convertir energía eléctrica en mecánica o viceversa una máquina eléctrica puede utilizarse como generador o como motor. Casi todos los motores y generadores útiles convierten la energía de una a otra forma a través de la acción de campos magnéticos. En este libro sólo se consideran las máquinas que utilizan campos magnéticos para tales conversiones.

Otro aparato relacionado con los motores y los generadores es el transformador. Un *transformador* es un dispositivo que convierte energía eléctrica de corriente alterna de cierto nivel de voltaje en energía eléctrica de corriente alterna de otro nivel de voltaje. Puesto que los transformadores operan sobre los mismos principios que los generadores y los motores, dependiendo de la acción de un campo magnético para llevar a cabo el cambio del nivel de voltaje, se estudian junto con aquéllos.

Estos tres tipos de dispositivos eléctricos se encuentran en cualquier campo de la vida cotidiana moderna. En el hogar, los motores eléctricos hacen funcionar enfriadores, congeladores, aspiradoras, ventiladores, equipos de aire acondicionado, licuadoras y otros muchos aparatos similares. En los talleres, los motores suministran la fuerza motriz para casi todas las herramientas. En consecuencia, los generadores son necesarios para suministrar la energía a todos estos motores.

¿Por qué son tan comunes los motores y generadores eléctricos? La respuesta es muy simple: la energía eléctrica es una fuente de energía limpia y eficiente, fácil de controlar y transmitir a largas distancias. Un motor eléctrico no requiere ventilación ni combustible constantes, a diferencia de los motores de combustión interna; por esta razón, es el adecuado en ambientes donde no son deseables los residuos contaminantes de la combustión. Además, la energía calorífica o la energía mecánica pueden ser convertidas en energía eléctrica en sitios lejanos y ésta puede ser transmitida a largas distancias hasta cualquier hogar, oficina o fábrica donde se

requiera. Los transformadores ayudan a este proceso reduciendo las pérdidas de energía entre el sitio de generación de energía eléctrica y el de utilización de ésta.

1-2 NOTA REFERENTE A LAS UNIDADES

El estudio y diseño de las máquinas eléctricas se encuentran entre las áreas más antiguas de la ingeniería eléctrica. Su estudio comienza a finales del siglo diecinueve. En ese entonces las unidades eléctricas comenzaron a estandarizarse internacionalmente y llegaron a ser utilizadas por los ingenieros de todo el mundo. Volt, ampere, ohm, watt y unidades similares del sistema métrico de unidades han sido utilizadas para describir las cantidades eléctricas en las máquinas.

En los países de habla inglesa, las cantidades mecánicas han sido medidas durante mucho tiempo con el sistema inglés de unidades (pulgadas, pies, libras, etc.) Esta práctica se siguió en el estudio de máquinas. Por esa razón, durante muchos años las cantidades eléctricas y mecánicas se han medido con diferentes sistemas de unidades.

En 1954 fue adoptado como norma internacional un sistema de unidades basado en el sistema métrico. Este sistema se conoce como *Sistema Internacional (SI)* y ha sido acogido en la mayor parte del mundo. Estados Unidos es prácticamente el único país que se ha mantenido en el sistema inglés ya que incluso Gran Bretaña y Canadá adoptaron el SI.

Las unidades del sistema internacional serán norma en los Estados Unidos con el tiempo, y las corporaciones internacionales harán uso de ellas en el futuro. Sin embargo, debido a que mucha gente ha crecido utilizando las unidades del sistema inglés, éste permanecerá en uso durante un buen tiempo. En la actualidad los estudiantes de ingeniería en los Estados Unidos deben estar familiarizados con ambos sistemas de unidades puesto que deberán utilizar ambos durante sus vidas profesionales. Por lo anterior, este libro incluye ejercicios y ejemplos que utilizan unidades de ambos sistemas. El énfasis en los ejemplos se hace sobre las unidades del SI, pero los viejos sistemas no se descartan por completo.

1-3 MOVIMIENTO ROTATORIO, LEY DE NEWTON Y RELACIONES DE POTENCIA

Casi todas las máquinas eléctricas rotan sobre un eje llamado *eje* de la máquina. Debido a la naturaleza rotatoria de la máquina, es importante tener un conocimiento básico del movimiento rotatorio. Esta sección contiene un breve repaso de los conceptos de distancia, velocidad, aceleración, ley de Newton y potencia, aplicados a las máquinas rotatorias. Para un análisis más detallado de los conceptos de dinámica rotatoria, *veánse* las referencias 1, 3 ó 4.

En general, se requiere un vector tridimensional para describir la rotación de un objeto en el espacio. Sin embargo, dado que las máquinas giran sobre un eje fijo, su rotación queda restringida a una dimensión angular. Con relación a un extremo del eje de la máquina, la dirección de rotación puede ser descrita ya sea en *sentido de las manecillas del reloj (CW)* o en *sentido contrario a las manecillas del reloj (CCW)*. Para los propósitos de este volumen, un ángulo de rotación en sentido contrario a las manecillas del reloj será positivo y en sentido de las manecillas

del reloj, se asumirá negativo. Para la rotación sobre un eje fijo, todos los conceptos de esta sección se reducen a magnitudes escalares.

Enseguida se definen los conceptos importantes del movimiento rotatorio y se relacionan con la idea correspondiente en el movimiento rectilíneo.

Posición angular θ

La posición angular θ de un objeto es el ángulo en que se sitúa, medido desde algún punto arbitrario de referencia. La posición angular se mide en radianes o grados; corresponde al concepto de distancia en el movimiento rectilíneo.

Velocidad angular ω

La velocidad angular es la tasa de cambio de la posición angular con respecto al tiempo. Es positiva si la rotación es contraria a la dirección de las manecillas del reloj. La velocidad angular corresponde al concepto de velocidad lineal. Así como la velocidad lineal unidimensional está definida por la ecuación

$$v = \frac{dr}{dt} \tag{1-1}$$

la velocidad angular se define mediante la ecuación

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \tag{1-2}$$

Si las unidades de la posición angular están en radianes, la velocidad angular se mide en radianes por segundo.

Tratándose de máquinas eléctricas normales, los ingenieros utilizan con frecuencia unidades diferentes de radianes por segundo para describir la velocidad del eje. En general, la velocidad angular se expresa en revoluciones por segundo o revoluciones por minuto. Puesto que la velocidad angular es un concepto tan importante en el estudio de las máquinas, es costumbre utilizar diferentes símbolos para la velocidad cuando se expresa en unidades diferentes, lo cual permite minimizar cualquier posible confusión en cuanto a las unidades.

Los siguientes símbolos se utilizan en este libro para describir la velocidad angular:

ω_m velocidad angular expresada en radianes por segundo
f_m velocidad angular expresada en revoluciones por segundo
n_m velocidad angular expresada en revoluciones por minuto

En estos símbolos el subíndice m indica una cantidad mecánica en contraposición a una cantidad eléctrica. Si no existe posibilidad alguna de confusión entre las cantidades mecánica y eléctrica, se omite el subíndice.

Estas medidas de velocidad del eje se relacionan entre sí mediante las siguientes ecuaciones:

$$n_m = 60 f_m \tag{1-3a}$$

$$f_m = \frac{\omega_m}{2\pi} \tag{1-3b}$$

Aceleración ángular α

La aceleración angular es la tasa de cambio de la velocidad angular con respecto al tiempo. Es positiva si la velocidad angular se incrementa en sentido algebraico. La aceleración angular corresponde a la aceleración en el movimiento rectilíneo. Así como la aceleración lineal unidimensional está definida por la ecuación

$$a = \frac{dv}{dt} \tag{1-4}$$

la aceleración angular se define mediante la ecuación

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \tag{1-5}$$

Si las unidades de la velocidad angular están en radianes por segundo, la aceleración angular se mide en radianes por segundo cuadrado.

Par τ

En el movimiento rectilíneo, una *fuerza* aplicada sobre un objeto ocasiona un cambio de velocidad en éste. Si no se ejerce una fuerza neta sobre el objeto, su velocidad permanece constante. Cuanto mayor sea la fuerza aplicada al objeto, más rápidamente cambiará su velocidad.

En el movimiento rotatorio, existe un concepto similar. Cuando un objeto rota, su velocidad permanece constante a menos que se ejerza un *par* sobre él. Cuanto mayor sea el par aplicado al objeto, más rápidamente cambiará su velocidad angular.

¿Qué es par? El par puede llamarse con poca exactitud la "fuerza de torsión" aplicada al objeto. Este concepto es fácil de entender. Imagine un cilindro que rota libremente alrededor de su eje. Si se aplica una fuerza al cilindro, de manera que la línea de acción pase por el eje del cilindro (figura 1-1*a*), el cilindro no rotará. Sin embargo, si la misma fuerza se aplica de modo que su línea de acción pase a la derecha del eje del cilindro (figura 1-1*b*), el cilindro tenderá a rotar en dirección contraria a las manecillas del reloj. El par o acción de torsión sobre el cilindro depende de: 1) la magnitud de la fuerza aplicada y 2) la distancia entre el eje de rotación y la línea de acción de la fuerza.

El par sobre un objeto se define como el producto de la fuerza aplicada al objeto por la distancia mínima entre la línea de acción de la fuerza y el eje de rotación del objeto. Si **r** es un

vector que apunta desde el eje de rotación hasta el punto de aplicación de la fuerza y si **F** es la fuerza aplicada, el par puede ser descrito como

$$\begin{aligned} \tau &= (\text{fuerza aplicada})\,(\text{distancia perpendicular}) \\ &= (F)\,(r \operatorname{sen} \theta) \\ &= rF \operatorname{sen} \theta \end{aligned} \tag{1-6}$$

donde θ es el ángulo entre el vector **r** y el vector **F**. La dirección del par tendrá el sentido de las manecillas del reloj si tiende a causar la rotación en sentido de las manecillas del reloj y en sentido contrario a las manecillas del reloj, si tiende a causar la rotación en este sentido (figura 1-2).

Las unidades del par son newton/metro en las unidades del SI y libra/pie en el sistema inglés.

Ley de rotación de Newton

La ley de Newton en cuanto a objetos que se mueven en línea recta describe la relación entre la fuerza aplicada a un objeto y su aceleración resultante. Esta relación está dada por la ecuación

$$F = ma \tag{1-7}$$

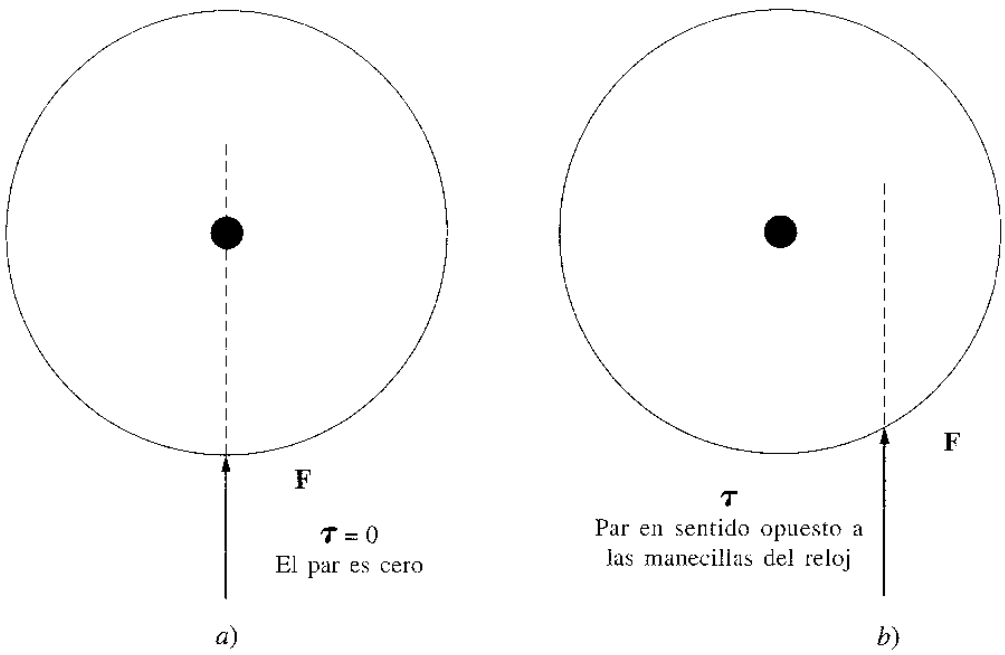


Figura 1-1

a) Una fuerza aplicada a un cilindro de modo que pase por su eje de rotación $\tau = 0$. *b*) Una fuerza aplicada a un cilindro de manera que su línea de acción no pase por el eje de rotación. Aquí τ va en sentido opuesto a las manecillas del reloj.

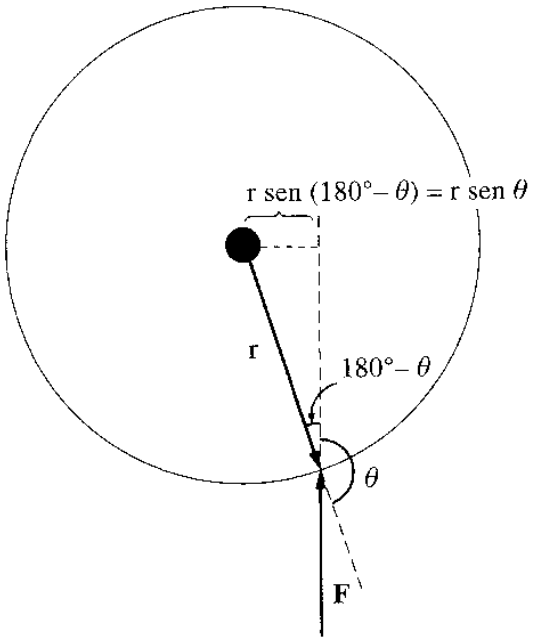
donde F = fuerza neta aplicada al objeto
m = masa del objeto
a = aceleración resultante

En unidades SI, la fuerza se mide en newton, la masa en kilogramos y la aceleración en metros por segundo cuadrado. En el sistema inglés, la fuerza se mide en libras, la masa en *slugs* y la aceleración en pies por segundo cuadrado.

Una ecuación semejante describe la relación entre el par aplicado a un objeto y su aceleración angular resultante. Esta relación, llamada *ley de rotación de Newton,* está dada por la ecuación

$$\tau = J\alpha \tag{1-8}$$

donde τ es el par neto aplicado, expresado en newton/metro o libra/pie, y α es la aceleración angular resultante expresada en radianes por segundo cuadrado. El término J, que sirve el mismo propósito de la masa del objeto en el movimiento lineal, representa el *momento de inercia* del objeto y se mide en kilogramos/metro cuadrado o *slug*/pie cuadrado. El cálculo del momento de inercia de un objeto está fuera del alcance de este libro. Puede verse información al respecto en las referencias 1 ó 3 al final de este capítulo.



τ = (distancia perpendicular) (fuerza)
τ = (r sen θ) F, en sentido opuesto a las manecillas del reloj

Figura 1-2
Obtención de la ecuación del par en un objeto.

Trabajo *W*

En el movimiento lineal, el trabajo se define como la aplicación de una *fuerza* a través de una *distancia*, y se expresa mediante la ecuación

$$W = \int F\,dr \tag{1-9}$$

donde se supone que la fuerza es colineal con la dirección del movimiento. Para el caso especial de una fuerza constante aplicada en forma colineal con la dirección del movimiento, esta ecuación se transforma en

$$W = F\,r \tag{1-10}$$

En el sistema SI, la unidad de medidad del trabajo es el joule, y la libra/pie en el sistema inglés.

En el movimiento rotatorio, trabajo es la aplicación de un *par* a través de un *ángulo*. En este caso la ecuación es

$$W = \int \tau\,d\theta \tag{1-11}$$

y si el par es constante,

$$W = \tau\theta \tag{1-12}$$

Potencia *P*

La potencia es la razón de cambio del trabajo o el incremento en el trabajo por unidad de tiempo. La ecuación de potencia es

$$P = \frac{dW}{dt} \tag{1-13}$$

Se mide generalmente en joules por segundo (watts), pero también puede medirse en libra/pie por segundo o en caballos de fuerza (HP).

Aplicando esta definición y suponiendo que la fuerza es constante y colineal con la dirección del movimiento, la potencia está dada por

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{d}{dt}(Fr) = F\left(\frac{dr}{dt}\right) = Fv \tag{1-14}$$

Así mismo, si el par es constante, en el movimiento rotatorio la potencia está dada por

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{d}{dt}(\tau\theta) = \tau\left(\frac{d\theta}{dt}\right) = \tau\omega$$

$$P = \tau\omega \tag{1-15}$$

La ecuación (1-15) es muy importante en el estudio de las máquinas eléctricas porque decribe la potencia mecánica aplicada al eje de un motor o un generador.

La ecuación (1-15) es la relación correcta entre la potencia, el par y la velocidad, si la potencia está medida en watts, el par en newton/metro y la velocidad en radianes por segundo. Si se utilizan otras unidades para medir cualquiera de las cantidades indicadas, debe introducirse una constante en la ecuación como factor de conversión. Es todavía común en los Estados Unidos medir el par en libra/pie, la velocidad en revoluciones por minuto y la potencia en watts (W) o caballos de fuerza (HP). Si se emplean los factores de conversión adecuados en cada término, la ecuación (1-15) se convierte en

$$P \text{ (watts)} = \frac{\tau(\text{lb} \cdot \text{pie})\, n \text{ (r/min)}}{7.04} \tag{1-16}$$

$$P \text{ (caballos de fuerza)} = \frac{\tau(\text{lb} \cdot \text{pie})\, n \text{ (r/min)}}{5252} \tag{1-17}$$

donde el par se mide en libra/pie y la velocidad en revoluciones por minuto.

1-4 EL CAMPO MAGNÉTICO

Como se indicó antes, los campos magnéticos son el mecanismo fundamental para convertir la energía de ca en energía de cc, o viceversa, en motores, generadores y transformadores. Existen cuatro principios básicos que describen cómo se utilizan los campos magnéticos en estos aparatos:

1. Un conductor que porta corriente produce un campo magnético a su alrededor.
2. Un campo magnético variable con el tiempo induce un voltaje en una bobina de alambre si pasa a través de ésta (ésta es la base del *funcionamiento del transformador*).
3. Un conductor que porta corriente en presencia de un campo magnético experimenta una fuerza inducida sobre él (ésta es la base del *funcionamiento del motor*).
4. Un conductor eléctrico que se mueva en presencia de un campo magnético tendrá un voltaje inducido en él (ésta es la base del *funcionamiento del generador*).

Esta sección describe y trata sobre la producción de un campo magnético por un conductor que porta corriente, mientras que las secciones posteriores de este capítulo explican los otros tres principios.

Producción de un campo magnético

La ley básica que gobierna la producción de un campo magnético por una corriente es la ley de Ampère:

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I_{\text{net}} \tag{1-18}$$

donde **H** es la intensidad de campo magnético producida por la corriente I_{net}. En unidades del SI, I se mide en amperes y H, en amperes–vuelta por metro. Para entender mejor el significado de esta ecuación, es de gran ayuda aplicarla al sencillo ejemplo de la figura 1-3, que muestra un núcleo rectangular con un devanado de N vueltas de alambre enrollado sobre una de las ramas del núcleo. Si el núcleo es de hierro o algunos metales similares (llamados *materiales ferromagnéticos*), casi todo el campo magnético producido por la corriente permanecerá dentro del núcleo, de modo que el camino de integración en la ley de Ampère es la longitud media del núcleo l_c. La corriente que pasa por el camino de integración I_{net} es entonces Ni, puesto que la bobina de alambre corta dicho camino N veces mientras porta la corriente i. La ley de Ampère se expresa entonces

$$Hl_c = Ni \tag{1-19}$$

donde H es la magnitud del vector de intensidad de campo magnético **H**. De esta manera, la magnitud de intensidad de campo magnético en el núcleo debido a la corriente aplicada es

$$H = \frac{Ni}{l_c} \tag{1-20}$$

La intensidad de campo magnético **H** es, de alguna manera, una medida del "esfuerzo" de una corriente por establecer un campo magnético. La potencia del campo magnético producido en el núcleo depende también del material de éste. La relación entre la intensidad de campo magnético **H** y la densidad de flujo magnético resultante **B** producida dentro del material está dada por

$$\mathbf{B} = \mu\mathbf{H} \tag{1-21}$$

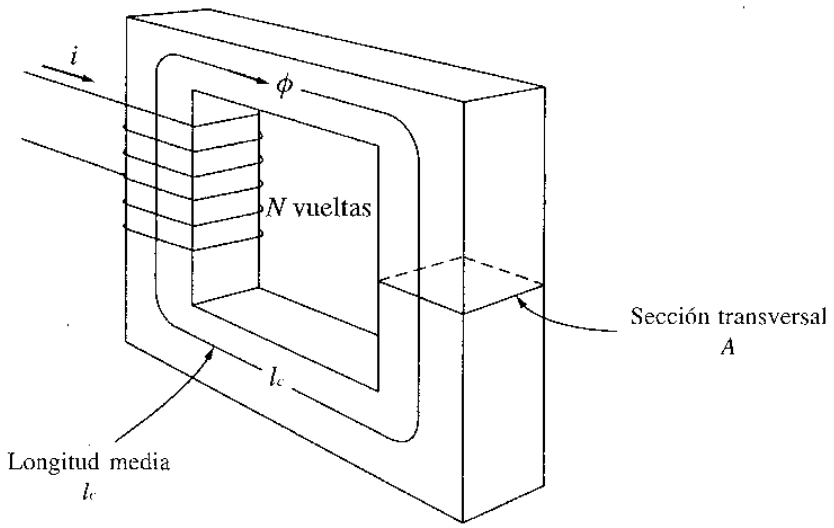


Figura 1-3
Un núcleo magnético sencillo.

donde $\mathbf{H}$ = intensidad de campo magnético
μ = *permeabilidad* magnética del material
$\mathbf{B}$ = densidad de flujo magnético resultante

La densidad de flujo magnético real producida en una sección del material está dada entonces por el producto de dos términos:

$\mathbf{H}$ que representa el esfuerzo de la corriente por establecer un campo magnético
μ que representa la facilidad relativa para establecer un campo magnético en un material dado

La intensidad de campo magnético se mide en ampere-vuelta por metro, la permeabilidad en henrys por metro y la densidad de flujo resultante en webers por metro cuadrado, conocido como teslas (T).

La permeabilidad del espacio libre se denomina m_0, y su valor es

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\,\text{H/m} \tag{1-22}$$

La permeabilidad de cualquier material comparada con la permeabilidad del espacio libre se denomina *permeabilidad relativa:*

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} \tag{1-23}$$

La permeabilidad relativa es una medida útil para comparar la capacidad de magnetización de los materiales. Por ejemplo, los aceros utilizados en las máquinas modernas tienen permeabilidades relativas de 2000 a 6000 o más. Esto significa que, para una cantidad de corriente dada, en la sección de acero, habrá entre 2000 y 6000 veces más flujo que en la sección correspondiente en el aire. (La permeabilidad del aire es la misma que la del espacio libre.) Los metales que forman los núcleos de un transformador o de un motor cumplen un papel de extrema importancia para incrementar y concentrar el flujo magnético en el aparato.

Debido a que la permeabilidad del hierro es mucho mayor que la del aire, la mayor parte del flujo en un núcleo de hierro, como el que aparece en la figura 1-3, permanece dentro del núcleo en lugar de viajar a través del aire circundante, cuya permeabilidad es mucho más baja. La pequeña cantidad de flujo disperso que abandona el núcleo de hierro es muy importante para determinar el flujo ligado entre bobinas y las autoinductancias de las bobinas en transformadores y motores.

En un núcleo como el mostrado en la figura 1-3, la magnitud de la densidad de flujo está dada por

$$B = \mu H = \frac{\mu N i}{l_c} \tag{1-24}$$

Y el flujo total en cierta área está dado por

$$\phi = \int_A \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} \tag{1-25a}$$

donde $d\mathbf{A}$ es la diferencial del área. Si el vector de densidad de flujo es perpendicular a un plano de área **A** y si la densidad de flujo es constante en toda el área, la ecuación se reduce a

$$\phi = BA \tag{1-25b}$$

De esta forma el flujo total en el núcleo de la figura 1-3, producido por la corriente i en el devanado, es

$$\phi = BA = \frac{\mu NiA}{l_c} \tag{1-26}$$

donde A es el área de la sección transversal del núcleo.

Circuitos magnéticos

En la ecuación (1-26) se observa que la *corriente* en una bobina de alambre conductor enrollado alrededor de un núcleo produce un flujo magnético en éste. Esto es, en cierta forma, análogo al voltaje que produce un flujo de corriente en el circuito eléctrico. Es posible definir un "circuito magnético" cuyo comportamiento sea gobernado por ecuaciones análogas a aquellas establecidas para un circuito eléctrico. Con frecuencia, el modelo de circuito magnético del comportamiento magnético se utiliza en el diseño de máquinas y transformadores eléctricos para simplificar el proceso de diseño que, de otro modo, sería muy complejo.

En un circuito eléctrico sencillo como el de la figura 1-4*a*, la fuente de voltaje V genera una corriente I a lo largo de la resistencia R. La relación entre estas cantidades está dada por la ley de Ohm:

$$V = IR$$

En el circuito eléctrico, el voltaje o fuerza electromotriz genera el flujo de corriente. Por analogía, la cantidad correspondiente en el circuito magnético se denomina *fuerza magnetomotriz* (mmf). La fuerza magnetomotriz de un circuito magnético es igual al flujo efectivo de corriente aplicado al núcleo:

$$\mathcal{F} = Ni \tag{1-27}$$

donde $\mathcal{F}$ es el símbolo de la fuerza magnetomotriz, medida en amperes-vuelta.

En el circuito magnético, al igual que la fuente de voltaje en el circuito eléctrico, la fuerza magnetomotriz tiene una polaridad asociada a ella. El *terminal positivo* de la fuente mmf es el terminal de donde sale el flujo y el *terminal negativo* es el terminal por donde el flujo retorna a la fuente. La polaridad de la fuerza magnetomotriz de una bobina de alambre puede ser determinada mediante la regla de la mano derecha modificada: si la curvatura de los dedos de la mano derecha apunta en la dirección del flujo de corriente de la bobina, el dedo pulgar apuntará en la dirección positiva de la fuerza magnetomotriz (*véase* figura 1-5).

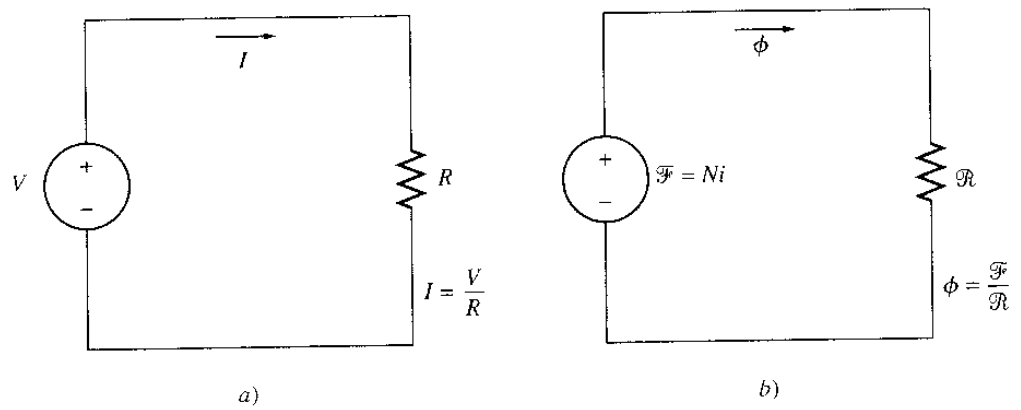


Figura 1-4
a) Circuito eléctrico sencillo. *b*) Circuito magnético análogo para el núcleo del transformador.

En un circuito eléctrico el voltaje aplicado ocasiona un flujo de corriente I. En forma similar, en un circuito magnético, la fuerza magnetomotriz aplicada ocasiona un flujo ϕ. La relación entre voltaje y corriente en un circuito eléctrico está dada por la ley de Ohm ($V = IR$); en forma semejante, la relación entre la fuerza magnetomotriz y el flujo es

$$\boxed{\mathcal{F} = \phi \mathcal{R}} \tag{1-28}$$

donde $\mathcal{F}$ = fuerza magnetomotriz del circuito
ϕ = flujo del circuito
$\mathcal{R}$ = reluctancia del circuito

La *reluctancia* de un circuito magnético es el homólogo de la resistencia del circuito eléctrico y se mide en amperes-vuelta por weber.

Existe también un análogo magnético de la conductancia. Así como la conductancia en el circuito eléctrico es el inverso de su resistencia, la *permeancia* $\mathcal{P}$ de un circuito magnético es el inverso de su reluctancia:

$$\mathcal{P} = \frac{1}{\mathcal{R}} \tag{1-29}$$

La relación entre la fuerza magnetomotriz y el flujo puede ser expresada como

$$\phi = \mathcal{F}\mathcal{P} \tag{1-30}$$

En ciertas circunstancias, es más fácil trabajar con la permeancia del circuito magnético que con su reluctancia.

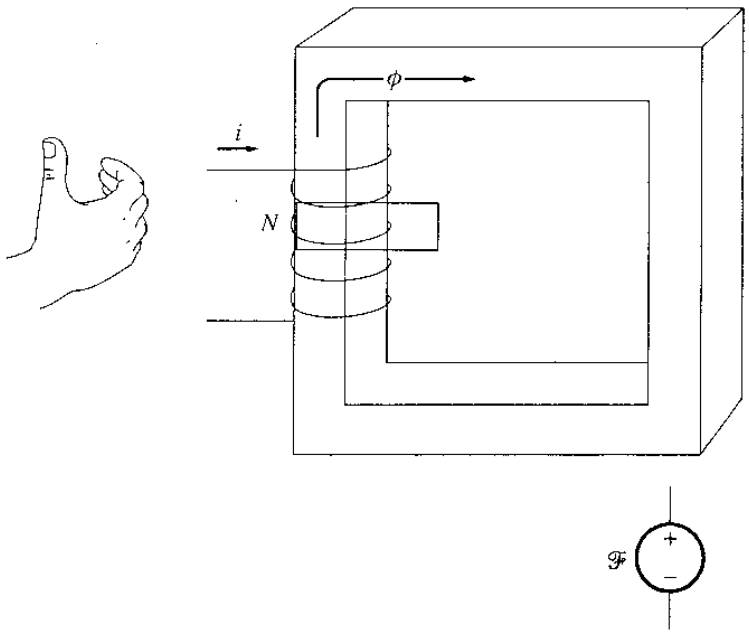


Figura 1-5
Determinación de la polaridad de una fuente de fuerza magnetomotriz en un circuito magnético.

¿Cuál es la reluctancia del núcleo de la figura 1-3? En este núcleo el flujo está dado por la ecuación (1-26):

$$\phi = BA = \frac{\mu NiA}{l_c} \tag{1-26}$$

$$= Ni\left(\frac{\mu A}{l_c}\right)$$

$$= \mathcal{F}\left(\frac{\mu A}{l_c}\right) \tag{1-31}$$

Comparando la ecuación (1-31) con la ecuación (1-28), se observa que la reluctancia del núcleo es

$$\mathcal{R} = \frac{l_c}{\mu A} \tag{1-32}$$

En un circuito magnético, las reluctancias obedecen las mismas reglas que las resistencias en un circuito eléctrico. La reluctancia equivalente de un número de reluctancias en serie es la suma de las reluctancias individuales:

$$\mathcal{R}_{eq} = \mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_2 + \mathcal{R}_3 + \cdots \tag{1-33}$$

De la misma forma, las reluctancias en paralelo se combinan de acuerdo con la ecuación

$$\frac{1}{\mathcal{R}_{eq}} = \frac{1}{\mathcal{R}_1} + \frac{1}{\mathcal{R}_2} + \frac{1}{\mathcal{R}_3} + \cdots \tag{1-34}$$

Las permeancias en serie y en paralelo obedecen las mismas reglas que las conductancias eléctricas.

Los cálculos de flujo en el núcleo, obtenidos utilizando los conceptos del circuito magnético, son *siempre* aproximaciones (en el mejor de los casos su aproximación está dentro del 5% del valor real). Existe un buen número de razones para esta inexactitud:

1. El concepto de circuito magnético supone que el flujo está confinado dentro del núcleo, lo cual no es cierto. La permeabilidad de un núcleo ferromagnético es de 2000 a 6000 veces la del aire, pero una pequeña fracción del flujo escapa del núcleo al aire circundante de baja permeabilidad. Este flujo que sale del núcleo se denomina *flujo disperso* y es de gran importancia en el diseño de las máquinas eléctricas.
2. En el cálculo de la reluctancia se supone cierta longitud media y una sección transversal del núcleo. Asumir esto no es muy adecuado, especialmente en los ángulos de los núcleos.
3. En los materiales ferromagnéticos, la permeabilidad varía con la cantidad de flujo presente desde antes en el material. Este efecto de no linealidad, descrito en detalle más adelante, añade otra fuente de error al análisis del circuito magnético puesto que las reluctancias utilizadas en el cálculo del circuito magnético dependen de la permeabilidad del material.
4. Si hay entrehierros en el camino del flujo en el núcleo, la sección transversal efectiva del entrehierro será mayor que la sección transversal del núcleo en cada lado del entrehierro. La sección extra efectiva se debe al "efecto marginal" (*fringing effect*) del campo magnético en el entrehierro (figura 1-6).

Es posible eliminar parcialmente estas fuentes internas de error utilizando una longitud de recorrido media y una sección transversal "corregidas" o "efectivas" en lugar de la longitud física y del área reales obtenidas en los cálculos.

Aunque existen muchas limitaciones inherentes al concepto de circuito magnético, éste es aún la herramienta más útil disponible para el cálculo de los flujos en el diseño práctico de las máquinas. Efectuar el cálculo exacto utilizando las ecuaciones de Maxwell es muy difícil, y no se requiere puesto que con el método aproximado se obtienen resultados satisfactorios.

Los siguientes ejemplos ilustran los cálculos básicos de circuitos magnéticos. Observe que en estos ejemplos, las respuestas están dadas con tres cifras significativas.

Ejemplo 1-1 En la figura 1-7*a* se observa un núcleo ferromagnético. Tres lados de este núcleo son de anchura uniforme, mientras que el cuarto es un poco más delgado. La profundidad del núcleo (hacia dentro de la página) es 10 cm, y las demás dimensiones se muestran en la figura. Hay una bobina de 200 vueltas enrollada sobre el lado izquierdo del núcleo. Si la permeabilidad relativa μ_r es 2500, ¿qué cantidad de flujo producirá una corriente de 1 A en la bobina?

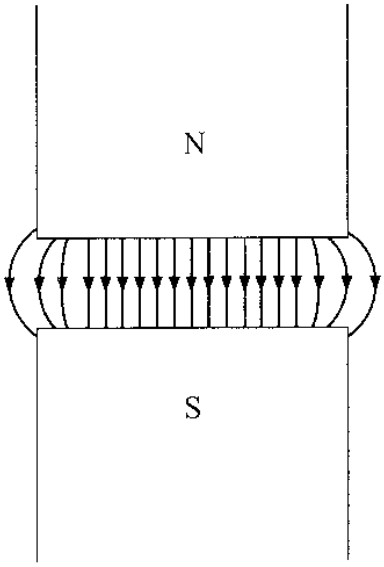


Figura 1-6
Efecto marginal (*fringing effect*) de un campo magnético en un entrehierro. Nótese el incremento de la sección transversal del entrehierro comparada con la sección transversal del metal.

Solución. Se presentan dos soluciones a este ejercicio: una a mano y la otra utilizando el programa MATLAB, las cuales conducen a la misma respuesta.

Tres lados del núcleo tienen las mismas secciones transversales mientras que el cuarto lado tiene un área diferente. Entonces se puede dividir el núcleo en dos regiones: 1) la correspondiente al lado más delgado y 2) los otros tres lados en conjunto. El circuito magnético correspondiente a este núcleo se muestra en la figura 1-7*b*.

La longitud media de la región 1 es 45 cm y el área transversal, $10 \times 10 = 100$ cm^2. De esta forma, la reluctancia de esta región es

$$\mathcal{R}_1 = \frac{l_1}{\mu A_1} = \frac{l_1}{\mu_r \mu_0 A_1} \tag{1-32}$$

$$= \frac{0.45 \text{ m}}{(2500)(4\pi \times 10^{-7})(0.01 \text{ m}^2)}$$

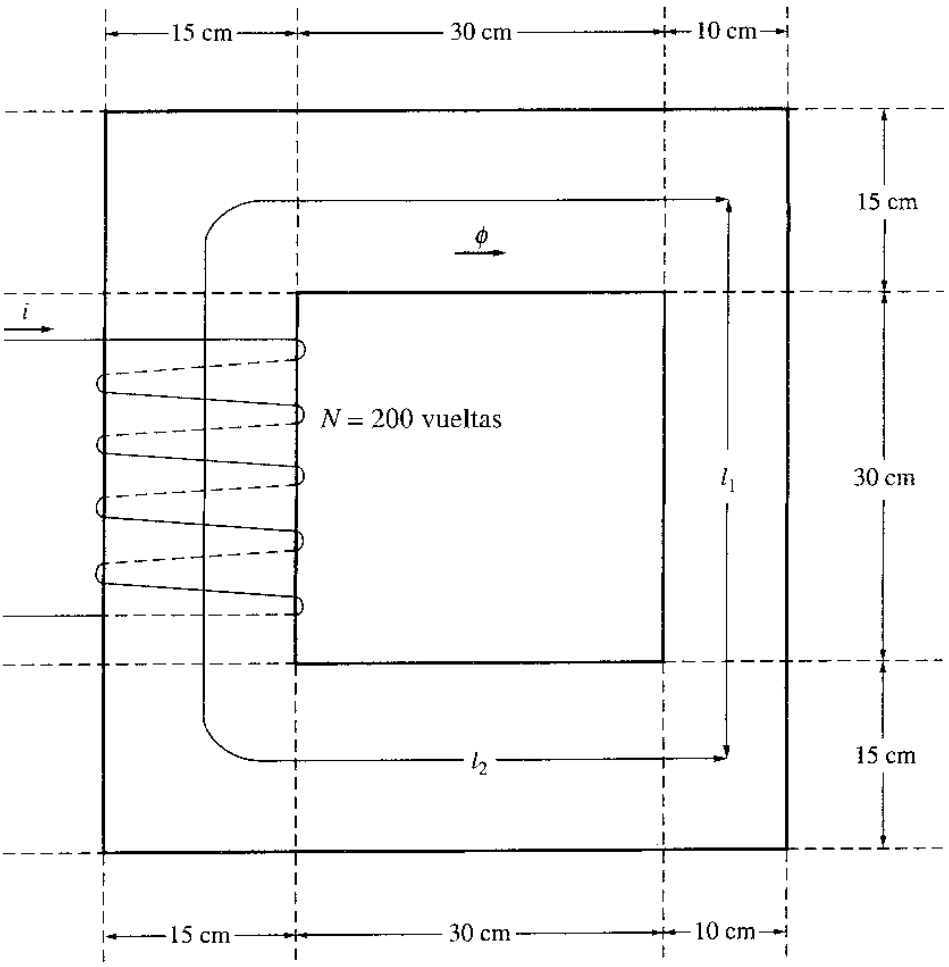
$$= 14{,}300 \text{ A·vuelta/Wb}$$

La longitud media de la región 2 es 130 cm y el área de la sección transversal, es $15 \times 10 = 150$ cm^2. De esta forma, la reluctancia de esta región es

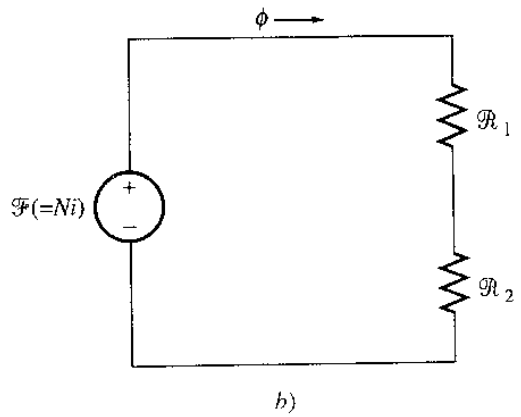
$$\mathcal{R}_2 = \frac{l_2}{\mu A_2} = \frac{l_2}{\mu_r \mu_0 A_2} \tag{1-32}$$

$$= \frac{1.3 \text{ m}}{(2500)(4\pi \times 10^{-7})(0.015 \text{ m}^2)}$$

$$= 27{,}600 \text{ A·vuelta/Wb}$$



a)



b)

Figura 1-7
a) El núcleo ferromagnético del ejemplo 1-1. *b*) Circuito magnético correspondiente a *a*.

Por tanto, la reluctancia total del núcleo es

$$\begin{aligned}\mathcal{R}_{eq} &= \mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_2 \\ &= 14{,}300 \text{ A·vuelta/Wb} + 27{,}600 \text{ A·vuelta/Wb} \\ &= 41{,}900 \text{ A·vuelta/Wb}\end{aligned}$$

La fuerza magnetomotriz total es

$$\mathcal{F} = Ni = (200 \text{ vueltas})(1.0 \text{ A}) = 200 \text{ A} \cdot \text{vuelta}$$

El flujo total en el núcleo está dado por

$$\begin{aligned}\phi = \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{R}} &= \frac{200 \text{ A} \cdot \text{vueltas}}{41{,}900 \text{ A} \cdot \text{vuelta/Wb}} \\ &= 0.0048 \text{ Wb}\end{aligned}$$

Este cálculo puede hacerse utilizando una copia del texto del MATLAB, si se desea. Se muestra una simple transcripción:

```
% Archivo M:ex1_1.m
% Archivo M para calcular el flujo en el ejemplo 1-1.
l1 = 0.45;        % Longitud de región 1
l2 = 1.3;         % Longitud de región 2
a1 = 0.01;        % Área de región 1
a2 = 0.015;       % Área de región 2
ur = 2500;        % Permeabilidad relativa
u0 = 4*pi*1E-7;   % Permeabilidad del espacio libre
n  = 200;         % Número de vueltas sobre el núcleo
i  = 1;           % Corriente en amperes

% Calcule la primera reluctancia
r1 = l1 / (ur * u0 * a1);
disp (['r1 = ' num2str (r1)]);

% Calcule la segunda reluctancia
r2 = l2 / (ur * u0 * a2);
disp (['r2 = ' num2str (r2)]);

% Calcule la reluctancia total
rtot = r1 + r2;

% Calcule la fmm
fmm = n * i;

% Finalmente, obtenga el flujo en el núcleo
flujo = fmm  / rtot;
```

```
% Muestre el resultado
disp (['flujo = ' num2str (flujo)]);
```

Cuando se ejecuta el programa, sus resultados son:

```
» ex1_1
r1 = 14323.9449
r2 = 27586.8568
Flujo = 0.004772
```

Este programa produce la misma respuesta encontrada mediante los cálculos manuales. ●

Ejemplo 1-2 La figura 1-8*a* muestra un núcleo ferromagnético cuya longitud media es 40 cm. Hay un pequeño entrehierro de 0.05 cm en la estructura del núcleo. La sección transversal del núcleo es 12 cm^2, la permeabilidad relativa del núcleo es 4000 y la bobina de alambre en el núcleo tiene 400 vueltas. Suponga que el efecto marginal en el entrehierro incrementa la sección transversal efectiva del entrehierro en un 5%. Dada esta información, encuentre *a*) la reluctancia total del camino del flujo (hierro más entrehierro) y *b*) la corriente requerida para producir una densidad de flujo de 0.5 T en el entrehierro.

Solución. El circuito magnético correspondiente a este núcleo se muestra en la figura 1-8*b*.

a) La reluctancia del núcleo es

$$\mathcal{R}_1 = \frac{l_1}{\mu A_1} = \frac{l_1}{\mu_r \mu_0 A_1} \tag{1-32}$$

$$= \frac{0.45 \text{ m}}{(2500)(4\pi \times 10^{-7})(0.01 \text{ m}^2)}$$

$$= 14{,}300 \text{ A·vuelta/Wb}$$

El área efectiva del entrehierro es 1.05 x 12 cm^2 = 12.6 cm^2, por tanto la reluctancia del entrehierro es

$$\mathcal{R}_a = \frac{l_a}{\mu_0 A_a} \tag{1-32}$$

$$= \frac{0.0005 \text{ m}}{(4\pi \times 10^{-7})(0.00126 \text{ m}^2)}$$

$$= 316{,}000 \text{ A} \cdot \text{vuelta/Wb}$$

Entonces, la reluctancia total en el camino del flujo es

$$\mathcal{R}_{eq} = \mathcal{R}_c + \mathcal{R}_a$$

$$= 66{,}300 \text{ A·vuelta /Wb} + 316{,}000 \text{ A·vuelta /Wb}$$

$$= 382{,}300 \text{ A·vuelta /Wb}$$

El entrehierro contribuye con la mayor cantidad de reluctancia a pesar de que su longitud es 800 veces menor que la del núcleo.

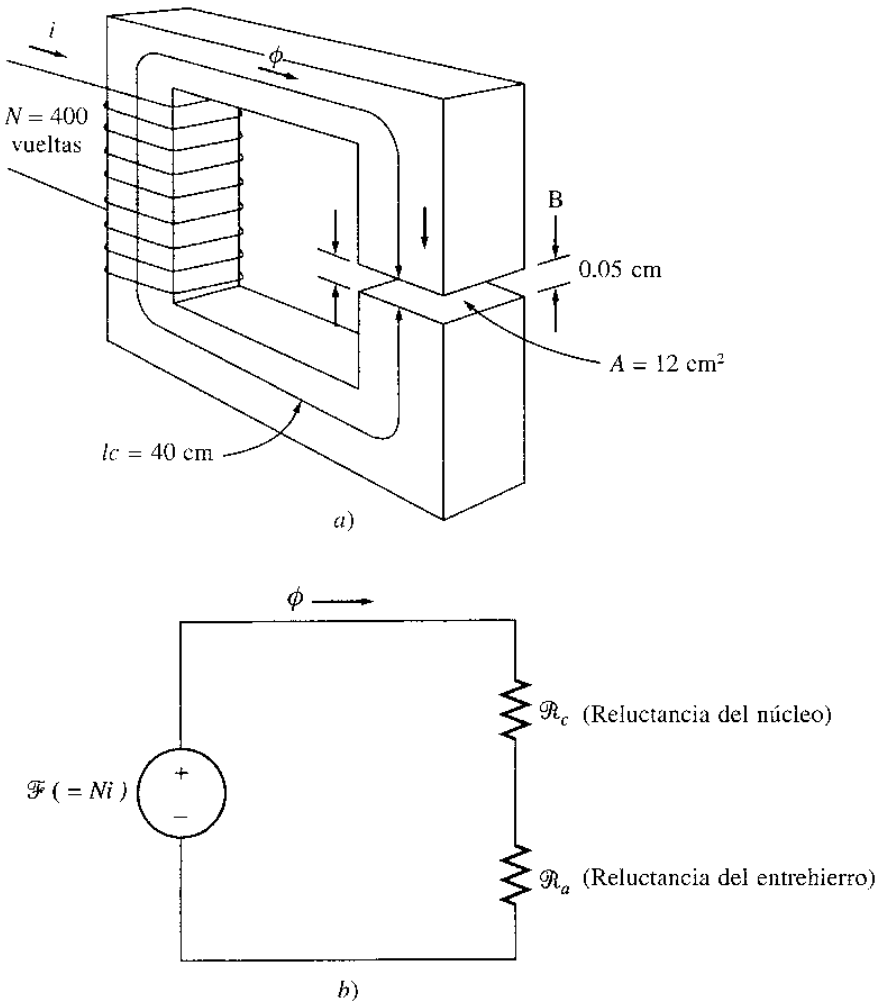


Figura 1-8
a) Núcleo ferromagnético del ejemplo 1-2. *b*) Circuito magnético correspondiente a *a*.

b) La ecuación (1-28) establece que

$$\mathcal{F} = \phi\mathcal{R} \tag{1-28}$$

Puesto que el flujo $\phi = BA$ y $\mathcal{F} = Ni$, esta ecuación se transforma en

$$Ni = BA\mathcal{R}$$

entonces

$$i = \frac{BA\mathcal{R}}{N}$$

$$= \frac{(0.5\text{ T})(0.00126\text{ m}^2)(382{,}300\text{ A} \cdot \text{vuelta /Wb})}{400\text{ vueltas}}$$

$$= 0.602\text{ A}$$

Puesto que se requería el flujo en el *entrehierro*, el área efectiva de éste fue utilizada en la ecuación. ●

Ejemplo 1-3 La figura 1-9*a* muestra un rotor y un estator sencillos de un motor dc. La longitud media del recorrido del flujo en el estator es 50 cm, y su sección transversal es 12 cm^2. La longitud media correspondiente al rotor es 5 cm y su sección transversal también es 12 cm^2. Cada entrehierro entre el rotor y el estator tiene un ancho de 0.05 cm y su sección transversal (incluido el efecto marginal) es 14 cm^2. El hierro del núcleo tiene una permeabilidad relativa de 2000, y hay 200 vueltas alrededor del núcleo. Si la corriente en el alambre se ajusta a 1 A, ¿cuál será la densidad de flujo resultante en el entrehierro?

Solución. Para determinar la densidad de flujo en el entrehierro, es necesario calcular primero la fuerza magnetomotriz aplicada al núcleo y la reluctancia total en el recorrido del flujo. Con esta información se puede encontrar el flujo total en el núcleo. Finalmente, conociendo la sección transversal del entrehierro, se puede calcular la densidad de flujo.
La reluctancia del estator es

$$\begin{aligned}\mathcal{R}_s &= \frac{l_s}{\mu_r \mu_0 A_s} \\ &= \frac{0.5 \text{ m}}{(2000)(4\pi \times 10^{-7})(0.0012 \text{ m}^2)} \\ &= 166{,}000 \text{ A} \cdot \text{vuelta/Wb}\end{aligned}$$

La reluctancia del rotor es

$$\begin{aligned}\mathcal{R}_r &= \frac{l_r}{\mu_r \mu_0 A_r} \\ &= \frac{0.05 \text{ m}}{(2000)(4\pi \times 10^{-7})(0.0012 \text{ m}^2)} \\ &= 16{,}600 \text{ A} \cdot \text{vuelta/Wb}\end{aligned}$$

La reluctancia del entrehierro es

$$\begin{aligned}\mathcal{R}_a &= \frac{l_a}{\mu_r \mu_0 A_a} \\ &= \frac{0.0005 \text{ m}}{(1)(4\pi \times 10^{-7})(0.0014 \text{ m}^2)} \\ &= 284{,}000 \text{ A} \cdot \text{vuelta/Wb}\end{aligned}$$

El circuito magnético correspondiente a esta máquina se muestra en la figura 1-9*b*. La reluctancia total del camino del flujo es

$$\begin{aligned}\mathcal{R}_{eq} &= \mathcal{R}_s + \mathcal{R}_{a1} + \mathcal{R}_r + \mathcal{R}_{a2} \\ &= 166{,}000 + 284{,}000 + 16{,}600 + 284{,}000 \text{ A} \cdot \text{vuelta/Wb} \\ &= 751{,}000 \text{ A} \cdot \text{vuelta/Wb}\end{aligned}$$

La fuerza magnetomotriz neta aplicada al núcleo es

$$\mathcal{F} = Ni = (200 \text{ vueltas})(1.0 \text{ A}) = 200 \text{ A} \cdot \text{vuelta}$$

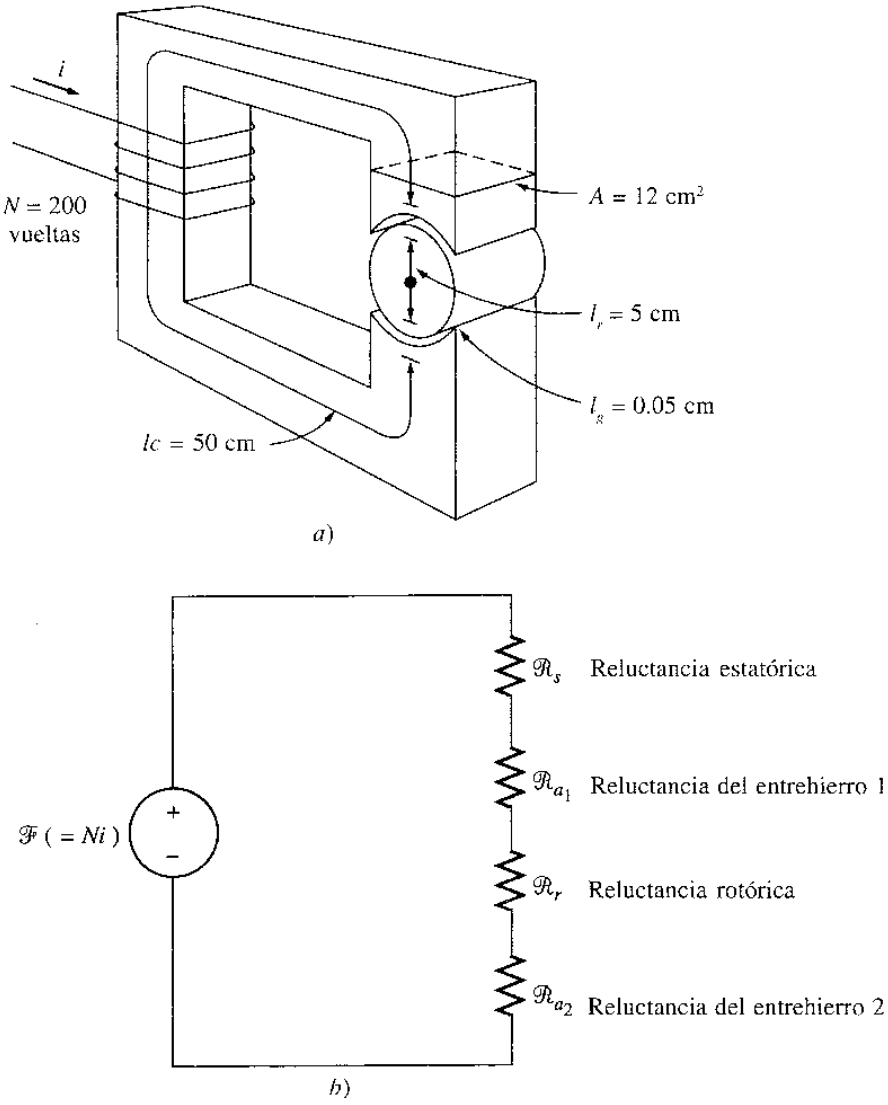


Figura 1-9
a) Diagrama simplificado de un rotor y un estator de motor de cc. *b*) Circuito magnético correspondiente a *a*.

El flujo total en el núcleo es

$$\phi = \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{R}} = \frac{200 \text{ A} \cdot \text{vuelta}}{751{,}000 \text{ A} \cdot \text{vuelta/Wb}}$$
$$= 0.00266 \text{ Wb}$$

Finalmente, la densidad de flujo en el entrehierro del motor es

$$B = \frac{\phi}{A} = \frac{0.000266 \text{ Wb}}{0.0014 \text{ m}^2} = 0.19 \text{ T}$$

●

Comportamiento magnético de los materiales ferromagnéticos

Al comienzo de esta sección, la permeabilidad magnética se definió mediante la ecuación

$$\mathbf{B} = \mu\mathbf{H} \tag{1-21}$$

Se indicó que la permeabilidad magnética de los materiales ferromagnéticos es muy alta, hasta 6000 veces la permeabilidad del espacio libre. En esa discusión y en los ejemplos que la siguieron, se supuso que la permeabilidad era constante, independiente de la fuerza magnetomotriz aplicada al material. Aunque la permeabilidad es constante en el espacio libre, *no* lo es en el hierro y en otros materiales ferromagnéticos.

Para ilustrar el comportamiento de la permeabilidad magnética en un material ferromagnético, se aplica una corriente directa al núcleo mostrado en la figura 1-3, comenzando en cero amperes e incrementándola lentamente hasta la máxima corriente posible. Cuando se representa el flujo producido en el núcleo contra la fuerza magnetomotriz que lo produce, se obtiene una gráfica como la de la figura 1-10*a*, la cual se denomina *curva de saturación* o *curva de magnetización*. Al comienzo, un pequeño incremento en la fuerza magnetomotriz produce un gran incremento en el flujo resultante. Después de cierto punto, aunque se incremente mucho la fuerza magnetomotriz, los incrementos en el flujo serán cada vez más pequeños. Finalmente, el incremento de la fuerza magnetomotriz casi no produce cambio en el flujo. La región de esta figura en la cual la curva se aplana se llama *región de saturación*, y se dice que el núcleo está *saturado*. La región en la cual el núcleo cambia con rapidez se llama *región no saturada* de la curva, y el núcleo *no está saturado*. La región de transición entre las regiones no saturada y saturada se denomina a veces "rodilla" de la curva. Note que el flujo producido en el núcleo varía linealmente con la fuerza magnetomotriz aplicada en la región no saturada y se aproxima a un valor constante, independiente de la fuerza magnetomotriz en la región saturada.

Otro diagrama estrechamente relacionado con el anterior se muestra en la figura 1-10*b*. La figura 1-10*b* representa la densidad del flujo magnético B contra la intensidad de campo magnético H. De las ecuaciones (1-20) y (1-25*b*),

$$H = \frac{Ni}{l_c} \tag{1-20}$$

$$\phi = BA \tag{1-25b}$$

es fácil deducir que la *intensidad de campo magnético es directamente proporcional a la fuerza magnetomotriz*, y que *la densidad de flujo magnético es directamente proporcional al flujo* para un núcleo dado. Por tanto, la relación entre B y H es semejante a la relación entre el flujo y la fuerza magnetomotriz. La pendiente de la curva de densidad de flujo contra intensidad de campo magnético para cualquier valor de H, en la figura 1-10*b* es por definición la permeabilidad del núcleo a dicha intensidad de campo magnético. La curva muestra que la permeabilidad es grande y relativamente constante en la región no saturada, y que decrece de manera gradual hasta un valor muy bajo cuando el núcleo se encuentra saturado.

La figura 1-10*c* es la curva de magnetización de una pieza típica de acero mostrada más en detalle, y cuya intensidad de campo magnético está dada en una escala logarítmica. Sólo cuando

la intensidad de campo magnético se expresa con logaritmos, la región de saturación de la curva puede detallarse en la gráfica.

La ventaja de utilizar núcleos de material ferromagnético en máquinas eléctricas y transformadores radica en que al aplicarles cierta fuerza magnetomotriz se obtiene un flujo mayor que el obtenido en el aire. Sin embargo, si el flujo resultante debe ser proporcional o aproximadamente proporcional a la fuerza magnetomotriz aplicada, el núcleo *debe* ser operado dentro de la región no saturada de la curva de magnetización.

Puesto que los generadores y motores reales dependen del flujo magnético para producir el voltaje y el par, se diseñan para producir el máximo flujo posible. Como resultado, la mayoría de las máquinas reales operan cerca del punto de rodilla de la curva de magnetización y, en sus núcleos, el flujo no está linealmente relacionado con la fuerza magnetomotriz que lo produce. Esta no linealidad se tiene en cuenta en las muchas conductas particulares de las máquinas que se explicarán en los próximos capítulos. El MATLAB se utilizará para resolver ejercicios que impliquen conducta no lineal de máquinas reales.

Ejemplo 1-4 Encuentre la permeabilidad relativa del material ferromagnético típico cuya curva de magnetización se muestra en la figura 1-10*c* cuando $H = 50$, $H = 100$, $H = 500$ y $H = 1000$ A · vuelta /m.

Solución. La permeabilidad de un material está dada por

$$\mu = \frac{B}{H}$$

y la permeabilidad relativa está dada por

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} \tag{1-23}$$

Entonces, es fácil determinar la permeabilidad para cualquier intensidad de campo magnético.

a) Cuando $H = 50$ A · vuelta/m, $B = 0.28$ T, entonces

$$\mu = \frac{B}{H} = \frac{0.28 \text{ T}}{50 \text{ A} \cdot \text{vuelta/m}} = 0.0056 \text{ H/m}$$

y

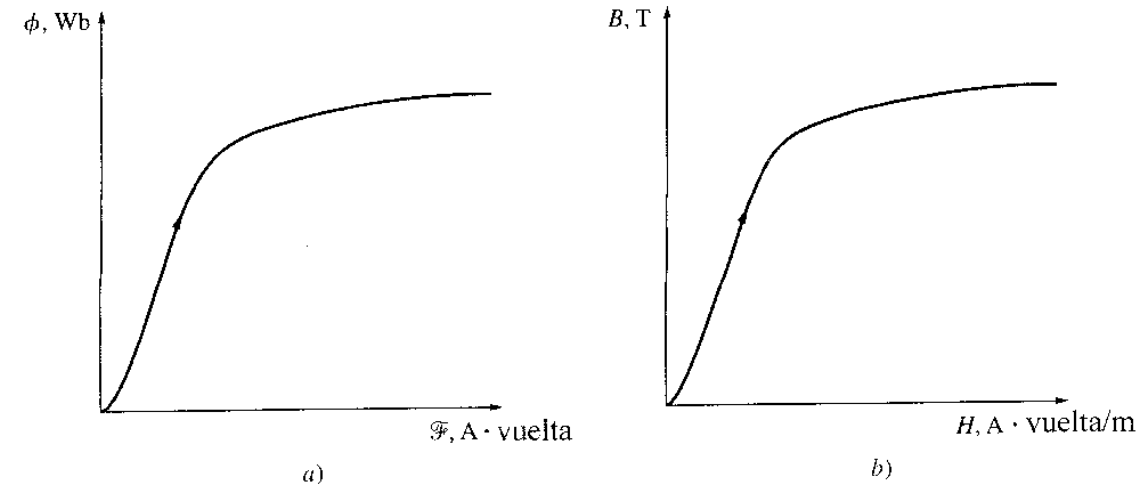
$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} = \frac{0.0056 \text{ H/m}}{4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}} = 4460$$

b) Cuando $H = 100$ A · vuelta/m, $B = 0.72$ T, entonces

$$\mu = \frac{B}{H} = \frac{0.72 \text{ T}}{100 \text{ A} \cdot \text{vuelta/m}} = 0.0072 \text{ H/m}$$

y

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} = \frac{0.0072 \text{ H/m}}{4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}} = 5730$$



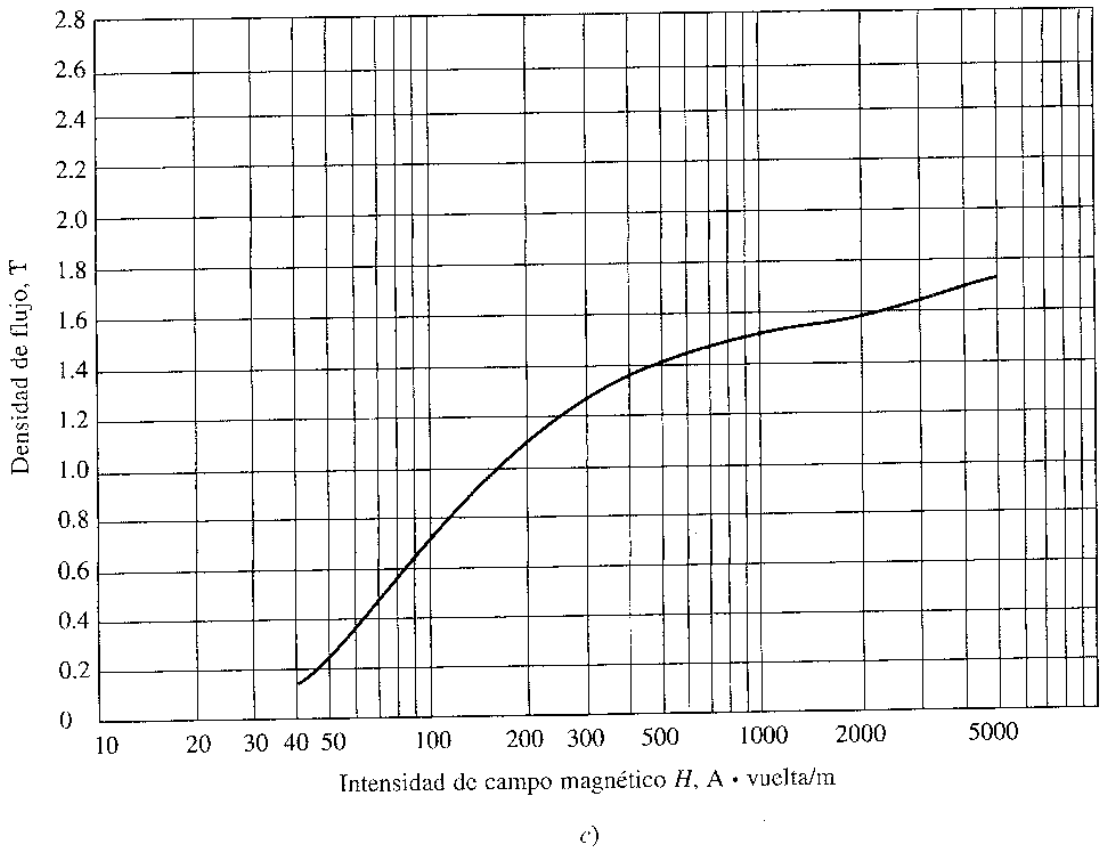
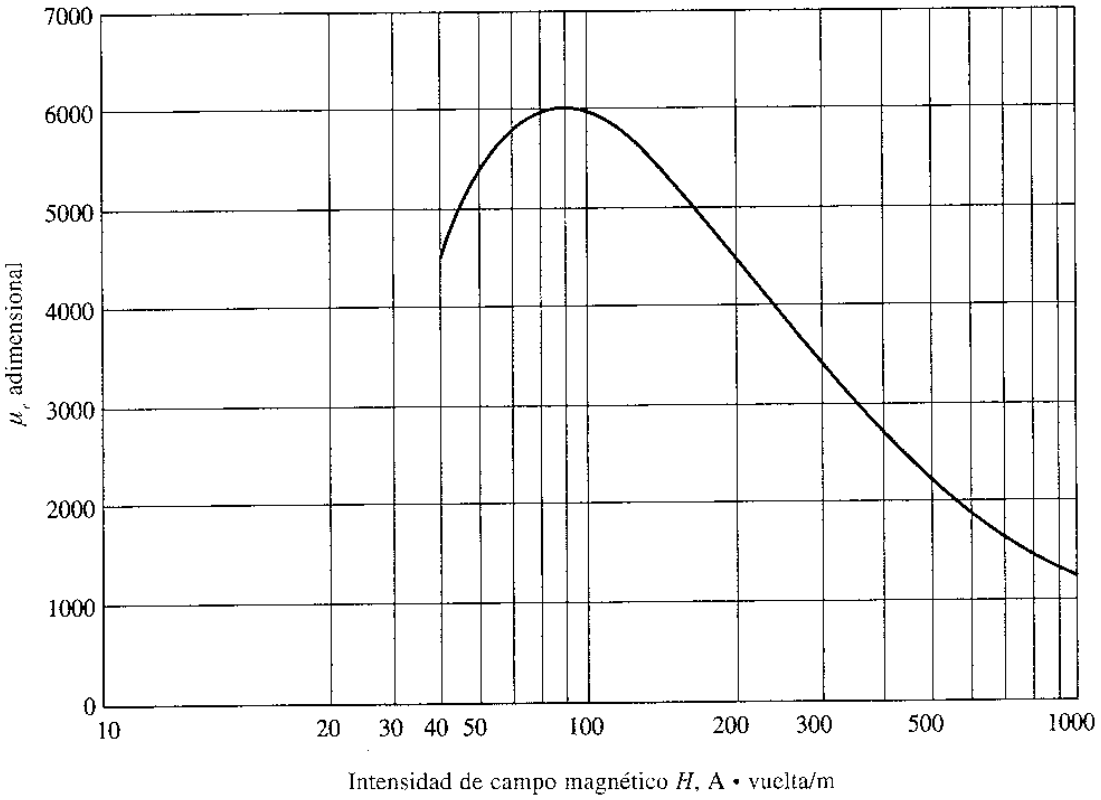


Figura 1-10

a) Curva de magnetización con cc para un núcleo ferromagnético. *b*) Curva de magnetización en términos de densidad de flujo e intensidad de campo magnético. *c*) Curva de magnetización detallada para una pieza típica de acero.



d)

Figura 1-10 (*continuación*)
d) Dibujo de la permeabilidad relativa μ_r en función de la intensidad de campo H para una pieza típica de acero.

c) Cuando $H = 500$ A • vuelta/m, $B = 1.40$ T, entonces

$$\mu = \frac{B}{H} = \frac{1.40 \text{ T}}{500 \text{ A} \cdot \text{vuelta/m}} = 0.0028 \text{ H/m}$$

y

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} = \frac{0.0028 \text{ H/m}}{4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}} = 2230$$

d) Cuando $H = 1000$ A • vuelta/m, $B = 1.51$ T, entonces

$$\mu = \frac{B}{H} = \frac{1.51 \text{ T}}{1000 \text{ A} \cdot \text{vuelta/m}} = 0.00151 \text{ H/m}$$

y

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} = \frac{0.00151 \text{ H/m}}{4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}} = 1200$$

●

Nótese que cuando la intensidad de campo magnético se incrementa, la permeabilidad primero se incrementa y luego comienza a decrecer. La permeabilidad relativa del material como función de la intensidad de campo magnético se muestra en la figura 1-10*d*. Esta figura es la típica de todos los materiales ferromagnéticos. De la curva de μ_r contra H, puede observarse con claridad que el haber supuesto como constante la permeabilidad relativa en los ejemplos 1-1 a 1-3 es válido únicamente en un rango no muy amplio de valores de intensidad de campo (o de fuerzas magnetomotrices).

En el siguiente ejemplo, se supone que la permeabilidad relativa no es constante. En cambio, la relación entre B y H se da en una gráfica.

Ejemplo 1-5 Un núcleo magnético cuadrado tiene una longitud media de 55 cm y una sección transversal de 150 cm^2. Una bobina de 200 vueltas de alambre está enrollada en una de las columnas del núcleo. El núcleo está hecho de un material cuya curva de magnetización se muestra en la figura 1-10*c*. *a*) ¿Cuánta corriente se requiere para producir un flujo de 0.012 Wb en el núcleo? *b*) ¿Cuál es la permeabilidad relativa del núcleo para esa corriente? *c*) ¿Cuál es su reluctancia?

Solución

a) La densidad de flujo requerida en el núcleo es

$$B = \frac{\phi}{A} = \frac{1.012 \text{ Wb}}{0.015 \text{ m}^2} = 0.8 \text{ T}$$

De la figura 1-10*c*, la intensidad de campo magnético requerida es

$$\text{H} = 115\text{A} \cdot \text{vuelta/m}$$

De la ecuación (1-20), la fuerza magnetomotriz necesaria para producir esta intensidad de campo es

$$\mathcal{F} = Ni = Hl_c$$
$$= (115\text{A} \cdot \text{vuelta/m})(0.55 \text{ m}) = 63.25 \text{ A} \cdot \text{vuelta}$$

entonces la corriente requerida es

$$i = \frac{\mathcal{F}}{N} = \frac{63.25 \text{ A} \cdot \text{vuelta}}{200 \text{ vueltas}} = 0.316 \text{ A}$$

b) La permeabilidad del núcleo para esta corriente es

$$\mu = \frac{B}{H} = \frac{0.8 \text{ T}}{115 \text{ A} \cdot \text{vuelta/m}} = 0.00696 \text{ H/m}$$

Por tanto, la permeabilidad relativa es

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} = \frac{0.00696 \text{ H/m}}{4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}} = 5540$$

c) La reluctancia del núcleo es

$$\mathcal{R} = \frac{\mathcal{F}}{\phi} = \frac{63.25 \text{ A} \cdot \text{vuelta}}{0.012 \text{ Wb}} = 5270 \text{ A} \cdot \text{vuelta/Wb}$$

●

Pérdidas de energía en un núcleo ferromagnético

En vez de aplicar una corriente continua a los devanados dispuestos sobre el núcleo, se aplica una corriente alterna para observar qué ocurre. Dicha corriente se muestra en la figura 1-11*a*. Suponga que el flujo inicial en el núcleo es cero. Cuando se incrementa la corriente por primera vez, el flujo en el núcleo sigue la trayectoria *ab*, dibujada en la figura 1-11*b*. Ésta es básicamente la curva de saturación mostrada en la figura 1-10. Sin embargo, cuando la corriente decrece, *el flujo representado en la curva sigue una trayectoria diferente de la seguida cuando la corriente iba en aumento*. Cuando la corriente va decreciendo, el flujo en el núcleo sigue la trayectoria *bcd* y, más tarde, cuando la corriente se incrementa de nuevo, el flujo sigue la trayectoria *deb*. Nótese que la cantidad de flujo presente en el núcleo depende no sólo de la cantidad de corriente aplicada a los devanados del núcleo, sino también de la historia previa del flujo presente en el núcleo. Esta dependencia de la historia previa del flujo y el seguir una trayectoria diferente en la curva, se denomina *histéresis*. La trayectoria *bcdeb* descrita en la figura 1-11*b*, que representa la variación de la corriente aplicada, se denomina curva o *lazo de histéresis*.

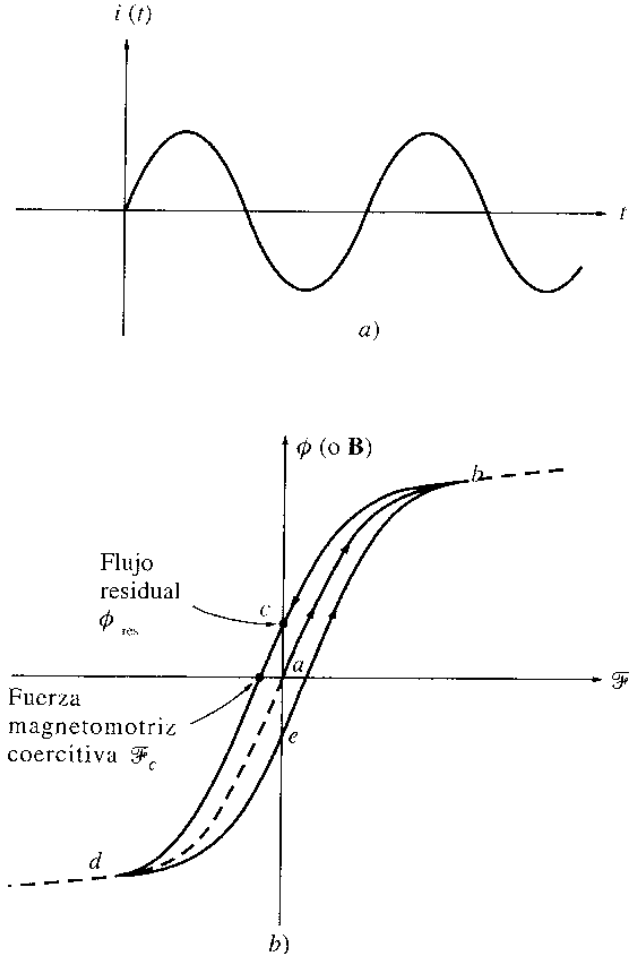


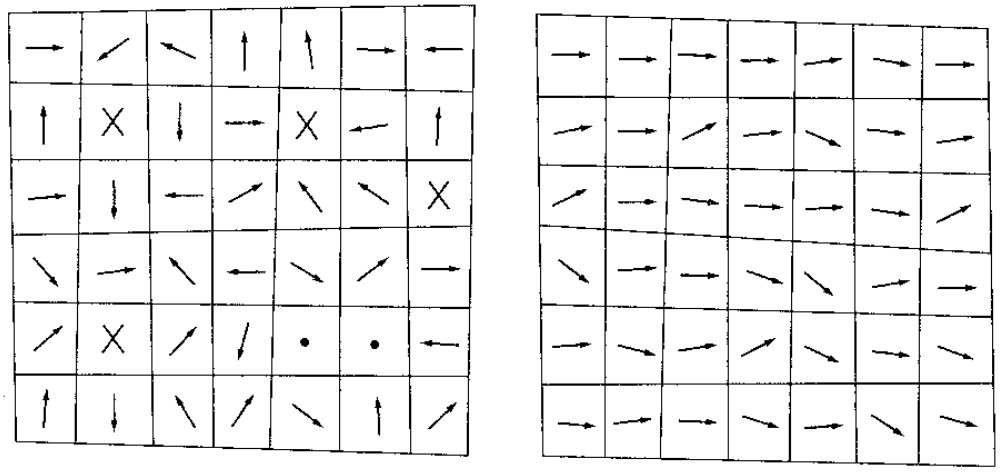
Figura 1-11
Curva o lazo de histéresis trazado por el flujo en un núcleo cuando se le aplica la corriente $i(t)$.

Nótese que si primero se aplica al núcleo una fuerza magnetomotriz intensa y luego deja de aplicarse, la trayectoria del flujo en el núcleo será *abc*. Cuando se suspende la fuerza magnetomotriz, el flujo *no llega* a cero ya que permanece cierto flujo en el núcleo, denominado *flujo residual* (o flujo remanente), el cual es la causa de los imanes permanentes. Para que el flujo llegue a cero, se debe aplicar al núcleo, en dirección opuesta, cierta fuerza magnetomotriz llamada *fuerza magnetomotriz coercitiva* $\mathcal{F}_c$.

¿Por qué ocurre la histéresis? Para entender el comportamiento de los materiales ferromagnéticos es necesario conocer algo de su estructura. Los átomos del hierro y de materiales similares (cobalto, níquel y algunas de sus aleaciones) tienden a tener sus campos magnéticos fuertemente alineados entre sí. Dentro del metal hay unas pequeñas regiones llamadas *dominios,* en las que todos los átomos se alinean con sus campos magnéticos apuntando en una misma dirección, de modo que el dominio actúa dentro del material como un pequeño imán permanente. Una pieza de hierro no manifiesta polaridad magnética definida porque los dominios se encuentran dispuestos al azar en la estructura del material. La figura 1-12 representa un ejemplo de la estructura de los dominios en un trozo de hierro.

Cuando se aplica un campo magnético externo a este trozo de hierro, los dominios orientados en dirección del campo exterior crecen a expensas de los dominios orientados en otras direcciones debido a que los átomos de sus vecindades cambian físicamente su orientación con el campo aplicado. Los átomos extras alineados con el campo incrementan el flujo magnético en el hierro, lo cual causa el alineamiento de más átomos que incrementan la intensidad del campo magnético. Este efecto de realimentación positiva es la causa de que el hierro adquiera una permeabilidad mayor que el aire.

A medida que el campo magnético externo se fortalece, dominios completos alineados en otras direcciones se orientan como una unidad para alinearse con el campo.



a) *b)*

Figura 1-12

a) Dominios magnéticos orientados al azar. *b)* Dominios magnéticos alineados en presencia de un campo magnético externo.

Por último, cuando casi todos los átomos y dominios en el hierro se han alineado con el campo externo, el incremento de la fuerza magnetomotriz puede ocasionar tan sólo un aumento de flujo igual al que ocurriría en el espacio libre (cuando todos los dominios se encuentran alineados, no habrá más realimentación para reforzar el campo). En este momento, el hierro estará *saturado* con el flujo. Ésta es la situación mostrada en la región saturada de la curva de magnetización en la figura 1-10.

La histéresis se produce porque cuando el campo magnético exterior se suprime, los dominios no se ubican de nuevo al azar. ¿Por qué los dominios permanecen alineados? Porque los átomos requieren energía para recuperar su anterior posición. La energía para el alineamiento original fue provista por el campo magnético exterior; cuando el campo magnético exterior se suprime, no hay fuente alguna que ayude a que los dominios regresen a sus posiciones. El trozo de hierro es ahora un imán permanente.

Una vez que los dominios se alinean, algunos de ellos permanecerán alineados hasta que se les aplique alguna fuente de energía externa para cambiar su orientación. Ejemplos de fuentes externas de energía que pueden cambiar los límites entre los dominios o su alineamiento son la fuerza magnetomotriz aplicada en otras direcciones, un fuerte choque mecánico y el calor. Cualquiera de estos eventos puede suministrar energía a los dominios para cambiar sus alineamientos (por esta razón un imán permanente puede perder su magnetismo si se deja caer, se golpea o se calienta).

El hecho de que cambiar la posición de los dominios requiere energía origina cierto tipo de pérdidas de energía en todas las máquinas y transformadores. Las *pérdidas por histéresis* en el núcleo de hierro corresponden a la energía requerida para reorientar los dominios durante cada ciclo de corriente alterna aplicada al núcleo. Se puede demostrar que el área encerrada comprendida en la curva de histéresis formada al aplicar corriente alterna es directamente proporcional a la energía perdida en un ciclo dado de corriente alterna. Cuanto menores sean las variaciones de la fuerza magnetomotriz aplicada al núcleo, el área de la curva de histéresis será menor y serán más pequeñas las pérdidas resultantes. La figura 1-13 muestra este hecho.

En este momento debe mencionarse otro tipo de pérdidas, causadas también por la variación del flujo en el núcleo: las pérdidas por *corrientes parásitas*, las cuales se explicarán posteriormente cuando se haya introducido la ley de Faraday. Las pérdidas por histéresis y las pérdidas por corrientes parásitas ocasionan calentamiento en los núcleos y se deben tener en cuenta en el diseño de cualquier máquina o transformador. Puesto que estas pérdidas ocurren dentro del metal del núcleo, se agrupan en el nombre de *pérdidas en el núcleo.*

1-5 LEY DE FARADAY: VOLTAJE INDUCIDO POR UN CAMPO MAGNÉTICO VARIABLE

Hasta aquí la atención se ha concentrado en la producción de un campo magnético y sus propiedades. Ahora, se examinará cómo un campo magnético puede afectar sus alrededores.

El primer gran efecto que debe considerarse es la *ley de Faraday,* base del funcionamiento del transformador. La ley de Faraday establece que si un flujo atraviesa una espira de alambre conductor, se inducirá en ésta un voltaje directamente proporcional a la *tasa de cambio* del flujo con respecto al tiempo, lo cual se expresa mediante la ecuación

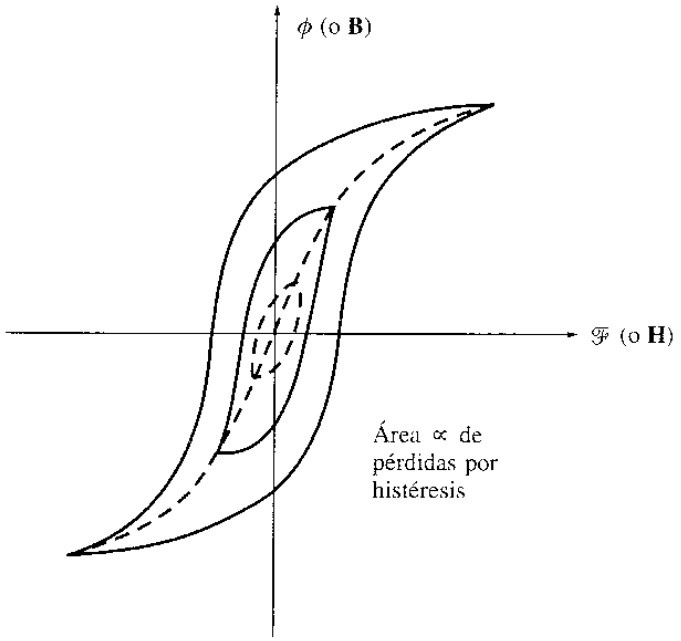


Figura 1-13
Efecto del tamaño de las variaciones de la fuerza magnetomotriz en la magnitud de las pérdidas por histéresis.

$$e_{\text{ind}} = -\frac{d\phi}{dt} \tag{1-35}$$

donde e_{ind} es el voltaje inducido en la espira y ϕ es el flujo que atraviesa la espira. Si una bobina tiene N espiras y el mismo flujo circula en todas, el voltaje inducido en toda la bobina estará dado por

$$\boxed{e_{\text{ind}} = -N\frac{d\phi}{dt}} \tag{1-36}$$

donde e_{ind} = voltaje inducido en la bobina
N = número de vueltas de alambre en la bobina
ϕ = flujo que circula en la bobina

El signo menos en la ecuación es una expresión de la l*ey de Lenz, la cual* establece que la dirección del voltaje inducido en la bobina es tal que si los extremos de ésta estuvieran en cortocircuito, se produciría en ella una corriente que generaría un *flujo opuesto* al cambio del flujo inicial. Puesto que el voltaje inducido se opone al cambio que lo causa, se incluye un signo menos en la ecuación (1-36). Para entender con claridad este concepto, observe la figura 1-14. Si el flujo mostrado en la figura se *incrementa,* el voltaje que se forma en la bobina tenderá a crear un flujo que se opone a ese incremento. Una corriente que fluya como se muestra en la figura 1-14*b*

producirá ese flujo opuesto al incremento, y por ello el voltaje formado en la bobina debe tener la polaridad adecuada para dirigir esta corriente hacia el circuito externo. Entonces, el voltaje deberá concentrarse con la polaridad indicada en la figura. Puesto que la polaridad del voltaje puede deducirse del análisis físico, el signo menos de las ecuaciones (1-35) y (1-36) se omite frecuentemente, y será omitido en el resto del libro.

Al utilizar la ecuación (1-36) en la práctica, se presenta una dificultad mayor puesto que la ecuación establece que hay exactamente la misma cantidad de flujo en cada espira de la bobina. Por desgracia, esto no es verdad debido al flujo que se dispersa en los alrededores de la bobina. Si las espiras están estrechamente ligadas, de modo que la mayor parte del flujo que circula en una espira también circula en las demás, la ecuación (1-36) dará respuestas válidas. Pero si la dispersión es significativa o si se requiere la máxima exactitud, se necesitará una expresión diferente que no suponga tal hecho. La magnitud del voltaje en la i-ésima espira de la bobina está dada siempre por

$$e_{\text{ind}} = \frac{d(\phi_i)}{dt} \tag{1-37}$$

Si hay N espiras en la bobina, el voltaje total en ésta es

$$e_{\text{ind}} = \sum_{i=1}^{N} e_i \tag{1-38}$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \frac{d(\phi_i)}{dt} \tag{1-39}$$

$$= \frac{d}{dt}\left(\sum_{i=1}^{N} \phi_i\right) \tag{1-40}$$

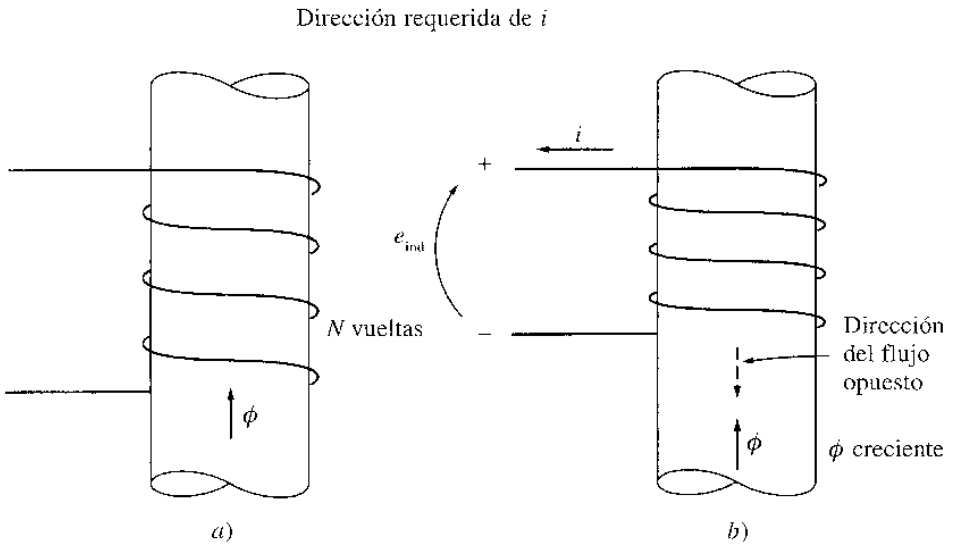


Figura 1-14
Significado de la ley de Lenz. *a*) Una bobina encierra un flujo magnético creciente. *b*) Determinación de la polaridad del voltaje resultante.

El término entre paréntesis en la ecuación (1-40) se denomina *flujo concatenado* (o flujo ligado) λ de la bobina en términos de este flujo, la ley de Faraday puede rescribirse como

$$\boxed{e_{\text{ind}} = \frac{d\lambda}{dt}} \tag{1-41}$$

donde

$$\boxed{\lambda = \sum_{i=1}^{N} \phi_i} \tag{1-42}$$

El flujo concatenado se mide en webers-vuelta.

La ley de Faraday es la propiedad fundamental de los campos magnéticos que intervienen en la operación de los transformadores. El efecto de la ley de Lenz se emplea para predecir la polaridad de los voltajes inducidos en los devanados del transformador.

La ley de Faraday también explica las pérdidas debidas a las corrientes parásitas antes mencionadas. Un flujo variable en el tiempo induce voltaje *dentro* de un núcleo ferromagnético de la misma forma que lo haría en un alambre conductor enrollado alrededor del mismo núcleo. Estos voltajes causan flujos de corrientes que circulan en el núcleo, similares a los remolinos que se observan desde la orilla de un río; por esta razón reciben también el nombre de *corrientes de remolino*. Estas corrientes parásitas disipan energía puesto que fluyen en un medio resistivo (el hierro del núcleo), la energía disipada se convierte en calor en el núcleo.

La cantidad de energía perdida debida a las corrientes parásitas es proporcional a la distancia de los caminos recorridos dentro del núcleo. Por esta razón, se acostumbra cortar el núcleo ferromagnético que va a estar sujeto al flujo alterno en pequeñas tiras o *láminas*, y construirlo con ellas. Para limitar al mínimo los recorridos de las corrientes parásitas, se utilizan resinas aislantes entre las diferentes láminas. Debido a que las capas aislantes son extremadamente delgadas, su efecto sobre las propiedades magnéticas del núcleo es muy pequeño.

Ejemplo 1-6 La figura 1-15 muestra una bobina enrollada alrededor de un núcleo de hierro. Si el flujo en el núcleo está dado por la ecuación

$$\phi = 0.05 \operatorname{sen} 377t \quad \text{Wb}$$

y si hay 100 espiras en el núcleo, ¿cuánto voltaje se producirá en los terminales de la bobina? ¿Cuál será la polaridad del voltaje durante el tiempo en que el flujo se incrementa en la dirección mostrada en la figura? Suponga que todo el flujo magnético permanece dentro del núcleo (esto es, el flujo disperso es cero).

Solución. Por la misma razón antes indicada, mientras se incrementa el flujo en la dirección de referencia, la dirección del voltaje debe ser de positivo a negativo, como se muestra en la figura 1-15. La magnitud del voltaje está dada por

$$e_{\text{ind}} = N\frac{d\phi}{dt}$$

$$= (100 \text{ vueltas})\frac{d}{dt}(0.05 \operatorname{sen} 377t)$$

$$= 1885 \cos 377t$$

o alternativamente

$$e_{\text{ind}} = 1885 \operatorname{sen}(377t + 90°)$$ ●

1-6 PRODUCCIÓN DE FUERZA INDUCIDA EN UN ALAMBRE

Un segundo efecto importante de un campo magnético sobre sus alrededores es el que induce una fuerza sobre un alambre conductor que porta corriente y se encuentra dentro del campo. El concepto básico involucrado se ilustra en la figura 1-16, que muestra un conductor dentro de un campo magnético uniforme de densidad de flujo B, y que apunta hacia dentro de la página. El conductor mide l metros y porta una corriente de i amperes. La fuerza inducida sobre el conductor está dada por

$$\mathbf{F} = i(\mathbf{l} \times \mathbf{B}) \tag{1-43}$$

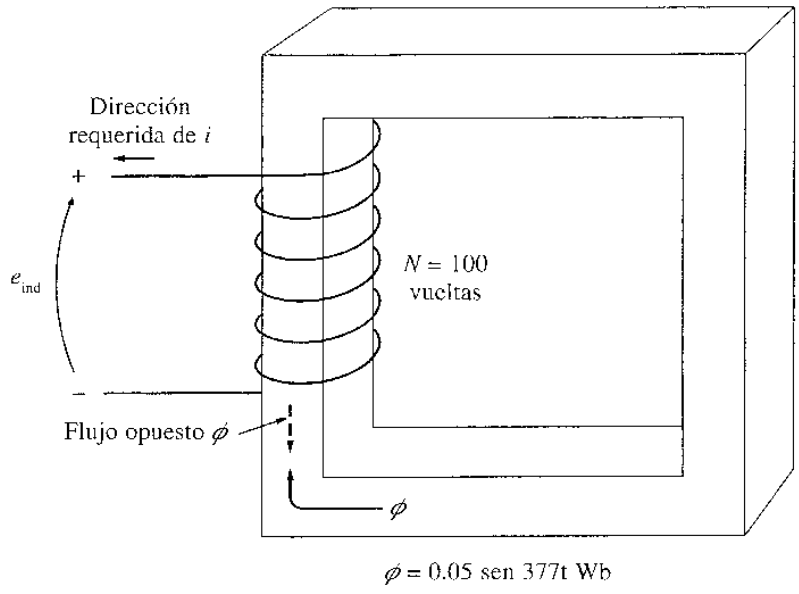


Figura 1-15
Núcleo del ejemplo 1-6. Determinación de la polaridad del voltaje en los terminales.

donde i = magnitud de la corriente en el alambre
$\mathbf{l}$ = longitud del alambre, con la dirección de $\mathbf{l}$ definida como la dirección del flujo de corriente
$\mathbf{B}$ = vector de densidad de flujo magnético

La dirección de la fuerza está dada por la regla de la mano derecha: si el dedo índice de la mano derecha apunta en la dirección del vector $\mathbf{l}$ y el dedo del corazón apunta en la dirección del vector de densidad de campo $\mathbf{B}$, entonces el dedo pulgar apuntará en dirección de la fuerza resultante sobre el alambre. La magnitud de esta fuerza está dada por la ecuación

$$F = ilB \operatorname{sen} \theta \tag{1-44}$$

donde θ es el ángulo comprendido entre el alambre y el vector de densidad de flujo.

Ejemplo 1-7 La figura 1-16 muestra un alambre que porta corriente en presencia de un campo magnético. La densidad de flujo del campo es 0.25 T, dirigida hacia dentro de la página. Si el alambre tiene 1.0 m de longitud y porta una corriente de 0.5 A en dirección de arriba abajo de la página, ¿cuál es la magnitud y dirección de la fuerza inducida sobre el alambre?

Solución. La dirección de la fuerza está dada por la regla de la mano derecha, justamente hacia la derecha. La magnitud está dada por

$$\begin{aligned} F &= il\,B \operatorname{sen} \theta \qquad (1\text{-}44) \\ &= (0.5\ \text{A})\,(1.0\ \text{m})\,(0.25\ \text{T}) \operatorname{sen} 90^\circ = 0.125\ \text{N} \end{aligned}$$

Entonces

$$\mathbf{F} = 0.125\ \text{N, dirigida hacia la derecha}$$ ●

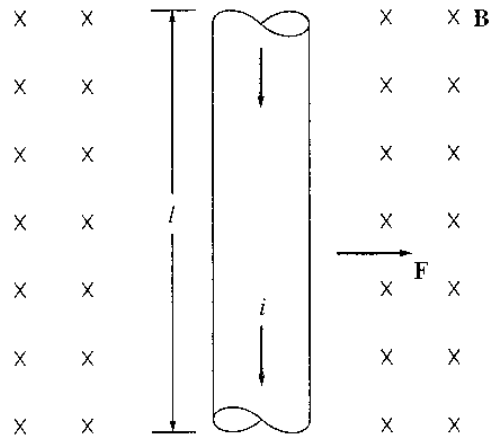


Figura 1-16
Un alambre que porta corriente en presencia de un campo magnético.

La inducción de una fuerza en un alambre conductor que porta corriente en presencia de un campo magnético es la base de la acción *motriz*. Casi todo tipo de motor se basa en este principio básico para las fuerzas y pares que lo mueven.

1-7 VOLTAJE INDUCIDO EN UN CONDUCTOR QUE SE MUEVE EN UN CAMPO MAGNÉTICO

Hay una tercera forma importante de interacción entre un campo magnético y su alrededor. Si un alambre conductor orientado de manera adecuada se desplaza a través de un campo magnético, se induce un voltaje en aquél. Esta idea se ilustra en la figura 1-17. El voltaje inducido en el alambre está dado por

$$e_{\text{ind}} = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l} \tag{1-45}$$

donde $\mathbf{v}$ = velocidad del alambre
$\mathbf{B}$ = vector de densidad de flujo
$\mathbf{l}$ = longitud del conductor en el campo magnético

El vector $\mathbf{l}$ apunta en la dirección del alambre hacia el extremo que forma el ángulo más pequeño con respecto al vector $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$. El voltaje en el alambre se inducirá de modo que su extremo positivo esté en la dirección del vector $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$. Los siguientes ejemplos ilustran este concepto.

Ejemplo 1-8 La figura 1-17 muestra un conductor que se mueve a una velocidad de 5.0 m/s hacia la derecha, en presencia de un campo magnético. La densidad de flujo es 0.5 T dirigida hacia la página y la longitud del alambre es 1.0 m, orientada como se muestra. ¿Cuáles son la magnitud y polaridad del voltaje inducido resultante?

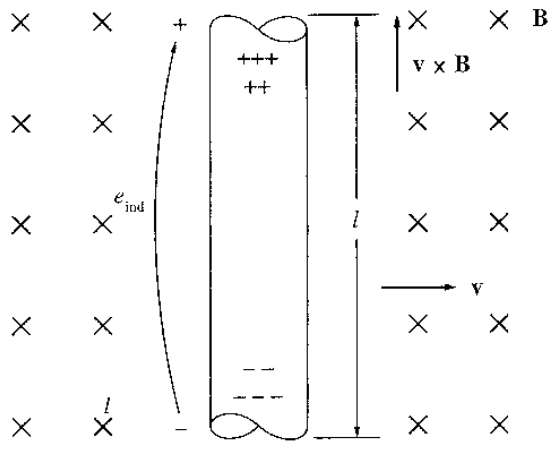


Figura 1-17
Un conductor que se mueve en presencia de un campo magnético.

Solución. La cantidad **v** x **B** es ascendente. Entonces, el voltaje del conductor será positivo en la parte superior del alambre. La dirección del vector **l** es ascendente, de modo que forma el menor ángulo con el vector **v** x **B**.
Puesto que **v** es perpendicular a **B** y como **v** x **B** es paralelo a **l**, la magnitud del voltaje inducido se reduce a

$$\begin{aligned} e_{ind} &= (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l} \qquad (1\text{-}45) \\ e_{ind} &= (vB \operatorname{sen} 90°)\, l \cos 0° \\ &= vBl \\ &= (5.0 \text{ m/s})(0.5 \text{ T})(1.0 \text{ m}) \\ &= 2.5 \text{ V} \end{aligned}$$

Por tanto el voltaje inducido es 2.5 V, positivo en la parte superior del alambre. ●

Ejemplo 1-9 La figura 1-18 muestra un conductor que se mueve a una velocidad de 10 m/s hacia la derecha en un campo magnético. La densidad de flujo magnético es 0.5 T, hacia fuera de la página, y el alambre tiene 1.0 m de longitud, orientado como se muestra. ¿Cuál es la magnitud y la polaridad del voltaje inducido resultante?

Solución. La dirección de la cantidad **v** x **B** es descendente. El alambre no está orientado en una línea vertical; en consecuencia, escoja la dirección de **l** como se muestra en la figura, de modo que forme el ángulo mínimo posible con la dirección de **v** x **B**. El voltaje es positivo en la parte inferior del alambre. La magnitud del voltaje es

$$\begin{aligned} e_{ind} &= (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l} \qquad (1\text{-}45) \\ e_{ind} &= (vB \text{ sen } 90°)\, l \cos 30° \\ &= (10.0 \text{ m/s})(0.5 \text{ T})(1.0 \text{ m}) \cos 30° \\ &= 4.33 \text{ V} \end{aligned}$$

●

La inducción de voltaje en un alambre conductor que se mueve dentro de un campo magnético es el fundamento de la operación de todo tipo de generador. Por esta razón, se le llama *acción generatriz.*

1-8 EJEMPLO SENCILLO DE MÁQUINA LINEAL DE CORRIENTE CONTINUA

La *máquina lineal de corriente continua* es la versión más sencilla y fácil de entender de una máquina dc, ya que opera con los mismos principios y exhibe la misma conducta que los generadores y los motores reales. Por ello sirve como un buen punto de partida en el estudio de las máquinas eléctricas.

La figura 1-19 muestra una máquina lineal dc, que consta de una batería y una resistencia conectadas a través de un interruptor a un par de rieles lisos, sin rozamiento. En el lecho de esta

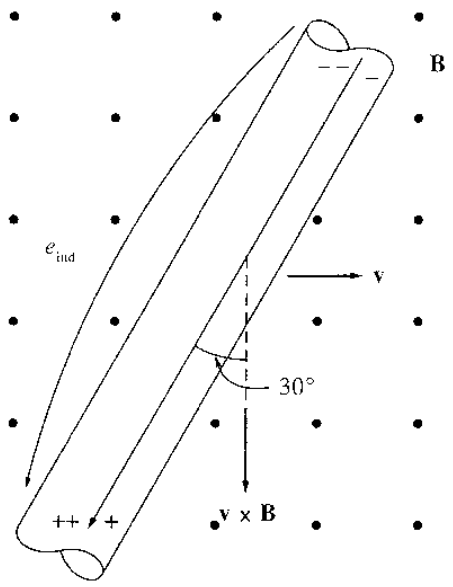


Figura 1-18
El conductor del ejemplo 1-9.

"vía férrea" hay un campo magnético constante de densidad uniforme, dirigido hacia dentro de la página. Sobre la pista así formada, se dispone una barra de metal.

¿Cómo se comporta tan extraño dispositivo? Su comportamiento puede ser determinado por la aplicación de cuatro ecuaciones básicas a la máquina. Estas ecuaciones son

1. La ecuación de la fuerza sobre un alambre conductor en presencia de un campo magnético:

$$\mathbf{F} = i(\mathbf{l} \times \mathbf{B}) \tag{1-43}$$

donde $\mathbf{F}$ = fuerza sobre el alambre
i = magnitud de la corriente en el alambre
$\mathbf{l}$ = longitud del alambre; la dirección de $\mathbf{l}$ está definida por el flujo de corriente
$\mathbf{B}$ = vector de densidad de flujo magnético

2. La ecuación para el voltaje inducido en un alambre conductor que se mueve en un campo magnético:

$$e_{ind} = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l} \tag{1-45}$$

donde e_{ind} = voltaje inducido en el conductor
$\mathbf{v}$ = velocidad del alambre
$\mathbf{B}$ = vector de densidad de flujo magnético
$\mathbf{l}$ = longitud del conductor en el campo magnético

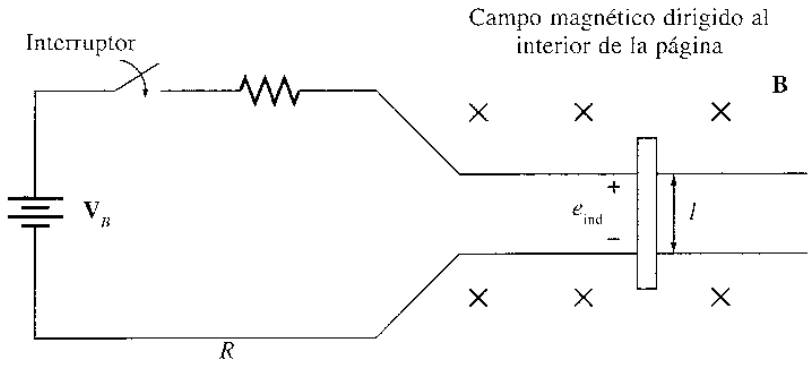


Figura 1-19
Máquina lineal dc. El campo magnético apunta hacia la página.

3. La ley de voltajes de Kirchhoff para esta máquina. De la figura 1-19 esta ley establece que

$$V_B - iR - e_{ind} = 0$$

$$\boxed{V_B = e_{ind} + iR = 0} \tag{1-46}$$

4. La ley de Newton para la barra que se mueve sobre la vía:

$$\boxed{F_{net} = ma} \tag{1-7}$$

Ahora se explorará la conducta fundamental de esta máquina dc sencilla utilizando estas cuatro herramientas:

Arranque de la máquina dc lineal

La figura 1-20 muestra la máquina dc lineal en condiciones de arranque. Para ponerla en marcha, simplemente se cierra el interruptor. Ahora fluye corriente en la barra, la cual está dada por la ley de voltaje de Kirchhoff:

$$i = \frac{V_B - e_{ind}}{R} \tag{1-47}$$

Puesto que la barra se encuentra inicialmente en reposo, $e_{ind} = 0$, entonces $i = V_B/R$. La corriente fluye hacia abajo a través de la barra y los rieles. Pero según la ecuación (1-43), una corriente que fluye en un conductor que se encuentra dentro de un campo magnético induce una fuerza en el conductor. Debido a la geometría de la máquina esta fuerza es

$$F_{ind} = ilB \text{ hacia la derecha} \tag{1-48}$$

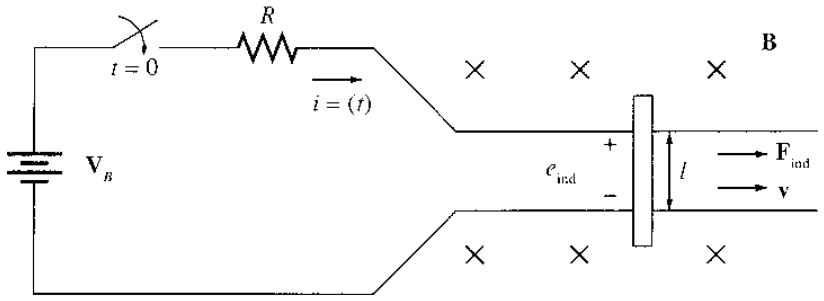


Figura 1-20
Arranque de una máquina dc lineal.

Entonces, la barra se acelerará hacia la derecha (por la ley de Newton). Sin embargo, al incrementar la velocidad de la barra se induce un voltaje en ella. El voltaje está dado por la ecuación (1-45), que de acuerdo con la geometría, se reduce a

$$e_{\text{ind}} = vBl \quad \text{positivo hacia arriba} \tag{1-49}$$

El voltaje reduce la corriente que fluye en la barra puesto que, según la ley de voltaje de Kirchhoff

$$i\downarrow = \frac{V_B - e_{\text{ind}}\uparrow}{R} \; * \tag{1-47}$$

En tanto se incremente e_{ind}, la corriente i decrece.

El resultado de esta acción es que la barra alcanzará una velocidad constante de estado estacionario donde la fuerza neta sobre la barra es cero. Esto ocurrirá cuando e_{ind} haya alcanzado un valor tal que iguale al voltaje V_B. En este momento, la barra se moverá a una velocidad dada por

$$V_B = e_{\text{ind}} = v_{\text{ss}} Bl$$

$$v_{\text{ss}} = \frac{V_B}{Bl} \tag{1-50}$$

La barra continuará deslizándose a esta velocidad de vacío (sin carga) a menos que alguna fuerza exterior la altere. En la figura 1-21 se muestran la velocidad v, el voltaje inducido e_{ind} la corriente i y la fuerza inducida F_{ind} cuando el motor está en marcha.

Para resumir, en el arranque el comportamiento de la máquina dc lineal es:

1. El cierre del interruptor produce un flujo de corriente $i = V_B/R$.
2. El flujo de corriente produce una fuerza en la barra, dada por $F = ilB$.

* *N. del T.* La precisión en los términos llevaría a decir que esta expresión es una combinación de la ley de Kirchhoff, citada por el autor, y la ley de ohm.

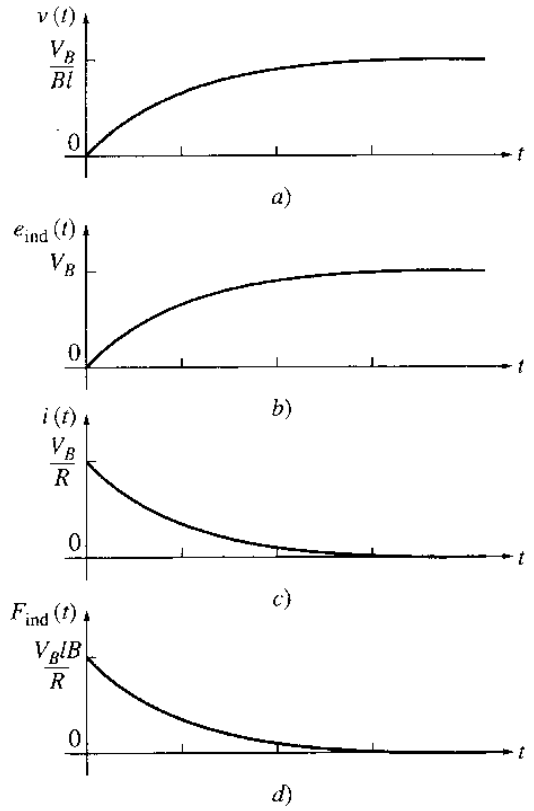


Figura 1-21
Máquina lineal dc en el arranque. *a*) Velocidad $v(t)$ como función del tiempo. *b*) Voltaje inducido e_{ind} (t). *c*) Corriente $i(t)$. *d*) Fuerza inducida F_{ind} (t).

3. La barra acelera hacia la derecha induciéndose en ella un voltaje e_{ind} a medida que se incrementa su velocidad.
4. El voltaje inducido reduce la corriente que fluye por la barra $i = (V_B - e_{ind} \uparrow)/R$.
5. La fuerza inducida entonces decrece ($F = i \downarrow lB$) hasta hacerse $F = 0$. En este momento $e_{ind} = V_B$, $i = 0$, y la barra se mueve a velocidad de vacío, constante $v_{SS} = V_B/Bl$.

Éste es el comportamiento observado en los motores reales durante el arranque.

La máquina dc lineal como motor

Suponga que la máquina lineal opera inicialmente en estado estacionario de vacío como el descrito anteriormente. ¿Qué ocurrirá a esta máquina si se le aplica una carga externa? Para responder, examine la figura 1-22. Aquí, se aplica una fuerza $\mathbf{F}_{carga}$ a la barra en dirección opuesta al movimiento. Puesto que la barra se encontraba al comienzo en estado estacionario, la aplicación de esta fuerza $\mathbf{F}_{carga}$ originará una fuerza neta sobre la barra en dirección *opuesta* a la del movimiento

($\mathbf{F}_{neta} = \mathbf{F}_{carga} - F_{ind}$). El efecto de esta fuerza será disminuir la velocidad del movimiento de la barra. Pero, tan pronto como la barra comienza a disminuir su velocidad, el voltaje inducido en ella cae ($e_{ind} = v \downarrow Bl$). Como el voltaje inducido decrece, el flujo de corriente en la barra se incrementa:

$$i \uparrow = \frac{V_B - e_{ind} \downarrow}{R} \tag{1-47}$$

Entonces, la fuerza inducida también se incrementa $F_{ind} = i \uparrow lB$. El resultado total de esta cadena de eventos es que la fuerza inducida crece hasta que se hace igual y opuesta a la fuerza de la carga, y la barra de nuevo viajará en estado estacionario, pero a una velocidad inferior. En la figura 1-23 se muestran la velocidad v, el voltaje inducido e_{ind}, la corriente i, y la fuerza inducida F_{ind} cuando se coloca carga a la barra.

Ahora hay una fuerza inducida en la dirección del movimiento de la barra, y la potencia eléctrica se convierte en *potencia mecánica* para mantener la barra en movimiento. La potencia que está siendo convertida es

$$P_{conv} = e_{ind}\, i = F_{ind}\, v \tag{1-51}$$

La barra consume una cantidad de potencia eléctrica igual a $e_{ind}i$, remplazada por potencia mecánica igual a $F_{ind}v$. Puesto que la potencia es convertida de eléctrica en mecánica, esta barra está funcionando como un *motor.*

Para resumir este comportamiento

1. Al aplicar una fuerza $\mathbf{F}_{carga}$ en dirección opuesta al movimiento resulta una fuerza neta opuesta a la dirección del movimiento.
2. La aceleración resultante $a = F_{neta}/m$ es negativa, de modo que la barra disminuye la velocidad ($v \downarrow$).
3. El voltaje $e_{ind} = v \downarrow Bl$ cae, entonces $i = (V_B - e_{ind} \downarrow)/R$ se incrementa.
4. La fuerza inducida $F_{ind} = i\text{-}lB$ se incrementa a una velocidad menor v hasta que $|\mathbf{F}_{ind}| = |\mathbf{F}_{carga}|$.
5. Una cantidad de potencia eléctrica igual a $e_{ind}i$ se convierte en potencia mecánica igual a $F_{ind}v$, y la máquina opera como un motor.

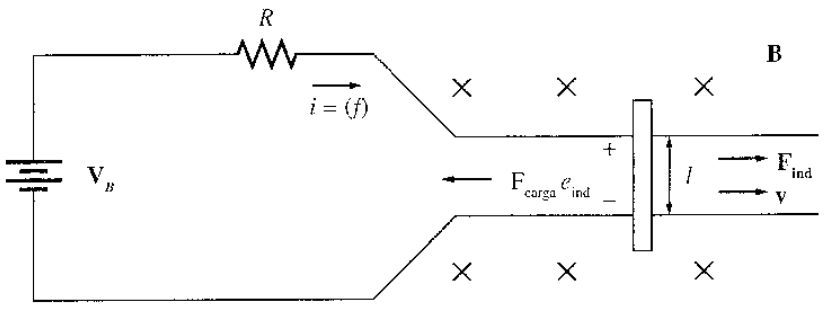


Figura 1-22
La máquina lineal dc como motor.

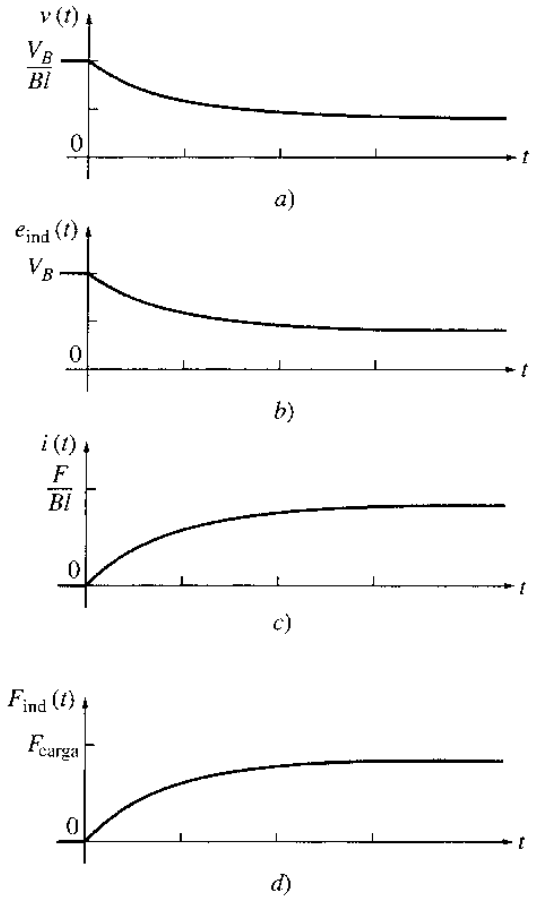


Figura 1-23
Máquina lineal dc operando en condiciones de vacío y luego cargada como motor. *a*) Velocidad $v(t)$ como función del tiempo; *b*) Voltaje inducido $e_{ind}(t)$; *c*) Corriente $i(t)$; *d*) Fuerza inducida $F_{ind}(t)$.

Un motor dc real se comporta de manera análoga cuando se carga: cuando se coloca una carga en su eje, el motor comienza a disminuir su velocidad, con lo cual se reduce su voltaje interno y se incrementa el flujo de corriente. Este incremento del flujo de corriente incrementa el par inducido, que igualará al par de carga del motor a una nueva velocidad más baja.

Note que la potencia eléctrica convertida en potencia mecánica por este motor lineal está dada por la ecuación $P_{conv} = F_{ind}v$. La potencia eléctrica convertida en potencia mecánica en un motor real que gira está dada por la ecuación

$$P_{conv} = \tau_{ind}\omega \tag{1-52}$$

donde el par inducido τ_{ind} es el análogo rotacional de la fuerza inducida F_{ind} y la velocidad angular ω es el análogo rotacional de la velocidad lineal v.

La máquina lineal dc como generador

Suponga que la máquina lineal está de nuevo operando en condiciones de vacío en estado estacionario. Observe qué ocurre al aplicar una fuerza *en la dirección del movimiento.*

La figura 1-24 muestra la máquina lineal con una fuerza aplicada F_{apl} en la dirección del movimiento. Ahora, la fuerza aplicada hará que la barra se acelere en la dirección del movimiento, y la velocidad v de la barra se incrementará. Cuando la velocidad se incrementa, $e_{ind} = v \uparrow Bl$ aumenta y será mayor que el voltaje de la batería. Cuando $e_{ind} > V_B$, la corriente se invierte, y está dada por la ecuación

$$i = \frac{e_{ind} - V_B}{R} \tag{1-53}$$

Puesto que esta corriente fluye ahora hacia arriba de la barra, en ésta se induce una fuerza dada por

$$F_{ind} = ilB \text{ hacia la izquierda} \tag{1-54}$$

La dirección de la fuerza inducida está dada por la regla de la mano derecha. Esta fuerza inducida se opone a la fuerza aplicada sobre la barra.

Finalmente, la fuerza inducida será igual y opuesta a la fuerza aplicada, y la barra se moverá a una velocidad *mayor* que antes. Note que *la batería está cargando.* La máquina lineal actúa ahora como generador, convirtiendo potencia mecánica $F_{ind}v$ en potencia eléctrica $e_{ind}i$.

Para resumir este comportamiento:

1. Si se aplica una fuerza $\mathbf{F}_{apl}$ en la dirección del movimiento, $\mathbf{F}_{neta}$ está en la dirección del movimiento.
2. Si la aceleración $a = F_{neta}/m$ es positiva, la velocidad de la barra aumenta ($v \uparrow$).
3. Si el voltaje $e_{ind} = v \uparrow lB$ se incrementa, tanto $i = (e_{ind} \uparrow - V_B)/R$ también se incrementa.
4. La fuerza inducida $F_{ind} = i \uparrow lB$ se incrementa a una velocidad mayor v hasta que $|\mathbf{F}_{ind}| = |\mathbf{F}_{carga}|$.
5. Al convertir una cantidad de potencia mecánica igual a $F_{ind}v$ en potencia eléctrica $e_{ind}i$ la máquina opera como generador.

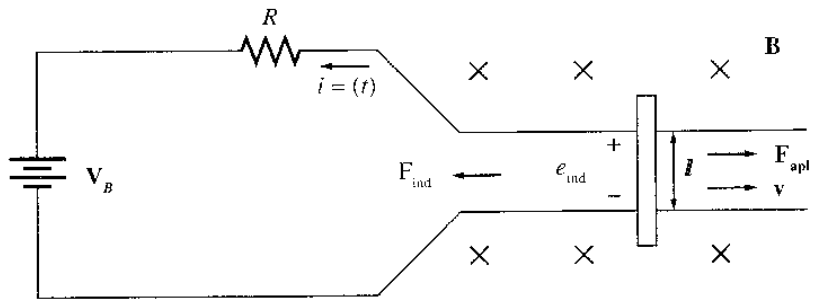


Figura 1-24
Máquina lineal dc como generador.

Un generador real se comporta de esta forma: al aplicar un par al eje *en la dirección del movimiento,* la velocidad del eje se incrementa, el voltaje interno se aumenta, y fluye corriente desde el generador hacia la carga. La cantidad de potencia mecánica convertida en potencia eléctrica en el generador rotacional real está dada por la ecuación (1-52):

$$P_{conv} = \tau_{ind}\omega \tag{1-52}$$

Es interesante observar el hecho de que la misma máquina opera *como motor y como generador.* La única diferencia entre las dos opciones es que la fuerza externa aplicada está en la dirección del movimiento (generador) o en la dirección contraria al movimiento (motor). En electricidad, cuando $e_{ind} > V_B$, la máquina actúa como generador y, cuando $e_{ind} < V_B$, la máquina actúa como motor. Así la máquina opere como motor o como generador, tanto la fuerza inducida (acción motriz) como el voltaje inducido (acción generatriz) se encuentran presentes todo el tiempo. En general esto es cierto para todas las máquinas: ambas acciones están presentes, pero sólo las direcciones relativas de las fuerzas externas, aplicadas con respecto a la dirección del movimiento, determinan si la máquina opera como motor o como generador.

Debe examinarse otro hecho muy interesante: cuando esta máquina actuó como generador, se movió más rápidamente; cuando actuó como motor, se movió más lentamente. No obstante, fuera como motor o como generador, siempre se movió en la misma dirección. Muchos estudiantes principiantes esperan que la misma máquina gire en un sentido como generador y en otro sentido como motor. Esto *no ocurre* porque simplemente se presenta un pequeño cambio en la velocidad de operación, así como una inversión en el flujo de la corriente.

Problemas con el arranque en la máquina dc lineal

En la figura 1-25 se muestra una máquina lineal. Esta máquina está alimentada por una fuente dc de 250V y su resistencia interna R es aproximadamente 0.10 Ω (la resistencia R sirve como representación de la resistencia interna de una máquina dc real y está razonablemente aproximada a la resistencia interna de un motor dc de mediano tamaño).

Al considerar números reales en esta figura, surge un gran problema con las máquinas (y su modelo lineal sencillo). En condiciones de arranque, la velocidad de la barra es cero y por tanto $e_{ind} = 0$. La corriente que fluye en el arranque es

$$i_{start} = \frac{V_B}{R} = \frac{250\ \text{V}}{0.1\ \Omega} = 2500\ \text{A}$$

Esta corriente es muy alta y sobrepasa, con frecuencia, 10 veces la corriente nominal de la máquina. Tal corriente puede causar daños severos a un motor. Tanto las máquinas dc como las máquinas ac reales presentan problemas debidos a las altas corrientes de arranque.

¿Cómo pueden prevenirse tales daños? El método más sencillo para proteger esta máquina lineal es insertar una resistencia extra que limite la corriente durante el arranque hasta que e_{ind} aumente lo necesario para limitarla. La figura 1-26 muestra una resistencia de arranque inserta en el circuito de la máquina.

El mismo problema se presenta en las máquinas dc reales y se maneja de la misma forma: se inserta una resistencia en el circuito de la armadura del motor durante el arranque. En las máquinas reales de corriente alterna, las altas corrientes de arranque se controlan en forma diferente, lo cual se describirá en el capítulo 7.

Ejemplo 1-10 La máquina dc lineal que se muestra en la figura 1-27*a* tiene una batería cuyo voltaje es 120 V, una resistencia interna de 0,3 Ω, un campo magnético de densidad 0.1 T.

a) ¿Cuál es la corriente máxima de arranque de esta máquina? ¿Cuál es su velocidad de vacío en estado estacionario?
b) Si sobre la barra se aplica una fuerza de 30 N apuntando hacia la derecha, ¿cuál será la velocidad de estado estacionario? ¿Cuánta potencia produciría o consumiría la barra? Explique la diferencia entre estas dos figuras. ¿Está actuando esta máquina como motor o como generador?
c) Ahora suponga que se aplica a la barra una fuerza de 30N apuntando hacia la izquierda. ¿Cuál será la nueva velocidad de estado estacionario? ¿Es esta máquina un motor o un generador?
d) Si se aplica a la barra una fuerza dirigida hacia la izquierda, calcule la velocidad de la barra como una función de la fuerza para valores de la fuerza entre 0 N y 50 N en múltiplos de 10. Dibuje la velocidad de la barra contra la fuerza aplicada.
e) Si la barra se encuentra descargada y se introduce de repente en una región en que el campo magnético decrece hasta .08 T, ¿A qué velocidad se desplazará la barra?

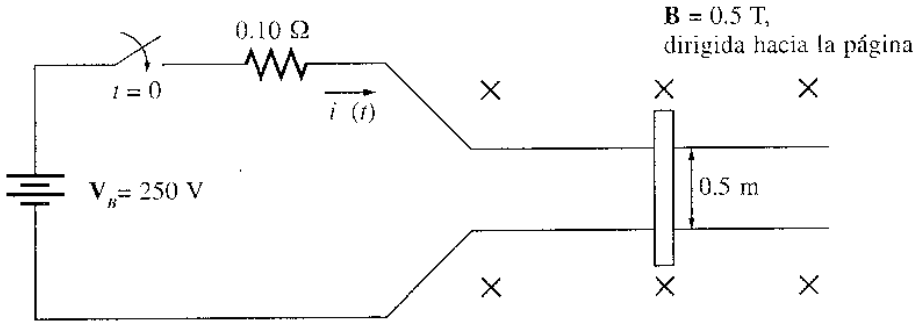


Figura 1-25
Máquina lineal dc con los valores de las componentes para ilustrar el problema de la excesiva corriente de arranque.

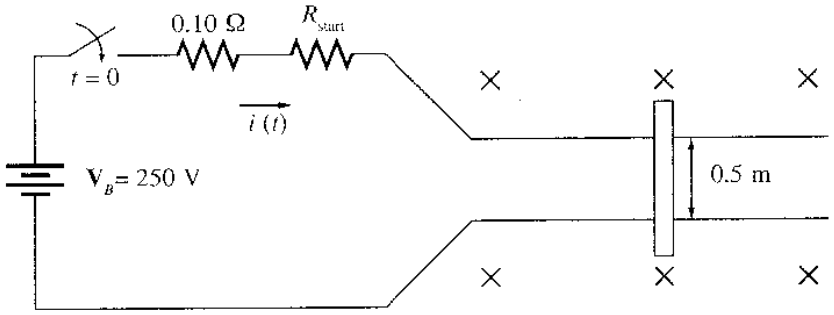


Figura 1-26
Máquina lineal dc con una resistencia adicional en serie para controlar la corriente de arranque.

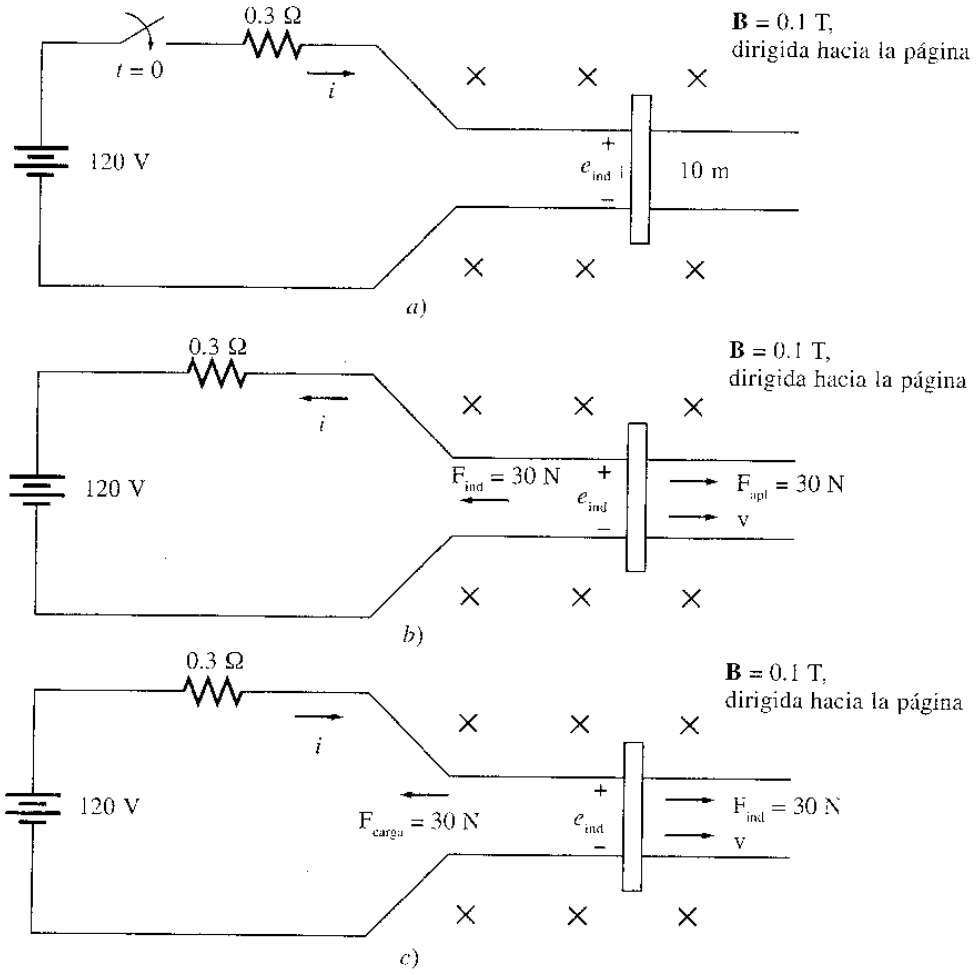


Figura 1-27
Máquina lineal dc del ejemplo 1-10: *a*) Condiciones de arranque; *b*) operando como generador; *c*) operando como motor.

Solución.

a) En condiciones de arranque la velocidad de la barra es 0, por lo cual $e_{ind} = 0$. Entonces,

$$i = \frac{V_B - e_{ind}}{R} = \frac{120\text{ V} - 0\text{ V}}{0.3\ \Omega} = 400\text{ A}$$

Cuando la máquina alcanza su estado estacionario, $\mathbf{F}_{ind} = 0$ e $i = 0$. Entonces,

$$V_B = e_{ind} = v_{ss}Bl$$

$$v_{ss} = \frac{V_B}{Bl}$$

$$= \frac{120\text{ V}}{(0.1\text{ T})(10\text{ m})} = 120\text{ m/s}$$

b) Con referencia a la figura 1-27*b*, si se aplica a la barra una fuerza de 30 N dirigida hacia la derecha, el estado estacionario final ocurrirá cuando la fuerza inducida $\mathbf{F}_{ind}$ sea igual y opuesta a la fuerza aplicada $\mathbf{F}_{apl}$, tal que la fuerza neta aplicada a la barra es cero:

$$F_{apl} = F_{ind} = ilB$$

Entonces,

$$i = \frac{F_{ind}}{lB} = \frac{30 \text{ N}}{(10\text{m})(0.1 \text{ T})}$$
$$= 30 \text{ A} \text{ fluyendo hacia arriba de la barra}$$

El voltaje inducido e_{ind} sobre la barra debe ser

$$e_{ind} = V_B + iR$$
$$= 120 \text{ V} + (30\text{A})(0.3\ \Omega) = 129 \text{ V}$$

y la velocidad de estado estacionario final será

$$v_{ss} = \frac{e_{ind}}{Bl}$$
$$= \frac{129 \text{ V}}{(0.1 \text{ T})(10 \text{ m})} = 129 \text{ m/s}$$

La barra está *produciendo* $P = (129 \text{ V})\ (30 \text{ A}) = 3870$ W de potencia, y la batería está *consumiendo* $P = (120 \text{ V})\ (30 \text{ A}) = 3600$ W. La diferencia entre estas dos cantidades, 270 W, corresponde a las pérdidas en la resistencia. Esta máquina está actuando como *generador.*

c) Con referencia a la figura 1-25*c*, la fuerza aplicada está dirigida hacia la izquierda y la fuerza inducida, hacia la derecha. En estado estacionario,

$$F_{apl} = F_{ind} = ilB$$
$$i = \frac{F_{ind}}{lB} = \frac{30 \text{ N}}{(10 \text{ m})(0.1 \text{ T})}$$
$$= 30 \text{ A} \text{ fluyendo hacia abajo a través de la barra}$$

El voltaje inducido e_{ind} sobre la barra será

$$e_{ind} = V_B - iR$$
$$= 120 \text{ V} - (30 \text{ A})(0.3\ \Omega) = 111 \text{ V}$$

y la velocidad final será

$$v_{ss} = \frac{e_{ind}}{Bl}$$
$$= \frac{111 \text{ V}}{(0.1 \text{ T})(10 \text{ m})} = 111 \text{ m/s}$$

Esta máquina está actuando ahora como un *motor,* convirtiendo energía eléctrica de la batería en energía mecánica de movimiento en la barra.

d) Este ejercicio es adecuado para utilizar el cálculo vectorial en el MATLAB y determinar la velocidad de la barra para cada valor de fuerza aplicada. El código MATLAB para realizar estos cálculos es una versión de los pasos efectuados manualmente en el literal *c*. Como se muestra en seguida, el programa calcula la corriente, el voltaje inducido y la velocidad, en ese orden, y grafica la velocidad contra la fuerza aplicada en la barra.

```
% Archivo - M ex1_10.m
% Archivo M para calcular y dibujar la velocidad de un motor
% lineal como una función de la carga.
VB = 120;                  % Voltaje de la batería (V)
r = 0.3;                   % Resistencia (ohmios)
l = 1;                     % Longitud de la barra (m)
B = 0.6;                   % Densidad del flujo (T)
% Selecione las fuerzas a aplicar a la barra
F = 0 : 10 : 50;           % Fuerza (N)
% Calculo la corriente que fluye en el motor
i = F ./ (l * B);          % Corriente (A)
% Calcule los voltajes inducidos en la barra.
eind = VB - i . * r;       % Voltaje inducido (V)
% Calcule la velocidad de la barra.
V_bar = eind ./ (l * B);   % Velocidad (m/s)
% Dibuje la velocidad de la barra contra la fuerza
plot (F,v_bar);

title ('Gráfico de velocidad contra fuerza aplicada');
xlabel ('Fuerza (N)');
ylabel ('Velocidad (m/s)');
axis ([0 50 0 200];
```

El dibujo resultante se muestra en la figura 1-28. Note que la barra disminuye la velocidad a medida que se incrementa la carga.

e) Si la barra se encuentra inicialmente descargada, entonces $e_{ind} = V_B$. Si la barra irrumpe repentinamente en una región donde el campo magnético está decreciendo, ocurrirá un estado transitorio. Una vez pase este estado, e_{ind} será nuevamente igual a V_B.

Este hecho puede utilizarse para determinar la velocidad final de la barra. La *velocidad inicial* era 120 m/s. La *velocidad final* es

$$V_B = e_{ind} = v_{ss}Bl$$

$$v_{ss} = \frac{V_B}{Bl}$$

$$= \frac{120 \text{ V}}{(0.08 \text{ T})(10 \text{ m})} = 150 \text{ m/s}$$

Cuando el flujo decae en el motor lineal, la barra aumenta su velocidad. El mismo comportamiento se presenta en los motores dc reales: cuando el flujo del campo del motor dc decae, el motor gira más rápido. Aquí, de nuevo, la máquina lineal se comporta de manera muy similar al motor dc real. ●

1-9 RESUMEN

En este capítulo se ha revisado brevemente la mecánica de los sistemas rotacionales alrededor de un eje y se han examinado las fuentes y los efectos de los campos magnéticos, aspectos importantes para entender el funcionamiento de los transformadores, motores y generadores. El capítulo concluye con un estudio de la máquina más simple posible: el motor/generador lineal dc.

Históricamente, el sistema inglés de unidades ha sido utilizado en los países de habla inglesa para medir las cantidades mecánicas asociadas a las máquinas. En los últimos años, el sistema internacional de unidades ha remplazado al inglés en casi todos los países del mundo, excepto en los Estados Unidos aunque aún allí se avanza con rapidez hacia la implantación de ese sistema. Puesto que el SI es cada vez más común, en este libro se ha utilizado para las medidas mecánicas en casi todos los ejemplos. Las cantidades eléctricas están medidas siempre en unidades del SI.

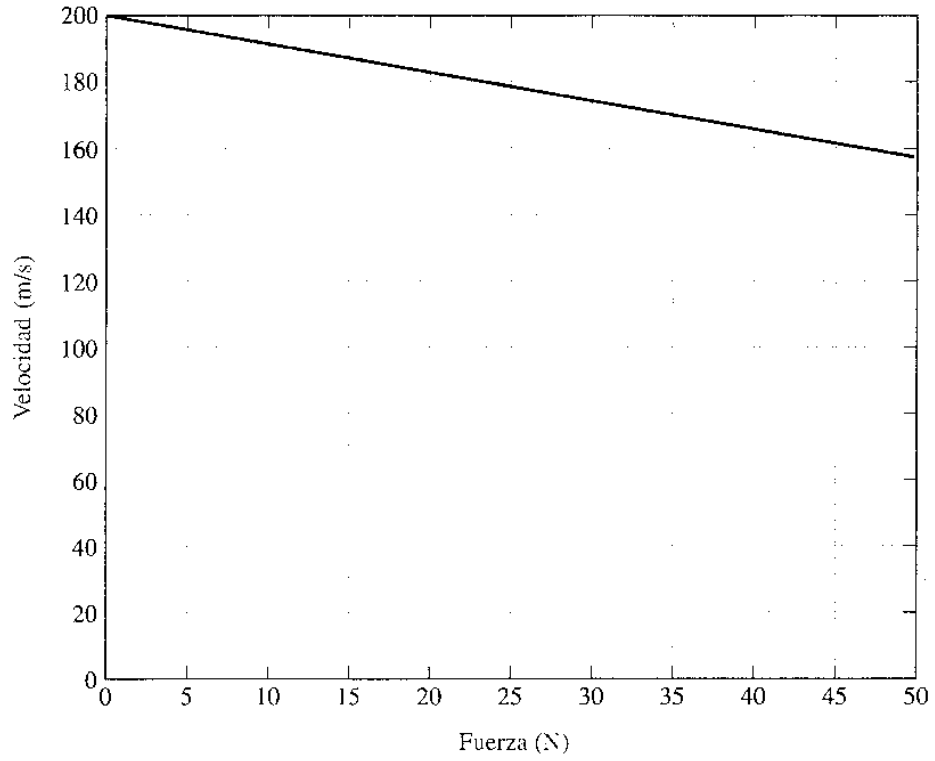


Figura 1-28
Gráfico de velocidad-fuerza, para una máquina lineal dc.

En la sección de mecánica, los conceptos de posición angular, velocidad angular, aceleración angular, par, ley de Newton, trabajo y potencia, explicados tratados para el caso especial de rotación alrededor de un solo eje. Algunas relaciones fundamentales (como las ecuaciones de potencia y velocidad) fueron expresadas en los dos sistemas de medidas: el inglés y el SI.

Se analizó la producción de un campo magnético por una corriente y se exploraron en detalle las propiedades especiales de los materiales ferromagnéticos. La forma de la curva de magnetización y el concepto de histéresis se explicaron en términos de la teoría de los dominios en los materiales ferromagnéticos y se discutieron las pérdidas por corrientes parásitas.

La ley de Faraday establece que en una bobina de alambre conductor se generará un voltaje proporcional a la tasa de cambio del flujo que la atraviesa. La ley de Faraday es la base de la operación del transformador y será explorada en detalle en el capítulo 2.

Un alambre conductor que porta corriente en presencia de un campo magnético experimentará, si se encuentra adecuadamente orientado, una fuerza sobre él. Este comportamiento es la base de la acción motriz en todas las máquinas reales.

Un alambre conductor que se mueve con la orientación apropiada a través de un campo magnético experimentará un voltaje inducido en él. Este comportamiento es la base de la acción generadora en todas las máquinas reales.

Una máquina dc lineal sencilla que consta de una barra conductora que se mueve en un campo magnético ilustra muchas de las acciones de los motores y generadores reales. Cuando se aplica una carga a ella, disminuye su velocidad y opera como motor, convirtiendo energía eléctrica en mecánica. Cuando una fuerza empuja la barra a una velocidad mayor que su velocidad de vacío en estado estacionario, la máquina actúa como generador, convirtiendo energía mecánica en energía eléctrica.

La misma máquina física puede operar como motor o como generador dependiendo de si la fuerza externa aplicada (para la máquina lineal sencilla) o el par (para la máquina rotacional real) están en la dirección del movimiento o en dirección opuesta a éste. Si los pares exteriores están en la dirección del movimiento, se consume potencia mecánica y se produce una cantidad igual de energía eléctrica, haciendo que la máquina actúe como generador. Si están en dirección opuesta al movimiento, hay consumo de potencia eléctrica y se produce una cantidad igual de potencia mecánica, haciendo que la máquina opere como motor. La dirección de rotación no cambia cuando la máquina deja de operar como generador para operar como motor, o viceversa.

PREGUNTAS Y TEMAS DE ANÁLISIS

1-1 ¿Qué es par? ¿Qué papel cumple el par en el movimiento rotacional dc las máquinas?

1-2 ¿Cuál es la Ley de Ampère ?

1-3 ¿Qué es intensidad de campo magnético? ¿Qué es densidad dc flujo magnético? ¿Cómo se relacionan las anteriores?

1-4 ¿Cómo ayudan los conceptos de circuito magnético equivalente para el diseño de los núcleos de los transformadores y las máquinas?

1-5 ¿Qué es reluctancia?

1-6 ¿Qué es un material ferromagnético? ¿Por qué es tan alta la permeabilidad de un material ferromagnético?

1-7 ¿Cómo varía la permeabilidad relativa de un material ferromagnético con la fuerza magnetomotriz?

1-8 ¿Qué es histéresis? Explique la histéresis en términos de la teoría de los dominios.

1-9 ¿Qué son las pérdidas por corrientes parásitas? ¿Qué se puede hacer para minimizar las pérdidas por corrientes parásitas en un núcleo?

1-10 ¿Por qué todos los núcleos expuestos a la acción de campos magnéticos alternos son laminados?

1-11 ¿Cuál es la ley de Faraday?

1-12 ¿Qué condiciones se requieren para que un campo magnético produzca una fuerza sobre un alambre conductor?

1-13 ¿Qué condiciones se requieren para que un campo magnético produzca voltaje en un alambre conductor?

1-14 ¿Por qué la máquina lineal es un buen ejemplo del comportamiento observado en las máquinas dc reales?

1-15 La máquina lineal de la figura 1-19 se mueve en condiciones de estado estacionario. ¿Qué ocurrirá a la barra si se incrementa el voltaje de la batería? Explique en detalle.

1-16 Justifique cómo un decremento del flujo produce un incremento en la velocidad de la máquina lineal.

EJERCICIOS

1-1 El eje de un motor gira a una velocidad de 1800 r/min. ¿Cuál es la velocidad del eje en radianes por segundo?

1-2 Un volante cuyo momento de inercia es 4 kg · m^2 está inicialmente en reposo. Si se le aplica repentinamente un par de 5 N · m (en sentido contrario a las manillas del reloj). ¿Cuál será la velocidad del volante 5 segundos después? Exprese esta velocidad en radianes por segundo y en revoluciones por minuto.

1-3 Se aplica una fuerza de 5 N a un cilindro, como se muestra en la figura P 1-1. ¿Cuáles son la magnitud y dirección del par producido sobre el cilindro? ¿Cuál es la aceleración angular α del cilindro?

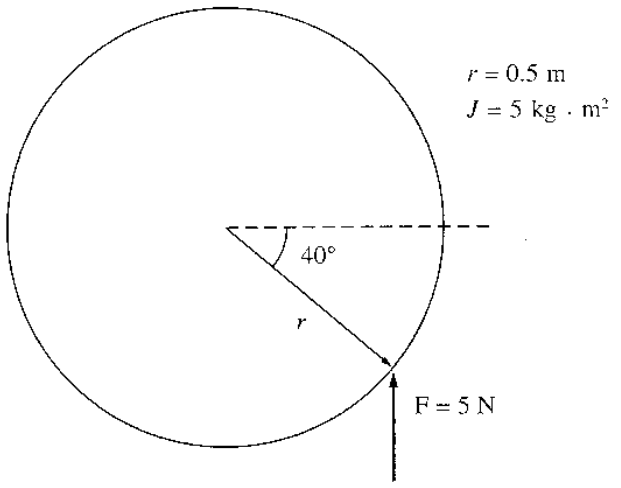


Figura P1-1
Cilindro del ejercicio 1-3.

1-4 Un motor suministra un par de 70 N • m a su carga. Si el eje del motor gira a 1500 r/min, ¿cuál es la potencia mecánica suministrada a la carga en vatios? ¿En caballos de fuerza?

1-5 En la figura P1-2 se muestra un núcleo ferromagnético. La profundidad del núcleo es 5 cm. Las demás dimensiones del núcleo se muestran en la figura. Encuentre el valor de la corriente producida por un flujo de 0.003 Wb. Con esta corriente, ¿cuál es la densidad de flujo en la parte superior del núcleo? ¿Cuál es la densidad de flujo en la parte derecha del núcleo? Suponga que la permeabilidad relativa del núcleo es 1000.

1-6 La figura P1-3 muestra un núcleo ferromagnético cuya permeabilidad relativa es 2000. Las dimensiones se muestran en el diagrama y la profundidad del núcleo es 7 cm. Los entrehierros de la parte izquierda y derecha del núcleo tienen 0.050 y 0.070 cm, respectivamente. Debido a los efectos marginales, el área efectiva de los entrehierros se incrementa en 5% respecto del área física. Si hay una bobina de 300 vueltas enrollada en la columna central del núcleo y por ella pasa una corriente de 1.0 A, ¿cuál es el flujo en la columna izquierda, central y derecha del núcleo? ¿Cuál es la densidad de flujo en cada entrehierro?

1-7 En la figura P1-4 se muestra un núcleo de dos columnas. La bobina dispuesta en la parte izquierda (N_1) tiene 600 vueltas y la bobina de la parte derecha (N_2) tiene 200 vueltas. Las bobinas están enrolladas en las direcciones mostradas en la figura. Si las dimensiones son las mostradas, ¿qué flujo producirán las corrientes $i_1 = 0.5$ A e $i_2 = 1.00$ A? Suponga que $\mu_r = 1000$ constante.

1-8 La figura P1-5 muestra un núcleo con tres columnas. Su profundidad es 5 cm, y hay una bobina de 200 vueltas en la columna del extremo izquierdo. Puede suponer que la permeabilidad relativa del núcleo es 1500 constante. ¿Cuánto flujo existirá en cada una de las tres columnas del núcleo? ¿Cuál es la densidad de flujo en cada una de ellas? Suponga un incremento de 4% por efecto marginal en cada entrehierro.

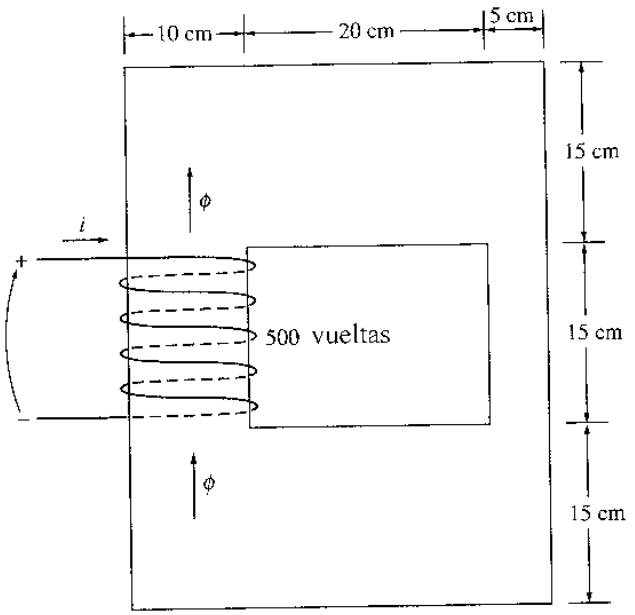


Figura P1-2
Núcleo del ejercicio 1-5.

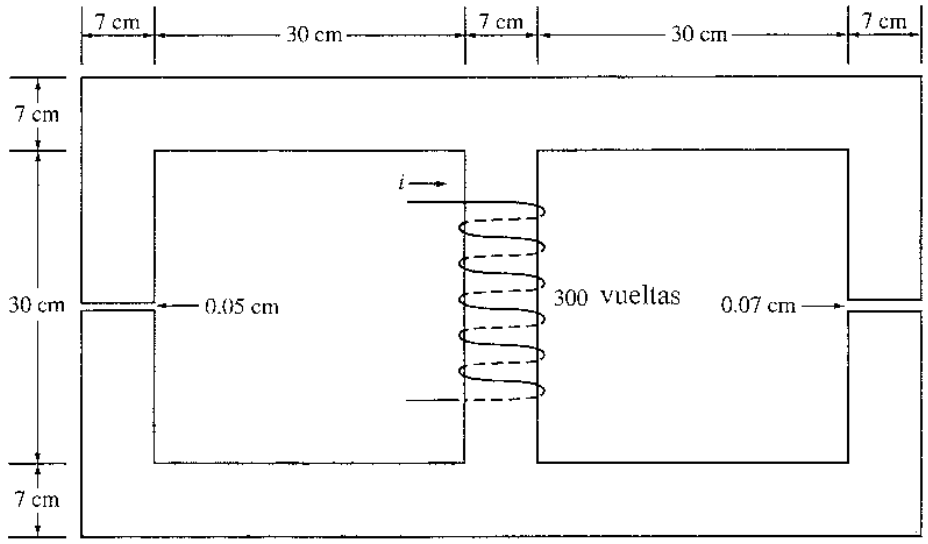


Figura P1-3
Núcleo del ejercicio 1-6.

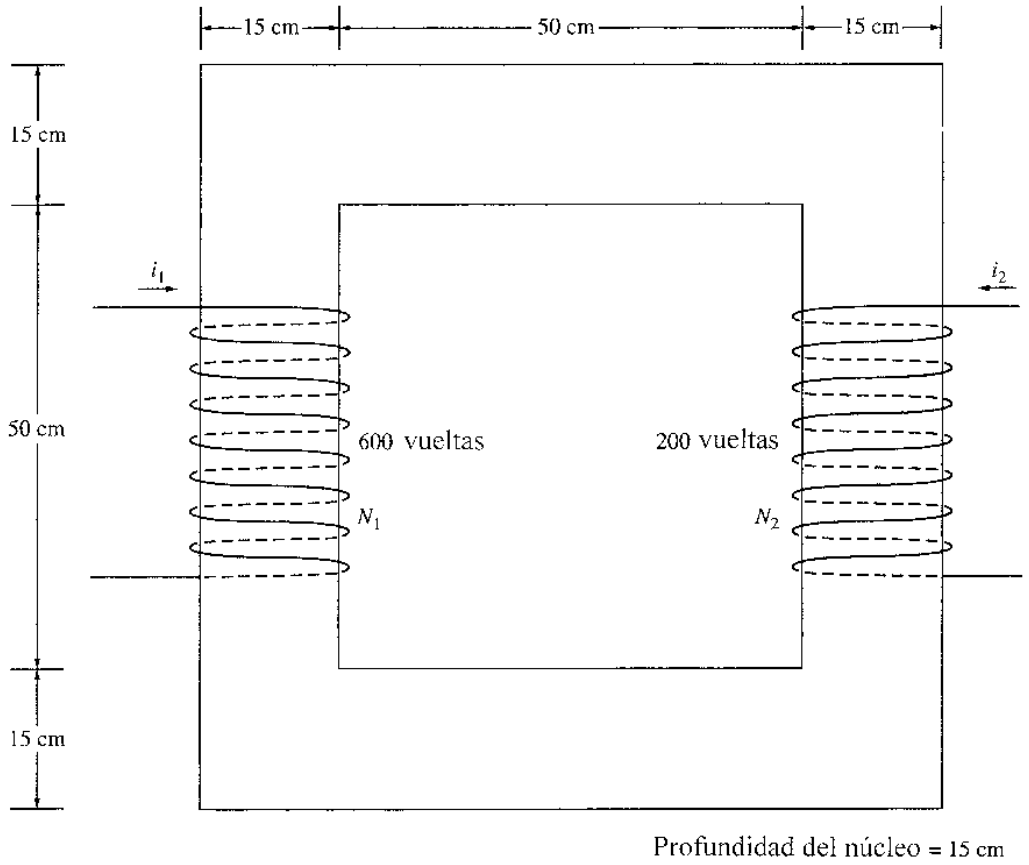


Figura P1-4
Núcleo de los ejercicios 1-7 y 1-12.

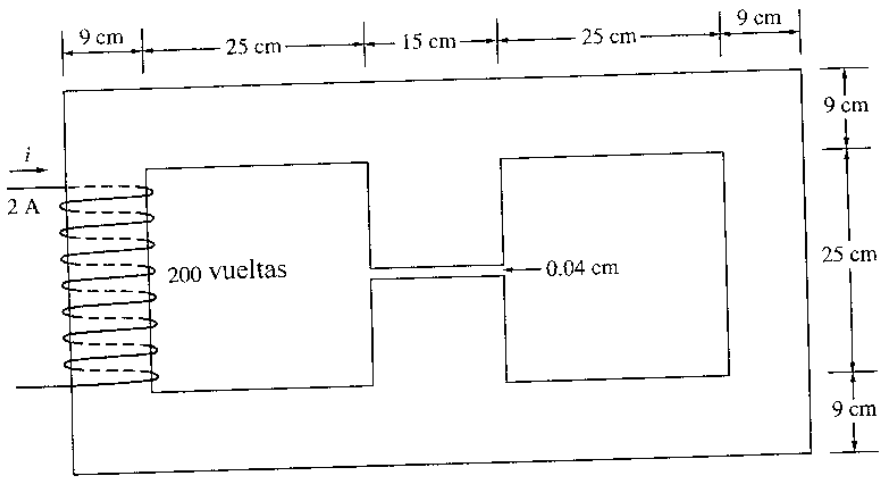


Figura P1-5
Núcleo del ejercicio 1-8.

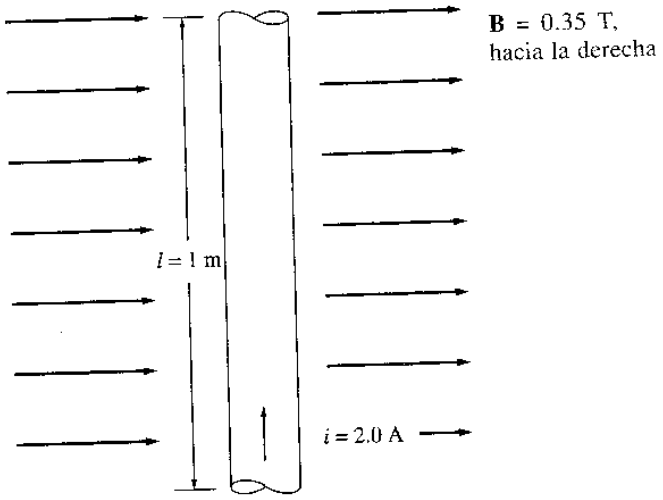


Figura P1-6
Alambre conductor que porta corriente en un campo magnético (ejercicio 1-9).

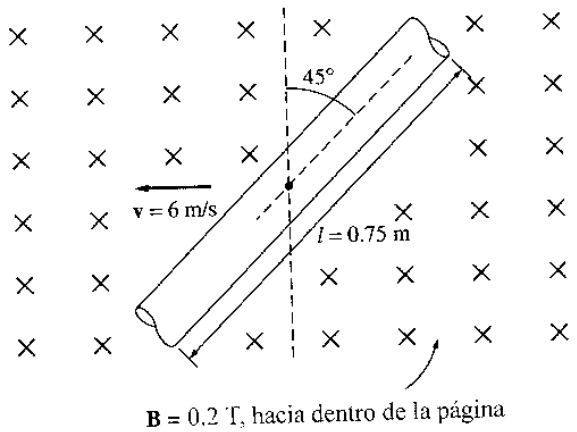


Figura P1-7
Alambre conductor que se desplaza en un campo magnético (ejercicio 1-10).

1-9 La figura P1-6 muestra un alambre conductor que porta una corriente de 2.0 A en presencia de un campo magnético. Calcule la magnitud y dirección de la fuerza inducida sobre el alambre.

1-10 El alambre que se muestra en la figura P1-7 se mueve en el campo magnético. Con la información dada en la figura, determine la magnitud y dirección del voltaje inducido en el alambre.

1-11 Repita el ejercicio 1-10 para el alambre de la figura P1-8.

1-12 El núcleo mostrado en la figura P1-4 está hecho de acero, cuya curva de magnetización se indica en la figura P1-9. Repita el ejercicio 1-7, pero esta vez, *no* suponga que el valor de μ_r es constante ¿Cuánto flujo producen en el núcleo las corrientes especificadas? ¿Cuál es la permeabilidad relativa de este núcleo en estas condiciones? La permeabilidad relativa de 1000 supuesta en el ejercicio 1-7 ¿funcionó en estas condiciones? ¿En general es buena suposición?

1-13 En la figura P1-10 se muestra un núcleo con tres columnas. Su profundidad es 8 cm, y tiene 400 vueltas en la columna central. Las demás dimensiones se muestran en la figura. El núcleo está conformado de un acero cuya curva de magnetización se muestra en la figura 1-10*c*. Responda las siguientes preguntas:

a) ¿Qué corriente se requiere para producir una densidad de flujo de 0.5 T en la columna central del núcleo?

b) ¿Qué corriente se requiere para producir una densidad de flujo de 1.0 T en la rama central del núcleo? ¿Es el doble de la corriente del literal *a*) ?

c) ¿Cuáles son las reluctancias de las columnas central y derecha del núcleo en las condiciones del literal *a*?

d) Cuáles son las reluctancias de las columnas central y derecha del núcleo en las condiciones del literal *b*)?

e) ¿Qué conclusión puede obtenerse acerca de las reluctancias en los núcleos reales?

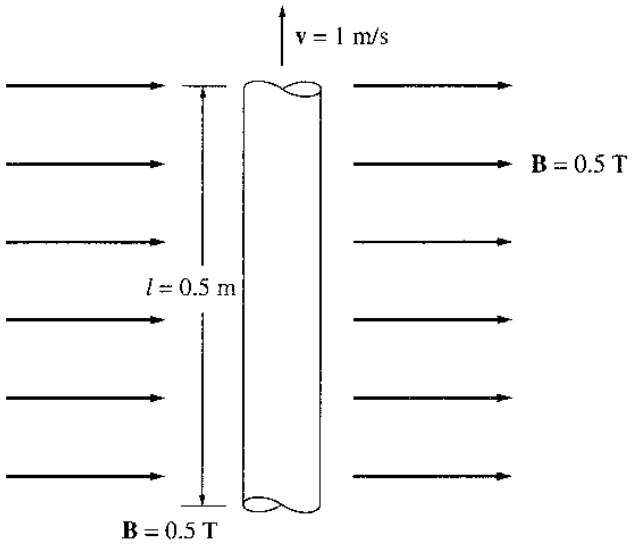


Figura P1-8
Alambre que se mueve en un campo magnético (ejercicio 1-11).

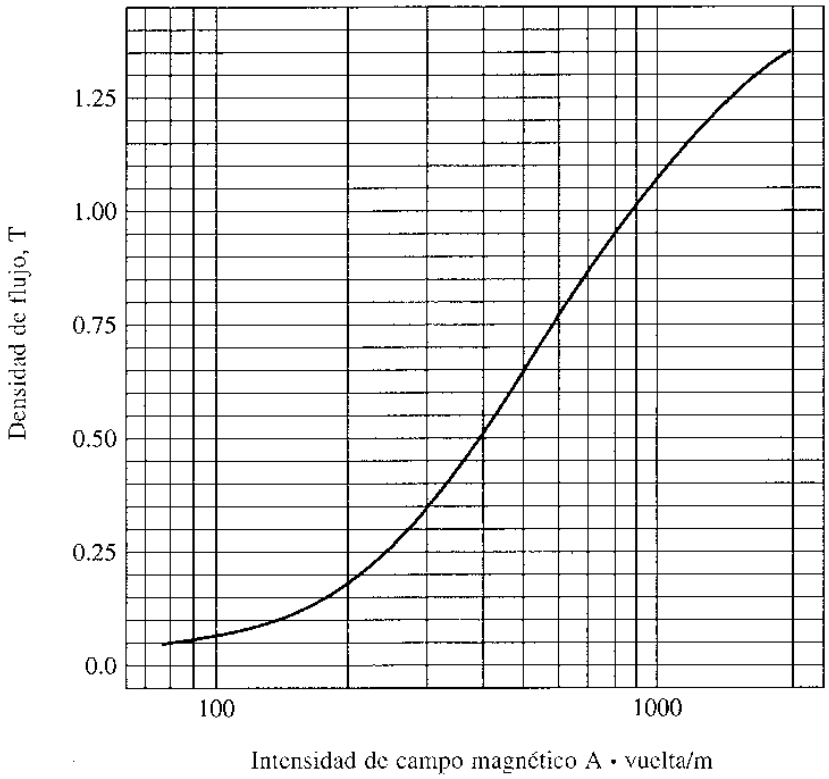


Figura P1-9
Curva de magnetización del material del núcleo de los ejercicios 1-12 y 1-14.

1-14 Un núcleo magnético de dos columnas, con entrehierro, se muestra en la figura P1-11. La profundidad del núcleo es 5 cm, la longitud del entrehierro es 0.07 cm y la bobina tiene 500 vueltas. La curva de magnetización del material del núcleo se muestra en la figura P1-9. Suponga un incremento de 5% para el área efectiva en el entrehierro debido al efecto marginal. ¿Cuánta corriente se requiere para producir en el entrehierro una densidad de flujo de 0.5 T? ¿Cuáles son las densidades de flujo en los cuatro lados del núcleo para esa corriente en la bobina? ¿Cuál es el flujo total presente en el entrehierro?

1-15 El núcleo de un transformador cuyo camino medio efectivo es 10 pulgadas, tiene una bobina de 300 vueltas enrollada alrededor de una de sus columnas. Su sección transversal es 0.25 $pulg^2$, y su curva de magnetización se muestra en la figura 1-10*c*. Si en la bobina fluye una corriente de 0.25 A, ¿cuál es el flujo total en el núcleo? ¿cuál es la densidad de flujo?

1-16 El núcleo mostrado en la figura P1-2 tiene el flujo ϕ mostrado en la figura P1-12. Dibuje el voltaje de los terminales de la bobina.

1-17 La figura P1-13 muestra el núcleo de un motor de sencillo. La curva de magnetización del metal de este núcleo está dada por las figuras 1-10*c* y *d*. Suponga que la sección transversal de cada entrehierro es 18 cm^2 y que el ancho de cada entrehierro es 0.05 cm. El diámetro efectivo del núcleo del rotor es 4 cm.

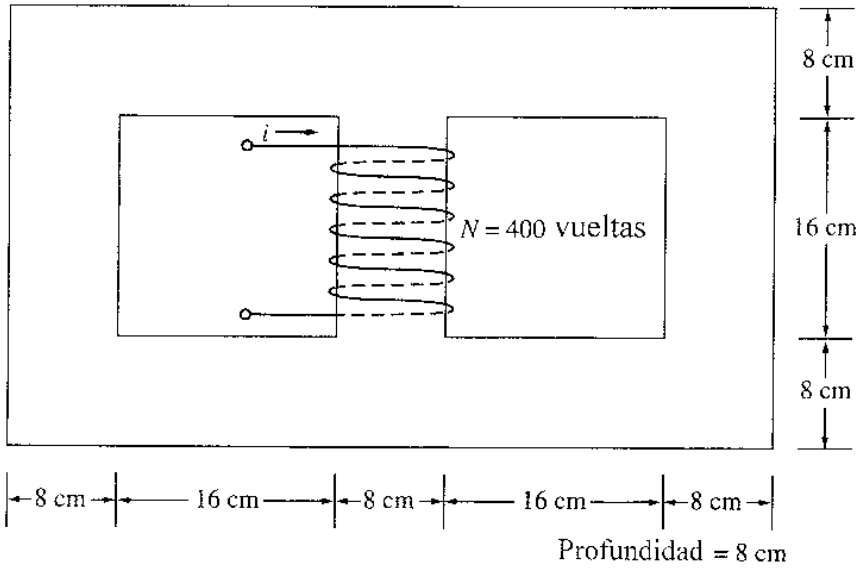


Figura P1-10
Núcleo del ejercicio 1-13.

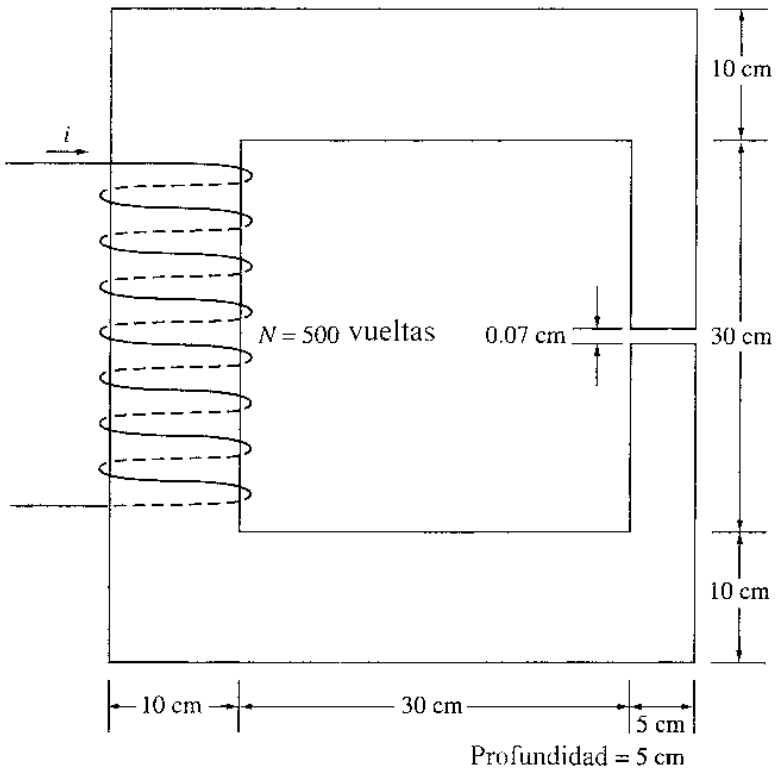


Figura P1-11
Núcleo del ejercicio 1-14.

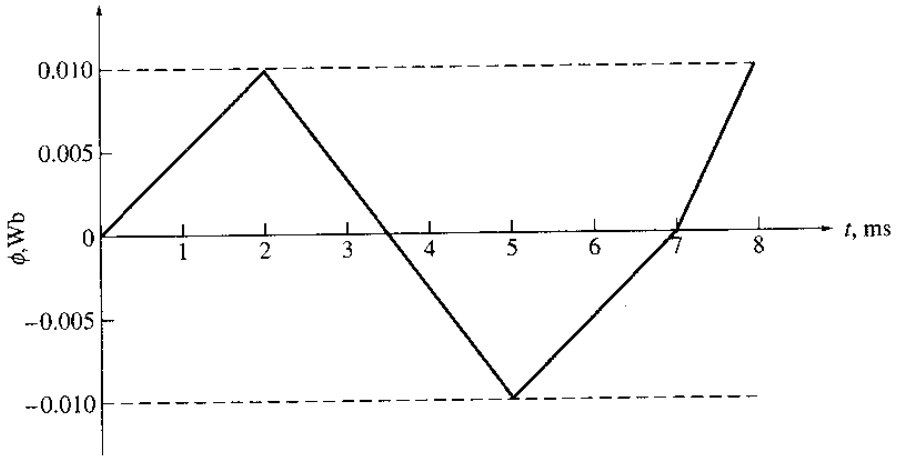


Figura P1-12
Dibujo del flujo ϕ como función del tiempo para el ejercicio 1-16.

a) Se desea construir una máquina con la mayor densidad de flujo posible, pero evitando la excesiva saturación del núcleo. ¿Cuál sería un máximo razonable de densidad de flujo para este núcleo?
b) ¿Cuál sería el flujo total en el núcleo para la densidad de flujo del literal *a*)?
c) La máxima corriente de campo posible para esta máquina es 1 A. Seleccione un número razonable de espiras de alambre para proveer la densidad de flujo requerida sin exceder la máxima disponibilidad de corriente.

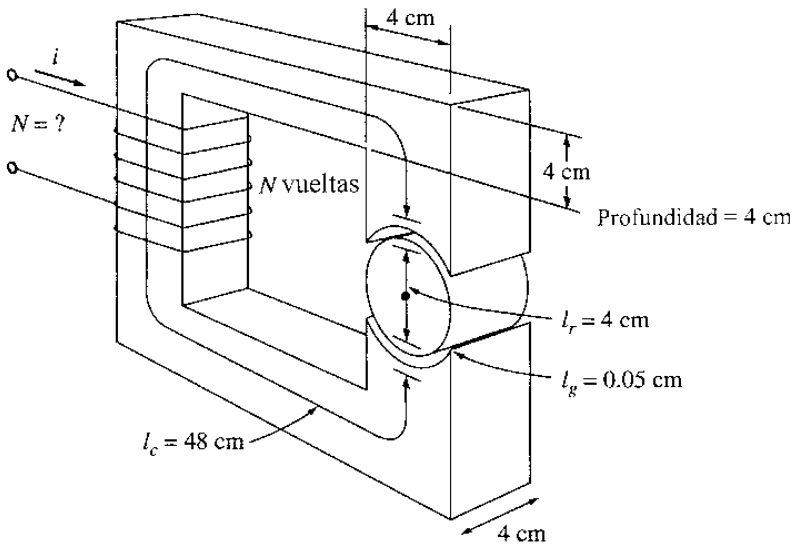


Figura P1-13
Núcleo del ejercicio 1-17.

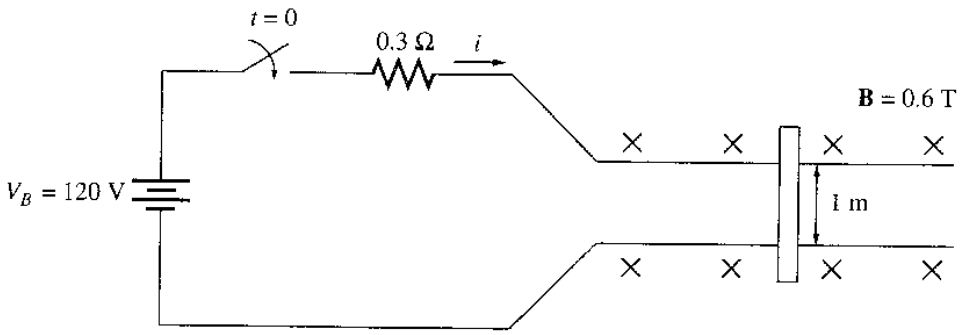


Figura P1-14
Máquina lineal del ejercicio 1-18

1-18 Una máquina lineal tiene una densidad de flujo magnético de 0.6 T dirigida hacia la página, una resistencia de 0.3 Ω, una barra de longitud l = 1.0 m, y una batería de 120 V.

a) ¿Cuál es la fuerza inicial ejercida sobre la barra en el arranque? ¿Cuál es el flujo de corriente inicial?

b) ¿Cuál es la velocidad de la barra en el vacío en estado estacionario?

c) Si la barra se carga con una fuerza de 25N opuesta a la dirección del movimiento, ¿cuál es la nueva velocidad en estado estacionario? ¿Cuál es la eficiencia de la máquina en estas circunstancias?

1-19 Una máquina lineal tiene las siguientes características:

B = 0.5 T dirigida hacia la página	R = 0.25 Ω
l = 0.5 m	V_B = 120V

a) Si esta barra está cargada con una fuerza de 20 N en dirección opuesta al movimiento, ¿cuál es la velocidad de la barra en estado estacionario?

b) Si la barra se desplaza hacia una región donde la densidad de flujo cae a 0.45T, ¿qué ocurre a la barra? ¿cuál es su velocidad final de estado estacionario?

c) Suponga que V_B ha disminuido a 100V, mantiene inmodificables las demás condiciones del literal *b*). ¿Cuál es la nueva velocidad de estado estacionario de la barra?

d) De los resultados de *b*) y *c*) identifique dos métodos para controlar la velocidad de la máquina lineal (o un motor de real).

1-20 Para la máquina lineal del ejercicio 1-19:

a) Cuando esta máquina opera como motor, calcule la velocidad de la barra para cargas de 0 N hasta 30 N en múltiplos de 5. Dibuje la velocidad de la barra en función de la carga.

b) Suponga que el motor opera con una carga de 30 N. Calcule y dibuje la velocidad de la barra para densidades de flujo magnético de 0.3 T hasta 0.5 T, añadiendo cada vez 0.05 T.

c) Suponga que el motor se desplaza en condiciones de vacío, con una densidad de flujo de 0.5 T. ¿Cuál es la velocidad de la barra? Aplique una carga de 30 N a la barra. ¿Cuál es su nueva velocidad? *¿Qué densidad de flujo se requerirá* para restablecer la velocidad de la barra cargada de modo que sea la misma velocidad que tenía en condiciones de vacío?

REFERENCIAS

1. Beer, F., y E. Johnston, Jr. *Vector Mechanics for Engineers: Dynamics.* 6th ed. Nueva York: McGraw–Hill, 1997.
2. Hayt, William H. *Engineering Electromagnetics.* 5th ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1989.
3. Mulligan, J. F. *Introductory College Physics.* 2nd ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1991.
4. Sears Francis W.; Mark W. Zemansky; y Hugh D. Young. *University Physics.* Reading, Mass.: Addison-Wesley, 1982.

CAPÍTULO 2

TRANSFORMADORES

Un *transformador* es un dispositivo que cambia potencia eléctrica alterna de un nivel de voltaje a potencia eléctrica alterna a otro nivel de voltaje mediante la acción de un campo magnético. Consta de dos o más bobinas de alambre conductor enrolladas alrededor de un núcleo ferromagnético común. Estas bobinas no están (usualmente) conectadas en forma directa. La única conexión entre las bobinas es el flujo magnético común que se encuentra dentro del núcleo.

Uno de los devanados del transformador se conecta a una fuente de energía eléctrica alterna y el segundo (y quizás el tercero) suministra energía eléctrica a las cargas. El devanado del transformador que se conecta a la fuente de potencia se llama *devanado primario* o *devanado de entrada,* y el devanado que se conecta a la carga se llama *devanado secundario* o *devanado de salida.* Si hay un tercer devanado en el transformador, éste se llama *devanado terciario.*

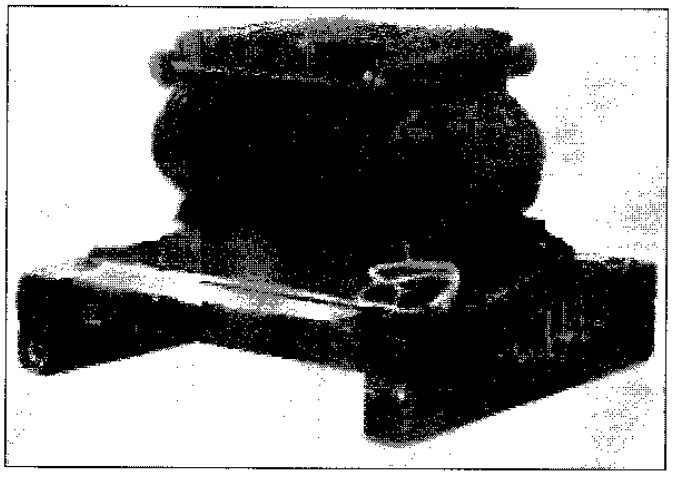


Figura 2-1
El primer transformador moderno práctico, construido en 1885 por William Stanley. Nótese que el núcleo está elaborado con hojas de metal (láminas) (*cortesía de General Electric Company*).

2-1 POR QUÉ SON IMPORTANTES LOS TRANSFORMADORES EN LA VIDA MODERNA

El primer sistema de distribución de potencia en los Estados Unidos fue un sistema de corriente continua a 120 V inventado por Thomas Alba Edison para suministrar potencia a bombillas incandescentes. La primera central de potencia de Edison entró en operación en la ciudad de Nueva York en septiembre de 1882. Por desgracia, este sistema de potencia generó y transmitió potencia a tan bajos voltajes que se requerían muy altas corrientes para suministrar cantidades significativas de potencia. Estas altas corrientes ocasionaban enormes caídas de voltaje y pérdidas de potencia en las líneas de transmisión, restringiendo bastante el área de servicio de las estaciones de generación. En la década de 1880 las centrales generadoras se localizaban a muy pocas cuadras entre sí para para evitar este problema. El hecho de no poder transmitir potencias a sitios lejanos a bajos voltajes dc significó que las estaciones generadoras fueran de baja capacidad, locales y, por tanto, relativamente ineficientes.

La invención del transformador y el desarrollo simultáneo de las fuentes de potencia alterna eliminaron para siempre las restricciones referentes al rango y el nivel de los sistemas de potencia. Un transformador cambia, idealmente, un nivel de voltaje alterno a otro nivel de voltaje sin afectar la potencia que está suministrándose. Si un transformador eleva el nivel de voltaje de un circuito, debe disminuir la corriente para mantener igual la potencia que sale de él. De esta manera, la potencia eléctrica alterna puede ser generada en determinado sitio, se eleva su voltaje para transmitirla a largas distancias con muy bajas pérdidas y luego se reduce para dejarlo nuevamente en el nivel de utilización final. Puesto que las pérdidas de transmisión en las líneas de un sistema de potencia son proporcionales al cuadrado de la corriente, elevando con transformadores el voltaje de transmisión en un factor de 10 con lo cual se reduce la corriente con el mismo factor, las pérdidas de transmisión se reducen en un factor de 100. Sin el transformador, simplemente, no sería posible utilizar la potencia eléctrica en muchas de las formas en que se utiliza hoy.

En un sistema moderno de potencia, se genera potencia eléctrica a voltajes de 12 a 25 kV. Los transformadores elevan el voltaje hasta niveles comprendidos entre 110 kV y cerca de 1000 kV para transmisión a grandes distancias con pocas pérdidas y, nuevamente, los transformadores bajan el voltaje a entre kV 12 y 34.5 kV para distribución local, y para permitir que la potencia eléctrica sea utilizada con seguridad en los hogares, oficinas y fábricas a voltajes tan bajos como 120 V.

2-2 TIPOS Y CONSTRUCCIÓN DE TRANSFORMADORES

El propósito principal de un transformador es convertir la potencia alterna de un nivel de voltaje en potencia alterna de la misma frecuencia pero en otro nivel de voltaje. Los transformadores también se utilizan para otros propósitos (ejemplo, para mostrar voltajes, mostrar corrientes y transformar impedancias), pero este capítulo está dedicado en principio al transformador de potencia.

Los transformadores de potencia se construyen de dos maneras. Un tipo de transformador consta de una pieza de acero rectangular, laminada, con los devanados enrollados sobre dos de los lados del rectángulo. Este tipo de construcción, conocido como transformador *tipo núcleo,* se ilustra en la figura 2-2. El otro consta de un núcleo laminado de tres columnas, cuyas bobinas están enrolladas en la columna central. Este tipo de construcción se conoce como transformador *tipo acorazado* y se ilustra en la figura 2-3. En todo caso, el núcleo se construye con delgadas láminas aisladas eléctricamente unas de otras para minimizar las corrientes parásitas.

En un transformador, las bobinas del primario y del secundario están físicamente enrolladas una sobre la otra; la bobina de menor voltaje está situada en la parte interna (más cerca del núcleo). Esta disposición cumple dos objetivos:

1. Simplifica el problema del aislamiento del devanado de alta tensión desde el núcleo.
2. Resulta menor flujo disperso que en caso de disponer los dos devanados en el núcleo, separados.

Los transformadores de potencia reciben variedad de nombres, dependiendo de su utilización en los sistemas de potencia. Un transformador conectado a la salida de un generador utilizado para elevar el voltaje hasta niveles de transmisión (110kV y mayores) a veces se denomina *transformador de unidad.* El transformador situado en el otro extremo de la línea de transmisión, que reduce el voltaje de los niveles de transmisión a los niveles de distribución (desde 2.3 a 34.5kV), se denomina *transformador de subestación.* Por último, el transformador que reduce el voltaje de distribución al voltaje final a que se utiliza la potencia (110, 208, 220 V, etc.) es llamado *transformador de distribución.* Todos estos dispositivos son, en esencia, el mismo; la única diferencia entre ellos es la utilización que se les da.

Además de los varios tipos de transformadores de potencia, existen dos tipos de transformadores para propósitos especiales utilizados con máquinas eléctricas y sistemas de potencia. El primero de estos transformadores especiales es un dispositivo diseñado para mostrar un voltaje alto, y producir un voltaje secundario bajo, directamente proporcional a aquél. Tal transformador se llama *transformador de potencial.* Un transformador de potencia también produce un voltaje secundario directamente proporcional a su voltaje primario. La diferencia entre el transformador de potencial y el transformador de potencia es que el primero está diseñado para manejar únicamente una corriente muy pequeña. El segundo es un dispositivo diseñado para proveer una corriente secundaria mucho menor pero directamente proporcional a su corriente primaria. Este dispositivo se denomina *transformador de corriente.* Estos dos transformadores de uso especial se analizan posteriormente en este capítulo.

2-3 EL TRANSFORMADOR IDEAL

Un *transformador ideal* es un dispositivo sin pérdidas, con un devanado de entrada y un devanado de salida. Las relaciones entre el voltaje de entrada y el voltaje de salida, y entre la corriente de entrada y la corriente de salida, están dadas por dos sencillas ecuaciones. La figura 2-4 muestra un transformador ideal.

El transformador mostrado en la figura 2-4 tiene N_P vueltas de alambre en el primario y N_S vueltas de alambre en el secundario. La relación entre el voltaje $v_P(t)$ aplicado al lado primario del transformador y el voltaje $v_S(t)$ producido en el lado secundario es

$$\boxed{\frac{v_P(t)}{v_S(t)} = \frac{N_P}{N_S} = a} \tag{2-1}$$

donde a está definida como *relación de vueltas* del transformador:

$$a = \frac{N_P}{N_S} \tag{2-2}$$

La relación entre la corriente $i_P(t)$ que fluye en el lado primario del transformador y la corriente $i_S(t)$ que sale del transformador por el secundario es

$$\boxed{N_P i_P(t) = N_S i_S(t)} \tag{2-3a}$$

o

$$\boxed{\frac{i_P(t)}{i_S(t)} = \frac{1}{a}} \tag{2-3b}$$

En términos de cantidades fasoriales, estas ecuaciones son

$$\boxed{\frac{\mathbf{V}_P}{\mathbf{V}_S} = a} \tag{2-4}$$

y

$$\boxed{\frac{\mathbf{I}_P}{\mathbf{I}_S} = \frac{1}{a}} \tag{2-5}$$

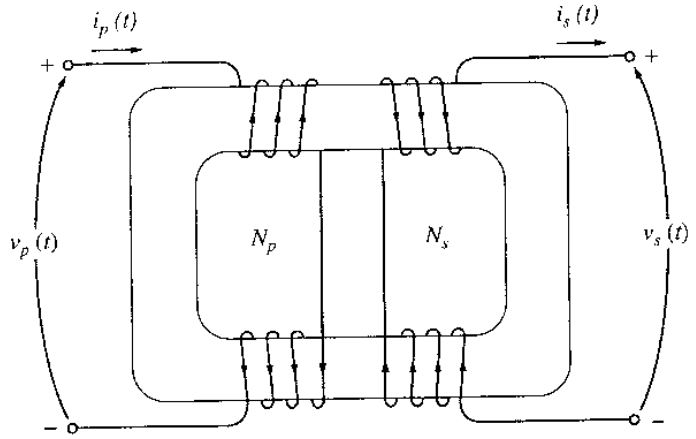
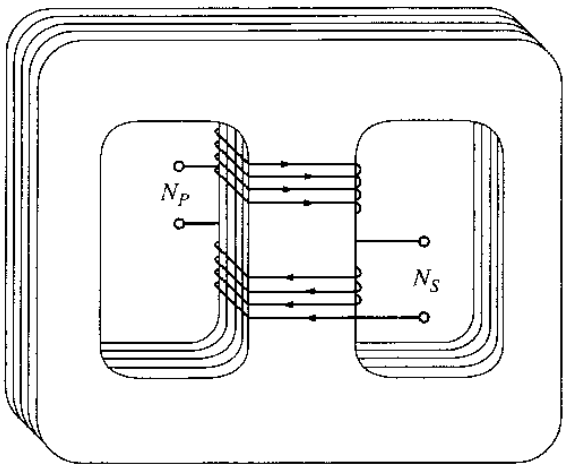


Figura 2-2
Construcción del transformador tipo núcleo.



a)

b)

Figura 2-3
a) Construcción del transformador tipo acorazado. *b)* Transformador tipo acorazado característico (*cortesía de General Electric Company*).

Nótese que el ángulo de fase de $\mathbf{V}_P$ es el mismo ángulo de $\mathbf{V}_S$, y el ángulo de fase de $\mathbf{I}_P$ es el mismo ángulo de fase de $\mathbf{I}_S$. La relación de vueltas del transformador ideal afecta las *magnitudes* de los voltajes y corrientes, pero no sus *ángulos*.

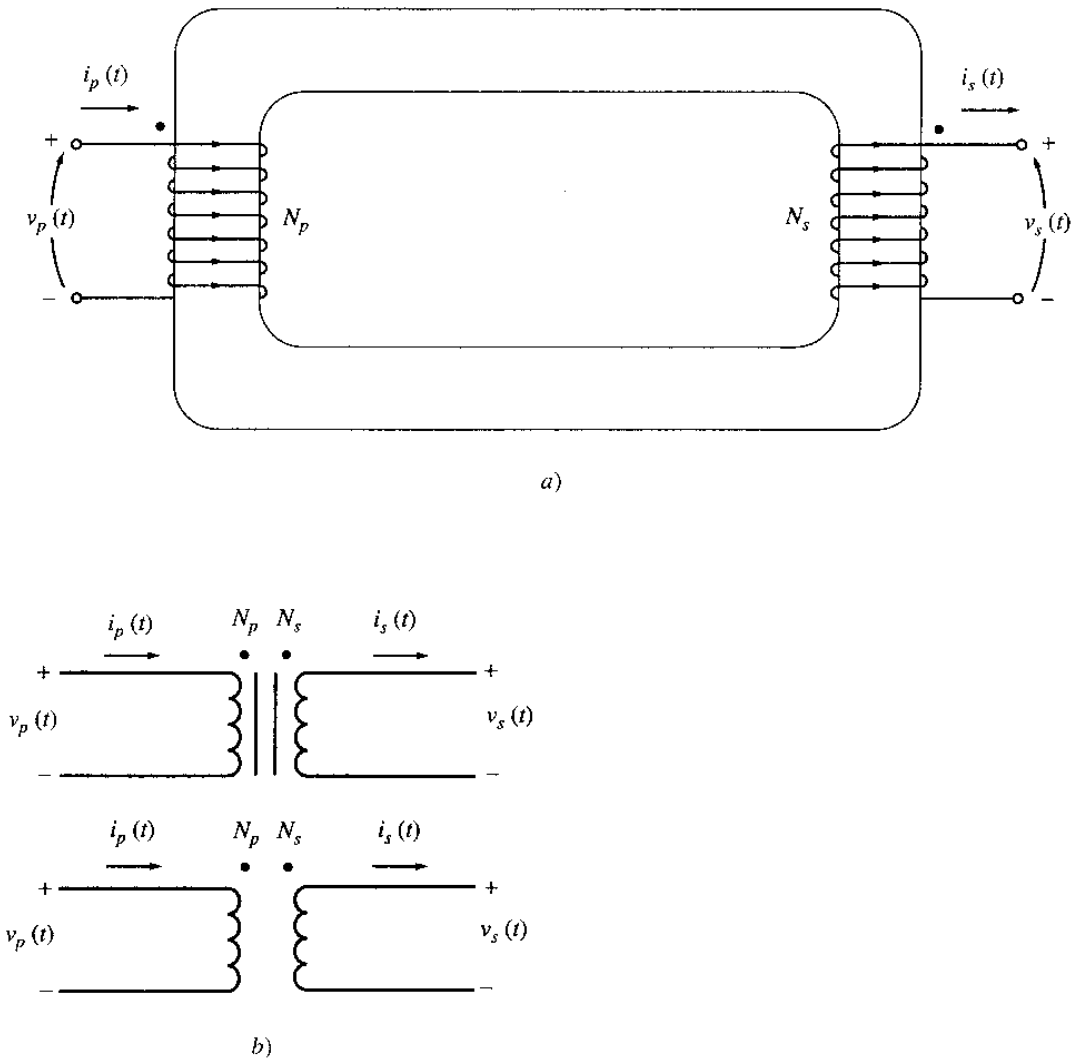


Figura 2-4
a) Diagrama de un transformador ideal. *b*) Símbolos esquemáticos de un transformador.

Las ecuaciones (2-1) a (2-5) describen las relaciones entre las magnitudes y los ángulos de los voltajes y corrientes en los lados primario y secundario del transformador, pero dejan sin responder un interrogante: Puesto que el voltaje del circuito primario es positivo en un lado específico de la bobina, ¿cuál será la *polaridad* del voltaje del circuito secundario? En los transformadores reales, sería posible identificar la polaridad del lado secundario únicamente abriendo el transformador y examinando sus devanados. Para obviar esta necesidad, los transformadores utilizan la *convención de puntos*. Los puntos que aparecen en un extremo de cada devanado, en la figura 2-4, indican la polaridad del voltaje y la corriente en el lado secundario del transformador. La relación es la siguiente:

1. Si el *voltaje* primario es positivo en el extremo de la bobina marcado con punto, respecto al extremo que no tiene marca, el voltaje secundario será positivo también en el extremo marcado con punto. Las polaridades del voltaje son las mismas con respecto a los puntos en cada lado del núcleo.
2. Si la *corriente* primaria del transformador fluye *hacia dentro* del devanado primario por el extremo marcado con punto, la corriente secundaria fluirá *hacia fuera* del devanado secundario por el extremo marcado con punto.

En relación con el transformador real el significado físico de la convención de puntos y la razón de las polaridades se explicarán en la sección 2.4.

Potencia en el transformador ideal

La potencia suministrada al transformador por el circuito primario está dada por la ecuación

$$P_{\text{in}} = V_P I_P \cos \theta_P \tag{2-6}$$

donde θ_P es el ángulo entre el voltaje y la corriente primarios. La potencia suministrada por el circuito secundario del transformador a sus cargas está dada por la ecuación

$$\boxed{P_{\text{out}} = V_S I_S \cos \theta_S} \tag{2-7}$$

donde θ_S es el ángulo entre el voltaje y la corriente secundarios. Puesto que los ángulos del voltaje y la corriente no se afectan en un transformador ideal, $\theta_P - \theta_S = \theta$. Los devanados primario y secundario de un transformador ideal tienen el *mismo factor de potencia.*

¿Cómo es la potencia que fluye en el devanado primario del transformador ideal, comparada con la potencia que sale del otro lado? Es posible saberlo, mediante la simple aplicación de las ecuaciones de voltaje y de corriente [ecuaciones (2-4) y (2-5)]. La potencia de salida del transformador es

$$P_{\text{out}} = V_S I_S \cos \theta \tag{2-8}$$

Aplicando la ecuación de relación de vueltas, $V_S = V_P/a$ y $I_S = aI_P$; entonces

$$P_{\text{out}} = \frac{V_P}{a}(aI_P) \cos \theta$$

$$\boxed{P_{\text{out}} = V_P I_P \cos \theta = P_{\text{in}}} \tag{2-9}$$

De esta manera, *la potencia de salida de un transformador ideal es igual a su potencia de entrada.*

La misma relación se aplica a las potencias reactiva Q y aparente S:

$$\boxed{Q_{\text{in}} = V_P I_P \operatorname{sen}\theta = V_S I_S \operatorname{sen}\theta = Q_{\text{out}}} \tag{2-10}$$

y

$$\boxed{S_{\text{in}} = V_P I_P = V_S I_S = S_{\text{out}}} \tag{2-11}$$

Transformación de impedancia a través de un transformador

La *impedancia* de un dispositivo o un elemento se define como la relación entre el fasor de voltaje a través de él, y el fasor de corriente que fluye por él:

$$Z_L = \frac{\mathbf{V}_L}{\mathbf{I}_L} \tag{2-12}$$

Una de las propiedades interesantes del transformador es que, como cambia los niveles de voltaje y corriente, cambia la *proporción* entre el voltaje y la corriente y por consiguiente la impedancia aparente de un elemento. Para entender esta idea, remítase a la figura 2-5. Si la corriente secundaria es $\mathbf{I}_s$ y el voltaje secundario $\mathbf{V}_s$, la impedancia de la carga está dada por

$$Z_L = \frac{\mathbf{V}_S}{\mathbf{I}_S} \tag{2-13}$$

La impedancia aparente del circuito primario del transformador es

$$Z'_L = \frac{\mathbf{V}_P}{\mathbf{I}_P} \tag{2-14}$$

Puesto que el voltaje primario puede ser expresado como

$$\mathbf{V}_P = a\mathbf{V}_S$$

y la corriente primaria puede ser expresada como

$$\mathbf{I}_P = \frac{\mathbf{I}_S}{a}$$

la impedancia aparente del primario es

$$Z'_L = \frac{\mathbf{V}_P}{\mathbf{I}_P} = \frac{a\mathbf{V}_S}{\mathbf{I}_S/a} = a^2 \frac{\mathbf{V}_S}{\mathbf{I}_S} \tag{2-15}$$

$$\boxed{Z'_L = a^2 Z_L}$$

Con un transformador, es posible acoplar la magnitud de la impedancia de carga a la impedancia de la fuente escogiendo simplemente la relación de vueltas adecuada.

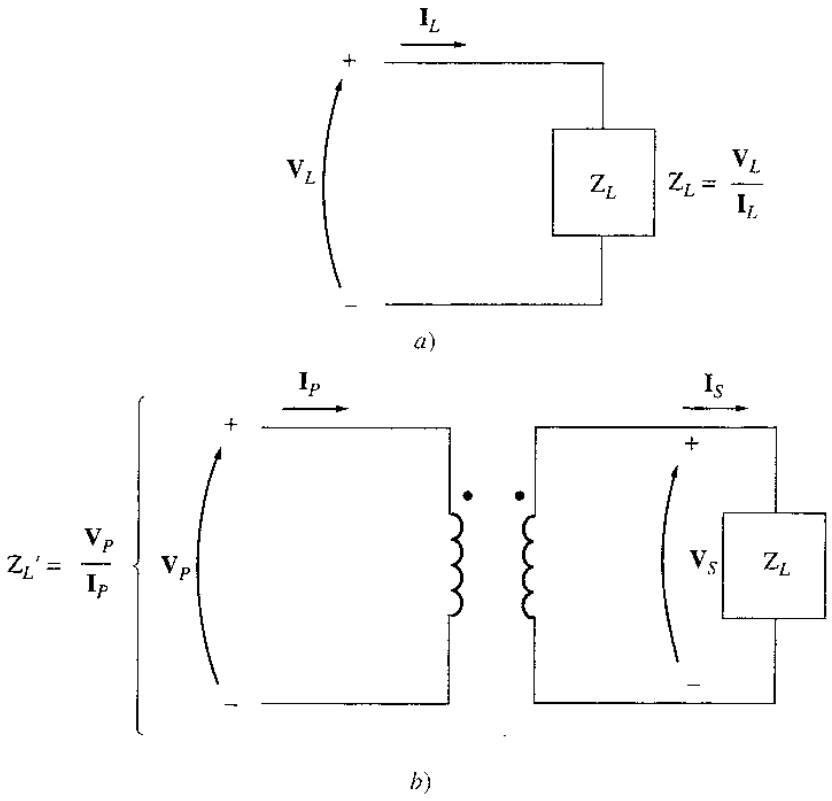


Figura 2-5
a) Definición de impedancia. *b*) Impedancia escalizada por un transformador.

Análisis de circuitos que contienen transformadores ideales

Si un circuito contiene un transformador ideal, la forma más fácil de analizar sus voltajes y corrientes es remplazar la porción del circuito ubicada a un lado del transformador por su equivalente con las mismas características en terminales. Una vez sustituido el circuito por su equivalente en uno de los lados, el nuevo circuito (sin el transformador presente) puede ser resuelto para sus voltajes y corrientes. En la porción del circuito que no se remplazó, los resultados obtenidos serán los valores correctos de voltaje y corriente del circuito original. Luego, la relación de vueltas puede utilizarse para determinar los voltajes y corrientes del otro lado del transformador. El proceso de remplazar un lado del transformador por su equivalente en el otro lado se conoce como *referir* el primero de los lados del transformador al segundo de ellos.

¿Cómo está conformado el circuito equivalente? Su forma es exactamente la misma que la del circuito original. Los valores de voltajes en el lado que se está remplazando están dados por la ecuación (2-4) y los valores de las impedancias, por la ecuación (2-15). Las polaridades de las fuentes de voltaje en el circuito equivalente invertirán sus direcciones en el circuito original si los puntos de uno de los lados de los devanados del transformador se invierten con respecto a los puntos de los devanados del otro lado del transformador.

La solución de circuitos que contienen transformadores ideales se ilustra en el siguiente ejemplo.

Ejemplo 2-1 Un sistema monofásico de potencia consta de un generador de 480 V 60 Hz que alimenta una carga $Z_{carga} = 4 + j3\ \Omega$ a través de una línea de transmisión de impedancia $Z_{línea} = 0.18 + j0.24\ \Omega$. Responda las siguientes preguntas acerca de este sistema:

a) Si el sistema de potencia es exactamente como se describe en la figura 2-6*a*, ¿cuál será el voltaje en la carga? ¿Cuáles serán las pérdidas en la línea de transmisión?
b) Suponga que un transformador elevador de 10:1 se coloca en el extremo del generador de la línea de transmisión, y un transformador reductor de 1:10 se coloca en el extremo de la carga de la línea (figura 2-6*b*). ¿Cuál será el voltaje en la carga? ¿Cuáles serán las pérdidas de transmisión en la línea?

Solución

a) La figura 2-6*a* muestra el sistema de potencia con los transformadores. Aquí $\mathbf{I}_G = \mathbf{I}_{línea} = \mathbf{I}_{carga}$. La corriente de línea en este sistema está dada por

$$\begin{aligned}\mathbf{I}_{línea} &= \frac{\mathbf{V}}{Z_{línea} + Z_{carga}} \\ &= \frac{480\angle 0°\ \text{V}}{(0.18\ \Omega + j0.24\ \Omega) + (4\ \Omega + j3\ \Omega)} \\ &= \frac{480\angle 0°}{4.18 + j3.24} = \frac{480\angle 0°}{5.29\angle 37.8°} \\ &= 90.8\angle -37.8°\ \text{A}\end{aligned}$$

Entonces el voltaje en la carga es

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_{carga} &= \mathbf{I}_{línea}\, Z_{carga} \\ &= (90.8\angle -37.8°\ \text{A})(4\ \Omega + j3\ \Omega) \\ &= (90.8\angle -37.8°\ \text{A})(5\angle 36.9°\ \Omega) \\ &= 454\angle -0.9°\ \text{V}\end{aligned}$$

y las pérdidas en la línea son

$$\begin{aligned}P_{loss} &= (I_{línea})^2 R_{línea} \\ &= (90.8\ \text{A})^2\ (0.18\ \Omega) = 1484\ \text{W}\end{aligned}$$

b) La figura 2-6*b* muestra el sistema de potencia con los transformadores. Para analizar este sistema es necesario reducirlo a un nivel de voltaje común, lo cual se logra en los dos pasos siguientes:

1. Eliminar el transformador T_2 refiriendo la carga al lado del transformador sobre la línea de transmisión.
2. Eliminar el transformador T_1 refiriendo los elementos de la línea de transmisión y el equivalente de la carga en el voltaje de la línea de transmisión, al lado de la fuente.

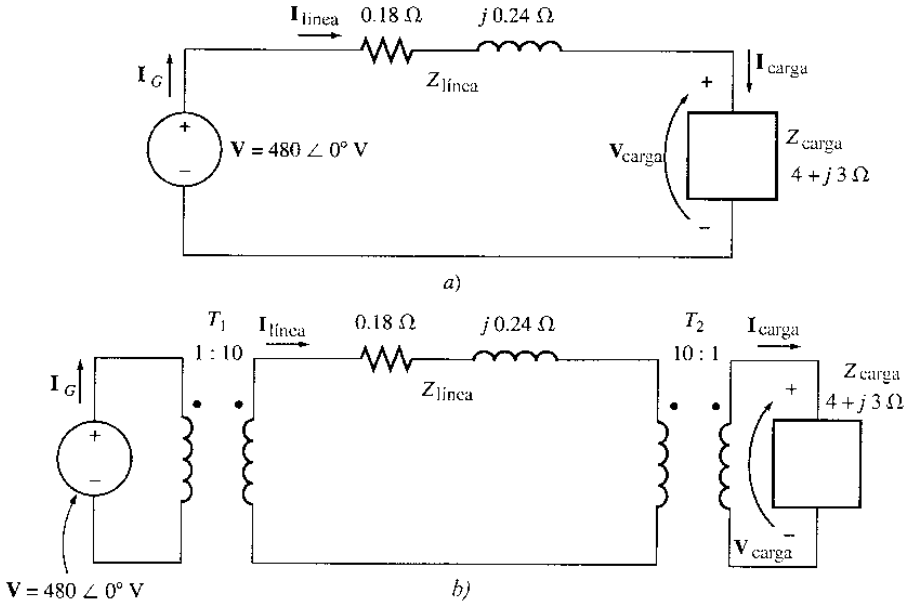


Figura 2-6
Sistema de potencia del ejemplo 2-1 *a*) sin y *b*) con transformadores en los extremos de la línea de transmisión.

El valor de la impedancia de carga, cuando se refleja en el lado de la línea de transmisión, es

$$\begin{aligned} Z'_{carga} &= a^2 Z_{carga} \\ &= \left(\frac{10}{1}\right)^2 (4\ \Omega + j3\ \Omega) \\ &= 400\ \Omega + j300\ \Omega \end{aligned}$$

Ahora la impedancia total en el nivel de la línea de transmisión es

$$\begin{aligned} Z_{eq} &= Z_{línea} + Z'_{carga} \\ &= 400.18 + j300.24\ \Omega = 500.3 \angle 36.88°\ \Omega \end{aligned}$$

Este circuito equivalente se muestra en la figura 2-7*a*. La impedancia total en el nivel de la línea de transmisión ($Z_{línea} + Z_{carga}$) se refleja a través de T_1 al nivel de voltaje de la fuente:

$$\begin{aligned} Z'_{eq} &= a^2 Z_{eq} \\ &= a^2(Z_{línea} + Z'_{carga}) \\ &= \left(\frac{1}{10}\right)^2 (0.18\ \Omega + j0.24\ \Omega + 400\ \Omega + j300\ \Omega) \\ &= (0.0018\ \Omega + j0.0024\ \Omega + 4\ \Omega + j3\ \Omega) \\ &= 5.003 \angle 36.88°\ \Omega \end{aligned}$$

Nótese que $Z''_{\text{carga}} = 4 + j3\ \Omega$ y $Z'_{\text{línea}} = 0.0018 + j0.0024\ \Omega$. El circuito equivalente resultante se muestra en la figura 2-7*b*. La corriente del generador es

$$\mathbf{I}_G = \frac{480\angle 0^\circ\ \text{V}}{5.003\angle 36.88^\circ\ \Omega} = 95.94\angle -36.88^\circ\ \text{A}$$

Conociendo la corriente $\mathbf{I}_G$, se puede retroceder y encontrar $\mathbf{I}_{\text{línea}}$ e $\mathbf{I}_{\text{carga}}$. El cálculo a través de T_1 da

$$\begin{aligned} N_{P1}\mathbf{I}_G &= N_{S1}\mathbf{I}_{\text{línea}} \\ \mathbf{I}_{\text{línea}} &= \frac{N_{P1}}{N_{S1}}\mathbf{I}_G \\ &= \frac{1}{10}(95.94\angle -36.88^\circ\ \text{A}) = 9.594\angle -36.88^\circ\ \text{A} \end{aligned}$$

y a través de T_2 da

$$\begin{aligned} N_{P2}\mathbf{I}_{\text{línea}} &= N_{S2}\mathbf{I}_{\text{carga}} \\ \mathbf{I}_{\text{carga}} &= \frac{N_{P2}}{N_{S2}}\mathbf{I}_{\text{línea}} \\ &= \frac{10}{1}(9.594\angle -36.88^\circ\ \text{A}) = 95.94\angle -36.88^\circ\ \text{A} \end{aligned}$$

Ahora es posible responder la pregunta original. El voltaje en la carga está dado por

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_{\text{carga}} &= \mathbf{I}_{\text{carga}}\mathbf{Z}_{\text{carga}} \\ &= (95.94\angle -36.88^\circ\ \text{A})(5\angle 36.87^\circ\ \Omega) \\ &= 479.7\angle -0.01^\circ\ \text{V} \end{aligned}$$

y las pérdidas en la línea están dadas por

$$\begin{aligned} P_{\text{loss}} &= (I_{\text{línea}})^2 R_{\text{línea}} \\ &= (9.594\ \text{A})^2\ (0.18\ \Omega) = 16.7\ \text{W} \end{aligned}$$

●

Nótese que elevando el voltaje de transmisión del sistema de potencia se reducen las pérdidas de transmisión en un factor cercano a 90. También, el voltaje en la carga presenta una caída mucho menor en el sistema con transformadores que en el sistema sin transformadores. Este sencillo ejemplo ilustra la ventaja de utilizar voltajes más altos en las líneas de transmisión, así como la extrema importancia de los transformadores en los sistemas de potencia modernos.

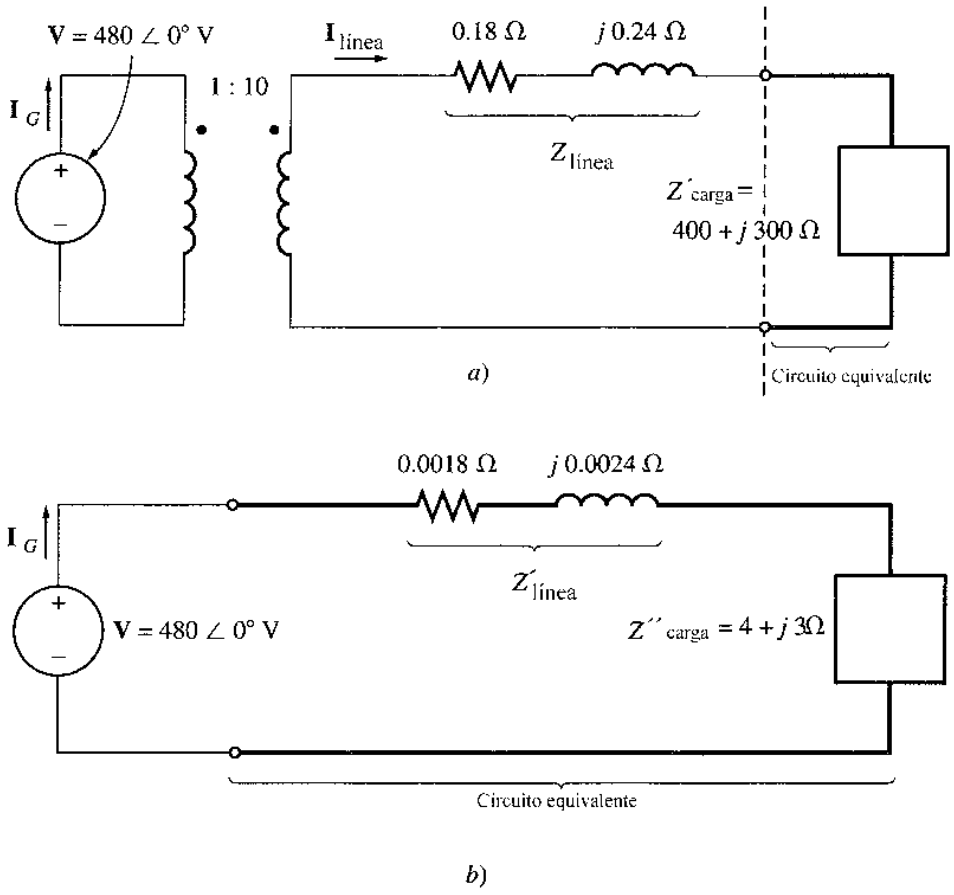


Figura 2-7

a) Sistema con la carga referida al nivel de voltaje dc la línea de transmisión. *b*) Sistema con la carga y línea de transmisión referidas al nivel de voltaje del generador.

2-4 TEORÍA DE OPERACIÓN DE TRANSFORMADORES MONOFÁSICOS REALES

Los transformadores ideales descritos en la sección 2-3 no pueden ser fabricados, sino los transformadores reales: dos o más bobinas de alambre físicamente enrollado alrededor de un núcleo ferromagnético. Las características de un transformador real se aproximan a las de un transformador ideal pero sólo hasta cierto punto. Esta sección se refiere al comportamiento de los transformadores reales.

Para entender la operación del transformador real, remítase a la figura 2-8, que muestra un transformador que consta de dos bobinas de alambre enrolladas alrededor de un núcleo. El primario del transformador está conectado a una fuente de potencia alterna, y el devanado secundario está abierto. La curva de histéresis del transformador se muestra en la figura 2-9.

La base de operación del transformador puede derivarse de la ley de Faraday:

$$e_{\text{ind}} = \frac{d\lambda}{dt} \tag{1-41}$$

donde λ es el flujo ligado en la bobina a través de la cual se induce el voltaje. El flujo ligado λ es la suma del flujo que pasa a través de cada vuelta de la bobina tomadas todas las vueltas de la bobina:

$$\lambda = \sum_{i=1}^{N} \phi_i \tag{1-42}$$

El flujo ligado total a través de la bobina no es justamente $N\phi$, donde N es el número de vueltas de la bobina, puesto que el flujo que pasa a través de cada vuelta de la bobina es ligeramente diferente al de las demás, dependiendo de la posición de la vuelta dentro de la bobina.

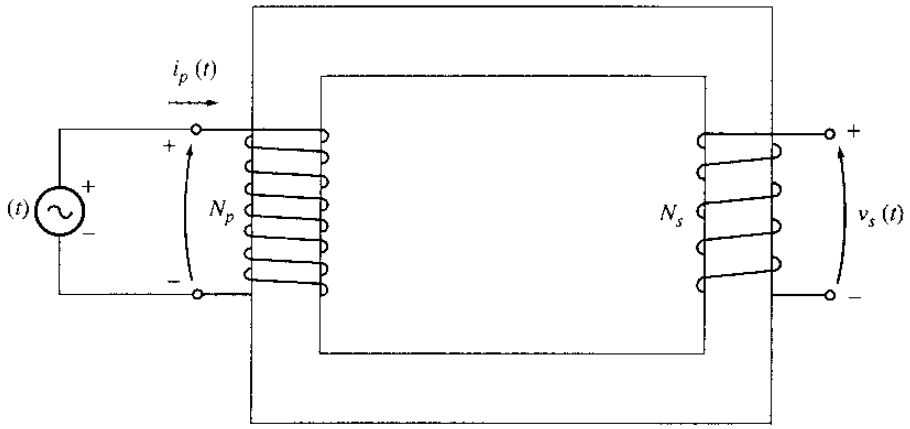


Figura 2-8
Diagrama de un transformador real sin carga conectada al secundario.

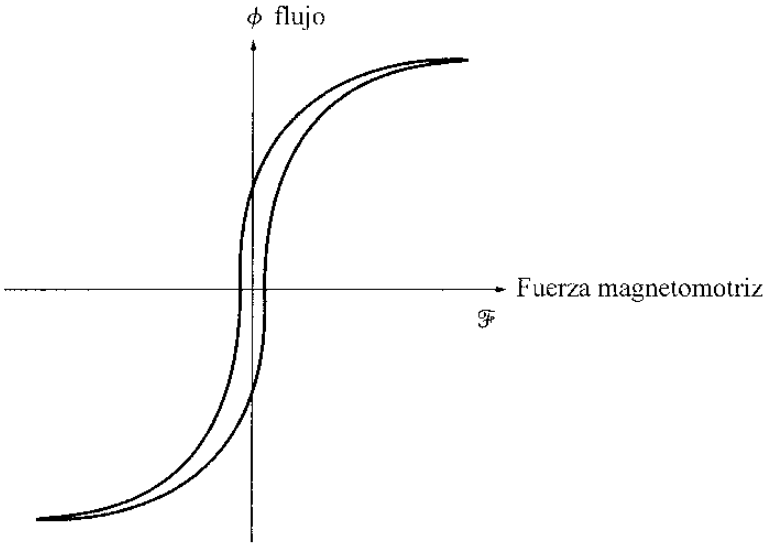


Figura 2-9
Curva de histéresis del transformador.

Sin embargo, es posible definir el flujo *medio* en una bobina. Si el flujo ligado total en todas las vueltas de la bobina es λ y si hay N vueltas, entonces el *flujo medio por vuelta* está dado por

$$\bar{\phi} = \frac{\lambda}{N} \tag{2-16}$$

y la ley de Faraday puede escribirse como

$$e_{\text{ind}} = N \frac{d\bar{\phi}}{dt} \tag{2-17}$$

Relación de voltaje en el transformador

Si el voltaje de la fuente en la figura 2-8 es $v_p(t)$, y está aplicado directamente a través de las bobinas del devanado primario del transformador, ¿cómo reaccionará el transformador a este voltaje aplicado? La ley de Faraday explica lo que ocurre. Cuando la ecuación (2-17) se soluciona para el flujo medio presente en el devanado primario del transformador, el resultado es

$$\bar{\phi} = \frac{1}{N_P} \int v_P(t) dt \tag{2-18}$$

Esta ecuación establece que el flujo medio en el devanado es proporcional a la integral del voltaje aplicado al devanado y la constante de proporcionalidad es el inverso del número de vueltas del devanado primario $1/N_P$.

Este flujo está presente en la *bobina primaria* del transformador. ¿Qué efecto tendrá en la bobina secundaria del transformador? El efecto depende de cuánto flujo llega a la bobina secundaria. No todo el flujo producido en la bobina primaria atraviesa la bobina secundaria pues algunas de las líneas de flujo abandonan el núcleo de hierro y pasan a través del aire (*véase* figura 2-10). La porción del flujo que atraviesa una de las bobinas del transformador, pero no la otra, se llama *flujo disperso.* El flujo de la bobina primaria del transformador puede dividirse en dos componentes: un *flujo mutuo*, que permanece en el núcleo y liga ambos devanados, y un *flujo disperso* pequeño que pasa a través de la bobina primaria pero retorna a ella a través del aire, sin cruzar por la bobina secundaria.

$$\boxed{\bar{\phi}_P = \phi_M + \phi_{\text{LP}}} \tag{2-19}$$

donde $\bar{\phi}_P$ = flujo medio total en el primario
ϕ_M = componente del flujo que liga los dos devanados (primario y secundario)
ϕ_{LP} = flujo disperso en el devanado primario

El flujo del devanado secundario también se divide en flujo mutuo y flujo ligado, que pasa a través del devanado secundario pero retorna a él a través del aire sin tocar el devanado primario:

$$\boxed{\bar{\phi}_S = \phi_M + \phi_{\text{LS}}} \tag{2-20}$$

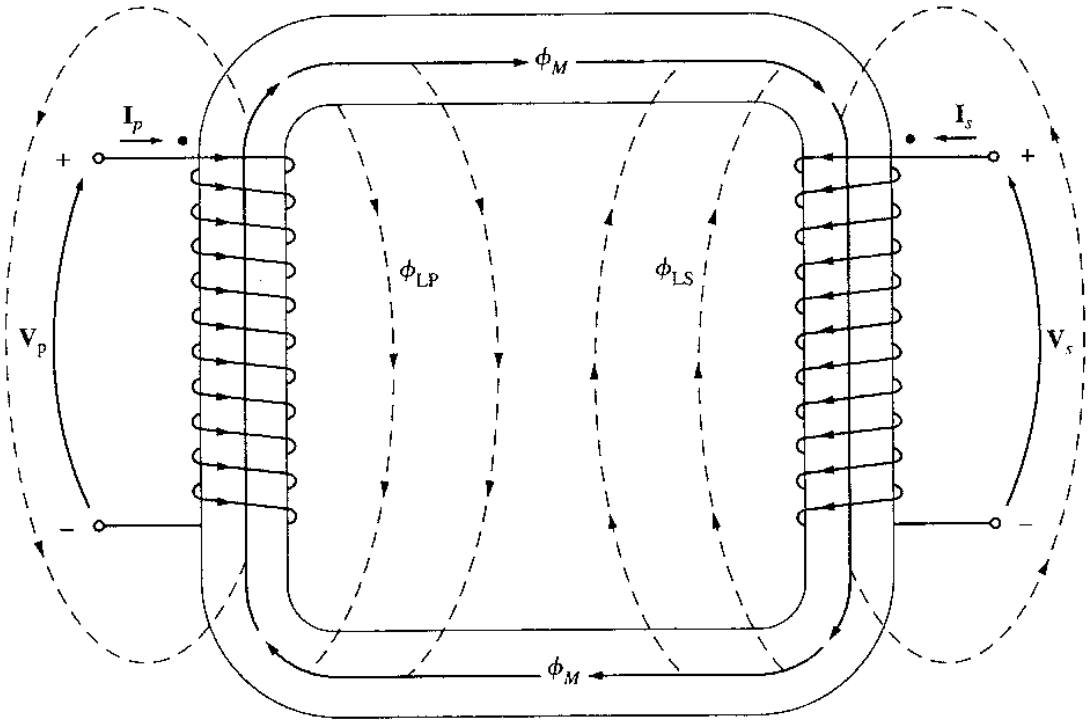


Figura 2-10
Flujos mutuo y disperso en un núcleo de transformador.

donde $\overline{\phi}_S$ = flujo medio total del devanado secundario
ϕ_M = componente del flujo que liga ambos devanados (primario y secundario)
ϕ_{LS} = flujo disperso del devanado secundario

Con la división del flujo medio primario en flujos mutuo y disperso, la ley de Faraday para el circuito primario puede expresarse como

$$v_P(t) = N_P \frac{d\overline{\phi}_P}{dt}$$
$$= N_P \frac{d\phi_M}{dt} + N_P \frac{d\phi_{LP}}{dt} \tag{2-21}$$

El primer miembro de esta expresión puede ser llamado $e_P(t)$, y el segundo $e_{LP}(t)$. De este modo, la ecuación (2-21) puede escribirse

$$v_P(t) = e_P(t) + e_{LP}(t) \tag{2-22}$$

El voltaje en la bobina secundaria del transformador puede expresarse, en términos de la ley de Faraday, como

$$v_S(t) = N_S \frac{d\bar{\phi}_S}{dt}$$

$$= N_S \frac{d\phi_M}{dt} + N_S \frac{d\phi_{LS}}{dt} \quad (2\text{-}23)$$

$$= e_S(t) + e_{LS}(t) \quad (2\text{-}24)$$

El voltaje primario *debido a los flujos mutuos* está dado por

$$e_P(t) = N_P \frac{d\phi_M}{dt} \quad (2\text{-}25)$$

y el voltaje secundario *debido a los flujos mutuos* está dado por

$$e_S(t) = N_S \frac{d\phi_M}{dt} \quad (2\text{-}26)$$

Nótese de estas dos relaciones que

$$\frac{e_P(t)}{N_P} = \frac{d\phi_M}{dt} = \frac{e_S(t)}{N_S}$$

Por tanto,

$$\boxed{\frac{e_P(t)}{e_S(t)} = \frac{N_P}{N_S} = a} \quad (2\text{-}27)$$

Esta ecuación significa que *la relación entre el voltaje primario causado por el flujo mutuo, y el voltaje secundario causado por el flujo mutuo, es igual a la relación de vueltas del transformador.* Puesto que en un transformador bien diseñado $\phi_M >> \phi_{LP}$ y $\phi_M >> f_{LS}$, la relación entre el voltaje total en el primario y el voltaje total en el secundario del transformador es aproximadamente

$$\frac{v_P(t)}{v_S(t)} = \frac{N_P}{N_S} = a \quad (2\text{-}28)$$

Cuanto menores sean los flujos dispersos en el transformador, más exacta será la aproximación a la relación de vueltas del transformador ideal analizado en la sección 2-3.

Corriente de magnetización en un transformador real

Cuando una fuente de potencia alterna se conecta a un transformador, como se muestra en la figura 2-8, la corriente fluye en su circuito primario, *aun cuando el circuito secundario esté abierto.* Esta corriente es la requerida para producir flujo en un núcleo ferromagnético real, como se explicó en el capítulo 1. Esta corriente tiene dos componentes:

1. La *corriente de magnetización* i_M, requerida para producir el flujo en el núcleo del transformador.

2. La *corriente de pérdidas en el núcleo* i_{h+e}, requerida por el fenómeno de histéresis y por las corrientes parásitas.

La figura 2-11 muestra la curva de magnetización típica del núcleo de un transformador. Si se conoce el flujo del núcleo, se puede encontrar la magnitud de la corriente de magnetización directamente de la figura 2-11.

Ignorando momentáneamente los efectos de la dispersión de flujo, el flujo medio en el núcleo está dado por

$$\overline{\phi} = \frac{1}{N_P}\int v_P(t)dt \tag{2-18}$$

Si el voltaje primario está dado por la expresión $v_P(t) = V_M \cos \omega t$ V, el flujo resultante será

$$\begin{aligned}\overline{\phi} &= \frac{1}{N_P}\int V_M \cos \omega t \, dt \\ &= \frac{V_M}{\omega N_P} \operatorname{sen} \omega t \quad \text{Wb}\end{aligned} \tag{2-29}$$

Si los valores de la corriente requerida para producir un flujo dado (figura 2-11*a*) se comparan con el flujo del núcleo en diferentes tiempos, es posible construir una gráfica para la corriente de magnetización del devanado en el núcleo. Tal gráfica se muestra en la figura 2-11*b*. Nótense los siguientes aspectos acerca de la corriente de magnetización:

1. La corriente de magnetización en el transformador no es sinusoidal. Las componentes de más altas frecuencias de la corriente de magnetización se deben a la saturación magnética del núcleo del transformador.
2. Una vez que el pico del flujo alcanza el punto de saturación en el núcleo, un pequeño incremento en el flujo pico requiere un incremento muy grande en la corriente pico de magnetización.
3. La componente fundamental de la corriente de magnetización atrasa el voltaje aplicado al núcleo en 90°.
4. Las componentes de más altas frecuencias de la corriente de magnetización pueden ser bastante mayores con respecto a la de frecuencia fundamental. En general, cuanto más fuerte sea el proceso de saturación del núcleo, mayores serán las componentes armónicas.

La otra componente de la corriente de vacío en un transformador es la corriente requerida para suministrar potencia al proceso de histéresis y a las pérdidas por corrientes parásitas en el núcleo, es decir, es la corriente de pérdidas en el núcleo. Suponga que el flujo en el núcleo es sinusoidal. Puesto que las corrientes parásitas en el núcleo son proporcionales a $d\phi/dt$, serán mayores cuando el flujo pasa por 0 Wb. Por tanto, la corriente de pérdidas en el núcleo es máxima cuando el flujo pasa por cero. La corriente total requerida para compensar las pérdidas en el núcleo se muestra en la figura 2-12.

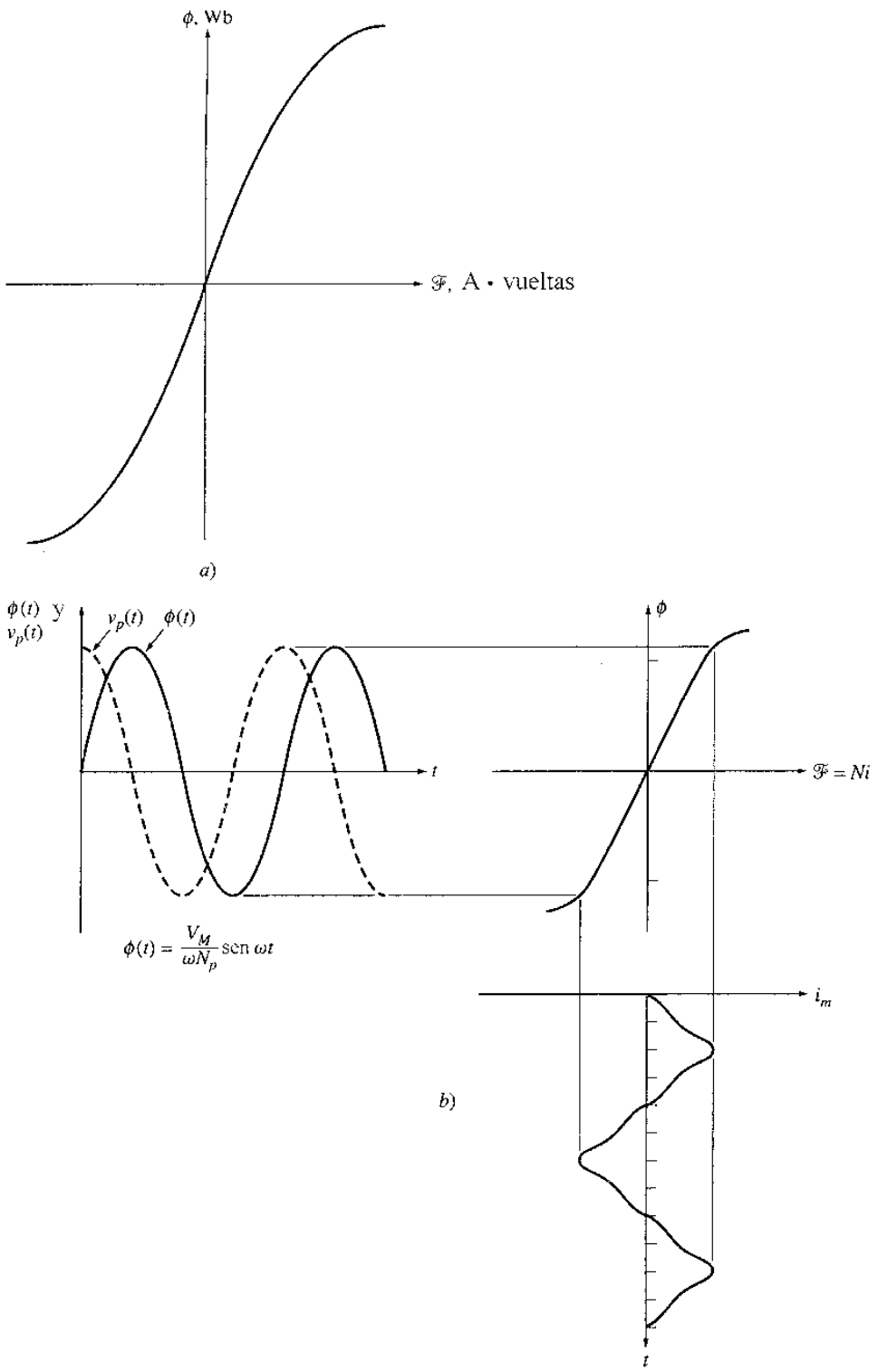


Figura 2-11

a) Curva de magnetización del núcleo del transformador. *b*) Corriente de magnetización causada por el flujo en el núcleo del transformador.

Ténganse en cuenta los siguientes aspectos referentes a la corriente de pérdidas en el núcleo:

1. La corriente de pérdidas en el núcleo no es lineal debido a los efectos no lineales de la histéresis.
2. La componente fundamental de la corriente de pérdidas en el núcleo está en fase con el voltaje aplicado.

La corriente total de vacío en el núcleo se llama *corriente de excitación* del transformador y es justamente la suma de la corriente de magnetización y la corriente de pérdidas en el núcleo:

$$i_{ex} = i_m + i_{h+e} \tag{2-30}$$

La corriente total de excitación en el núcleo típico de un transformador se muestra en la figura 2-13.

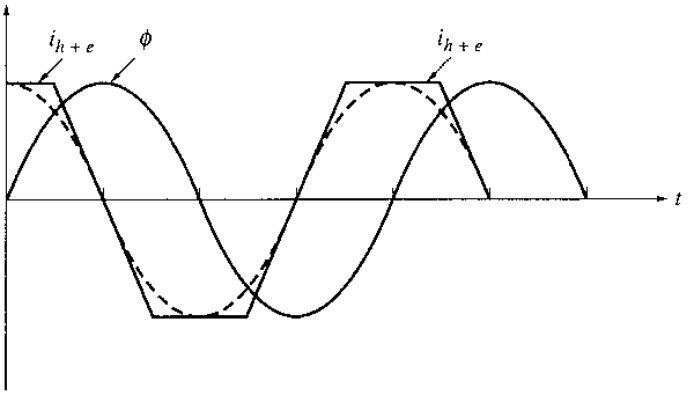


Figura 2-12
Corriente de pérdidas en el transformador.

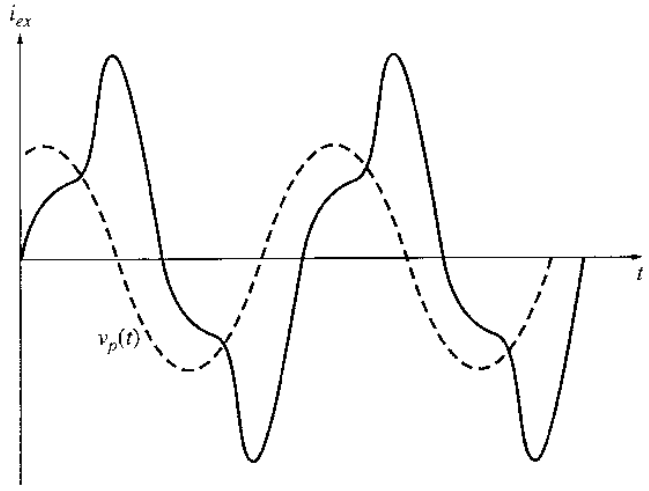


Figura 2-13
Corriente total de excitación en un transformador.

Relación de corriente en un transformador y convención de puntos

Suponga ahora que se conecta una carga al secundario del transformador. El circuito resultante se muestra en la figura 2-14. Nótense los puntos en los devanados del transformador. Como en el transformador ideal antes descrito, los puntos ayudan a determinar la polaridad de los voltajes y corrientes sin tener que recurrir a la inspección física de los devanados. El significado físico de la convención de puntos es que *una corriente que fluye hacia un devanado, por su extremo marcado con punto, produce una fuerza magnetomotriz positiva* $\mathcal{F}$, en tanto que una corriente que fluye hacia dentro del devanado, por el extremo no marcado con punto, produce una fuerza magnetomotriz negativa. Por lo anterior, dos corrientes que fluyen hacia adentro, por los extremos marcados con punto en sus respectivos devanados, producen fuerzas magnetomotrices que se adicionan. Si una corriente fluye hacia dentro de un devanado, por el extremo marcado con punto, y otra corriente fluye hacia fuera del devanado por su extremo marcado con punto, las fuerzas magnetomotrices se restarán entre sí.

En la situación mostrada en la figura 2-14, la corriente primaria produce una fuerza magnetomotriz positiva $\mathcal{F}_P = N_P i_P$, y la corriente secundaria produce una fuerza magnetomotriz negativa $\mathcal{F}_S = N_S i_S$. Entonces, la fuerza magnetomotriz neta en el núcleo será

$$\mathcal{F}_{\text{net}} = N_P i_P - N_S i_S \tag{2-31}$$

Esta fuerza magnetomotriz neta debe producir el flujo neto en el núcleo y debe ser igual a

$$\mathcal{F}_{\text{net}} = N_P i_P - N_S i_S = \phi \mathcal{R} \tag{2-32}$$

donde $\mathcal{R}$ es la reluctancia del núcleo del transformador. Puesto que la reluctancia del núcleo de un transformador bien diseñado es muy pequeña (cercana a cero), hasta tanto el núcleo esté saturado, la relación entre las corrientes primaria y secundaria es aproximadamente

$$\mathcal{F}_{\text{net}} = N_P i_P - N_S i_S \approx 0 \tag{2-33}$$

en tanto el núcleo se haya saturado. Entonces,

$$\boxed{N_P i_P \approx N_S i_S} \tag{2-34}$$

o

$$\boxed{\frac{i_P}{i_S} \approx \frac{N_S}{N_P} = \frac{1}{a}} \tag{2-35}$$

El hecho de que la fuerza magnetomotriz en el núcleo esté cercana a cero da significado a la convención de puntos de la sección 2-3. Para que la fuerza magnetomotriz sea aproximadamente cero, la corriente debe fluir *hacia dentro por uno de los terminales marcados y hacia fuera por el otro.* Los voltajes deben generarse de la misma forma, con respecto a los puntos en cada devanado, para impulsar las corrientes en la dirección requerida (la polaridad de los voltajes también puede determinarse mediante la ley de Lenz, si se ve la conformación de las bobinas del transformador).

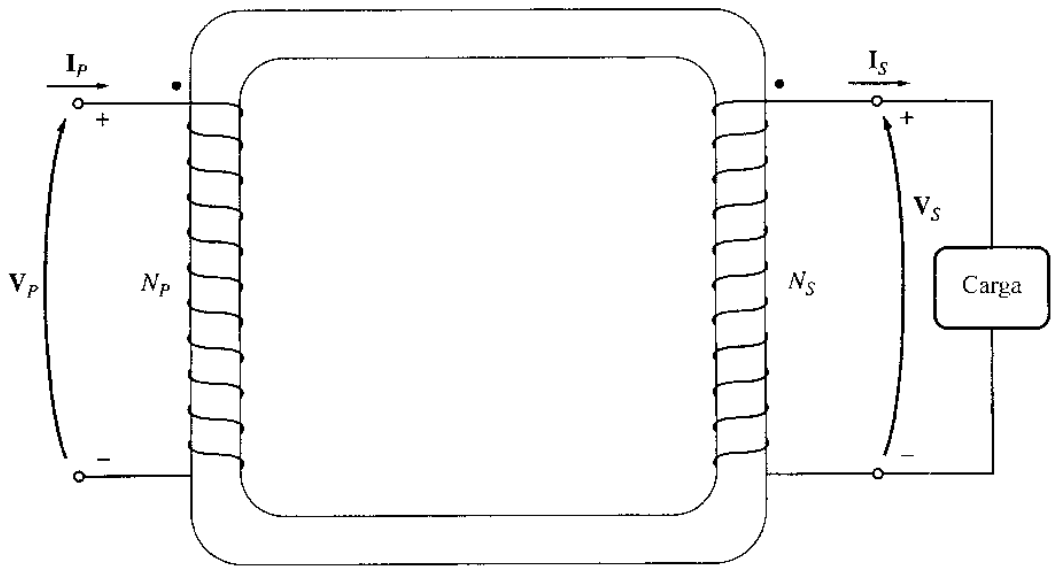


Figura 2-14
Transformador real con carga conectada a su secundario.

¿Qué se debe suponer para convertir un transformador real en el transformador ideal descrito anteriormente? Los siguientes aspectos:

1. El núcleo no debe tener histéresis o corrientes parásitas.
2. La curva de magnetización debe tener la forma mostrada en la figura 2-15. Nótese que para un núcleo no saturado, la fuerza magnetomotriz neta $\mathcal{F}_{net} = 0$, lo cual implica que $N_p i_p = N_S i_S$.
3. El flujo disperso en el núcleo debe ser cero; esto implica que todo el flujo en el núcleo liga ambos devanados.
4. La resistencia de los devanados del transformador debe ser cero.

Aunque estas condiciones no se cumplan del todo, los transformadores de potencia bien diseñados están cerca de ellas.

2-5 CIRCUITO EQUIVALENTE DE UN TRANSFORMADOR

Las pérdidas que ocurren en los transformadores reales deben tenerse en cuenta en cualquier modelo aproximado del transformador. Los principales ítems que deben tenerse en cuenta para la construcción de tal modelo son:

1. *Pérdidas en el cobre* (I^2R). Son pérdidas por calentamiento resistivo *en los devanados primario y secundario* del transformador. Son proporcionales al cuadrado de la corriente en los devanados.

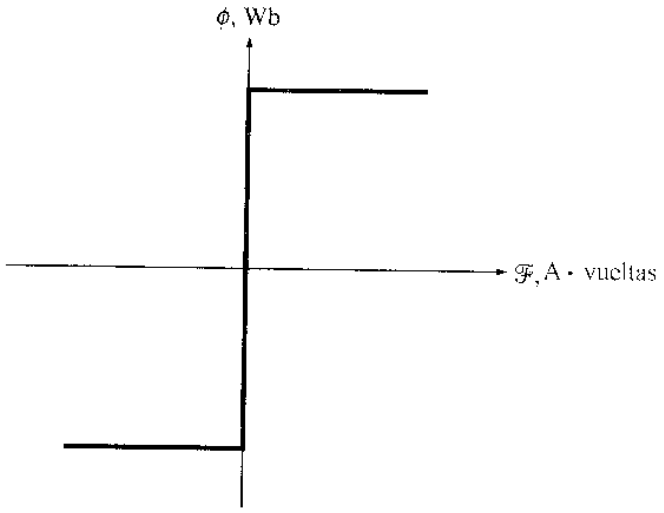


Figura 2-15
Curva de magnetización de un transformador ideal.

2. *Pérdidas por corrientes parásitas.* Pérdidas por calentamiento resistivo *en el núcleo* del transformador. Son proporcionales al cuadrado del voltaje aplicado al transformador.
3. *Pérdidas por histéresis.* Están relacionadas con los reordenamientos de los dominios magnéticos en el núcleo durante cada semiciclo, como se explicó en el capítulo 1. Son una función compleja no lineal del voltaje aplicado al transformador.
4. *Flujo disperso.* Los flujos ϕ_{LP} y ϕ_{LS} que escapan del núcleo y pasan únicamente a través de uno de los devanados del transformador son flujos dispersos. Esta fuga de flujos produce una *autoinductancia* en las bobinas primaria y secundaria, y sus efectos deben tenerse en cuenta.

Circuito equivalente exacto de un transformador real

Es posible elaborar un circuito equivalente que tenga en cuenta las principales imperfecciones de los transformadores reales. Se considera cada una de estas imperfecciones y sus efectos se incluyen en el modelo de transformador.

El efecto más sencillo de modelar son las pérdidas en el cobre: pérdidas resistivas en los devanados primario y secundario del transformador. Se modelan disponiendo un resistor R_P en el circuito primario y un resistor R_S en el circuito secundario del transformador.

Como se explicó en la sección 2.4, el flujo disperso en el devanado primario ϕ_{LP} produce un voltaje $e_{LP}(t)$ dado por

$$e_{LP}(t) = N_P \frac{d\phi_{LP}}{dt} \tag{2-36a}$$

y el flujo disperso en el devanado secundario ϕ_{LS} produce un voltaje e_{LS} dado por

$$e_{LS}(t) = N_S \frac{d\phi_{LS}}{dt} \tag{2-36b}$$

Puesto que mucho del recorrido del flujo disperso es a través del aire, y dado que la reluctancia del aire es constante y mucho mayor que la del núcleo, el flujo es directamente proporcional a la corriente primaria i_P y el flujo ϕ_{LS} es directamente proporcional a la corriente secundaria i_S.

$$\phi_{LP} = (\mathcal{P} N_P) i_P \tag{2-37a}$$

$$\phi_{LS} = (\mathcal{P} N_S) i_S \tag{2-37b}$$

donde $\mathcal{P}$ = permeancia del camino del flujo
N_P = número de vueltas de la bobina primaria
N_S = número de vueltas de la bobina secundaria

Sustituyendo las ecuaciones (2-37) en las ecuaciones (2-36) resulta

$$e_{LP}(t) = N_P \frac{d}{dt}(\mathcal{P} N_P) i_P = N_P^2 \mathcal{P} \frac{di_P}{dt} \tag{2-38a}$$

$$e_{LS}(t) = N_S \frac{d}{dt}(\mathcal{P} N_S) i_S = N_S^2 \mathcal{P} \frac{di_S}{dt} \tag{2-38b}$$

Las constantes en estas ecuaciones pueden agruparse; entonces

$$\boxed{e_{LP}(t) = L_P \frac{di_P}{dt}} \tag{2-39a}$$

$$\boxed{e_{LS}(t) = L_S \frac{di_S}{dt}} \tag{2-39b}$$

donde $L_P = N_P^2 \mathcal{P}$ es la autoinductancia de la bobina primaria y $L_S = N_S^2 \mathcal{P}$ es la autoinductancia de la bobina secundaria. Por consiguiente, el flujo disperso será modelado por inductancia en el primario y el secundario.

¿Cómo pueden modelarse los efectos de excitación en el núcleo? La corriente de magnetización i_m es proporcional (en la región no saturada) al voltaje aplicado al núcleo y *atrasa el voltaje aplicado en 90°*, por tanto puede modelarse por una reactancia X_M conectada a través de la fuente de voltaje primario. La corriente de pérdidas en el núcleo i_{h+e} es proporcional al voltaje aplicado al núcleo que *está en fase con el voltaje aplicado,* tal que puede ser modelado por una resistencia R_C conectada a través de la fuente de voltaje primario (recuerde que estas dos corrientes son no lineales realmente y la inductancia X_M y la resistencia R_C son, a lo sumo, aproximaciones de los efectos reales de la excitación).

El circuito equivalente resultante se muestra en la figura 2-16. Nótese que todos los elementos que forman la rama de excitación están colocados adentro, detrás de la resistencia R_P y la inductancia L_P primarias. Esto se debe a que el voltaje actualmente aplicado es en realidad igual al voltaje de entrada menos las caídas internas de voltaje en los devanados.

Aunque la figura 2-16 es un modelo correcto de un transformador, no es la más utilizada. Normalmente, para hacer un análisis práctico de circuitos que contienen transformadores se requiere convertir el circuito completo en un circuito equivalente de un único nivel de voltaje (tal conversión se hizo en el ejemplo 2-1). Por supuesto, el circuito equivalente debe ser referido a su lado primario o a su lado secundario para solucionar el ejercicio. La figura 2-17*a* es el circuito equivalente del transformador, referido a su lado primario, y la figura 2-17*b* es el circuito equivalente, referido a su lado secundario.

Circuitos equivalentes aproximados de un transformador

Los modelos de transformador mostrados son, con frecuencia, más complejos que lo requerido en la práctica para obtener buenos resultados. Uno de los principales inconvenientes es que la rama de excitación del modelo añade otro nodo al circuito en análisis, lo cual hace que su solución sea más compleja de lo necesario. La rama de excitación tiene una corriente muy pequeña comparada con la corriente de carga de los transformadores. En efecto, es tan pequeña que en condiciones normales causa una caída de voltaje despreciable en R_P y X_P. Por esta causa, se ha elaborado un circuito equivalente simplificado que opera casi tan bien como el original. Sólo se ha movido la rama de excitación hacia la entrada del circuito, dejando en serie las impedancias primaria y secundaria. Estas impedancias se adicionan dando como resultados los circuitos que se muestran en la figura 2-18*a* y *b*.

En ciertas aplicaciones, la rama de excitación puede omitirse por completo sin ocasionar graves errores. En estos casos, el circuito equivalente del transformador se reduce a los circuitos simples de la figura 2-18*c* y *d*.

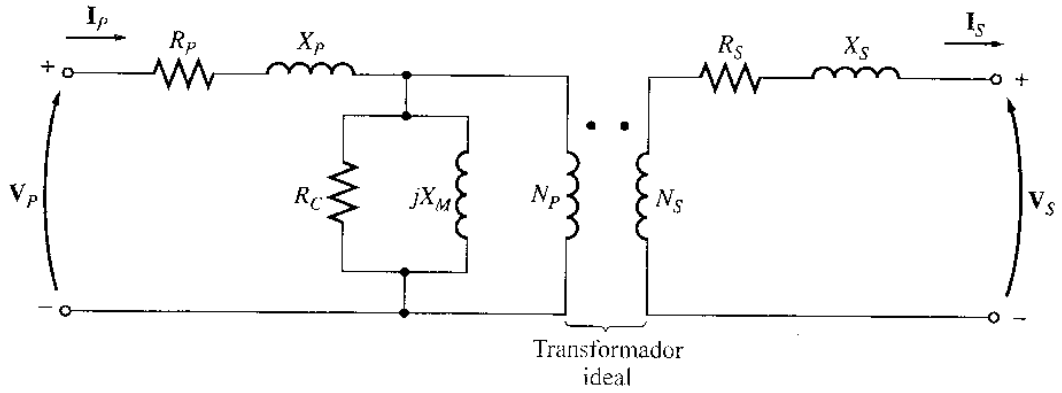


Figura 2-16
Modelo de un transformador real.

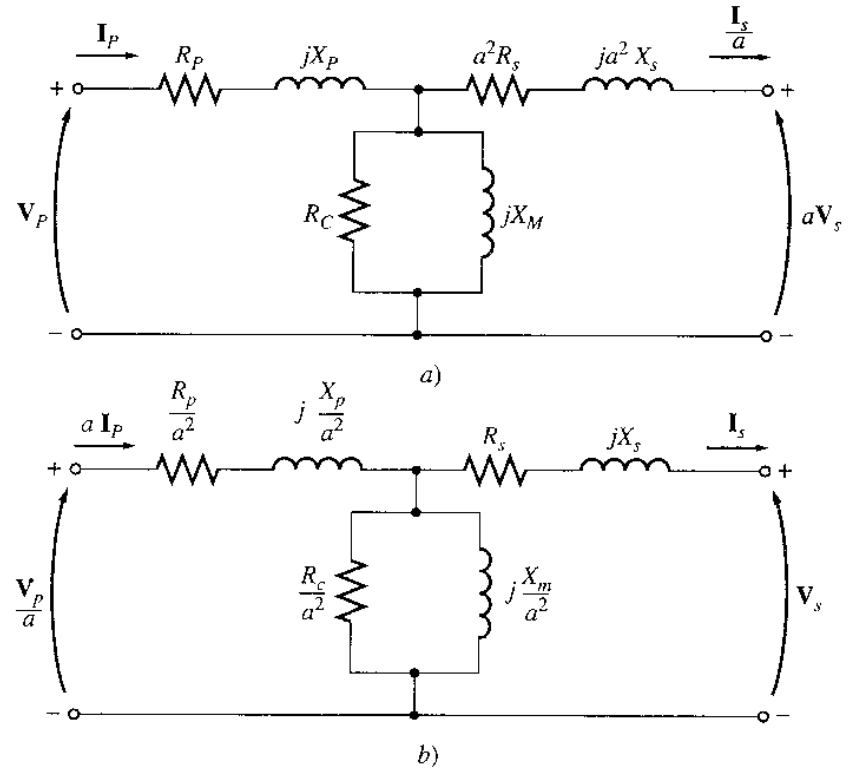


Figura 2-17

a) Modelo de transformador referido a su nivel de voltaje primario. *b*) Modelo de transformador referido a su nivel de voltaje secundario.

Determinación de los valores de las componentes en el modelo de transformador

Es posible determinar experimentalmente los valores de las resistencias e inductancias del modelo del transformador. Una aproximación adecuada para estos valores se puede lograr con sólo dos ensayos: la prueba de circuito abierto y la prueba de cortocircuito.

En la *prueba de circuito abierto*, se deja abierto el devanado secundario del transformador y el devanado primario se conecta al voltaje pleno nominal. Observe el circuito equivalente de la figura 2-17. En las condiciones descritas, toda la corriente de entrada debe fluir a través de la rama de excitación del transformador. Las componentes en serie R_p y X_p son tan pequeñas, comparadas con R_C y X_M, para ocasionar una caída significativa del voltaje que, esencialmente, todo el voltaje de entrada cae a través de la rama de excitación.

La figura 2-19 muestra las conexiones para la prueba de circuito abierto. Se aplica el voltaje pleno al primario del transformador y se miden el voltaje, la corriente y la potencia de entrada al transformador. Con esta información es posible determinar el factor de potencia, la *magnitud* y el *ángulo* de la impedancia de excitación.

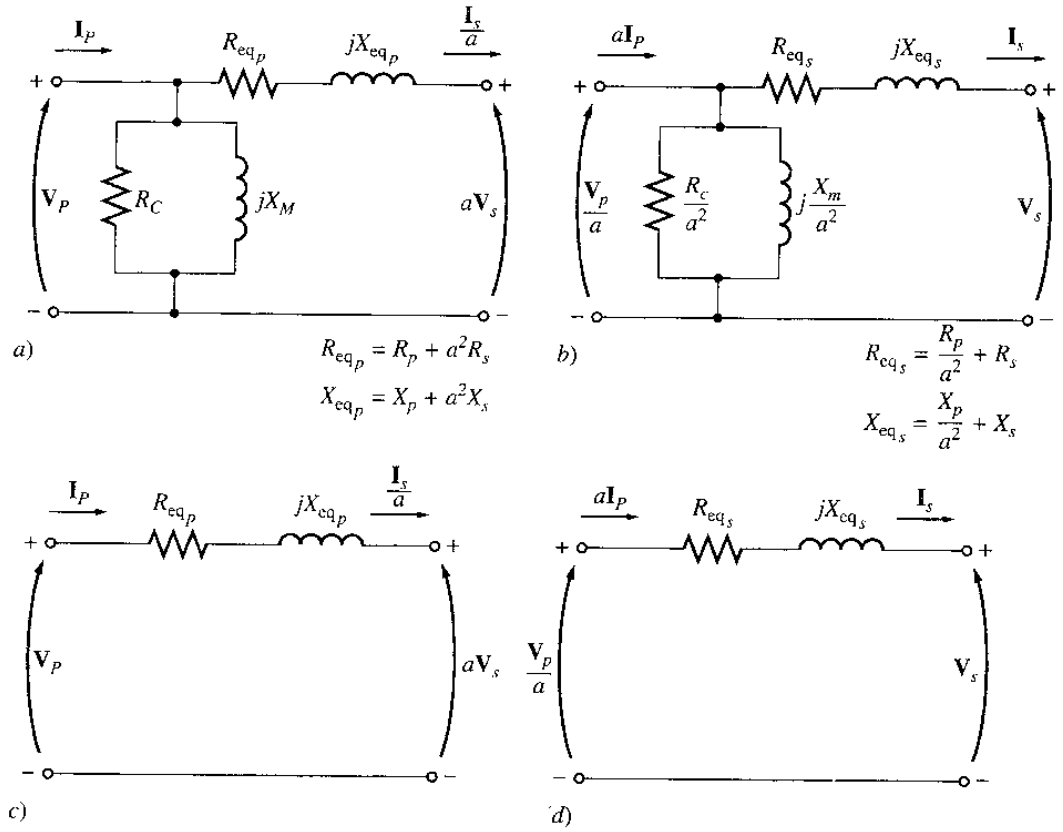


Figura 2-18
Modelos aproximados de un transformador. *a*) Referido al lado primario; *b*) referido al lado secundario; *c*) sin la rama de excitación, referido al lado primario; *d*) sin la rama de excitación, referido al lado secundario.

La forma más fácil para calcular los valores de R_C y X_M consiste en estimar primero *la admitancia* de la rama de excitación. La conductancia de la resistencia de pérdidas en el núcleo está dada por

$$G_C = \frac{1}{R_C} \tag{2-40}$$

y la susceptancia de la inductancia de magnetización es

$$B_M = \frac{1}{X_M} \tag{2-41}$$

Puesto que estos dos elementos están en paralelo, sus admitancias se suman y la admitancia total de la excitación es

$$Y_E = G_C - jB_M \tag{2-42}$$

$$= \frac{1}{R_C} - j\frac{1}{X_M} \tag{2-43}$$

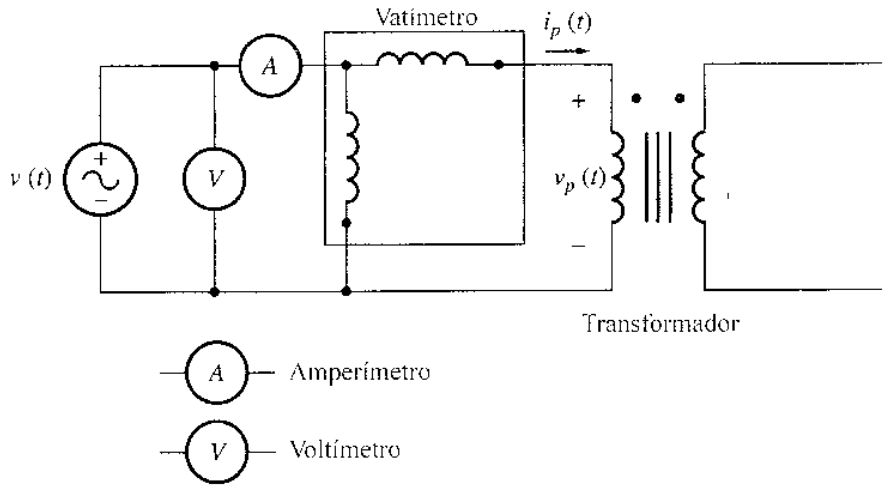


Figura 2-19
Conexión para la prueba de circuito abierto del transformador.

La *magnitud* de la admitancia de excitación (referida al circuito primario) puede calcularse con base los valores de voltaje y corriente de la prueba de circuito abierto:

$$|Y_E| = \frac{I_{OC}}{V_{OC}} \tag{2-44}$$

El *ángulo* de la admitancia puede encontrarse a partir del factor de potencia. El factor de potencia del circuito abierto (PF) está dado por

$$\text{PF} = \cos\theta = \frac{P_{OC}}{V_{OC} I_{OC}} \tag{2-45}$$

y el ángulo θ del factor de potencia es

$$\theta = \cos^{-1} \frac{P_{OC}}{V_{OC} I_{OC}} \tag{2-46}$$

El factor de potencia está siempre en atraso para un transformador real, de modo que el ángulo de la corriente siempre atrasa al voltaje en θ grados. Por tanto, la admitancia Y_E es

$$\begin{aligned} Y_E &= \frac{I_{OC}}{V_{OC}} \angle -\theta \\ &= \frac{I_{OC}}{V_{OC}} \angle -\cos^{-1} \text{PF} \end{aligned} \tag{2-47}$$

Comparando las ecuaciones (2-43) y (2-47), es posible determinar los valores de R_C y X_M directamente de los datos de la prueba de circuito abierto.

En la *prueba de cortocircuito* los terminales del secundario del transformador se cortocircuitan y los del primario se conectan a una fuente adecuada de voltaje, como se muestra en la figura 2-20. El voltaje de entrada se ajusta hasta que la corriente de los devanados cortocircuitados sea igual a su valor nominal (asegúrese de mantener el voltaje primario en un

nivel seguro. No es buena idea quemar los devanados del transformador mientras se intenta probarlo). De nuevo, se miden el voltaje, la corriente y la potencia de entrada.

Puesto que el voltaje de entrada es tan pequeño durante la prueba, la corriente que fluye por la rama de excitación es despreciable. Si la corriente de excitación se ignora, toda la caída de voltaje en el transformador puede ser atribuida a los elementos del circuito en serie. La magnitud de las impedancias en serie, referidas al lado primario del transformador, es

$$|Z_{SE}| = \frac{V_{SC}}{I_{SC}} \tag{2-48}$$

El factor de potencia es

$$\text{PF} = \cos\theta = \frac{P_{SC}}{V_{SC} I_{SC}} \tag{2-49}$$

y está en atraso. El ángulo de la corriente es negativo y el ángulo θ de la impedancia total es positivo:

$$\theta = \cos^{-1} \frac{P_{SC}}{V_{SC} I_{SC}} \tag{2-50}$$

Entonces,

$$Z_{SE} = \frac{V_{SC} \angle 0°}{I_{SC} \angle -\theta°} = \frac{V_{SC}}{I_{SC}} \angle \theta° \tag{2-51}$$

La impedancia en serie, Z_{SE}, es igual a

$$\begin{aligned} Z_{SE} &= R_{eq} + jX_{eq} \\ &= (R_P + a^2 R_S) + j(X_P + a^2 X_S) \end{aligned} \tag{2-52}$$

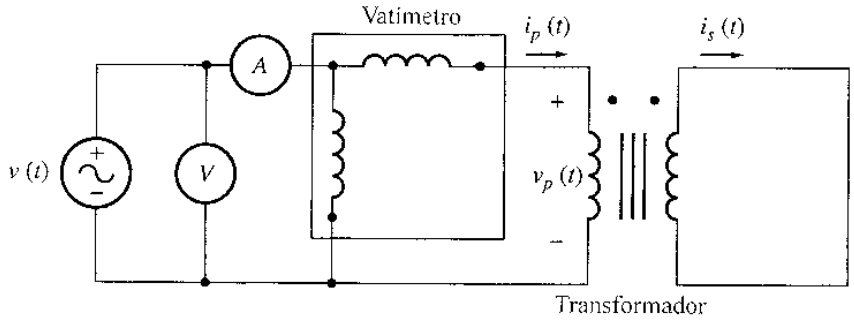


Figura 2-20
Conexión para la prueba de cortocircuito.

Es posible determinar la impedancia total referida al lado primario utilizando esta técnica, pero no hay un camino fácil para dividir las impedancias serie en sus componentes primario y secundario. Por fortuna, esta separación no es necesaria para la solución de los problemas normales.

Estas pruebas también pueden ser realizadas en el lado *secundario* del transformador, si conviene hacerlo así debido a los niveles de voltaje u otras razones. Si las pruebas se hacen en el lado secundario, los resultados darán las impedancias del circuito equivalente, referidas al secundario del transformador y no al primario.

Ejemplo 2-2 Se requiere determinar las impedancias del circuito equivalente de un transformador de 20 kVA, 8000/240 V, 60 Hz. Las pruebas de circuito abierto y cortocircuito se hicieron en el lado primario del transformador y arrojaron los siguientes resultados:

Prueba de circuito abierto (en el primario)			**Prueba de cortocircuito (en el primario)**		
V_{OC}	=	8000 V	V_{SC}	=	489 V
I_{OC}	=	0.214 A	I_{SC}	=	2.5 A
P_{OC}	=	400 W	P_{SC}	=	240 W

Encuentre las impedancias del circuito equivalente aproximado, referido al lado primario, y dibuje el circuito.

Solución. El factor de potencia durante la prueba de *circuito abierto* es

$$\text{PF} = \cos\theta = \frac{P_{OC}}{V_{OC} I_{OC}} \tag{2-45}$$

$$= \cos\theta = \frac{400\text{ W}}{(8000\text{ V})(0.214\text{ A})}$$

$$= 0.234 \quad \text{en atraso}$$

La admitancia de excitación está dada por

$$Y_E = \frac{I_{OC}}{V_{OC}} \angle -\cos^{-1}\text{PF} \tag{2-47}$$

$$= \frac{0.214\text{ A}}{8000\text{ V}} \angle -\cos^{-1} 0.234$$

$$= 0.0000268 \angle -76.5^\circ\ \Omega$$

$$= 0.0000063 - j0.0000261 = \frac{1}{R_C} - j\frac{1}{X_M}$$

Por tanto,

$$R_C = \frac{1}{0.0000063} = 159\text{ k}\Omega$$

$$X_M = \frac{1}{0.0000261} = 38.4\text{ k}\Omega$$

El factor de potencia durante la prueba de *cortocircuito* es

$$\text{PF} = \cos\theta = \frac{P_{SC}}{V_{SC} I_{SC}} \tag{2-49}$$

$$= \cos\theta = \frac{240\text{ W}}{(489\text{ V})(2.5\text{ A})} = 0.196 \text{ en atraso}$$

La impedancia serie está dada por

$$Z_{SE} = \frac{V_{SC}}{I_{SC}} \angle -\cos^{-1}\text{PF}$$

$$= \frac{489\text{ V}}{2.5\text{ A}} \angle 78.7^\circ$$

$$= 195.6 \angle 78.7^\circ = 38.4 + j192\ \Omega$$

Entonces, la resistencia y la reactancia equivalentes son

$$R_{eq} = 38.4\ \Omega \qquad X_{eq} = 192\ \Omega$$

El circuito equivalente resultante se muestra en la figura 2-21. ●

2-6 SISTEMA DE MEDIDA POR UNIDAD

Como se observó en el ejemplo 2-1, relativamente sencillo, la solución de circuitos que contienen transformadores puede ser una operación bastante tediosa dada la necesidad de referir a un nivel común los distintos niveles de voltaje en los diferentes lados de los transformadores del sistema. Sólo cuando haya sido ejecutado este paso, puede resolverse el circuito en cuanto a sus voltajes y corrientes.

Existe otro método para la solución de circuitos que contienen transformadores, el cual elimina la necesidad de hacer explícitas las conversiones de nivel de voltaje en todos los transformadores del sistema. En su lugar, las conversiones necesarias se realizan automáticamente por el método en sí, sin que el usuario deba preocuparse por la transformación de las impedancias. Debido a que tales transformaciones de impedancias pueden omitirse, los circuitos que contienen muchos transformadores pueden resolverse con facilidad y riesgo mínimo de error. Este método de cálculo se conoce como *sistema por unidad (pu)* de medida.

El sistema por unidad tiene otra ventaja que lo hace importante en el estudio de las máquinas y los transformadores eléctricos. Puesto que el tamaño de las máquinas y los transformadores son diversos, sus impedancias internas varían en gran medida. Por ejemplo, una reactancia primaria de 0.1 Ω podría ser un número excesivamente grande para un transformador pero, ridículamente pequeño para otro; todo depende del voltaje y de la potencia nominales del aparato. Sin embargo, en un sistema por unidad relacionado con los valores nominales del aparato, *las impedancias de las máquinas y los transformadores caen regularmente dentro de rangos estrechos* para cada tipo y construcción. Este hecho puede ser de utilidad al verificar la solución de los ejercicios.

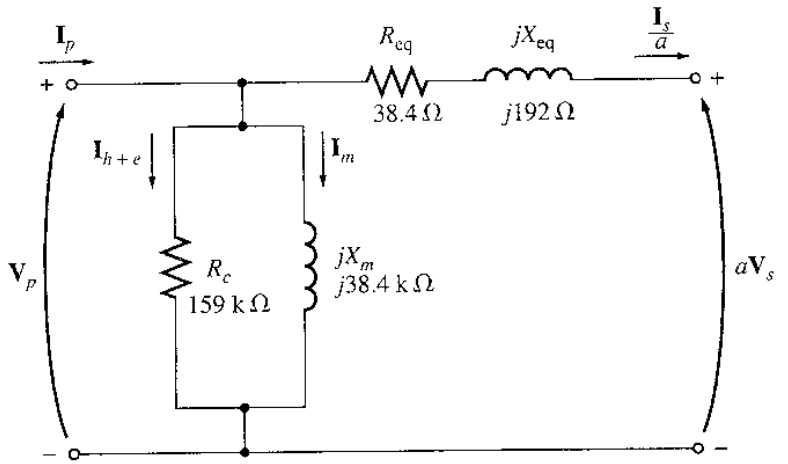


Figura 2-21
Circuito equivalente del ejemplo 2-2.

En el sistema por unidad, voltajes, corrientes, potencias, impedancias y otras magnitudes no se miden en sus unidades usuales SI (volts, amperes, watts, ohms, etc.) En su lugar, *cada magnitud eléctrica se mide como una fracción decimal* de algún nivel base. En el sistema base por unidad, cualquier cantidad puede expresarse mediante la ecuación

$$\text{Cantidad por unidad} = \frac{\text{Valor real}}{\text{Valor base}} \tag{2-53}$$

donde el "valor real" es el valor en volts, amperes, ohms, etc.

Es costumbre seleccionar dos magnitudes base para definir el sistema por unidad. Las que se seleccionan usualmente son el voltaje y la potencia (o la potencia aparente). Una vez seleccionadas estas cantidades base, los otros valores base se relacionan con ellas por medio de las leyes eléctricas corrientes. En un sistema monofásico estas relaciones son

$$P_{\text{base}},\ Q_{\text{base}},\ \text{o}\ S_{\text{base}} = V_{\text{base}} I_{\text{base}} \tag{2-54}$$

$$Z_{\text{base}} = \frac{V_{\text{base}}}{I_{\text{base}}} \tag{2-55}$$

$$Y_{\text{base}} = \frac{I_{\text{base}}}{V_{\text{base}}} \tag{2-56}$$

$$Z_{\text{base}} = \frac{(V_{\text{base}})^2}{S_{\text{base}}} \tag{2-57}$$

Seleccionados los valores base de S (o P) y V, los demás valores base se pueden calcular con facilidad de las ecuaciones (2-54) a (2-57).

En un sistema de potencia, se seleccionan una potencia aparente base y un voltaje base *en un punto específico del sistema.* Un transformador no afecta la potencia aparente base del siste-

ma puesto que la potencia aparente de entrada al transformador es igual a la potencia aparente de salida del transformador [ecuación (2-11)]. Por otra parte, el voltaje cambia cuando atraviesa el transformador y, por tanto, el valor de V_{base} cambia en cada transformador del sistema de acuerdo a su relación de vueltas. Debido a que las *cantidades base* cambian al pasar a través de un transformador, el proceso de referir cantidades a un nivel de voltaje común se tiene en cuenta automáticamente durante la conversión a por unidad.

Ejemplo 2-3 La figura 2-22 muestra un sistema de potencia sencillo. Este sistema contiene un generador de 480 voltios conectado a un transformador elevador ideal de relación 1:10, una línea de transmisión, un transformador ideal reductor de relación 20:1 y una carga. La impedancia de la línea de transmisión es $20 + j60\ \Omega$, y la impedancia de la carga es $10\angle 30°\ \Omega$. Los valores base para este sistema se escogen como 480V y 10 kVA en el generador.

a) Encuentre las bases de voltaje, corriente, impedancia y potencia aparente en cada punto del sistema de potencia.
b) Convierta este sistema a su circuito equivalente en por unidad.
c) Encuentre la potencia suministrada a la carga en el sistema.
d) Encuentre la potencia perdida en la línea de transmisión.

Solución

a) En la región del generador, $V_{base} = 480$ V y $S_{base} = 10$ kVA, entonces

$$I_{base\ 1} = \frac{S_{base}}{V_{base\ 1}} = \frac{10{,}000\ \text{VA}}{480\ \text{V}} = 20.83\ \text{A}$$

$$Z_{base\ 1} = \frac{V_{base\ 1}}{I_{base\ 1}} = \frac{480\ \text{V}}{20.83\ \text{A}} = 23.04\ \Omega$$

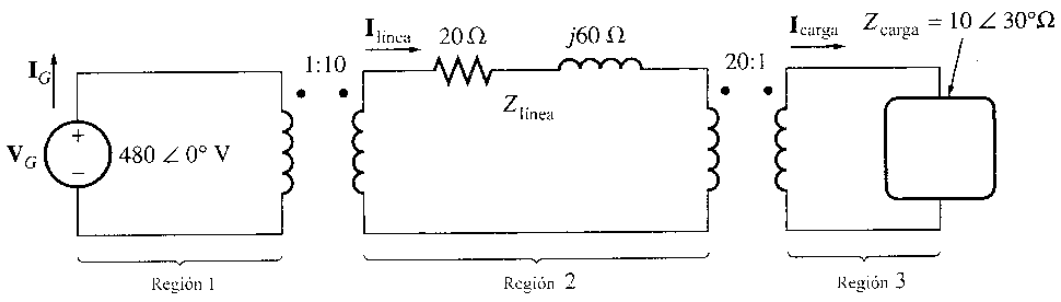


Figura 2-22
Sistema de potencia del ejemplo 2-3.

La relación de vueltas del transformador T_1 es $a = 1/10 = 0.1$, por lo cual el voltaje base *en la región de la línea de transmisión,* es

$$V_{\text{base 2}} = \frac{V_{\text{base 1}}}{a} = \frac{480 \text{ V}}{0.1} = 4800 \text{ V}$$

Las otras cantidades base son

$$S_{\text{base 2}} = 10 \text{ kVA}$$
$$I_{\text{base 2}} = \frac{10{,}000 \text{ VA}}{4800 \text{ V}} = 2.083 \text{ A}$$
$$Z_{\text{base 2}} = \frac{4800 \text{ V}}{2.083 \text{ A}} = 2304 \ \Omega$$

La relación de vueltas del transformador T_2 es $a = 20/1 = 20$, entonces el voltaje base *en la región de la carga* es

$$V_{\text{base 3}} = \frac{V_{\text{base 2}}}{a} = \frac{4800 \text{ V}}{20} = 240 \text{ V}$$

Las otras cantidades base son

$$S_{\text{base 3}} = 10 \text{ kVA}$$
$$I_{\text{base 3}} = \frac{10{,}000 \text{ VA}}{240 \text{ V}} = 41.67 \text{ A}$$
$$Z_{\text{base 3}} = \frac{240 \text{ V}}{41.67 \text{ A}} = 5.76 \ \Omega$$

b) Para convertir un sistema de potencia a sistema por unidad, cada componente debe dividirse entre su valor base según la región del sistema. El voltaje en por unidad *del generador* es su valor real dividido entre su valor base:

$$V_{G,\text{ pu}} = \frac{480 \angle 0° \text{ V}}{480 \text{ V}} = 1.0 \angle 0° \text{ pu}$$

La impedancia en por unidad de la *línea de transmisión* es su valor actual dividido entre su valor base:

$$Z_{\text{línea, pu}} = \frac{20 + j60 \ \Omega}{2304 \ \Omega} = 0.0087 + j0.0260 \text{ pu}$$

La impedancia de *la carga* en por unidad también se da por el valor real dividido entre el valor base

$$Z_{\text{carga, pu}} = \frac{10 \angle 30° \ \Omega}{5.76 \ \Omega} = 1.736 \angle 30° \text{ pu}$$

El circuito equivalente del sistema de potencia por unidad se muestra en la figura 2-23.

c) La corriente que fluye en este sistema de potencia por unidad es

$$\begin{aligned}\mathbf{I}_{pu} &= \frac{\mathbf{V}_{pu}}{Z_{tot,pu}} \\ &= \frac{1\angle 0°}{(0.0087 + j0.0260) + (1.736\angle 30°)} \\ &= \frac{1\angle 0°}{(0.0087 + j0.0260) + (1.503 + j0.868)} \\ &= \frac{1\angle 0°}{1.512 + j0.894} = \frac{1\angle 0°}{1.757\angle 30.6°} \\ &= 0.569\angle -30.6° \text{ pu}\end{aligned}$$

Así mismo, la potencia de la carga por unidad es

$$P_{\text{carga, pu}} = I_{pu}^2 R_{pu} = (0.569)^2(1.503) = 0.487$$

y la potencia actual suministrada a la carga es

$$\begin{aligned}P_{\text{carga}} &= P_{\text{carga, pu}} \; S_{\text{base}} = (0.487)(10{,}000 \text{ VA}) \\ &= 4870 \text{ W}\end{aligned}$$

d) La pérdida de potencia en por unidad en la línea de transmisión es

$$P_{\text{línea, pu}} = I_{pu}^2 R_{\text{línea, pu}} = (0.569)^2(0.0087) = 0.00282$$

y la pérdida de potencia real en la línea de transmisión es

$$\begin{aligned}P_{\text{línea}} &= P_{\text{línea, pu}} S_{\text{base}} = (0.00282)(10{,}000 \text{ VA}) \\ &= 28.2 \text{ W}\end{aligned}$$

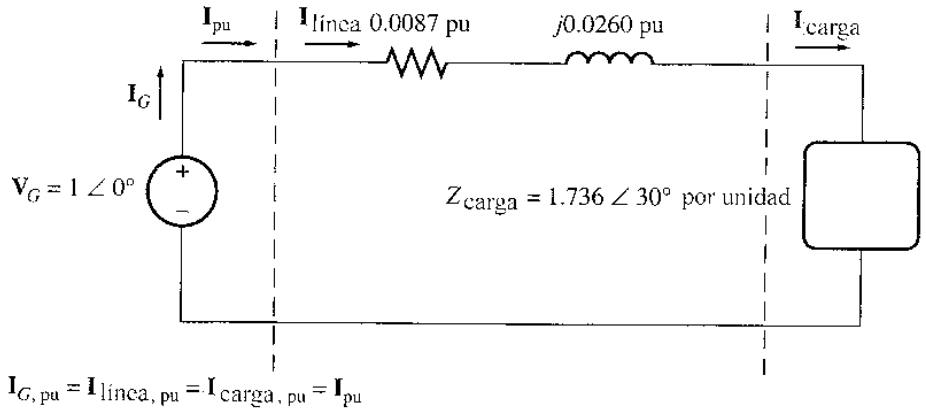


Figura 2-23
Circuito equivalente por unidad para el ejemplo 2-3.

Cuando sólo se analiza un aparato (transformador o motor), se utilizan normalmente sus propios valores nominales como base para el sistema por unidad. Si se emplea un sistema por unidad basado en los valores nominales propios de un transformador, las características de un transformador de potencia o de distribución no variarán mucho en un amplio rango de valores nominales de potencia y voltaje. Por ejemplo, la resistencia serie de un transformador es usualmente alrededor de 0.01 por unidad, y la reactancia serie está entre 0.02 y 0.10 por unidad. En general, cuanto mayor sea el transformador menores son sus impedancias serie. La reactancia de magnetización está en general entre 10 y 40 por unidad, mientras que la resistencia de pérdidas en el núcleo está entre 50 y 200 por unidad. Debido a que los valores por unidad dan una forma conveniente y significativa para comparar las características de los transformadores cuando son de diferentes tamaños, las impedancias de éstos se expresan normalmente en por unidad o en porcentaje sobre sus características de placa (*véase* figura 2-46, posteriormente en este capítulo).

La misma idea se aplica a las máquinas sincrónicas y de inducción: sus impedancias en por unidad caen dentro de rangos relativamente estrechos sobre muy amplios rangos de tamaño.

Si más de una máquina y un transformador están presentes en un sistema de potencia, el voltaje y la potencia bases se pueden escoger arbitrariamente, pero *el sistema entero debe tener la misma base*. Un procedimiento común es escoger las cantidades base del sistema tal que sean las mismas del componente más grande del sistema. Los valores en por unidad dados en otra base pueden expresarse en una nueva base, convirtiéndolos a sus valores reales (volts, amperes, ohms, etc.) como paso intermedio. En forma alterna, se pueden convertir directamente mediante las ecuaciones

$$(P, Q, S)_{\text{pu en base 2}} = (P, Q, S)_{\text{pu en base 1}} \frac{S_{\text{base 1}}}{S_{\text{base 2}}} \tag{2-58}$$

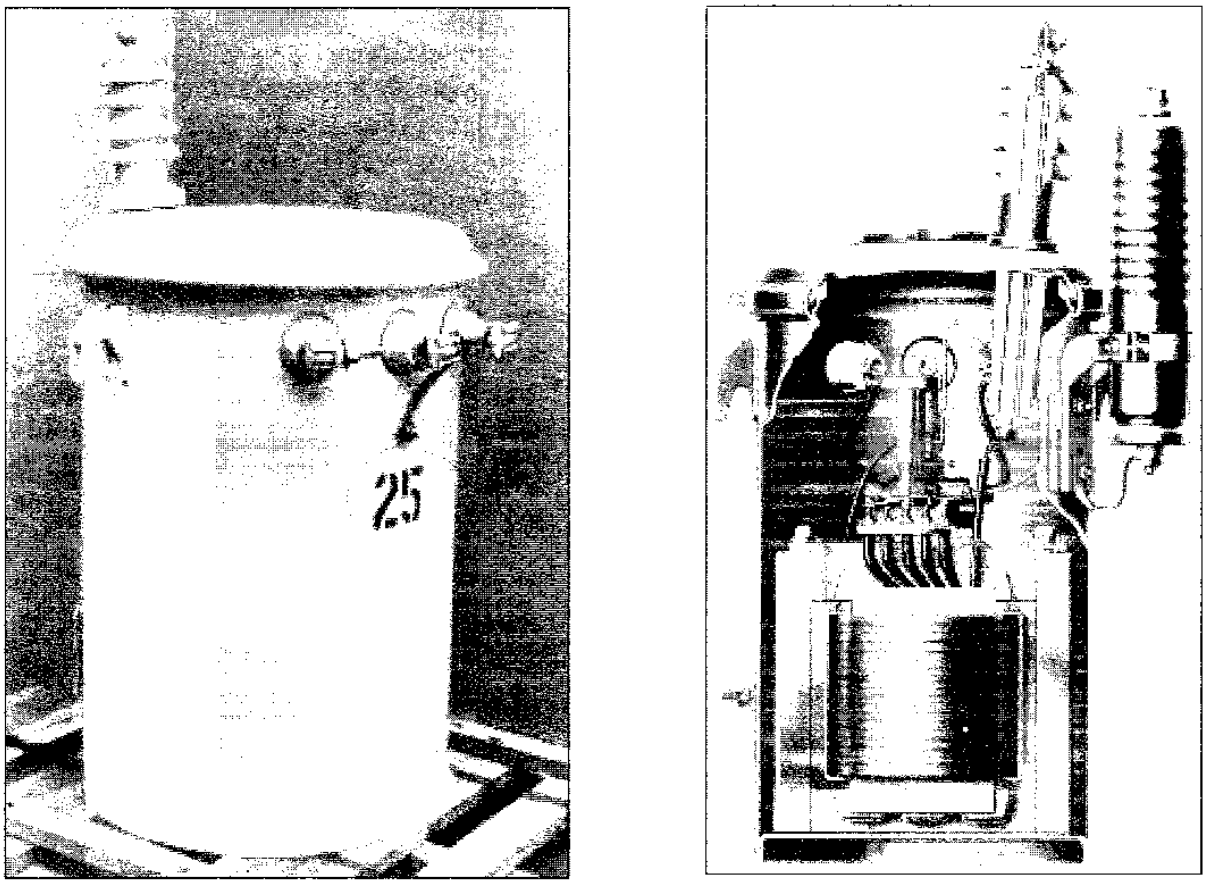
$$V_{\text{pu en base 2}} = V_{\text{pu en base 1}} \frac{V_{\text{base 1}}}{V_{\text{base 2}}} \tag{2-59}$$

$$(R, X, Z)_{\text{pu en base 2}} = (R, X, Z)_{\text{pu en base 1}} \frac{(V_{\text{base 1}})^2 (S_{\text{base 2}})}{(V_{\text{base 2}})^2 (S_{\text{base 1}})} \tag{2-60}$$

Ejemplo 2-4 Dibuje el circuito equivalente aproximado por unidad del transformador del ejemplo 2-2. Utilice los valores nominales del transformador como base del sistema.

Solución. Los valores del transformador del ejemplo 2-2 son 20 kVA, 8000/240 V. El circuito equivalente aproximado (figura 2-21) desarrollado en el ejemplo se refirió al lado de alta tensión del transformador; para convertirlo a por unidad se debe encontrar la impedancia base del circuito primario. En éste,

$$V_{\text{base 1}} = 8000 \text{ V}$$
$$S_{\text{base 1}} = 20{,}000 \text{ VA}$$
$$Z_{\text{base 1}} = \frac{(V_{\text{base 1}})^2}{S_{\text{base 1}}} = \frac{(8000 \text{ V})^2}{20{,}000 \text{ VA}} = 3200 \ \Omega$$



a) *b*)

Figura 2-24
a) Transformador típico de distribución de 13.2 kV a 120/240 V (*cortesía de General Electric Company*). *b*) Vista en corte de un transformador de distribución que muestra su tipo acorazado (*cortesía de General Electric Company*).

Por tanto,

$$Z_{SE,\,pu} = \frac{38.4 + j192\ \Omega}{3200\ \Omega} = 0.012 + j0.06\ \text{pu}$$

$$R_{C,\,pu} = \frac{159\ \text{k}\Omega}{3200\ \Omega} = 49.7\ \text{pu}$$

$$Z_{M,\,pu} = \frac{38.4\ \text{k}\Omega}{3200\ \Omega} = 12\ \text{pu}$$

El circuito equivalente aproximado por unidad, expresado sobre la base propia del transformador, se muestra en la figura 2-25. ●

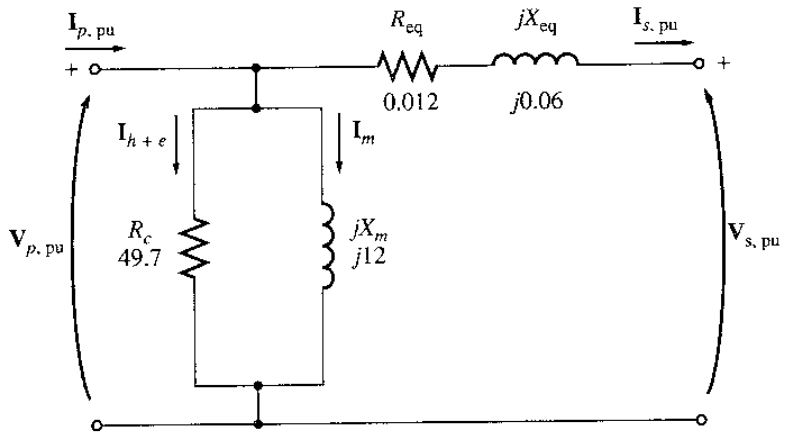


Figura 2-25
Circuito equivalente por unidad del ejemplo 2-4.

2-7 REGULACIÓN DE VOLTAJE Y EFICIENCIA DEL TRANSFORMADOR

Debido a que un transformador real tiene impedancia serie dentro de él, su voltaje de salida varía con la carga, aunque el voltaje de entrada permanezca constante. Para comparar adecuadamente transformadores en este aspecto, se acostumbra definir una cantidad llamada *regulación de voltaje (VR). La regulación de voltaje a plena carga* es una cantidad que compara el voltaje de salida del transformador sin carga (en vacío) con el voltaje de salida del transformador a plena carga. Está definida por la ecuación

$$\boxed{\text{VR} = \frac{V_{S,\,\text{nl}} - V_{S,\,\text{fl}}}{V_{S,\,\text{fl}}} \times 100\%} \tag{2-61}$$

Puesto que en vacío, $V_S = V_P/a$, la regulación de voltaje puede ser expresada como

$$\boxed{\text{VR} = \frac{V_P/a - V_{S,\,\text{fl}}}{V_{S,\,\text{fl}}} \times 100\%} \tag{2-62}$$

Si el circuito equivalente del transformador está en por unidad, la regulación de voltaje puede expresarse como

$$\text{VR} = \frac{V_{P,\text{pu}} - V_{S,\text{fl,pu}}}{V_{S,\text{fl,pu}}} \times 100\% \tag{2-63}$$

En general, una buena práctica es tener una regulación de voltaje tan pequeña como sea posible. Para un transformador ideal VR = 0 %. No siempre es una buena idea tener una baja regulación de voltaje ya que, a veces, se utilizan adrede transformadores de alta impedancia y alta regulación de voltaje, para reducir las corrientes de falla en un circuito.

¿Cómo se puede determinar la regulación de voltaje de un transformador?

Diagrama fasorial del transformador

Para determinar la regulación de voltaje de un transformador, es necesario entender las caídas de voltaje dentro de él. Considere el circuito equivalente simplificado de la figura 2- 18*b*. Los efectos de la rama de excitación en la regulación de voltaje del transformador pueden ser ignorados, por lo cual sólo deben considerarse las impedancias serie. La regulación de voltaje de un transformador depende tanto de la magnitud de esas impedancias serie como del ángulo de fase de la corriente que fluye en el transformador. La forma más fácil de determinar el efecto de las impedancias y los ángulos de fase de la corriente en la regulación de voltaje del transformador es examinando el *diagrama fasorial,* un dibujo de los fasores de los voltajes y las corrientes en el transformador.

En los diagramas fasoriales siguientes, se supone que el ángulo del fasor del voltaje $\mathbf{V}_S$ es 0°, y los demás voltajes y corrientes se comparan con esa referencia. Aplicando la ley de voltajes de Kirchhoff al circuito equivalente de la figura 2-18*b*, el voltaje en el primario puede ser hallado a partir de

$$\frac{\mathbf{V}_P}{a} = \mathbf{V}_S + R_{\text{eq}}\mathbf{I}_S + jX_{\text{eq}}\mathbf{I}_S \tag{2-64}$$

Un diagrama fasorial del transformador es una representación visual de esta ecuación.

La figura 2-26 muestra un diagrama fasorial de un transformador que opera a un factor de potencia en atraso. Es fácil ver que $V_P/a > V_S$ para cargas en atraso, tal que la regulación de voltaje de un transformador con cargas en atraso debe ser mayor que cero.

En la figura 2-27*a* se muestra un diagrama fasorial con factor de potencia igual a1. Aquí de nuevo, el voltaje en el secundario es menor que el voltaje en el primario, por tanto, VR > 0. Sin embargo, esta vez la regulación de voltaje es un número más pequeño que el obtenido cuando la corriente estaba en atraso. Si la corriente secundaria está en adelanto, el voltaje secundario puede ser *mayor* que el voltaje primario de referencia. Si esto ocurre, el transformador tendrá una regulación de voltaje *negativa* (*véase* figura 2-27*b*).

Cálculo simplificado de la regulación de voltaje

Al examinar el diagrama fasorial de la figura 2-26, pueden observarse dos factores interesantes. Para cargas en atraso (las más comunes en la vida real), las componentes perpendiculares de las caídas de voltaje resistiva e inductiva tienden a cancelarse parcialmente. También el ángulo entre V_P y V_S es muy pequeño para las cargas normales (unos pocos grados en la mayoría). Estos dos factores significan que es posible deducir una ecuación aproximada y sencilla para la caída de voltaje. Esta ecuación aproximada es suficientemente precisa para lo requerido en el trabajo de ingeniería.

En un triángulo largo y angosto como el de la figura 2-28, el lado más largo es casi igual a la hipotenusa. Las componentes perpendiculares de las caídas de voltaje resistiva e inductiva sólo son importantes para el pequeño lado vertical del diagrama fasorial; entonces, es posible aproximar el voltaje de entrada ignorándolas por completo.

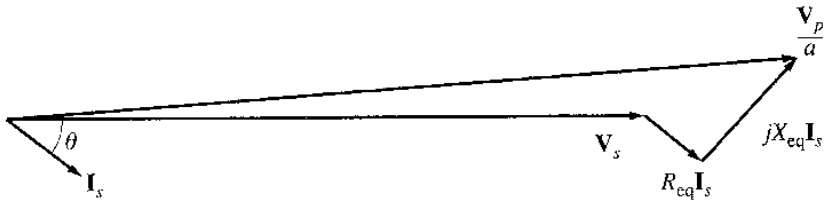


Figura 2-26
Diagrama fasorial de un transformador que opera a factor de potencia en atraso.

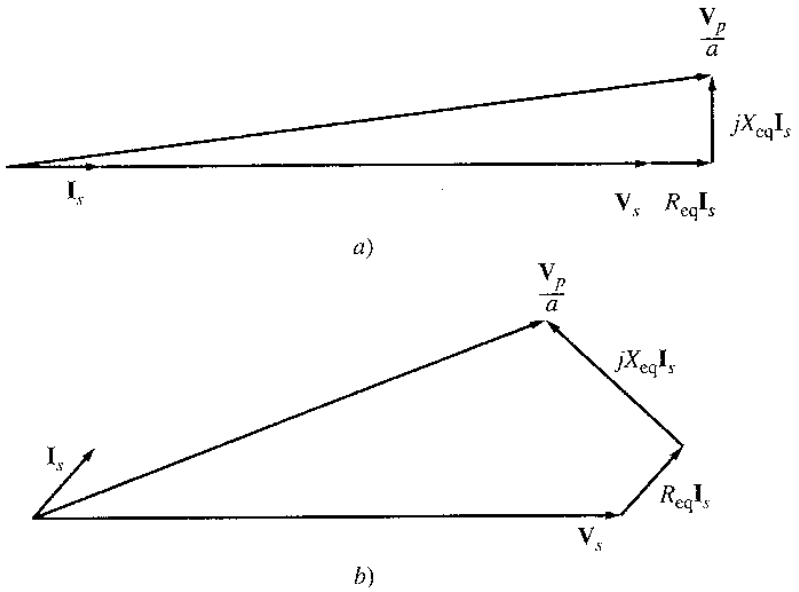


Figura 2-27
Diagrama fasorial de un transformador que opera a factor de potencia *a)* unitario y *b)* en adelanto.

Si sólo se considera la componente horizontal, el voltaje primario es aproximadamente

$$\frac{V_P}{a} = V_S + R_{eq} I_S \cos\theta + X_{eq} I_S \operatorname{sen}\theta \tag{2-65}$$

La regulación de voltaje puede calcularse introduciendo en la ecuación de regulación de voltaje (2-62), el término V_p/a calculado en la ecuación (2-65).

Eficiencia del transformador

Los transformadores son comparados y juzgados por su eficiencia. La eficiencia de un aparato está definida por la ecuación

$$\boxed{\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} \times 100\%} \tag{2-66}$$

$$\eta = \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{out}} + P_{\text{loss}}} \times 100\% \tag{2-67}$$

Estas ecuaciones se aplican a los motores, los generadores y también a los transformadores.

Los circuitos equivalentes del transformador facilitan los cálculos de eficiencia. Existen tres tipos de pérdidas en los transformadores:

1. *Pérdidas en el cobre* (I^2R). Estas pérdidas son causadas por la resistencia en serie del circuito equivalente.
2. *Pérdidas por histéresis.* Estas pérdidas fueron explicadas en el capítulo 1 y son causadas por la resistencia R_C.
3. *Pérdidas por corrientes parásitas.* Estas pérdidas se explicaron en el capítulo 1 y son causadas por la resistencia R_C.

Para calcular la eficiencia de un transformador en una carga dada, adicione las pérdidas de cada resistencia y aplique la ecuación (2-67). Puesto que la potencia de salida está dada por

$$P_{\text{out}} = V_S I_S \cos \theta_S \tag{2-7}$$

la eficiencia del transformador puede ser expresada por

$$\eta = \frac{V_S I_S \cos \theta}{P_{\text{Cu}} + P_{\text{núcleo}} + V_S I_S \cos \theta} \times 100\% \tag{2-68}$$

Ejemplo 2-5 Se prueba un transformador de 15 kVA, 2300/230 V para determinar sus componentes de la rama de excitación, sus impedancias serie y su regulación de voltaje. Los siguientes datos fueron obtenidos de las pruebas en el lado primario del transformador:

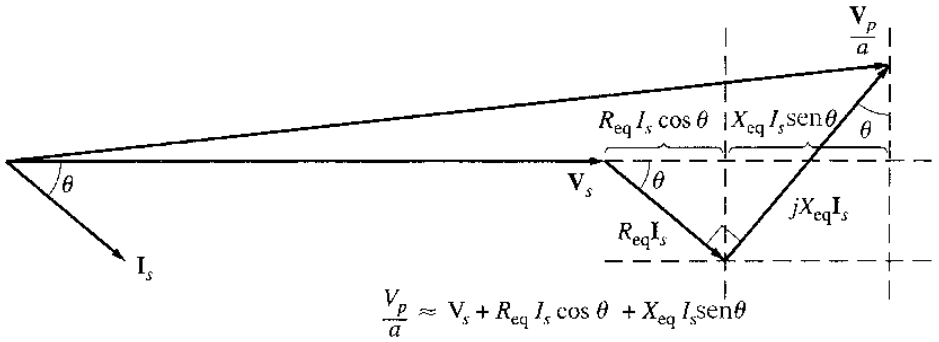


Figura 2-28
Deducción de la ecuación aproximada para V_P/a.

Prueba de circuito abierto			Prueba de cortocircuito		
V_{OC}	=	2300 V	V_{SC}	=	47 V
I_{OC}	=	0.21 A	I_{SC}	=	6.0 A
P_{OC}	=	50 W	P_{SC}	=	160 W

Los datos se tomaron utilizando las conexiones mostradas en las figuras 2-19 y 2-20.

a) Encuentre el circuito equivalente del transformador, referido al lado de alto voltaje.
b) Encuentre el circuito equivalente del transformador, referido al lado de bajo voltaje.
c) Utilizando la ecuación exacta para V_P, calcule la regulación de voltaje a plena carga si los factores de potencia son 0.8 en atraso, y 1.0 y 0.8 en adelanto.
d) Haga los mismos cálculos pero utilizando la ecuación aproximada para V_P. ¿Qué tan semejantes son los valores aproximados a los valores exactos?
e) Dibuje la regulación de voltaje con carga desde vacío hasta plena carga, si los factores de potencia son 0.8, en atraso, y 1.0 y 0.8 en adelanto.
f) ¿Cuál es la eficiencia del transformador a plena carga si el factor de potencia es 0.8 en atraso?

Solución

a) Los valores de la rama de excitación del circuito equivalente se pueden calcular partiendo de los datos de la *prueba de circuito abierto* y los elementos serie se pueden calcular a partir de los datos de la *prueba de cortocircuito.* De los datos de circuito abierto, el ángulo de la impedancia de circuito abierto es

$$\theta_{OC} = \cos^{-1}\frac{P_{OC}}{V_{OC}I_{OC}}$$
$$= \cos^{-1}\frac{50\text{W}}{(2300\text{ V})(0.21\text{ A})} = 84°$$

La admitancia de excitación es

$$Y_E = \frac{I_{OC}}{V_{OC}}\angle -84°$$
$$= \frac{0.21\text{ A}}{2300\text{ V}}\angle -84°$$
$$= 9.13 \times 10^{-5}\angle -84°\ \mho = 0.0000095 - j0.0000908\ \mho$$

Los elementos de la rama de excitación referidos al primario son

$$R_C = \frac{1}{0.0000095} = 105\text{ k}\Omega$$
$$X_M = \frac{1}{0.0000908} = 11\text{ k}\Omega$$

De los datos de cortocircuito, el ángulo de la impedancia de cortocircuito es

$$\theta_{SC} = \cos^{-1}\frac{P_{SC}}{V_{SC}I_{SC}}$$
$$= \cos^{-1}\frac{160\text{ W}}{(47\text{ V})(6\text{ A})} = 55.4°$$

La impedancia serie equivalente es

$$Z_{SE} = \frac{V_{SC}}{I_{SC}}\angle\theta_{SC}$$
$$= \frac{47\text{ V}}{6\text{ A}}\angle 55.4°\ \Omega$$
$$= 7.833\angle 55.4° = 4.45 + j6.45$$

Los elementos seric referidos al primario son

$$R_{eq} = 4.45\ \Omega \qquad X_{eq} = 6.45\ \Omega$$

El circuito equivalente se muestra en la figura 2-29*a*.

b) Para encontrar el circuito equivalente referido al lado de bajo voltaje, sólo es necesario dividir la impedancia entre a^2. Como $a = N_P/N_S = 10$, los valores resultantes son

$$R_C = 1050\ \Omega \qquad R_{eq} = 0.0445\ \Omega$$
$$X_M = 110\ \Omega \qquad X_{eq} = 0.0645\ \Omega$$

El circuito equivalente resultante se muestra en la figura 2-29*b*.

c) La corriente a plena carga en el lado secundario del transformador es

$$I_{S,\text{nominal}} = \frac{S_{\text{nominal}}}{V_{S,\text{nominal}}} = \frac{15{,}000\text{ VA}}{230\text{ V}} = 65.2\text{ A}$$

Para calcular V_P/a, se utiliza la ecuación (2-64):

$$\frac{\mathbf{V}_P}{a} = \mathbf{V}_S + R_{eq}\mathbf{I}_S + jX_{eq}\mathbf{I}_S \qquad (2\text{-}64)$$

Para un PF = 0.8 en atraso, la corriente $\mathbf{I}_S = 65.2\angle -36.9°$ A. Entonces,

$$\frac{\mathbf{V}_P}{a} = 230\angle 0°\text{ V} + (0.0445\ \Omega)(65.2\angle -36.9°\text{ A}) + j(0.0645\ \Omega)(65.2\angle -36.9°\text{ A})$$
$$= 230\angle 0°\text{ V} + 2.90\angle -36.9°\text{ V} + 4.21\angle 53.1°\text{ V}$$
$$= 230 + 2.32 - j1.74 + 2.52 + j3.36$$
$$= 234.84 + j1.62 = 234.85\angle 0.40°\text{ V}$$

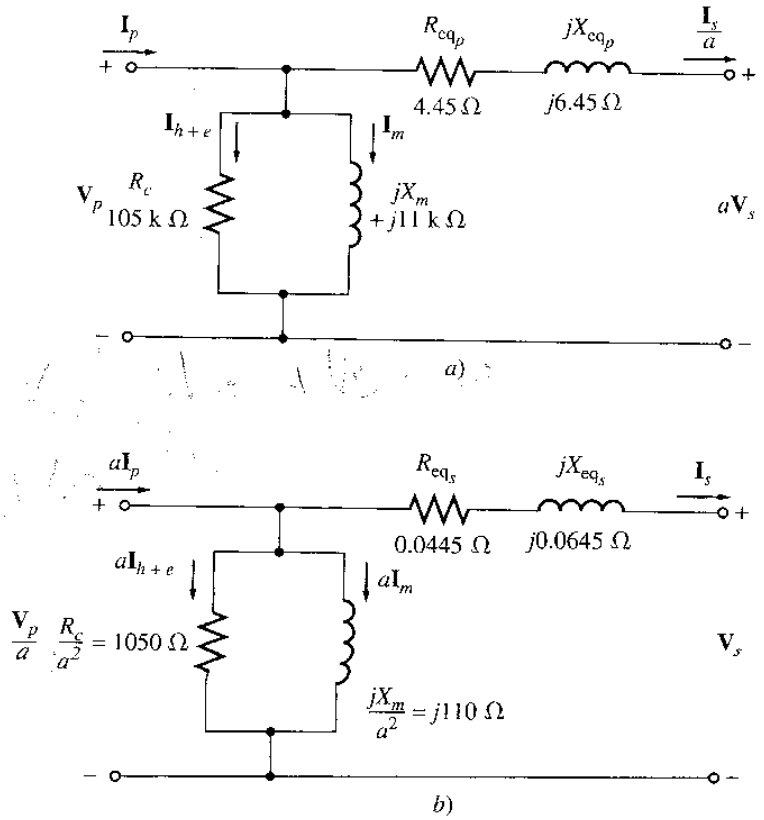


Figura 2-29
Circuito equivalente del transformador del ejemplo 2-5 referido *a)* al primario y *b)* al secundario.

La regulación de voltaje resultante es

$$\text{VR} = \frac{V_P/a - V_{S,\text{fl}}}{V_{S,\text{fl}}} \times 100\% \tag{2-62}$$

$$= \frac{234.85\ \text{V} - 230\ \text{V}}{230\ \text{V}} \times 100\% = 2.1\%$$

Con PF = 1.0, la corriente $\mathbf{I}_S = 65.2\ \angle 0°$ A. Entonces,

$$\frac{\mathbf{V}_P}{a} = 230\ \angle 0°\ \text{V} + (0.0445\ \Omega)(65.2\ \angle 0°\ \text{A}) + j(0.0645\ \Omega)(65.2\ \angle 0°\ \text{A})$$

$$= 230\ \angle 0°\ \text{V} + 2.90\ \angle 0°\ \text{V} + 4.21\ \angle 90°\ \text{V}$$

$$= 230 + 2.90 + j4.21$$

$$= 232.9 + j4.21 = 232.94\ \angle 1.04°\ \text{V}$$

La regulación de voltaje resultante es

$$\text{VR} = \frac{232.94\ \text{V} - 230\ \text{V}}{230\ \text{V}} \times 100\% = 1.28\%$$

Con PF = 0.8 en adelanto, la corriente $\mathbf{I}_S = 65.2 \angle 36.9°$ A. Entonces,

$$\frac{\mathbf{V}_P}{a} = 230\angle 0° \text{ V} + (0.0445\ \Omega)(65.2\angle 36.9° \text{ A}) + j(0.0645\ \Omega)(65.2\angle 36.9° \text{ A})$$
$$= 230\angle 0° \text{ V} + 2.90\angle 36.9° \text{ V} + 4.21\angle 126.9° \text{ V}$$
$$= 230 + 2.32 + j1.74 - 2.52 + j3.36$$
$$= 229.80 + j5.10 = 229.85\angle 1.27° \text{ V}$$

La regulación de voltaje resultante es

$$\text{VR} = \frac{229.85 \text{ V} - 230 \text{ V}}{230 \text{ V}} \times 100\% = -0.062\%$$

Cada uno de estos tres diagramas fasoriales se muestra en la figura 2-30.

d) Para calcular el valor aproximado de V_P/a, se utiliza la ecuación (2-65). Con PF = 0.8 en atraso, el ángulo de la corriente es –36.9°. Entonces el ángulo de la impedancia θ = 36.9°, y el voltaje primario aproximado es

$$\frac{V_P}{a} = V_S + R_{eq} I_S \cos\theta + X_{eq} I_S \operatorname{sen}\theta \qquad (2\text{-}65)$$
$$= 230 \text{ V} + (0.0445\ \Omega)(65.2 \text{ A}) \cos 36.9° + (0.0645\ \Omega)(65.2 \text{ A}) \operatorname{sen} 36.9°$$
$$= 230 \text{ V} + 2.32 \text{ V} + 2.52 \text{ V} = 234.84 \text{ V}$$

$$\text{VR} = \frac{234.84 \text{ V} - 230 \text{ V}}{230 \text{ V}} \times 100\% = 2.1\%$$

Con PF = 1.0, el voltaje primario aproximado será

$$\frac{V_P}{a} = V_S + R_{eq} I_S \cos\theta + X_{eq} I_S \operatorname{sen}\theta \qquad (2\text{-}65)$$
$$= 230 \text{ V} + (0.0445\ \Omega)(65.2 \text{ A}) \cos 36.9° + (0.0645\ \Omega)(65.2 \text{ A}) \operatorname{sen} 36.9°$$
$$= 230 \text{ V} + 2.32 \text{ V} + 2.52 \text{ V} = 234.84 \text{ V}$$

$$\text{VR} = \frac{234.84 \text{ V} - 230 \text{ V}}{230 \text{ V}} \times 100\% = 2.1\%$$

Con PF = 0.8 en adelanto, el ángulo de la corriente es 36.9°. Entonces el ángulo de la impedancia $\theta = -36.9°$, y el voltaje primario aproximado es

$$\frac{V_P}{a} = V_S + R_{eq} I_S \cos\theta + X_{eq} I_S \operatorname{sen}\theta \qquad (2\text{-}65)$$
$$= 230 \text{ V} + (0.0445\ \Omega)(65.2 \text{ A}) \cos(-36.9°) + (0.0645\ \Omega)(65.2 \text{ A}) \operatorname{sen}(-36.9°)$$
$$= 230 \text{ V} + 2.32 \text{ V} - 2.52 \text{ V} = 229.80 \text{ V}$$

$$\text{VR} = \frac{229.80 \text{ V} - 230 \text{ V}}{230 \text{ V}} \times 100\% = -0.09\%$$

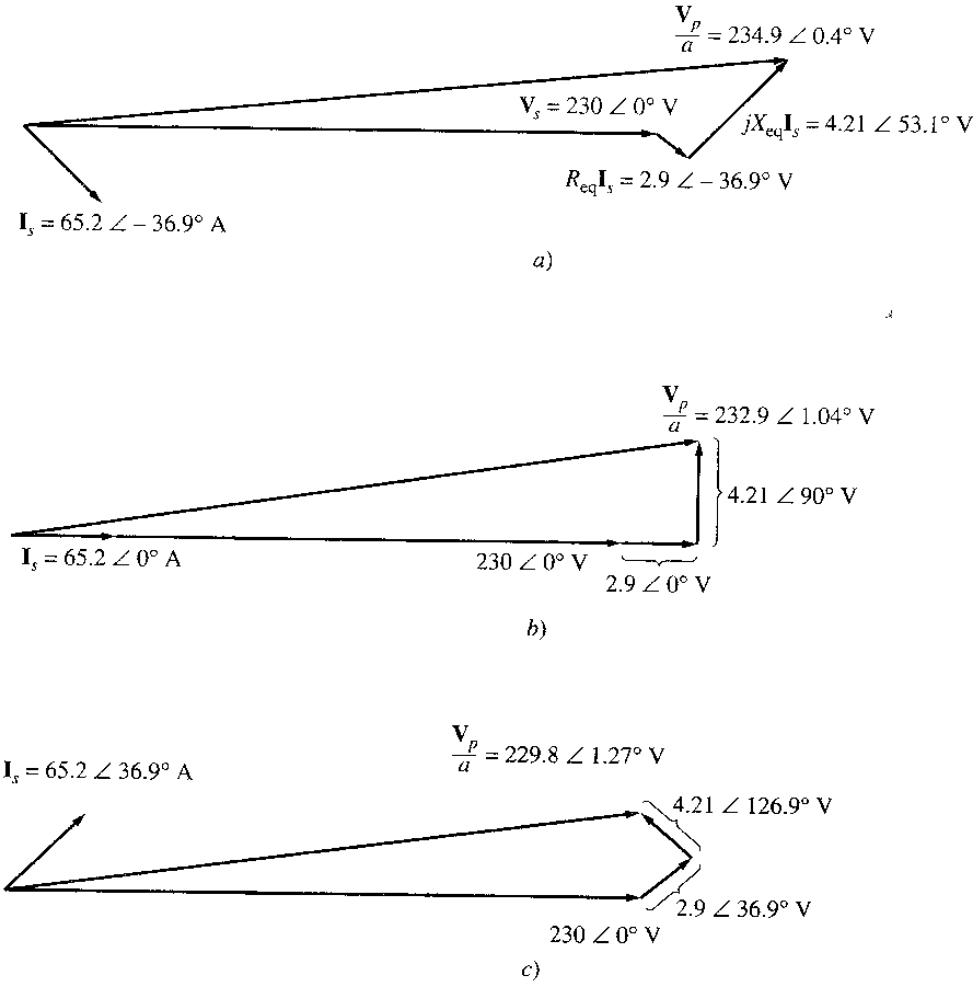


Figura 2-30
Diagrama fasorial para el transformador del ejemplo 2-5.

Nótese cómo las respuestas obtenidas con el método aproximado son muy parecidas a las respuestas exactas. No hay casi diferencia.

e) La mejor forma para dibujar la regulación de voltaje en función de la carga es repetir los cálculos del literal *c*) para diferentes cargas, utilizando el MATLAB. Un programa para hacerlo se muestra en seguida.

```
% Archivo M: trans_vr.m
% Archivo M para calcular y dibujar la regulación de voltaje
% de un transformador como una función de la carga para
% factores de potencia de 0.8 en atraso, 1.0, y 0.8 en adelanto.
VS = 230;              %   Voltaje secundario (V)
Amps = 0:6.52:65.2;    %   Valores de corriente (A)
Req = 0.0445;          %   R equivalente (ohm)
```

```
Xeq = 0.0645;          %    X equivalente (ohm)
% Calcule las corrientes reales para los tres
% Factores de potencia. La primera fila contiene
% la corriente en atraso, la segunda contiene
% corrientes unitarias, y la tercera fila contiene
% corrientes en adelanto
I (1,:) = amps .* (0.8 -j*0.6);              % Atraso
I (2,:) = amps .* (1.0);                     % Unitario
I (3,:) = amps .* (0.8 +j*0.6);              % Adelanto

% calcule VP/a.
VPa = VS + Req. * I + j.Xeq.*I;
% Calcule la regulación de voltaje
VR = (abs (Vpa) - VS) ./ VS .* 100;
% Dibuje la regulación de voltaje
plot (amps, VR (1,:),'b-');
hold on;
plot (amps, VR (2,:), 'k-');
plot (amps, VR (3,:), 'r-.');
title ('Regulación de voltaje-Carga');
xlabel ('carga (A)');
ylabel ('Regulación de voltaje) (%)');
legend ('0.8 PF en atraso'1.0 PF',0.8 PF en adelanto);
hold off;
```

El dibujo producido por este programa se muestra en la figura 2-31.

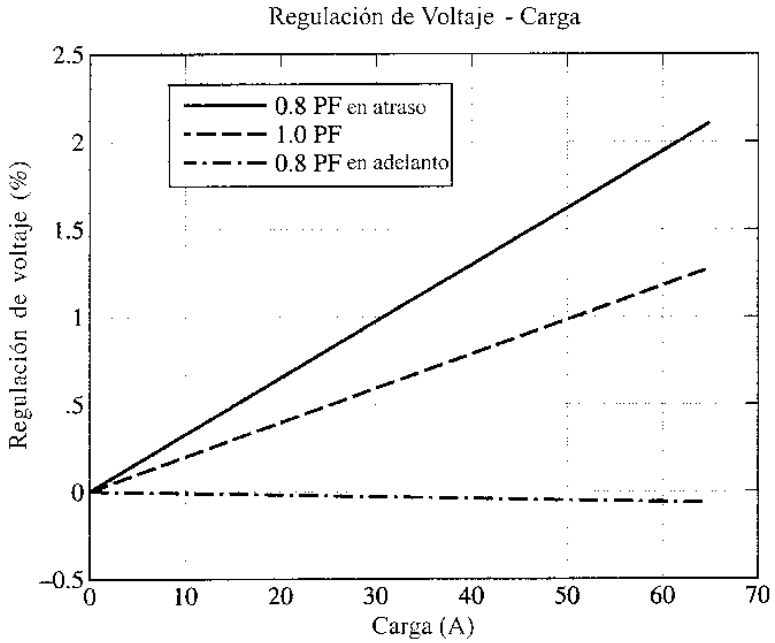


Figura 2-31
Regulación de voltaje-carga para el transformador del ejemplo 2-5.

f) Para hallar la eficiencia del transformador, primero se calculan las pérdidas. Las pérdidas en el cobre son

$$P_{Cu} = (I_S)^2 R_{eq} = (65.2 \text{ A})^2 (0.0445 \ \Omega) = 189 \text{ W}$$

Las pérdidas en el núcleo están dadas por

$$P_{núcleo} = \frac{(V_P/a)^2}{R_C} = \frac{(234.85 \text{ V})^2}{1050 \ \Omega} = 52.5 \text{ W}$$

La potencia de salida con este factor de potencia es

$$\begin{aligned} P_{out} &= V_S I_S \cos \theta \\ &= (230 \text{ V})(65.2 \text{ A}) \cos 36.9° = 12{,}000 \text{ W} \end{aligned}$$

Entonces la eficiencia del transformador con esta condición es

$$\eta = \frac{V_S I_S \cos \theta}{P_{Cu} + P_{núcleo} + V_S I_S \cos \theta} \times 100\% \tag{2-68}$$

$$= \frac{12{,}000 \text{ W}}{189 \text{ W} + 52.5 \text{ W} + 12{,}000 \text{ W}} \times 100\%$$

$$= 98.03\%$$

●

2-8 TOMAS (*TAPS*) Y REGULACIÓN DE VOLTAJE EN EL TRANSFORMADOR

En las secciones previas de este capítulo, se describieron los transformadores por su relación de vueltas o por su relación de voltajes primario a secundario. A través de aquellas secciones, la relación de vueltas del transformador se trató como si fuera completamente fija. En casi todos los transformadores de distribución reales, esto no es cierto. Los transformadores de distribución tienen una serie de *tomas (taps)* en los devanados para permitir pequeños cambios en la relación de vueltas del transformador después de haber salido de fábrica. Una instalación típica podría tener cuatro tomas además del valor nominal, con intervalos entre éstas de 2.5% del voltaje a plena carga.

Tal distribución permite ajustes hasta del 5% por encima o por debajo del voltaje nominal del transformador.

Ejemplo 2-6 Un transformador de distribución de 500 kVA, 13,200/480-V tiene cuatro tomas de 2.5% sobre su devanado primario. ¿Cuáles son las relaciones de voltaje del transformador en cada toma?

Solución. Los cinco valores nominales de voltaje posibles en este transformador son

Toma de + 5.0%	13,860/480 V
Toma de + 2.5%	13,530/480 V
Valor nominal	13,200/ 480 V
Toma de – 2.5%	12,870/480 V
Toma de – 5%	12,540/480 V

●

Las tomas de un transformador permiten que éste se pueda ajustar para acomodarse a las variaciones de los voltajes de las localidades. Sin embargo, estas tomas normalmente no se pueden cambiar mientras el transformador está suministrando potencia, sino cuando se encuentre sin carga.

A veces un transformador se utiliza en una línea de potencia cuyo voltaje varía ampliamente con la carga. Tales variaciones de voltaje podrían ser ocasionadas por una alta impedancia de la línea entre los generadores del sistema de potencia y esa carga en particular (quizá se encuentre localizada lejos). Las cargas normales requieren suministros de voltaje constante. ¿Cómo puede una compañía de energía eléctrica entregar un voltaje controlado a través de líneas de alta impedancia a cargas que cambian constantemente?

Una solución a este problema es utilizar un transformador especial llamado *transformador conmutador de tomas bajo carga (TCUL)* o *regulador de voltaje*. Básicamente un transformador TCUL es aquel que tiene posibilidad de cambiar las tomas mientras se está suministrando potencia. Un regulador de voltaje es un transformador TCUL con un circuito sensor de voltaje incorporado que cambia automáticamente las tomas para mantener constante el voltaje del sistema. Tales transformadores especiales son muy comunes en los sistemas de potencia modernos.

2-9 EL AUTOTRANSFORMADOR

En algunas ocasiones es deseable cambiar los niveles de voltaje únicamente en una pequeña cantidad. Por ejemplo, puede necesitarse cambiar el voltaje de 110 a 120 V o de 13.2 a 13.8 kV. Estos pequeños incrementos pueden ser necesarios debido a las caídas de voltaje que ocurren en sistemas de potencia alejados de los generadores. En estas circunstancias, es demasiado costoso elaborar un transformador con dos devanados completos independientes dimensionados para casi el mismo voltaje. En su lugar, se utiliza un transformador especial llamado *autotransformador.*

En la figura 2-32 se muestra un diagrama de un autotransformador elevador. En la figura 2-32*a*, las dos bobinas del transformador se muestran de manera convencional. En la figura 2-32*b*, el primer devanado se muestra conectado en forma aditiva al segundo. Ahora, la relación entre el voltaje del devanado primario y el voltaje del devanado secundario está dado por la relación de vueltas del transformador. Sin embargo, *en la salida del transformador, el voltaje completo es la suma del voltaje en el primer devanado y el voltaje en el segundo devanado*. El primer devanado se denomina *devanado común* debido a que su voltaje aparece en ambos lados del transformador. El devanado más pequeño se denomina *devanado serie* porque está conectado en serie con el devanado común.

La figura 2-33 muestra el diagrama de un autotransformador reductor. Aquí, el voltaje de entrada es la suma de los voltajes de los devanados serie y común, mientras que el voltaje de salida es justamente el voltaje del devanado común.

Debido a que las bobinas de los autotransformadores están físicamente conectadas, para el autotransformador se utiliza terminología diferente de la de los otros tipos de transformadores. El voltaje del devanado común se llama *voltaje común* $\mathbf{V}_C$, y la corriente en este devanado se llama *corriente común.* El voltaje del devanado serie se llama *voltaje serie* $\mathbf{V}_{SE}$ y la corriente en este devanado se llama *corriente serie* I_{SE}. El voltaje y la corriente del lado de bajo voltaje del transformador son llamados $\mathbf{V}_L$ e $\mathbf{I}_L$, respectivamente, mientras que las cantidades correspondientes al

lado de alto voltaje del transformador son llamados $\mathbf{V}_H$ e $\mathbf{I}_H$. El lado primario del autotransformador (el lado por el cual entra la potencia) puede ser el de alto o el de bajo voltaje dependiendo de si el autotransformador actúa como reductor o como elevador. De la figura 2-32*b*, los voltajes y las corrientes de las bobinas se relacionan por las ecuaciones

$$\frac{\mathbf{V}_C}{\mathbf{V}_{SE}} = \frac{N_C}{N_{SE}} \tag{2-69}$$

$$N_C \mathbf{I}_C = N_{SE} \mathbf{I}_{SE} \tag{2-70}$$

Los voltajes de los devanados se relacionan con los voltajes de los terminales mediante las ecuaciones

$$\mathbf{V}_L = \mathbf{V}_C \tag{2-71}$$

$$\mathbf{V}_H = \mathbf{V}_C + \mathbf{V}_{SE} \tag{2-72}$$

y las corrientes de los devanados se relacionan con las corrientes de los terminales mediante las ecuaciones

$$\mathbf{I}_L = \mathbf{I}_C + \mathbf{I}_{SE} \tag{2-73}$$

$$\mathbf{I}_H = \mathbf{I}_{SE} \tag{2-74}$$

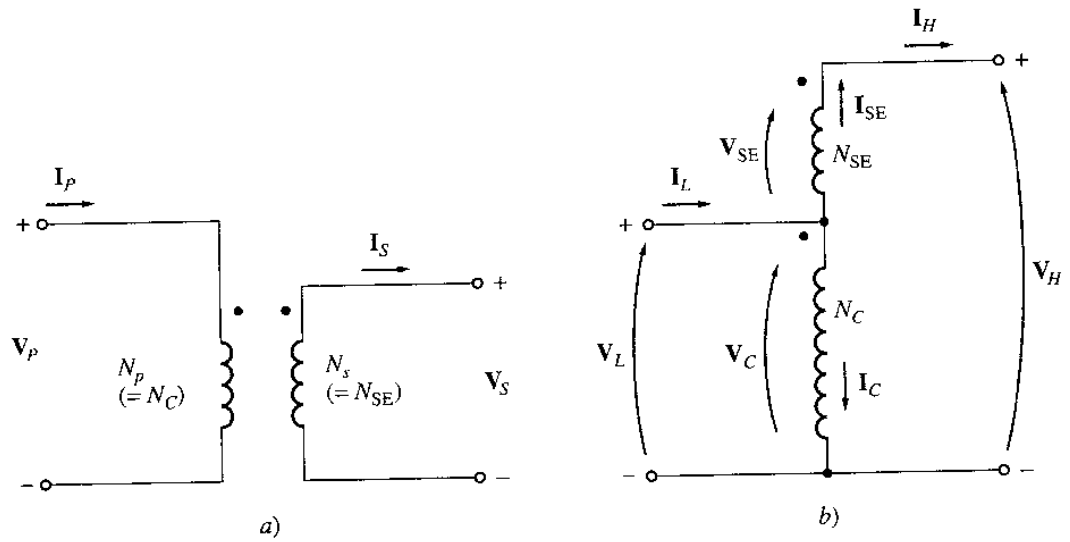


Figura 2-32
Transformador con sus devanados *a*) conectados de manera convencional y *b*) conectados como autotransformador.

Relaciones de voltajes y corrientes en un autotransformador

¿Cuál es la relación de voltajes entre los dos lados de un autotransformador? Es muy fácil determinar las relaciones entre $\mathbf{V}_H$ y $\mathbf{V}_L$. El voltaje en el lado de alta tensión del autotransformador está dado por

$$\mathbf{V}_H = \mathbf{V}_C + \mathbf{V}_{SE} \tag{2-72}$$

Pero $\mathbf{V}_C/\mathbf{V}_{SE} = N_C/\mathbf{N}_{SE}$, entonces

$$\mathbf{V}_H = \mathbf{V}_C + \frac{N_{SE}}{N_C}\mathbf{V}_C \tag{2-75}$$

Finalmente, teniendo en cuenta que $\mathbf{V}_L = \mathbf{V}_C$, se obtiene

$$\mathbf{V}_H = \mathbf{V}_L + \frac{N_{SE}}{N_C}\mathbf{V}_L$$

$$= \frac{N_{SE} + N_C}{N_C}\mathbf{V}_L \tag{2-76}$$

o

$$\boxed{\frac{\mathbf{V}_L}{\mathbf{V}_H} = \frac{N_C}{N_{SE} + N_C}} \tag{2-77}$$

Las relaciones de corriente entre los dos lados del autotransformador se pueden encontrar teniendo en cuenta que

$$\mathbf{I}_L = \mathbf{I}_C + \mathbf{I}_{SE} \tag{2-73}$$

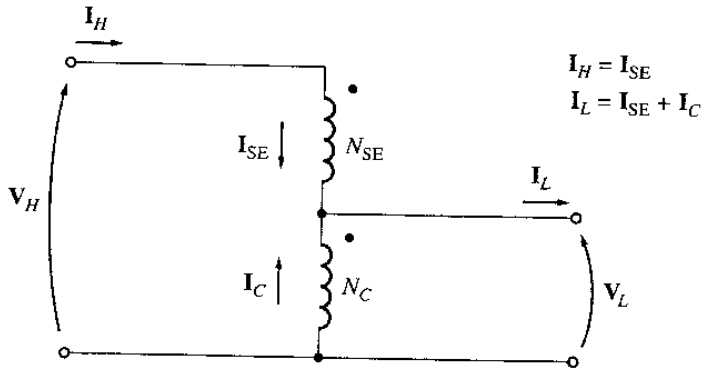


Figura 2-33
Conexión de un autotransformador reductor.

De la ecuación (2-70), $\mathbf{I}_C = (N_{SE}/N_C)\mathbf{I}_{SE}$, entonces

$$\mathbf{I}_L = \frac{N_{SE}}{N_C}\mathbf{I}_{SE} + \mathbf{I}_{SE} \tag{2-78}$$

Finalmente, teniendo en cuenta que $\mathbf{I}_H = \mathbf{I}_{SE}$, se halla que

$$\mathbf{I}_L = \frac{N_{SE}}{N_C}\mathbf{I}_H + \mathbf{I}_H \tag{2-79}$$

o

$$= \frac{N_{SE} + N_C}{N_C}\mathbf{I}_H$$

$$\frac{\mathbf{I}_L}{\mathbf{I}_H} = \frac{N_{SE} + N_C}{N_C} \tag{2-80}$$

Ventaja en el valor nominal de la potencia aparente en los autotransformadores

Es interesante notar que no toda la potencia que pasa del primario al secundario en un autotransformador pasa a través de los devanados. En consecuencia, si un transformador convencional se reconecta como autotransformador, éste puede manejar mucha más potencia que la nominal definida originalmente.

Para entender esta idea, remítase nuevamente a la figura 2-32*b*. Nótese que la potencia aparente de entrada al autotransformador está dada por

$$S_{in} = V_L I_L \tag{2-81}$$

y la potencia aparente de salida está dada por

$$S_{out} = V_H I_H \tag{2-82}$$

Es fácil demostrar, utilizando las ecuaciones de voltaje y de corriente [ecuaciones (2-77) y (2-80)], que la potencia aparente de entrada es igual de nuevo a la potencia aparente de salida

$$S_{in} = S_{out} = S_{IO} \tag{2-83}$$

donde S_{IO} está definida como las potencias aparente de entrada y de salida del transformador. Sin embargo, la *potencia aparente en los devanados del transformador* es

$$S_W = V_C I_C = V_{SE} I_{SE} \tag{2-84}$$

La relación entre la potencia que entra al primario (y que sale del secundario) del transformador y la potencia real en los devanados del transformador puede ser hallada como sigue:

$$\begin{aligned} S_W &= V_C I_C \\ &= V_L(I_L - I_H) \\ &= V_L I_L - V_L I_H \end{aligned}$$

Utilizando la ecuación (2-80), se obtiene

$$S_W = V_L I_L - V_L I_L \frac{N_C}{N_{SE} + N_C} \tag{2-85}$$

$$= V_L I_L \frac{(N_{SE} + N_C) - N_C}{N_{SE} + N_C}$$

$$= S_{IO} \frac{N_{SE}}{N_{SE} + N_C} \tag{2-86}$$

Por tanto, la relación entre la potencia aparente en el primario y en el secundario del autotransformador y la potencia aparente real que atraviesa los devanados es

$$\frac{S_{IO}}{S_W} = \frac{N_{SE} + N_C}{N_{SE}} \tag{2-87}$$

La ecuación (2-87) describe la *ventaja en el valor nominal de potencia aparente* de un autotransformador sobre un transformador convencional. Aquí, S_{IO} es la potencia aparente que entra al primario y sale por el secundario del transformador mientras que S_W, es la potencia aparente real que pasa a través de los devanados del transformador (la restante pasa del primario al secundario sin ser acoplada a través de los devanados del transformador). Nótese que cuanto menor sea el devanado serie, mayor será la ventaja de potencia.

Por ejemplo, un autotransformador de 5000 kVA que conecta un sistema de 110 kV a otro de 138 kVA debería tener una relación de vueltas N_C/N_{SE} de 110:28. Tal autotransformador debería tener devanados dimensionados para

$$S_W = S_{IO} \frac{N_{SE}}{N_{SE} + N_C} \tag{2-86}$$

$$= (5000 \text{ kVA}) \frac{28}{28 + 110} = 1015 \text{ kVA}$$

El autotransformador debería tener devanados dimensionados a cerca de 1015 kVA, mientras que el transformador convencional necesitaría devanados dimensionados a 5000 kVA para hacer el mismo trabajo. El autotransformador puede ser cinco veces menor que el transformador convencional y también mucho menos costoso. Por esta razón, es muy ventajoso construir autotransformadores con transformadores entre dos voltajes muy cercanos.

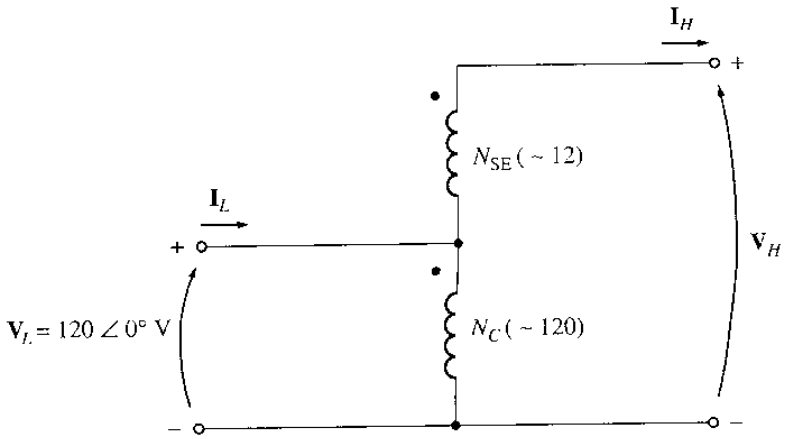


Figura 2-34
Autotransformador del ejemplo 2-7.

El siguiente ejemplo ilustra el análisis de un autotransformador y la ventaja en el dimensionamiento de los autotransformadores.

Ejemplo 2-7 Se conecta un transformador de 100 VA 120/12 V para conformar un autotransformador elevador (*véase* figura 2-34). Si se aplica un voltaje primario de 120 V al transformador,

a) ¿Cuál es el voltaje secundario del transformador?
b) ¿Cuál es su máxima capacidad en voltamperios para este modo de operación?
c) Calcule la ventaja al conectarlo en la conexión como autotransformador sobre la ventaja nominal como transformador convencional en operación a 120/12-V.

Solución. Para conseguir una transformación elevadora de voltaje con 120 V en el primario, la relación entre las vueltas del devanado común N_C y las vueltas del devanado serie N_{SE} debe ser 120:12 (o 10:1).

a) Este transformador se utiliza como elevador. El voltaje secundario es V_H y, de la ecuación (2-76),

$$\mathbf{V}_H = \mathbf{V}_L + \frac{N_{SE}}{N_C}\mathbf{V}_L \qquad (2\text{-}76)$$

$$= \frac{N_{SE} + N_C}{N_C}\mathbf{V}_L$$

b) La capacidad nominal máxima en voltamperios en cada devanado del transformador es 100 VA. ¿Cuánta potencia aparente de entrada o salida puede proveer? Para encontrarla, se examina el devanado serie. El voltaje V_{SE} en el devanado es 12 V y su capacidad nominal es 100 VA. De esta forma, la *máxima* corriente en el devanado serie es

$$I_{SE,\,máx.} = \frac{S_{máx.}}{V_{SE}} = \frac{100\text{ VA}}{12\text{V}} = 8.33\text{ A}$$

Como I_{SE} es igual a la corriente secundaria , I_S (o I_H) y como el voltaje secundario $V_S = V_H = 132$ V, la potencia aparente en el secundario es

$$S_{out} = V_S I_S = V_H I_H$$
$$= (132 \text{ V})(8.33 \text{ A}) = 1100 \text{ VA} = S_{in}$$

c) La ventaja en la capacidad nominal puede calcularse del literal *b*) o por separado, de la ecuación (2-87). Del literal *b*),

$$\boxed{\frac{S_{IO}}{S_W} = \frac{1100 \text{ VA}}{100 \text{ VA}} = 11}$$

De la ecuación (2-87),

$$\frac{S_{IO}}{S_W} = \frac{N_{SE} + N_C}{N_{SE}} \qquad (2\text{-}87)$$
$$= \frac{12 + 120}{12} = \frac{132}{12} = 11$$

En cualquiera de las ecuaciones, la potencia aparente nominal se incrementa en un factor de 11. ●

Normalmente no es posible reconectar un transformador de tipo convencional como autotransformador y utilizarlo en la forma del ejemplo 2-7, debido al aislamiento del lado de bajo voltaje del transformador común, que podría ser insuficiente para soportar el voltaje de salida de la conexión como autotransformador. En los transformadores construidos específicamente como autotransformadores, el aislamiento del devanado más pequeño (devanado serie) es tan fuerte como el del devanado más grande.

En sistemas de potencia, es una práctica común utilizar autotransformadores siempre que dos voltajes que sean muy cercanos en su nivel necesiten transformarse ya que, cuanto más cercanos sean estos voltajes, mayor es la ventaja en la potencia obtenida del autotransformador. También se utilizan como transformadores variables, donde la toma de baja tensión se mueve hacia arriba y hacia abajo en el devanado. Ésta es una forma muy conveniente de obtener un voltaje ac variable. Tal autotransformador variable se muestra en la figura 2-35.

La principal desventaja de los autotransformadores es que, a diferencia de los transformadores corrientes, *hay una conexión física directa entre los circuitos primario y secundario;* de este modo se pierde *el aislamiento eléctrico* de los dos lados. Si una aplicación particular no requiere aislamiento eléctrico, el autotransformador es una forma conveniente y *barata de* ligar voltajes aproximadamente iguales.

Impedancia interna de un autotransformador

Los autotransformadores tienen una desventaja adicional comparados con los transformadores convencionales. Es un hecho que la impedancia efectiva por unidad de un autotransformador,

comparada con la de un transformador conectado de manera convencional, es menor en un factor igual al inverso de la ventaja en potencia de la conexión como autotransformador.

La prueba de este hecho se deja como un ejercicio al final del capítulo.

La impedancia interna reducida de un transformador, comparada con la del transformador convencional de dos devanados, puede causar graves problemas en algunas aplicaciones que requieran limitar la corriente que fluye durante fallas del sistema de potencia (cortocircuitos). El efecto de la menor impedancia interna provista por un autotransformador debe ser tenido en cuenta en aplicaciones prácticas antes de seleccionar el autotransformador.

Ejemplo 2-8 Un transformador está dimensionado para 1000 kVA, 12/1.2 kV, 60 Hz cuando opera como transformador convencional. En estas condiciones, su resistencia y reactancia serie son 1 y 8% pu, respectivamente. Este transformador se va a utilizar como transformador reductor a 13.2/12 kV en un sistema de distribución de potencia. En la conexión como autotransformador,

a) ¿Cuál es la capacidad nominal cuando se utiliza de esta manera? y *b*) ¿cuál es la impedancia serie del transformador en por unidad?

Solución

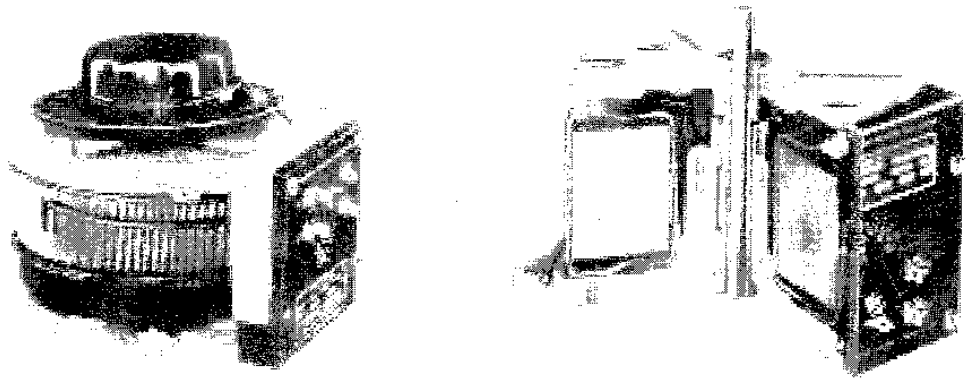
a) La relación de vueltas N_C/N_{SE} debe ser 12:1.2 o 10:1. El voltaje nominal de este transformador debe ser 13.2/12 kV y la potencia aparente (voltamperios) nominal será

$$S_{IO} = \frac{N_{SE} + N_C}{N_{SE}} S_W$$

$$= \frac{1 + 10}{1} 1000 \text{ kVA} = 11{,}000 \text{ kVA}$$

b) La impedancia del transformador en por unidad cuando se conecta de manera convencional es

$$Z_{eq} = 0.01 + j0.08 \text{ pu} \quad \text{devanados separados}$$



a) *b*)

Figura 2-35

a)Autotransformador de voltaje variable. *b*) Vista en corte de un autotransformsador (cortesia de Superior Electric Company).

La ventaja en potencia aparente de este autotransformador es 11; por tanto, la impedancia del autotransformador conectado como se describe es

$$Z_{eq} = \frac{0.01 + j0.08}{11}$$

$$= 0.00091 + j0.00727 \text{ pu autotransformador}$$ ●

2-10 TRANSFORMADORES TRIFÁSICOS

Casi todos los principales sistemas de generación y distribución del mundo actual, son sistemas trifásicos de corriente alterna. Puesto que los sistemas trifásicos juegan tan importante papel en la vida moderna, es necesario entender cómo se utilizan los transformadores en ellos.

Los transformadores para circuitos trifásicos se suelen construir de dos maneras. Una de éstas consiste simplemente en tomar tres transformadores monofásicos y conectarlos en banco trifásico. Otra alternativa es construir un transformador trifásico que consta de tres conjuntos de devanados enrollados sobre un núcleo común. Estas dos posibilidades de construir un transformador trifásico se muestran en las figuras 2-36 y 2-37. Hoy en día se prefiere construir un transformador trifásico como tal puesto que es más liviano, más pequeño, más barato y un poco más eficiente. La técnica más antigua de construcción era utilizar tres transformadores separados. Esta forma tiene la ventaja de remplazar cada unidad del banco individualmente en caso de alguna falla, pero no supera las ventajas de una unidad trifásica combinada, en la mayoría de las aplicaciones. Sin embargo, aún quedan muchas instalaciones con tres unidades monofásicas en servicio.

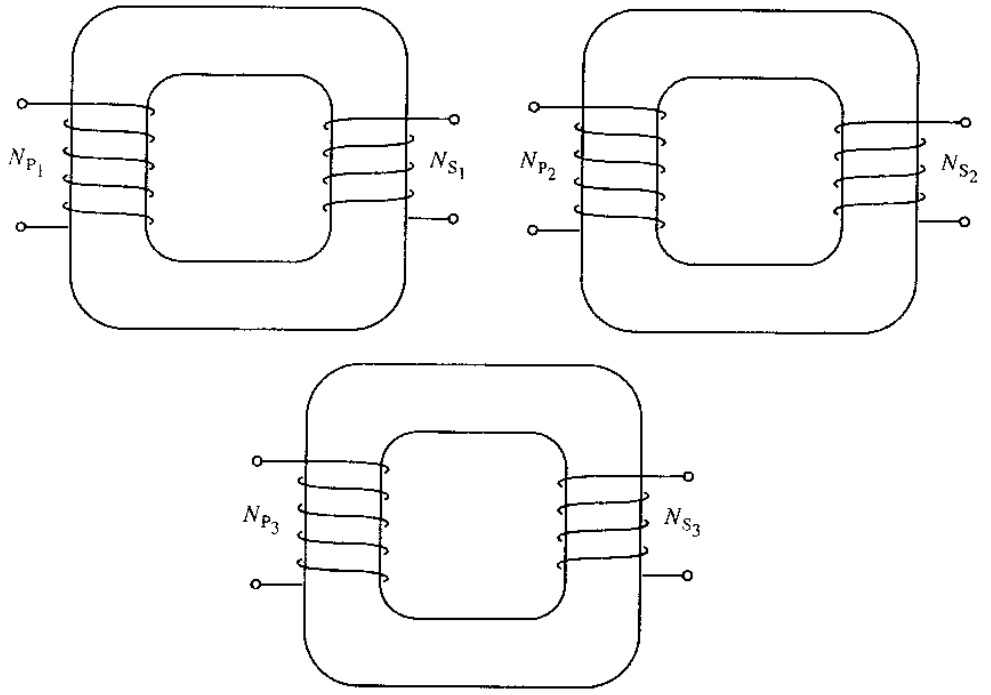


Figura 2-36
Banco trifásico de transformadores compuesto por tres transformadores independientes.

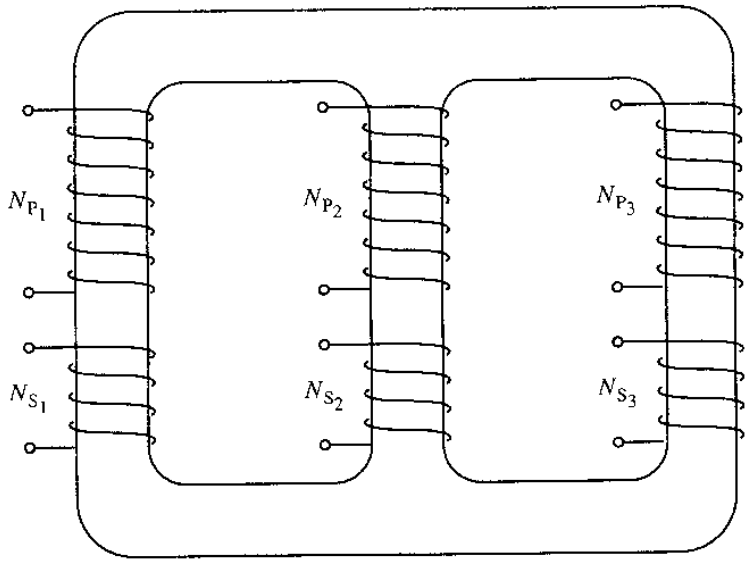


Figura 2-37
Transformador trifásico construido sobre un único núcleo de tres columnas.

En el ápéndice A se encuentra un análisis sobre los circuitos trifásicos. Algunos de los lectores quizá deseen remitirse a ella, antes de estudiar el siguiente material.

Conexiones de transformadores trifásicos

Un transformador trifásico consta de tres transformadores, separados o combinados, sobre un núcleo. Los primarios y secundarios de todo transformador trifásico pueden ser conectados independientemente en ye (Y) o en delta (Δ). Esto da un total de cuatro conexiones posibles para un banco trifásico:

1. Ye – Ye (Y –Y)
2. Ye – Delta (Y – Δ)
3. Delta – Ye (Δ– Y)
4. Delta – Delta (Δ– Δ)

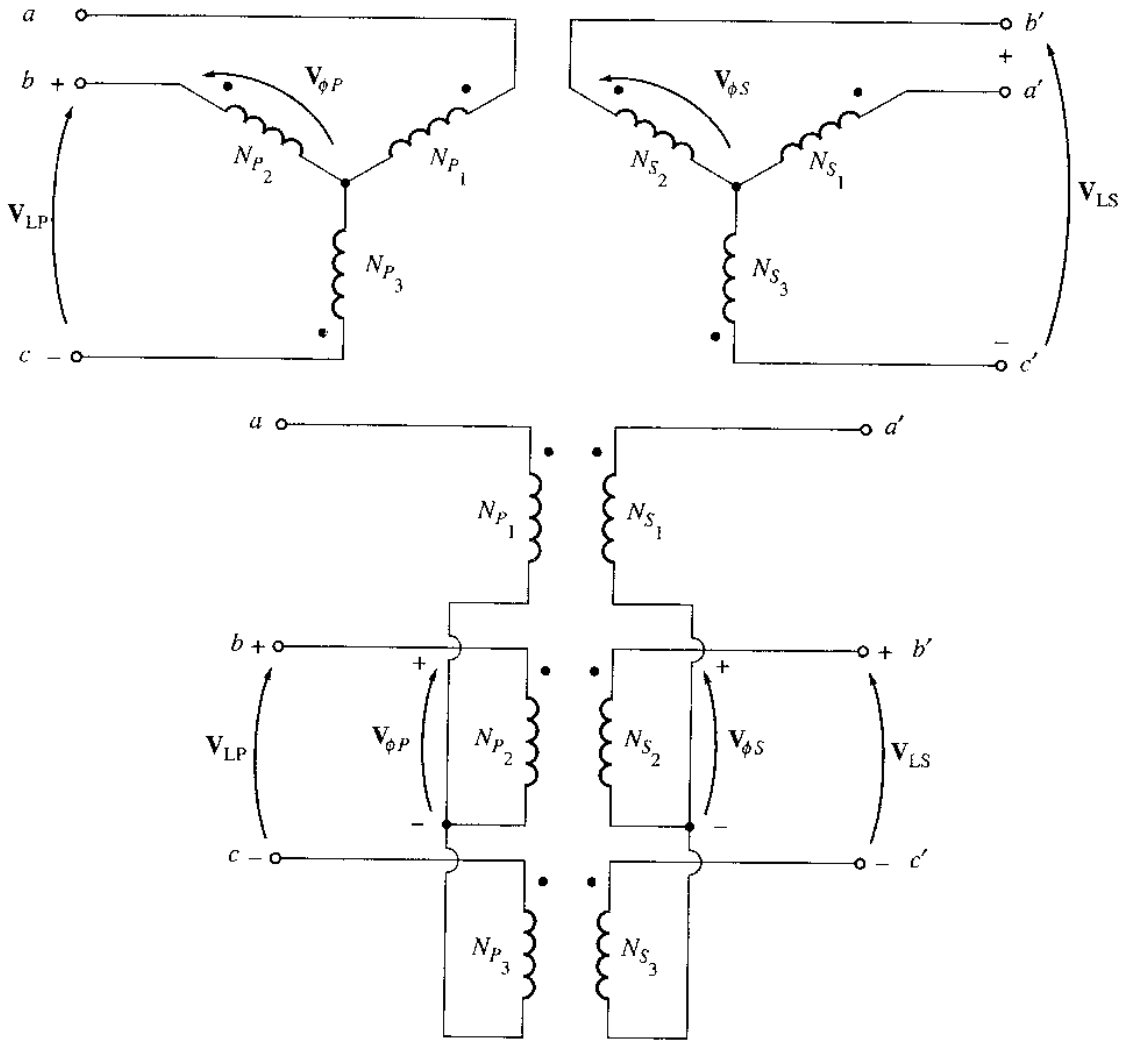
Estas conexiones se muestran en la figura 2-38.

La clave para analizar un banco trifásico es mirar cada transformador del banco. *Cada transformador monofásico del banco se comporta exactamente como los transformadores monofásicos ya estudiados.* La impedancia, regulación de voltaje, eficiencia y demás cálculos similares para los transformadores trifásicos se hacen sobre *una base por fase,* utilizando las mismas técnicas ya desarrolladas para los transformadores monofásicos.

Las ventajas y desventajas de cada tipo de conexión de los transformadores trifásicos se analizan más adelante.

CONEXIÓN YE – YE. La conexión Y – Y de transformadores trifásicos se muestra en la figura 2-38*a*. En esta conexión el voltaje primario de cada fase del transformador está dado por $V_{\phi P} = V_{LP}/\sqrt{3}$. El voltaje de fase primario está relacionado con el voltaje de fase secundario por la proporción de vueltas del transformador. El voltaje de fase en el secundario está relacionado con el voltaje de línea en el secundario por $V_{LS} = \sqrt{3}V_{\phi S}$. Entonces la relación de vueltas del transformador es

$$\boxed{\frac{V_{LP}}{V_{LS}} = \frac{\sqrt{3}V_{\phi P}}{\sqrt{3}V_{\phi S}} = a \qquad Y-Y} \tag{2-88}$$



a)

Figura 2-38
Diagramas de conexión de transformadores trifásicos: *a*) Y – Y.

La conexión Y – Y tiene dos problemas graves:

1. Si las cargas del circuito del transformador están desbalanceadas, los voltajes de las fases del transformador pueden llegar a desbalancearse severamente.
2. Los voltajes de terceras armónicas pueden ser grandes.

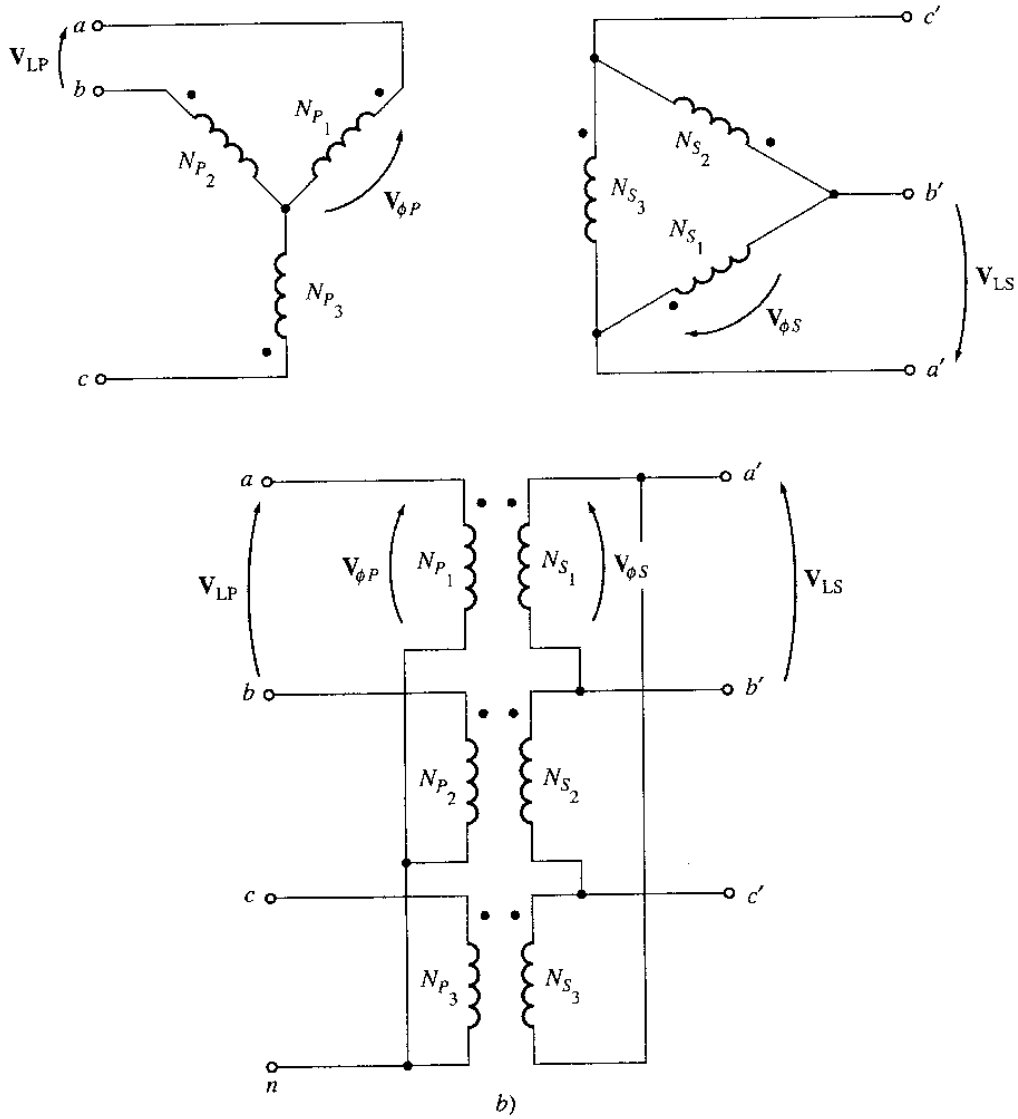
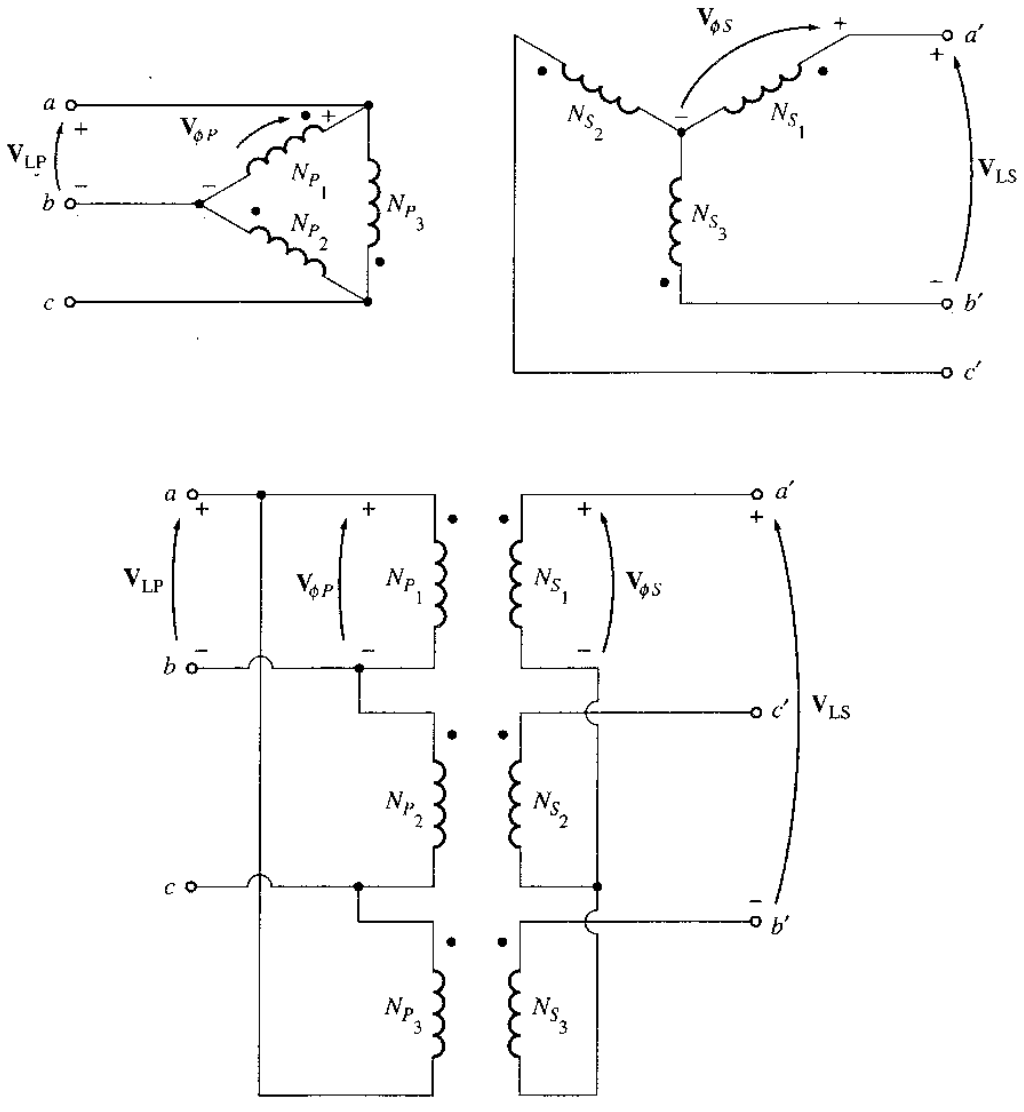


Figura 2-38 (*continuación*)
b) Y - Δ.

Si a un transformador Y – Y se aplica un sistema trifásico de voltaje, los voltajes en cualquier fase estarán separados 120° de los de las demás fases. Sin embargo, las *componentes de tercera armónica de cada una de las tres fases estarán en fase entre sí,* puesto que hay tres ciclos en la tercera armónica por cada ciclo de la frecuencia fundamental. Siempre hay algunas componentes de tercera armónica en el transformador debido a la no linealidad del núcleo, y estas componentes se adicionan. El resultado es una componente de voltaje de tercera armónica muy grande por encima del voltaje fundamental de 50 ó 60 Hz. Este voltaje de tercera armónica puede ser mayor que el voltaje fundamental mismo.

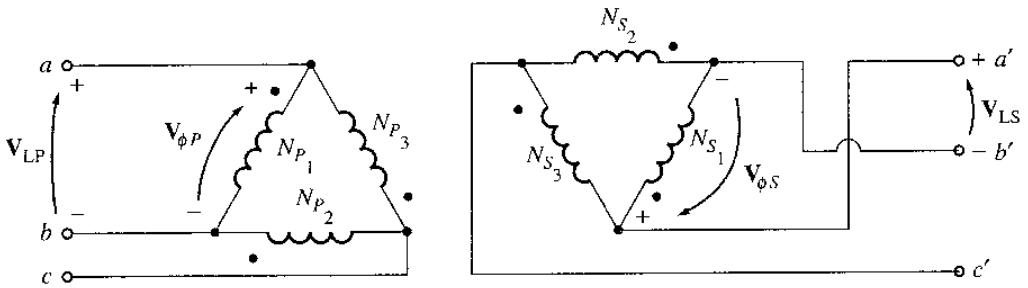


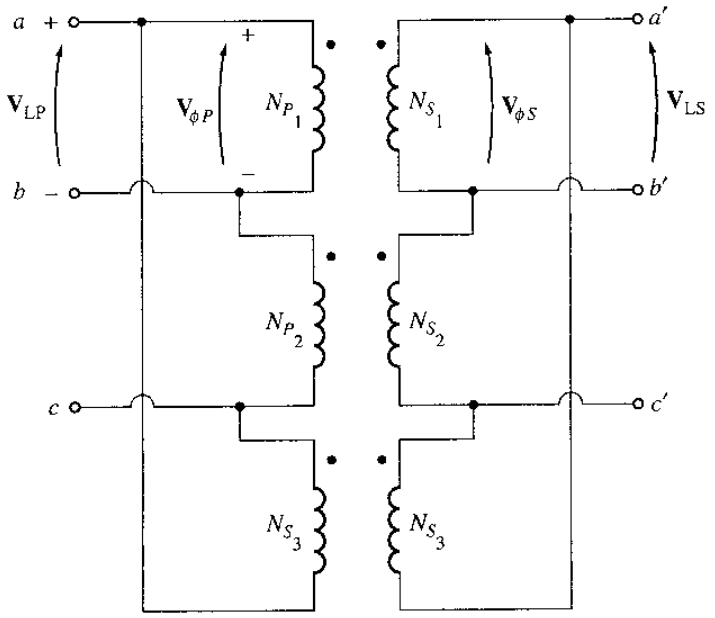
c)

Figura 2-38 (*continuación*)
c) Δ-Y.

Ambos problemas, el desbalance de voltajes y el de las armónicas se pueden solucionar utilizando una de las dos técnicas siguientes.

1. *Poniendo sólidamente a tierra los neutros de los transformadores, en* especial el neutro de los devanados primarios. Esta conexión permite que las componentes aditivas de tercer armónico provoquen un flujo de corriente a través del neutro en lugar de ocasionar sobrevoltajes. El neutro provee también un camino de retorno para los desbalances de corriente en la carga.
2. Adicionar un tercer devanado (terciario), conectado en Δ, al banco de transformadores. Si se adiciona un tercer devanado conectado en Δ, las componentes de tercer armónico del voltaje se sumarán en la Δ causando una corriente circulante dentro de este devanado. Esto suprime las componentes de tercer armónico del voltaje, de la misma forma que poniendo a tierra los neutros de los transformadores.





d)

Figura 2-38 (***continuación***)
d) Δ-Δ.

Los terminales del devanado terciario conectado en Δ no necesitan sacarse de la caja del transformador, pero se utilizan frecuentemente para alimentar luminarias y como potencia auxiliar en las subestaciones en las cuales se localizan. El devanado terciario debe ser suficientemente grande para portar las corrientes circulantes; por esta razón se fabrican, en la mayoría de los casos, de un tercio de la potencia nominal de los devanados principales.

Una de estas dos técnicas correctivas *debe* utilizarse cada vez que se instale un transformador Y – Y. En la práctica se utilizan muy poco los transformadores Y – Y puesto que alguno de los otros tipos de conexión de transformadores trifásicos puede realizar las mismas labores.

CONEXIÓN YE – DELTA. La conexión Y – Δ de transformadores trifásicos se muestra en la figura 2-38*b*. En esta conexión, el voltaje primario de línea está relacionado con el voltaje primario de fase por $V_{LP} = \sqrt{3}V_{\phi P}$, mientras que el voltaje secundario de línea es igual al voltaje secundario de fase $V_{LS} = V_{\phi S}$. La relación de voltajes de cada fase es

$$\frac{V_{\phi P}}{V_{\phi S}} = a$$

de modo que la relación total entre el voltaje de línea en el lado primario del banco y el voltaje de línea en el lado secundario es

$$\frac{V_{LP}}{V_{LS}} = \frac{\sqrt{3}V_{\phi P}}{V_{\phi S}}$$

$$\boxed{\frac{V_{LP}}{V_{LS}} = \sqrt{3}a \qquad Y-\Delta} \tag{2-89}$$

La conexión Y – Δ no tiene problemas por componentes de tercera armónica en sus voltajes ya que ellas son consumidas en una corriente circulante en el devanado Δ. Esta conexión es también más estable cuando hay cargas desbalanceadas puesto que la Δ redistribuye parcialmente cualquier desbalance que ocurra.

Este arreglo tiene sin embargo un problema. Debido a la conexión, el voltaje secundario está desfasado 30° con relación al voltaje primario del transformador. El hecho de que ocurra un desfasaje puede causar problemas en la puesta en paralelo de los secundarios de dos bancos de transformadores. Los ángulos de fase de los secundarios de los transformadores deben ser iguales si van a ser puestos en paralelo, lo cual significa que se debe poner atención a la dirección en que ocurre el desfasaje de 30° en cada banco de transformadores que va a ser puesto en paralelo.

En Estados Unidos, *es costumbre hacer que el voltaje secundario atrase al primario en 30°*. Aunque ésta es la norma, no siempre ha sido observada y las instalaciones más viejas deben ser revisadas con cuidado antes de poner en paralelo un nuevo transformador con aquellas, para asegurarse de que sus ángulos de fase concuerden.

La conexión mostrada en la figura 2-38*b* causará un desfasaje en atraso del voltaje secundario, si la secuencia de fases del sistema es *abc*. Si la secuencia de fases del sistema es *acb*, entonces la conexión mostrada en la figura 2-38*b* causará que el voltaje secundario adelante al primario en 30°.

CONEXIÓN DELTA – YE. Una conexión Δ–Y de transformadores trifásicos se muestra en la figura 2-38*c*. En esta conexión, el voltaje primario de línea es igual al voltaje primario de fase $V_{LP} = V_{\phi P}$, mientras que los voltajes secundarios están relacionados por $V_{LS} = \sqrt{3}V_{\phi S}$. La relación de voltajes línea-a-línea en esta conexión es

$$\frac{V_{LP}}{V_{LS}} = \frac{V_{\phi P}}{\sqrt{3}V_{\phi S}}$$

$$\boxed{\frac{V_{LP}}{V_{LS}} = \frac{\sqrt{3}}{a} \qquad \Delta - Y} \tag{2-90}$$

Esta conexión tiene las mismas ventajas y el mismo desfasaje que en el caso del transformador Y – Δ. La conexión mostrada en la figura 2-38*c* ocasiona que el voltaje secundario atrase el voltaje primario en 30°, como antes.

CONEXIÓN DELTA–DELTA. La conexión Δ–Δ se muestra en la figura 2-38*d*. En esta conexión, $V_{LP} = V_{\phi P}$ y $V_{LS} = V_{\phi S}$, por lo cual la relación entre los voltajes de línea primario y secundario es

$$\boxed{\frac{V_{LP}}{V_{LS}} = \frac{V_{\phi P}}{V_{\phi S}} = a \qquad \Delta - \Delta} \tag{2-91}$$

Este transformador no presenta desfasaje asociado a él ni problemas por las cargas desbalanceadas o las armónicas.

Sistema por unidad para transformadores trifásicos

El sistema de medida por unidad se aplica tanto a los transformadores trifásicos como a los monofásicos. Las ecuaciones básicas en el campo monofásico (2-54 a 2-57) se aplican a los sistemas trifásicos en bases *por fase*. Si el valor base de los voltamperios totales del banco de transformadores se llama S_{base}, el valor base de los voltamperios de uno de los transformadores $S_{1\phi,\,base}$ es

$$S_{1\phi,\,base} = \frac{S_{base}}{3} \tag{2-92}$$

y la base de corriente de fase y la impedancia del transformador son

$$I_{\phi,\text{base}} = \frac{S_{1\phi,\text{base}}}{V_{\phi,\text{base}}} \tag{2-93a}$$

$$\boxed{I_{\phi,\text{base}} = \frac{S_{\text{base}}}{3\,V_{\phi,\text{base}}}} \tag{2-93b}$$

$$Z_{\text{base}} = \frac{(V_{\phi,\text{base}})^2}{S_{1\phi,\text{base}}} \tag{2-94a}$$

$$\boxed{Z_{\text{base}} = \frac{3(V_{\phi,\text{base}})^2}{S_{\text{base}}}} \tag{2-94b}$$

Las cantidades de línea en los bancos de transformadores trifásicos pueden representarse también en el sistema por unidad. La relación entre los voltajes base de línea y de fase del transformador depende de la conexión de los devanados. Si los devanados están conectados en delta, $V_{L,\text{base}} = V_{\phi,\text{base}}$, mientras que si los devanados están conectados en ye, $V_{L,\text{base}} = \sqrt{3}V_{\phi,\text{base}}$. La base de corriente de línea en un banco trifásico está dada por

$$I_{L,\text{base}} = \frac{S_{\text{base}}}{\sqrt{3}V_{L,\text{base}}} \tag{2-95}$$

La aplicación del sistema por unidad en los ejercicios de transformadores trifásicos es similar a la de los ejemplos de los monofásicos ya dados.

Ejemplo 2-9 Un transformador de distribución de 50-kVA, 13,800/208-V en Δ-Y tiene una resistencia de 1% y una reactancia de 7% por unidad.

a) ¿Cuál es la impedancia de fase del transformador, referida al lado de alto voltaje?
b) Calcule la regulación de voltaje de este transformador a plena carga, si el PF es 0.8 en atraso, utilizando la impedancia hallada.
c) Calcule la regulación de voltaje de este transformador bajo las mismas condiciones, utilizando el sistema por unidad.

Solución

a) El lado de alto voltaje del transformador tiene un voltaje base de línea de 13,800 V y potencia aparente base de 50 kVA. Puesto que el primario está conectado en Δ, su voltaje de fase es igual a su voltaje de línea. Entonces su impedancia base es

$$Z_{\text{base}} = \frac{3(V_{\phi,\text{base}})^2}{S_{\text{base}}} \tag{2-94b}$$

$$= \frac{3(13{,}800\text{ V})^2}{50{,}000\text{ VA}} = 11{,}426\ \Omega$$

La impedancia del transformador, por unidad, es

$$Z_{eq} = 0.01 + j0.07 \text{ pu}$$

y la impedancia en el lado de alto voltaje, en ohmios, es

$$\begin{aligned} Z_{eq} &= Z_{eq,\,pu} Z_{base} \\ &= (0.01 + j0.07 \text{ pu})(11{,}426\ \Omega) = 114.2 + j800\ \Omega \end{aligned}$$

b) Para calcular la regulación de voltaje del banco trifásico, se determina la regulación de voltaje de un transformador monofásico del banco. En el transformador monofásico los voltajes son de fase, por tanto

$$\text{VR} = \frac{V_{\phi P} - aV_{\phi S}}{aV_{\phi S}} \times 100\%$$

El voltaje nominal de fase del transformador en el primario es 13,800 V, por tanto la corriente nominal en el lado primario es

$$I_\phi = \frac{S}{3V_\phi}$$

La potencia aparente nominal es $S = 50$ kVA, por tanto

$$\mathrm{I}_\phi = \frac{50{,}000 \text{ VA}}{3(13{,}800 \text{ V})} = 1.208 \text{ A}$$

El voltaje nominal de fase en el secundario del transformador es 208 V/$\sqrt{3}$ = 120 V. Cuando se refiere al lado de alto voltaje del transformador, este voltaje llega a ser $V'_{\phi S} = aV_{\phi S} = 13{,}800$ V. Si el secundario está operando a voltaje y corriente nominales, el voltaje primario de fase resultante es

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_{\phi P} &= a\mathbf{V}_{\phi S} + R_{eq}\mathbf{I}_\phi + jX_{eq}\mathbf{I}_\phi \\ &= 13{,}800\angle 0° \text{ V} + (114.2\ \Omega)(1.208\angle -36.87° \text{ A}) + (j800\ \Omega)(1.208\angle -36.87° \text{ A}) \\ &= 13{,}800 + 138\angle -36.87° + 966.4\angle 53.13° \\ &= 13{,}800 + 110.4 - j82.8 + 579.8 + j773.1 \\ &= 14{,}490 + j690.3 = 14{,}506\angle 2.73° \text{ V} \end{aligned}$$

Entonces,

$$\begin{aligned} \text{VR} &= \frac{V_{\phi P} - aV_{\phi S}}{aV_{\phi S}} \times 100\% \\ &= \frac{14{,}506 - 13{,}800}{13{,}800} \times 100\% = 5.1\% \end{aligned}$$

c) En el sistema por unidad, el voltaje de salida es 1 ∠ 0° y la corriente es 1 ∠ -36.87°. Entonces, el voltaje de entrada es

$$V_P = 1\angle 0° + (0.01)(1\angle -36.87°) + (j0.07)(1\angle -36.87°)$$
$$= 1 + 0.008 - j0.006 + 0.042 + j0.056$$
$$= 1.05 + j0.05 = 1.051\angle 2.73°$$

La regulación de voltaje es

$$\text{VR} = \frac{1.051 - 1.0}{1.0} \times 100\% = 5.1\%$$

La regulación de voltaje del banco de transformadores es la misma si los cálculos se hacen con el valor verdadero en ohmios o en el sistema por unidad.

2-11 TRANSFORMACIÓN TRIFÁSICA UTILIZANDO DOS TRANSFORMADORES

Además de las conexiones trifásicas estándar, existen modos de lograr transformación trifásica con sólo dos transformadores. Todas las técnicas que se empleen involucran una reducción en la capacidad de potencia de los transformadores, pero se justifican en ciertas situaciones económicas.

Algunas de las más importantes conexiones con dos transformadores son:

1. Conexión en Δ abierta (o V–V)
2. Conexión en Y abierta – Δ abierta
3. Conexión Scott–T
4. Conexión trifásica en T

Cada una de estas conexiones se describe a continuación.

Conexión Δ abierta (o V–V)

En algunas situaciones no puede utilizarse un banco de transformadores completo para realizar una transformación trifásica. Por ejemplo, se supone que un banco Δ–Δ compuesto por transformadores separados tiene una fase en falla, la cual debe remitirse para repararla. La figura 2-39 muestra la situación resultante. Si los dos voltajes secundarios que permanecen son $V_A = V\angle 0°$ y $\mathbf{V}_A = V\angle 120°$ V, el voltaje que pasa a través de la abertura que dejó el otro transformador está dado por

$$\mathbf{V}_C = -\mathbf{V}_A - \mathbf{V}_B$$
$$= -V\angle 0° - V\angle -120°$$
$$= -V - (-0.5V - j0.866V)$$
$$= -0.5V + j0.866V$$
$$= V\angle 120° \quad \text{V}$$

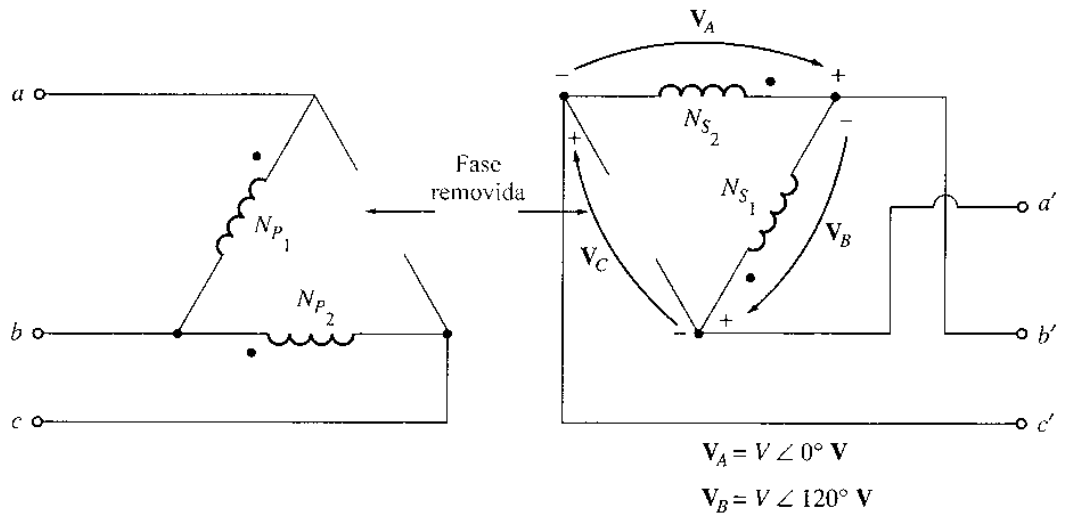


Figura 2-39
Conexión de un transformador en Δ abierta o V-V.

Éste es el mismo voltaje que se presentaría si el tercer transformador estuviera aún allí. La fase *C* a veces se denomina *fase fantasma*. Entonces, la conexión en delta abierta permite que un banco de transformadores continúe en operación con sólo dos de sus transformadores, permitiendo que fluya cierta cantidad de potencia aun cuando se haya removido una fase dañada.

¿Cuánta potencia aparente puede suministrar el banco si se retira uno de sus tres transformadores? En principio, parece que podría suministrar tan sólo dos tercios de su potencia aparente nominal puesto que tan sólo están presentes los dos tercios de los transformadores. Sin embargo, esto no es tan sencillo. Para entender lo que ocurre al retirar un transformador, *véase* la figura 2-40.

La figura 2-40*a* muestra el banco de transformadores en operación normal, conectado a una carga resistiva. Si el voltaje nominal de uno de los transformadores del banco es V_ϕ y la corriente nominal es I_ϕ, la máxima potencia que puede suministrarse a la carga es

$$P = 3V_\phi I_\phi \cos \theta$$

El ángulo entre el voltaje V_ϕ y la corriente I_ϕ en cada fase es 0°, por lo cual la potencia total suministrada por el transformador es

$$\begin{aligned} P &= 3V_\phi I_\phi \cos \theta \\ &= 3V_\phi I_\phi \end{aligned} \tag{2-96}$$

El transformador en delta abierta se muestra en la figura 2-40*b*. Es importante notar los ángulos de voltajes y corrientes en el banco transformador. Debido a la pérdida de uno de los transformadores de fase, ahora la corriente en la línea de transmisión es igual a la corriente de fase en cada transformador, y las corrientes y voltajes del banco transformador difieren en un ángulo de 30°. Puesto que los ángulos del voltaje y la corriente difieren en cada uno de los dos transfor-

madores, es necesario examinar por separado cada transformador para determinar la máxima potencia que puede suministrar. Para el transformador 1, el voltaje está a un ángulo de 150° y la corriente a un ángulo de 120°; entonces la expresión de la máxima potencia en el transformador 1 es

$$\begin{aligned} P_1 &= 3V_\phi I_\phi \cos(150° - 120°) \\ &= 3V_\phi I_\phi \cos 30° \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} V_\phi I_\phi \end{aligned} \tag{2-97}$$

Para el transformador 2, el voltaje está a un ángulo de 30° y la corriente a un ángulo de 60°; entonces su potencia máxima es

$$\begin{aligned} P_2 &= 3V_\phi I_\phi \cos(30° - 60°) \\ &= 3V_\phi I_\phi \cos(-30°) \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} V_\phi I_\phi \end{aligned} \tag{2-98}$$

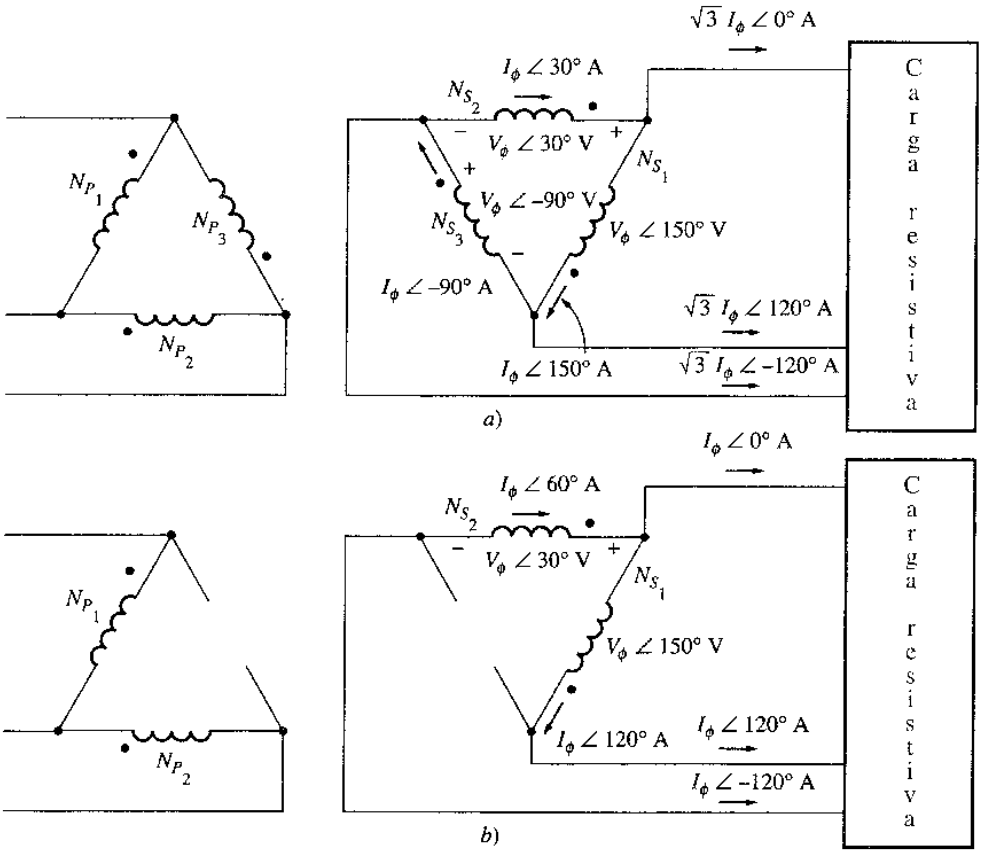


Figura 2-40

a) Voltajes y corrientes en un banco de transformadores Δ - Δ. *b*) Voltajes y corrientes en un banco de transformadores en Δ abierta.

La potencia total máxima del banco en delta abierta está dada por

$$P = \sqrt{3} V_\phi I_\phi \tag{2-99}$$

La corriente nominal es la misma en cada transformador, si hay dos o tres de ellos, y el voltaje también es el mismo, de modo que la relación entre la potencia de salida disponible del banco en delta abierta la potencia de salida disponible del banco trifásico normal es

$$\frac{P_{\text{open }\Delta}}{P_{3\text{ phase}}} = \frac{\sqrt{3} V_\phi I_\phi}{3 V_\phi I_\phi} = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0.577 \tag{2-100}$$

La potencia de salida disponible en el banco en delta abierta es 57.7 % de la nominal del banco original.

Una buena pregunta que podría ser formulada es ¿qué ocurre con el resto de la potencia nominal del banco en delta abierto? Puesto que la potencia total que pueden dar los dos transformadores en conjunto equivale a los dos tercios de la potencia nominal del banco, para empezar se examina la potencia reactiva del banco en delta abierta. La potencia reactiva del transformador 1 es

$$\begin{aligned} Q_1 &= 3 V_\phi I_\phi \operatorname{sen}(150° - 120°) \\ &= 3 V_\phi I_\phi \operatorname{sen} 30° \\ &= \frac{1}{2} V_\phi I_\phi \end{aligned}$$

La potencia reactiva del transformador 2 es

$$\begin{aligned} Q_2 &= 3 V_\phi I_\phi \operatorname{sen}(30° - 60°) \\ &= 3 V_\phi I_\phi \operatorname{sen}(-30°) \\ &= -\frac{1}{2} V_\phi I_\phi \end{aligned}$$

En consecuencia, un transformador produce la potencia reactiva que el otro consume. Este intercambio de energía entre los dos transformadores limita la salida de potencia a 57.7% de la *potencia nominal original del banco,* en lugar de obtener la esperada: 66.7%.

Una forma alternativa de ver la potencia en la conexión en delta abierta es que puede utilizarse el 86.6 % de la potencia nominal *de los dos transformadores restantes.*

Las conexiones en delta abierta se utilizan ocasionalmente cuando se desea suministrar una pequeña cantidad de potencia trifásica junto con una carga monofásica mayor. En tal caso, se utiliza la conexión mostrada en la figura 2-41, donde el transformador T_2 es mucho mayor que el transformador T_1.

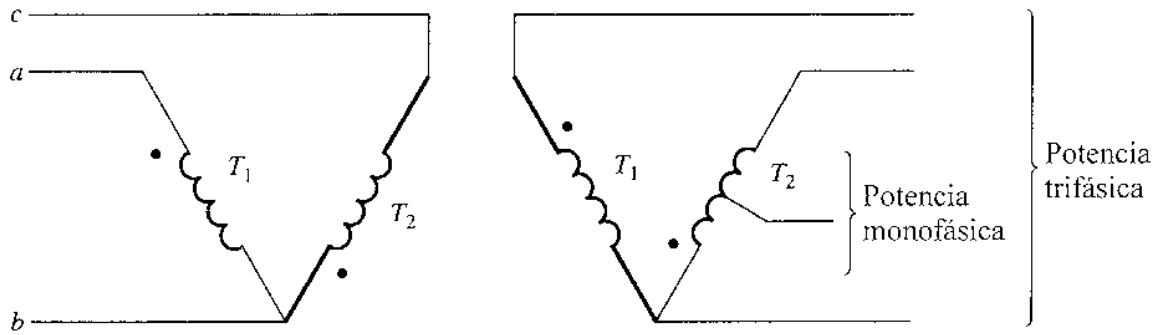


Figura 2-41
Uso de una conexión en delta abierta para suministrar una pequeña cantidad de potencia trifásica simultánea a una carga monofásica mayor. El transformador T_2 es mucho mayor que el transformador T_1.

Conexión Y abierta – Δ abierta

La conexión Y abierta – Δ abierta es muy similar a la conexión delta abierta excepto que los voltajes primarios se derivan de dos fases y el neutro. Este tipo de conexión se muestra en la figura 2- 42. Se acostumbra servir a pequeños usuarios comerciales que requieren servicio trifásico en áreas rurales donde las tres fases no estén disponibles. Con esta conexión se puede obtener servicio trifásico provisional hasta que la demanda haga necesaria la instalación de la tercera fase.

Una gran desventaja de esta conexión es que una corriente de retorno muy grande debe fluir por el neutro del circuito primario.

Conexión Scott –T

La conexión Scott–T es una forma de derivar, de una fuente trifásica, dos fases desfasadas 90°. En los comienzos de la transmisión de potencia alterna, fueron muy comunes los sistemas de potencia de dos y de tres fases. En esos días se volvió rutina interconectar sistemas de potencia de dos y de tres fases, por lo cual se desarrolló la conexión Scott–T.

En la actualidad los sistemas de potencia bifásicos están limitados fundamentalmente a ciertas aplicaciones de control, pero la conexión Scott–T se utiliza aún para producir la potencia necesaria para operarlas.

La conexión Scott–T consta de dos transformadores monofásicos de idéntica capacidad. Uno de ellos tiene una toma en su devanado primario a 86.6 % del valor del voltaje pleno. Los transformadores se conectan como se muestra en la figura 2-43*a*. La toma de 86.6% del transformador T_2 se conecta a la toma central del transformador T_1. Los voltajes aplicados en el lado primario se muestran en la figura 2-43*b* y los voltajes resultantes aplicados a los primarios de los dos transformadores se muestran en la figura 2-43*c*. Puesto que estos voltajes se encuentran desfasados 90°, ocasionan una salida bifásica.

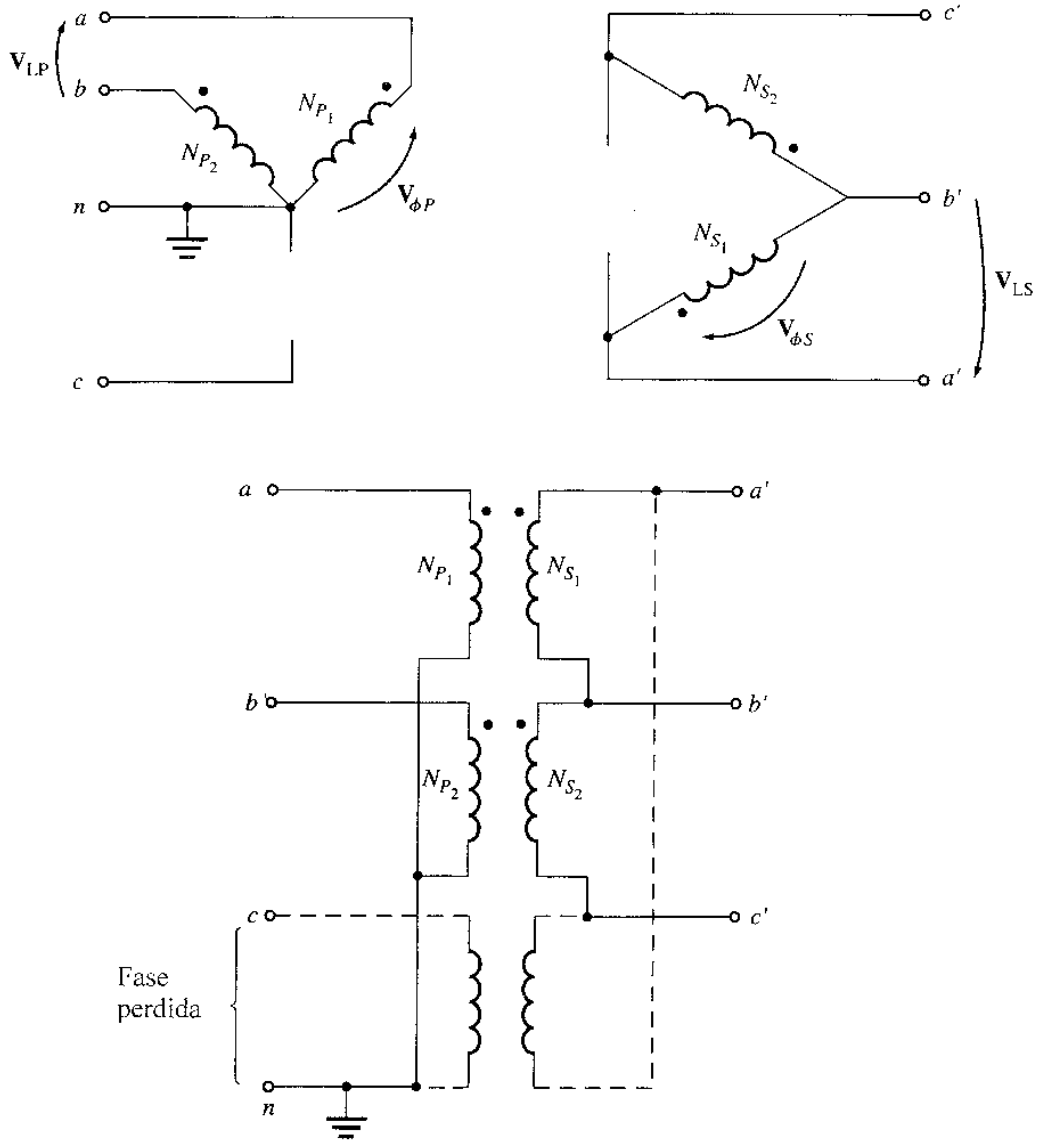


Figura 2-42
Diagrama de conexión de transformador en Y abierta – Δ abierta. Nótese que esta conexión es idéntica a la conexión Y – Δ de la figura 3-38*b*, excepto por la ausencia del tercer transformador y la presencia del hilo del neutro.

También es posible convertir potencia bifásica en potencia trifásica con esta conexión pero, puesto que hay muy pocos generadores bifásicos en uso, esta opción se presenta raras veces.

Conexión trifásica en T

La conexión Scott T utiliza dos transformadores para convertir *potencia trifásica* en *potencia bifásica* en diferente nivel de voltaje. Mediante una sencilla modificación de esa conexión, los

mismos dos transformadores pueden convertir *potencia trifásica* en *potencia trifásica* de diferente nivel de voltaje. Tal conexión se muestra en la figura 2-44. Aquí, tanto el devanado primario como el secundario del transformador T_2 tienen toma de derivación en el 86.6% y estas tomas están conectadas a la toma central de los devanados correspondientes del transformador T_1. En esta conexión T_1 es el *transformador principal* y T_2 es el *transformador de conexión en T (teaser transformer).*

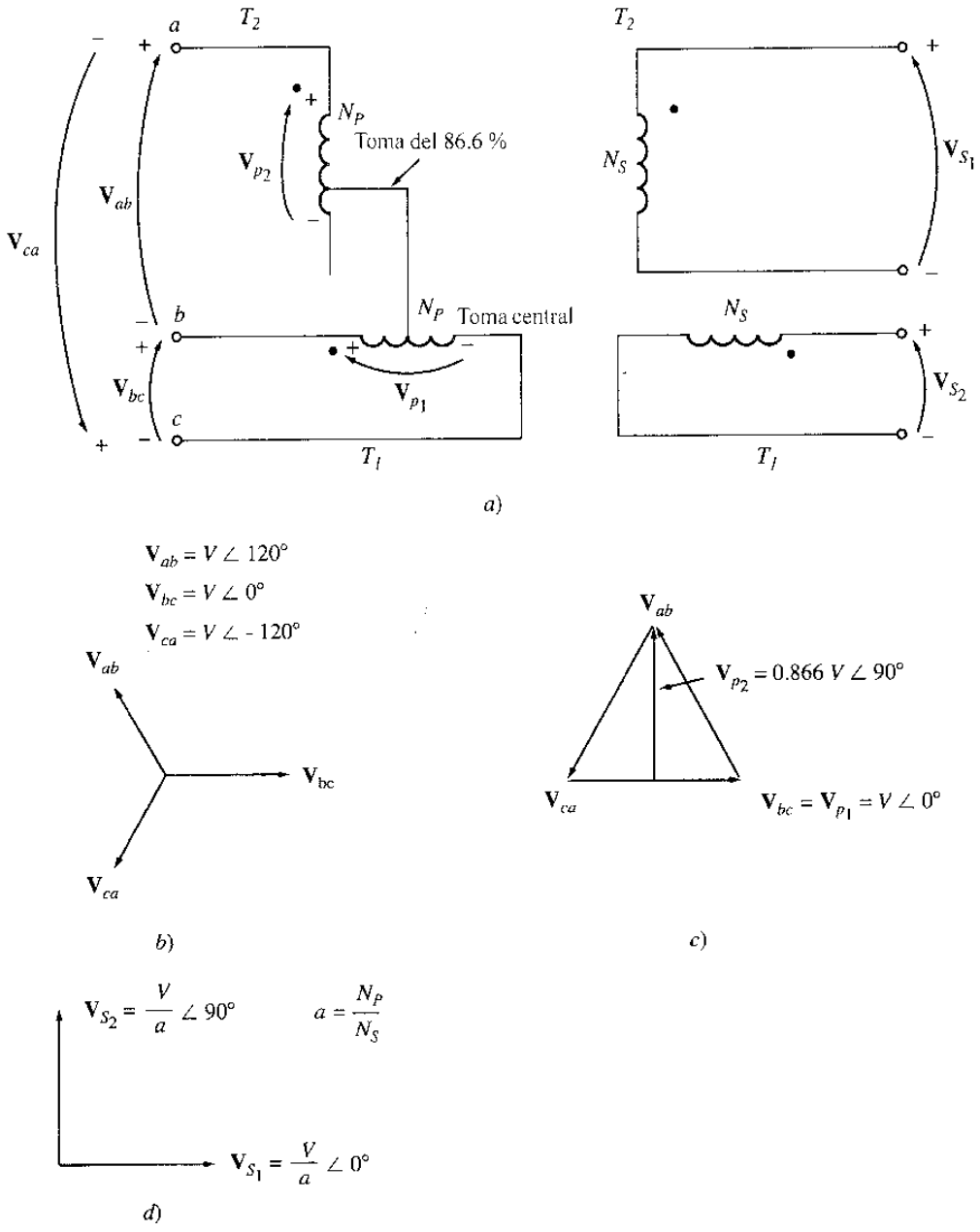


Figura 2-43
Conexión ScottT. *a*) Diagrama de cableado; *b*) voltajes trifásicos de entrada; *c*) voltajes en los devanados primarios; *d*) voltajes bifásicos secundarios.

Como en la conexión Scott T, el voltaje trifásico de entrada produce dos voltajes desfasados 90° en los devanados primarios de los transformadores. Estos voltajes primarios producen voltajes secundarios que se encuentran también desfasados 90°. A diferencia de la conexión Scott T, los voltajes secundarios se recombinan para dar salida trifásica.

Una ventaja mayor de la conexión trifásica T sobre las otras conexiones trifásicas con dos transformadores (la delta abierta y la ye abierta – delta abierta) es que se puede conectar un neutro tanto al lado primario como al lado secundario del banco de transformación. Esta conexión se utiliza en transformadores de distribución trifásicos autónomos, puesto que sus costos de producción son menores que los de un banco de transformación trifásico completo.

Puesto que las partes más bajas de los devanados de los transformadores de conexión en T no se utilizan en los lados primario ni secundario, pueden omitirse sin cambiar el comportamiento de la conexión. Esto es precisamente lo que se hace en transformadores de distribución.

2-12 VALORES NOMINALES Y PROBLEMAS RELACIONADOS CON LOS TRANSFORMADORES

Los transformadores tienen cuatro valores nominales principales: potencia aparente, voltaje, corriente y frecuencia. Esta sección examina los valores nominales de los transformadores y explica por qué y cómo se escogen estos valores. También considera los interrogantes sobre la corriente de irrupción que ocurre cuando se energiza un transformador por primera vez.

Valores nominales de voltaje y frecuencia de un transformador

El voltaje nominal de un transformador cumple dos funciones. La primera es evitar la perforación del aislamiento de los devanados del transformador debido a la aplicación de un voltaje excesivo. Ésta no es la limitante más seria en los transformadores prácticos. La segunda función se refiere a la curva y la corriente de magnetización del transformador. La figura 2-11 muestra una curva de magnetización para un transformador. Si se aplica un voltaje de estado estacionario

$$v(t) = V_M \operatorname{sen} \omega t \qquad \text{V}$$

al devanado primario del transformador, el flujo en el transformador está dado por

$$\begin{aligned} \phi(t) &= \frac{1}{N_P} \int v(t)\, dt \\ &= \frac{1}{N_P} \int V_M \operatorname{sen} \omega t\, dt \end{aligned}$$

$$\boxed{\phi(t) = -\frac{V_M}{\omega N_P} \cos \omega t} \tag{2-101}$$

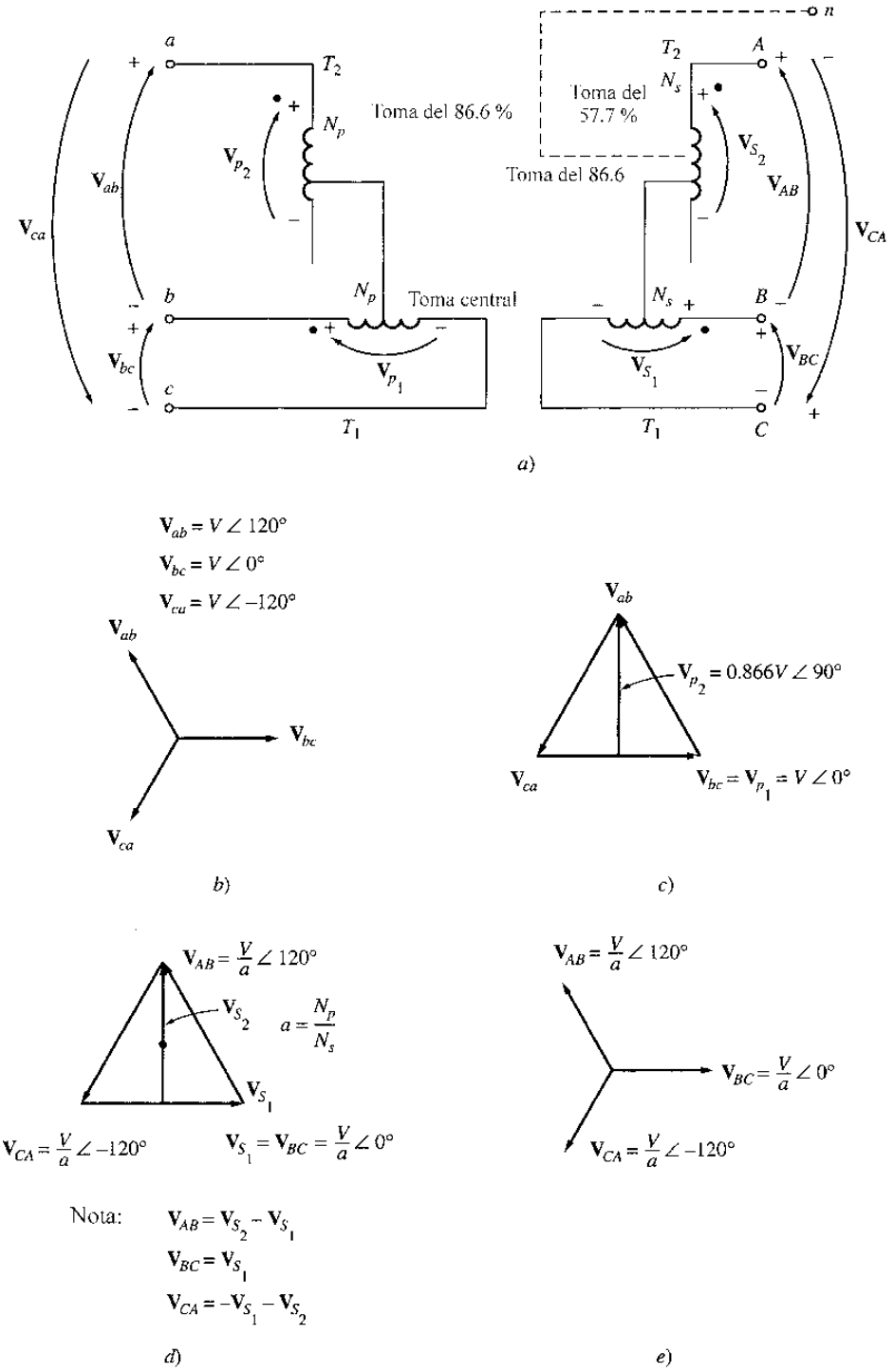


Figura 2-44

Conexión trifásica de transformadores en T. *a*) Diagrama de cableado; *b*) voltajes de entrada trifásica; *c*) voltajes en los devanados primarios de los transformadores; *d*) voltajes en los devanados secundarios de los transformadores; *e*) voltajes trifásicos resultantes en el secundario.

Si el voltaje aplicado $v(t)$ se incrementa en 10% , el flujo máximo resultante en el núcleo también se incrementa en 10%. Sin embargo, por encima de cierto punto de la curva de magnetización, un incremento de 10% en el flujo requiere un incremento *mucho* mayor que 10% en la corriente de magnetización. La figura 2-45 ilustra este concepto. Cuando se incrementa el voltaje, las corrientes de alta magnetización llegan rápidamente a ser inaceptables. El voltaje máximo aplicado (y por tanto el voltaje nominal) queda fijado por la máxima corriente de magnetización aceptable en el núcleo.

Nótese que el voltaje y la frecuencia están relacionados de manera recíproca, si se debe mantener constante el flujo máximo:

$$\phi_{\text{máx.}} = \frac{V_{\text{máx.}}}{\omega N_P} \tag{2-102}$$

Entonces, *si un transformador de 60 Hz se debe operar a 50 Hz, el voltaje que se le aplique debe reducirse también en un sexto* o el flujo máximo en el núcleo será demasiado alto. Esta reducción de voltaje, aplicada con frecuencia, es llamada *derrateo (derating)*. Igualmente, un transformador de 50 Hz puede operarse con un voltaje 20% más alto a 60 Hz, si esta acción no ocasiona problemas en su aislamiento.

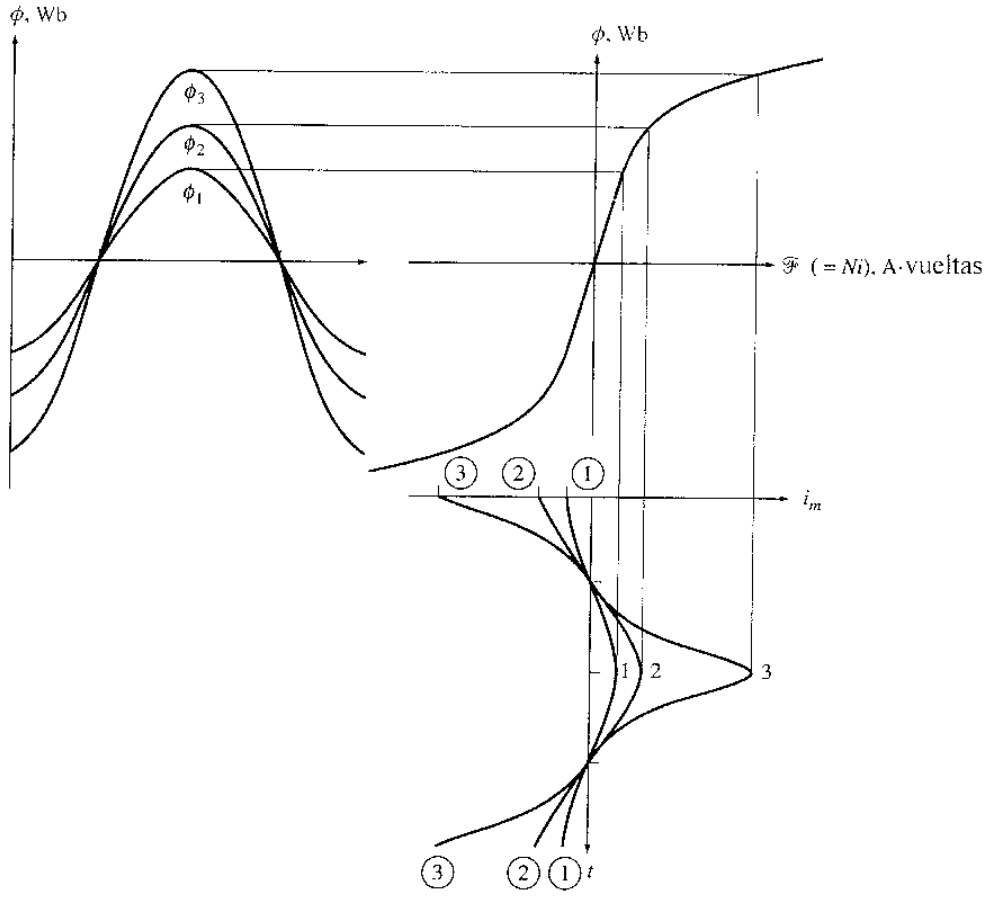


Figura 2-45
Efecto del flujo máximo en un núcleo de transformador sobre la corriente de magnetización requerida.

Ejemplo 2-10 Un transformador monofásico de 1 kVA, 230/115-V y 60 Hz tiene 850 vueltas en el devanado primario y 425 vueltas en el devanado secundario. La curva de magnetización de este transformador se muestra en la figura 2-46.

a) Calcule y dibuje la corriente de magnetización del transformador cuando se energiza a 230 V con una fuente de potencia a 60 Hz. ¿Cuál es el valor eficaz de la corriente de magnetización?
b) Calcule y dibuje la corriente de magnetización del transformador cuando se energiza a 230 V con una fuente de potencia de 50 Hz. ¿Cuál es el valor eficaz de la corriente de magnetización? ¿Cómo se puede comparar esta corriente con la corriente de magnetización a 60 Hz?

Solución. La mejor forma de resolver este ejercicio es calcular el flujo, en este núcleo, como una función del tiempo, y utilizar la curva de magnetización para transformar cada valor de flujo en la fuerza magnetomotriz correspondiente. La corriente de magnetización puede determinarse de la ecuación

$$i = \frac{\mathcal{F}}{N_P} \tag{2-103}$$

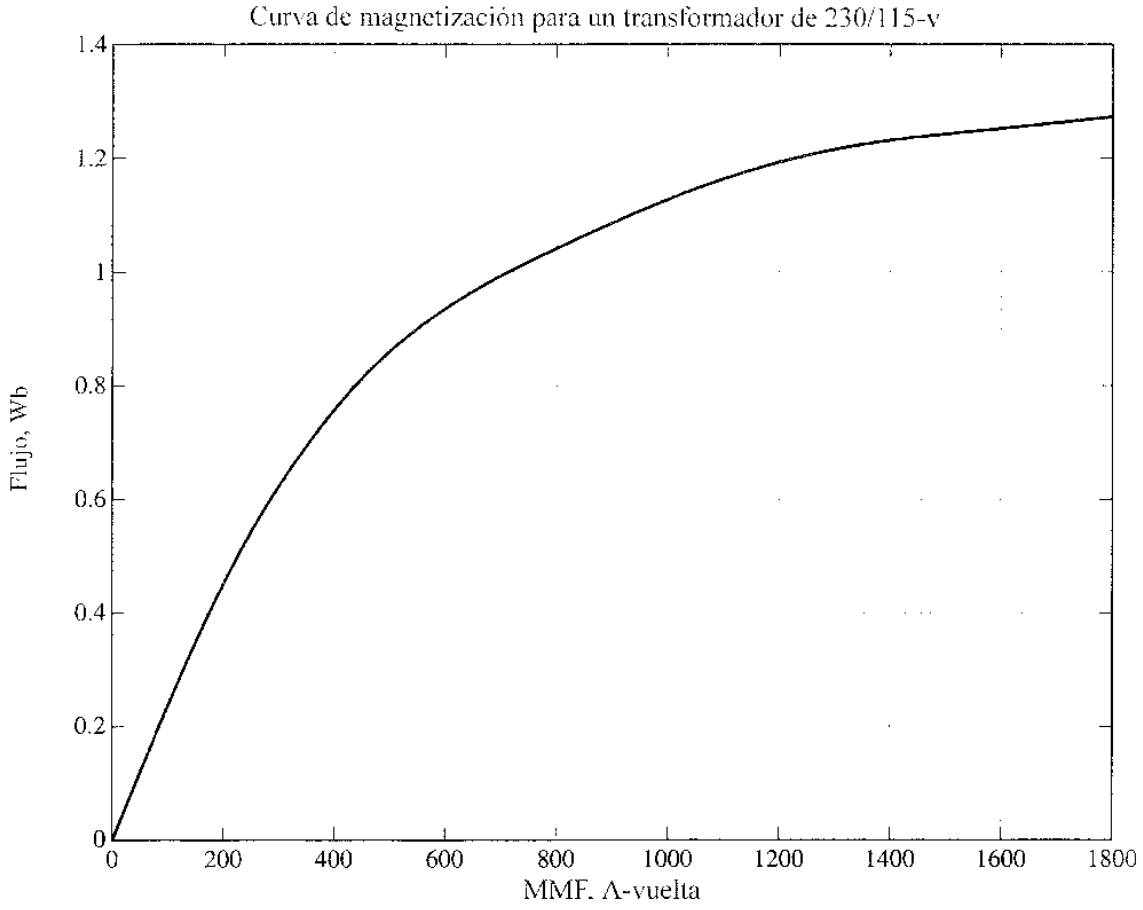


Figura 2-46
Curva de magnetización para el transformador de 230/115-V del ejemplo 2-10.

Suponiendo que el voltaje aplicado al núcleo es $v(t) = V_M$ sen ωt voltios, el flujo en el núcleo –como función del tiempo– está dado por la ecuación (2-101):

$$\boxed{\phi(t) = -\frac{V_M}{\omega N_P} \cos \omega t} \qquad (2\text{-}101)$$

La curva de magnetización para este transformador está disponible electrónicamente en el archivo `Mag_curve_1.dat`. Este archivo puede ser utilizado por el MATLAB para trasladar los valores de flujo a los correspondientes de fuerza magnetomotriz; la ecuación 2-103 puede utilizarse para encontrar los valores de la corriente de magnetización requeridos. Por último, los valores rms de la corriente de magnetización se pueden calcular mediante la ecuación

$$I_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2\, dt} \qquad (2\text{-}104)$$

A continuación se muestra una programación MATLAB para ejecutar estos cálculos:

```
% Archivo M: mag_current.m
% Archivo M para calcular y dibujar la corriente
% de magnetización de un transformador 230/115 operando
% a 230 voltios y 50/60 Mz. Este programa también
% calcula el valor rms de la corriente de magnetización

% Cargue la curva de magnetización. Está en dos
% columnas: la primera representa la mmz
% la segunda columna, el flujo.
load mag_curve_1.dat;
mmf_data = mag_curve_1(:,1);
flux_data = mag_curve_1(:,2);
% Inicialice valores
VM = 325          %Voltaje máximo (v)
NP = 850;         % Vueltas del primario

% Calcule la velocidad angular para 60 Hz
freq = 60;        % Freq (Hz)
w =2 * pi * freq;
% calcule el flujo contra tiempo
tiempo = 0:1/3000:1/30;     % 0 a 1/30 seg
Flujo = -VM/ (w*NP) * cos(w.* tiempo);

% Calcule la fmm correspondiente a un flujo dado
% usando la función de interpolación del flujo
mmf = interp1 (flux_data,mmf_data,flujo),

% Calcule la corriente de magnetización
im = mmf / NP;
```

```
% calcule el valor rms de la corriente
irm = sqrt(sum(im.^2)/length(im));
disp(['la corriente rms a 60 Hz es', num2str(irms)]);

% Dibuje la corriente de magnetación
figure (1)
plot (tiempo, im)
title ('\bf corriente de magnetización a 60Hz');
xlabel ('bf tiempo (s)');
ylabel ('\bf\itI_{m} \rm(A)');
axis ([0 0.04 -2 2]);
grid on;

% Calcule la velocidad angular para 50 Hz
freq = 50;        % Freq (Hz)
w =2 * pi * freq (Hz)

% Calcule el flujo contra tiempo
tiempo = 0:1/2500:1/25;      % 0 a 1/25 sec
flujo = -VM/(w*NP) * cos(w .* tiempo);

% Calcule la fmm correspondiente a un flujo dado
% usando la función de interpolación del flujo
mmf = interp1(flux_data, mmf_data, flujo);

% Calcule la corriente de magnetización
im = mmf / NP;

% Calcule el valor rms de la corriente
irms = sqrt (sum(sum(im.^2)/length (im);
disp (['La corriente rms a 50 Hz es ', num2str(irms)]);

% Dibuje la corriente de magnetización
subplot (2,1,2);
plot (tiempo, im);
title ('\bf Corriente de magnetización a 50 Hz');
xlabel ('\bf Tiempo (s)');
ylabel ('\bf\itI_{m}\rm(A)');
axis ([0 0.4 -2 2]);
grid on;
```

Cuando se ejecuta este programa, los resultados son

```
» mag_current
La corriente rms a 60 Hz es 0.4894
La corriente a 50 Hz es 0.79252
```

La figura 2-47 muestra las corrientes de magnetización resultantes. Nótese que las corrientes rms de magnetización se incrementan más de 60% cuando la frecuencia cambia de 60 Hz a 50 Hz.

Potencia aparente nominal de un transformador

El propósito principal del valor nominal de la potencia aparente del transformador es que, juntamente con el del voltaje nominal, fijan el valor del flujo de corriente en los devanados del transformador. La corriente de los devanados es importante ya que controla las pérdidas i^2R en el transformador, las cuales –a su vez– controlan el calentamiento de las bobinas. El calentamiento de las bobinas es crítico puesto que si se sobrecalientan, se *acorta drásticamente la vida* de su aislamiento.

El transformador puede tener más de un valor nominal real en voltamperes. En los transformadores reales puede haber un valor nominal en voltamperes para el transformador en sí y otro (mayor) para el transformador con ventilación forzada. La idea clave respecto a la potencia nominal es que la temperatura de punto caliente de los devanados del transformador *debe* ser limitada para proteger la vida del mismo.

Si el voltaje de un transformador se reduce por alguna razón (por ejemplo, si se opera a una frecuencia menor que la nominal), el valor de potencia nominal del transformador debe reducirse en igual cantidad. Si no se hace esta corrección, la corriente en los devanados del transformador excederá la corriente máxima permisible causando sobrecalentamiento.

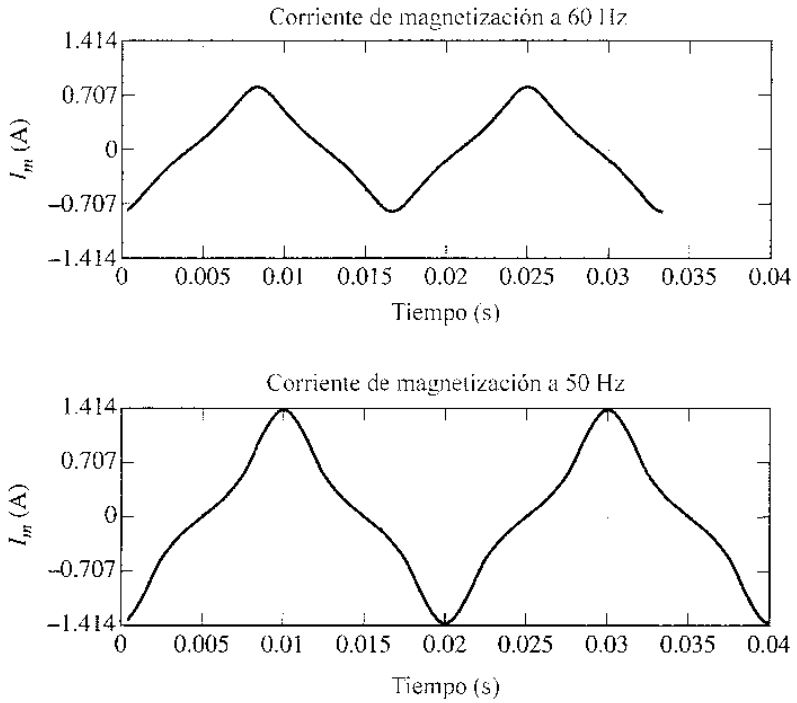


Figura 2-47

a) Corriente de magnetización para el transformador que opera a 60 Hz. *b*) Corriente de magnetización para el transformador que opera a 50 Hz.

El problema de la corriente de irrupción

Un problema relacionado con el nivel de voltaje en el transformador es la corriente de irrupción en el arranque. Suponga que el voltaje

$$v(t) = V_M \operatorname{sen}(\omega t + \theta) \quad \text{V} \tag{2-105}$$

se aplica en el momento en el que el transformador se conecta por primera vez a la línea de potencia. La máxima altura alcanzada por el flujo en el primer semiciclo del voltaje aplicado depende de la fase del voltaje en el momento de su aplicación. Si el voltaje inicial es

$$v(t) = V_M \operatorname{sen}(\omega t + 90°) = V_M \cos \omega t \quad \text{V} \tag{2-106}$$

y el flujo inicial en el núcleo es cero, el máximo flujo durante el primer semiciclo será justamente igual al flujo máximo de estado estacionario:

$$\phi_{\text{máx.}} = \frac{V_{\text{máx.}}}{\omega N_P} \tag{2-102}$$

Puesto que este nivel de flujo es justamente el flujo de estado estacionario, no causa problemas especiales. Sin embargo, si el voltaje aplicado ocurre para

$$v(t) = V_M \operatorname{sen} \omega t \quad \text{V}$$

el flujo máximo durante el primer semiciclo está dado por

$$\begin{aligned} \phi(t) &= \frac{1}{N_P} \int_0^{\pi/\omega} V_M \operatorname{sen} \omega t \, dt \\ &= -\frac{V_M}{\omega N_P} \cos \omega t \Big|_0^{\pi/\omega} \\ &= -\frac{V_M}{\omega N_P}[(-1) - (1)] \end{aligned}$$

$$\boxed{\phi_{\text{máx.}} = \frac{2V_{\text{máx.}}}{\omega N_P}} \tag{2-107}$$

Este flujo máximo es dos veces el flujo normal de estado estacionario. Si se examina la curva de magnetización de la figura 2-11, es fácil observar que duplicando el valor del flujo máximo en el núcleo, resulta una *enorme* corriente de magnetización. En efecto, para parte del ciclo, el transformador parece un cortocircuito y fluye una gran corriente (*véase* figura 2-48).

Para cualquier otra fase del voltaje aplicado entre 90°, para el cual no hay problema, y 0°, que constituye el peor de los casos, hay algún exceso en la corriente que fluye. Dado que el ángulo de fase del voltaje aplicado no es controlado normalmente en la primera energización, pueden presentarse enormes corrientes de irrupción durante varios de los primeros ciclos después de conec-

tar el transformador a la línea. Tanto el transformador como el sistema de potencia al cual se encuentra conectado deben ser capaces de soportar estas corrientes.

Placa de características del transformador

La figura 2-49 muestra una placa de características típicas de un transformador de distribución. La información que aparece en esta placa incluye el voltaje nominal, los kilovoltamperes nominales, la frecuencia nominal y la impedancia serie por unidad. También muestra los voltajes nominales para cada toma de derivación y el esquema de cableado del transformador.

Las placas de características del transformador, como la que se muestra, incluyen normalmente la designación del tipo de transformador y referencias para su operación.

2-13 TRANSFORMADORES PARA INSTRUMENTOS

En sistemas de potencia se utilizan dos transformadores de ejecución especial para hacer mediciones. Uno de ellos es el transformador de potencial y el otro es el transformador de corriente.

Un *transformador de potencial* tiene devanados especiales: el primario para alto voltaje y el secundario para bajo voltaje. Este transformador tiene muy baja capacidad de potencia y su único propósito es *tomar* el voltaje del sistema para mostrarlo a los instrumentos que lo monitorean. Dado este propósito, el transformador debe ser muy exacto para que no distorsione en forma apreciable los verdaderos valores de voltaje. Se pueden adquirir transformadores de varias *clases de exactitud,* dependiendo de cuánta exactitud deben tener las lecturas para determinada aplicación.

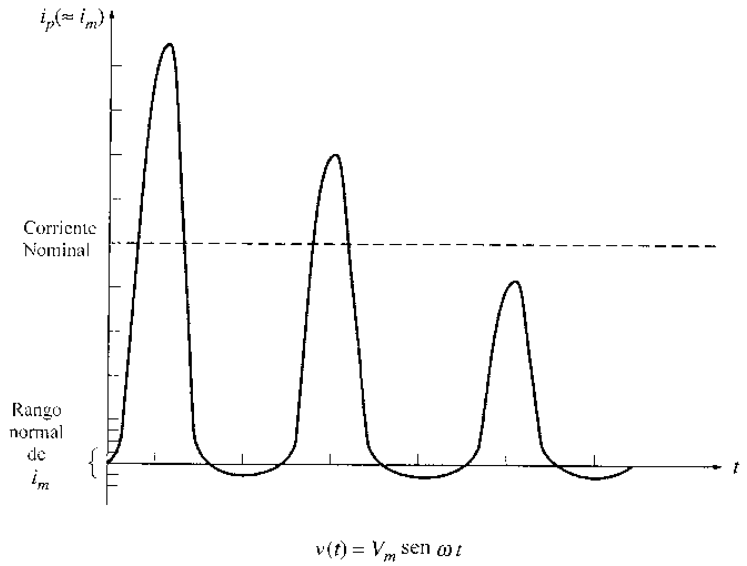


Figura 2-48
Corriente de irrupción debida a la corriente de magnetización del transformador en la primera energización.

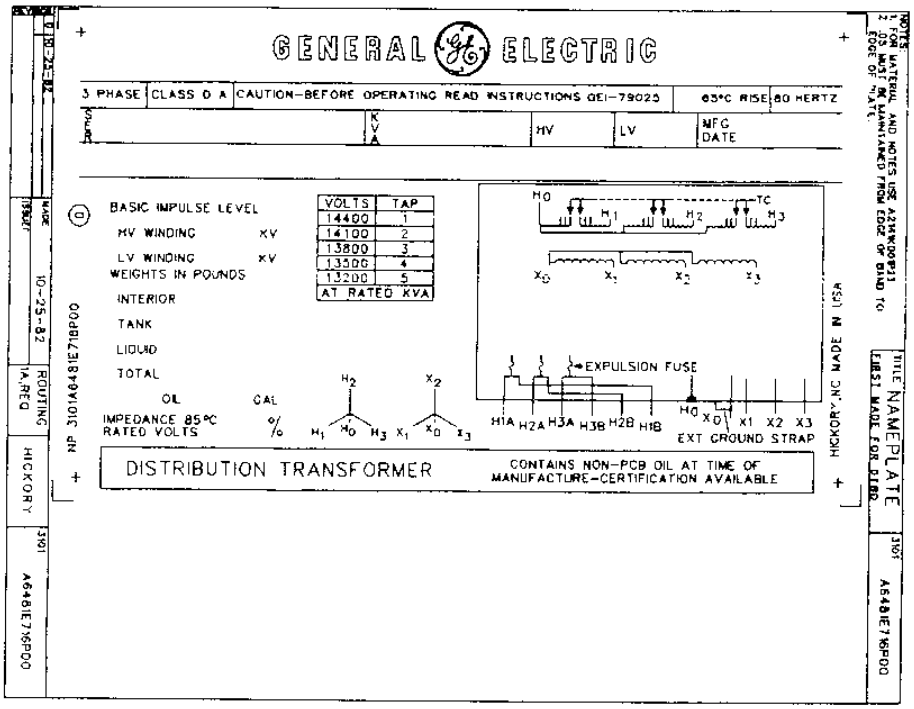


Figura 2-49

Placa de características de un transformador de distribución. Nótense los siguientes valores nominales listados: voltaje, frecuencia, potencia aparente y tomas de derivación (*cortesía de General Electric Company*).

Los *transformadores de corriente* toman la corriente de la línea y la reducen a un nivel seguro y medible. La figura 2-50 muestra el diagrama de un transformador de corriente típico. El transformador de corriente consta de un devanado secundario enrollado alrededor de un anillo de material ferromagnético en que la línea a medir actúa como primario y atraviesa el centro del anillo. El anillo ferromagnético capta y concentra una pequeña muestra del flujo de la línea primaria. Este flujo induce un voltaje y una corriente en el devanado secundario.

Un transformador de corriente difiere de los demás transformadores descritos en este capítulo en que sus devanados están *débilmente acoplados*. En el de corriente, a diferencia de todos los demás transformadores, el flujo mutuo ϕ_M es menor que el flujo disperso ϕ_L. Debido al acoplamiento débil, las relaciones de voltajes y corrientes de las ecuaciones (2-1) a (2-5) no se aplican al transformador de corriente. Sin embargo, en un transformador de corriente, la corriente secundaria es directamente proporcional a la corriente primaria más grande y puede proveer una muestra precisa de la corriente de la línea, para propósitos de medida.

Los valores nominales para los transformadores de corriente están dados como relaciones de la corriente primaria a la secundaria. Una relación típica de un transformador de corriente podría ser 600:5, 800:5 ó 1000:5. Una corriente de 5A es estándar en el secundario de un transformador de corriente.

*Es importante mantener cortocircuitado un transformador de corriente todo el tiempo** puesto que pueden aparecer voltajes extremadamente altos en los terminales de su secundario abierto. En efecto, la mayoría de los relés y otros aparatos que utilizan la corriente de transformadores de corriente tienen un *enclavamiento cortocuitado* que se debe cerrar antes que el relé pueda ser removido para inspección o ajuste. Sin este enclavamiento, aparecerán voltajes altos muy peligrosos en los terminales del secundario, cuando el relé sea retirado de sus puntos de conexión.

2-14 RESUMEN

Un transformador es un dispositivo para convertir energía eléctrica de un nivel de voltaje a energía eléctrica de otro nivel de voltaje mediante la acción de un campo magnético. El transformador cumple un papel de extrema importancia en la vida moderna, pues posibilita la transmisión económica de energía eléctrica a largas distancias.

Cuando se aplica un voltaje al primario de un transformador, se produce un flujo en el núcleo, como lo indica la ley de Faraday. El flujo variable en el núcleo induce un voltaje en el devanado secundario. Puesto que los núcleos de los transformadores tienen muy alta permeabilidad, la fuerza magnetomotriz neta requerida por el núcleo para producir su flujo es muy pequeña. Dado que la fuerza magnetomotriz neta es muy pequeña, la fuerza magnetomotriz del circuito primario debe ser aproximadamente igual y opuesta a la fuerza magnetomotriz del circuito secundario. Este hecho conlleva a la relación de corrientes del transformador.

Un transformador real tiene flujos dispersos que únicamente atraviesan los devanados primario o secundario, pero no los dos. Además, hay pérdidas de energía por histéresis, corrientes parásitas y pérdidas en el cobre. Estos hechos son tenidos en cuenta en el circuito equivalente del transformador. Las imperfecciones de un transformador real se miden por su regulación de voltaje y su eficiencia.

El sistema de medida por unidad es una forma conveniente de estudiar los sistemas que contienen transformadores puesto que, en este sistema de medida, los diferentes niveles de voltaje del esquema desaparecen. Además, las impedancias del transformador en por unidad, expresadas sobre sus propios valores nominales como base, caen dentro de un rango relativamente estrecho, dando una forma de comprobación razonable a la solución de los ejercicios.

Un autotransformador difiere de un transformador común en que los dos devanados del primero están interconectados. En un lado del autotransformador, el voltaje es el que pasa a través de un solo devanado, mientras que en el otro lado es la suma de los voltajes que pasan a través de *ambos* devanados. Puesto que sólo una porción de la potencia de un transformador pasa a través de los devanados, un autotransformador tiene una ventaja en potencia nominal, comparado con un transformador convencional del mismo tamaño. Sin embargo, la conexión destruye el aislamiento eléctrico entre los lados primario y secundario del transformador.

* *N. del T.* Conviene aclarar que no se trata de mantener un corto físico como tal en los terminales del secundario del transformador sino en el evento de que se retire de éste el aparato conectado (relé, instrumento, etc.) ya que la bobina de corriente del aparato suple el efecto del corto mencionado.

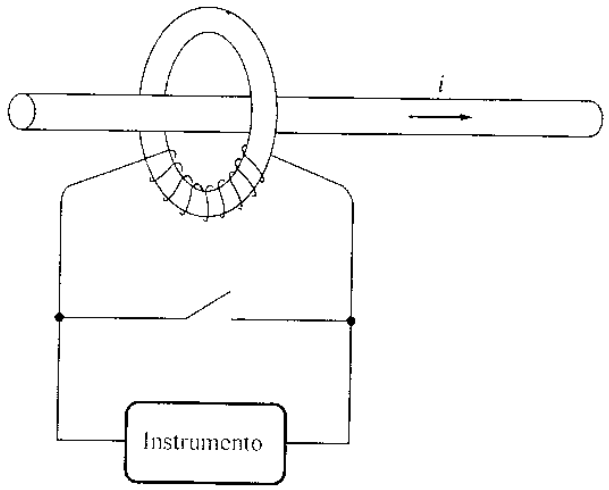


Figura 2-50
Diagrama de un transformador de corriente.

Los niveles de voltaje de los circuitos trifásicos pueden ser transformados por combinaciones apropiadas de dos o tres transformadores. Los transformadores de potencial y los transformadores de corriente pueden mostrar los voltajes y las corrientes presentes en un circuito. Los dos aparatos son muy comunes en grandes sistemas de potencia.

PREGUNTAS Y TEMAS DE ANÁLISIS

2-1 ¿El concepto relación de vueltas de un transformador es igual al concepto relación de voltajes a través del transformador? Explique la respuesta.

2-2 ¿Por qué la curva de magnetización impone un límite superior al voltaje aplicado a un núcleo de transformador?

2-3 ¿Qué componentes conforman la corriente de excitación de un transformador? ¿Cómo se simulan en el circuito equivalente del transformador?

2-4 ¿Qué es el flujo disperso en un transformador? ¿Por qué es simulado como un inductor en el circuito equivalente del transformador?

2-5 Haga una lista y describa los tipos de pérdidas que se presentan en un transformador.

2-6 ¿Por qué el factor de potencia de la carga afecta la regulación de voltaje del transformador?

2-7 ¿Por qué la prueba de cortocircuito muestra básicamente las pérdidas i^2R y no las pérdidas en la excitación del transformador?

2-8 ¿Por qué la prueba de circuito abierto muestra básicamente las pérdidas de la excitación y no las pérdidas i^2R ?

2-9 ¿Cómo elimina el sistema por unidad el problema de los diferentes niveles de voltaje en un sistema de potencia?

2-10 ¿Por qué los autotransformadores pueden manejar más potencia que los transformadores convencionales del mismo tamaño?

2-11 ¿En qué consisten las tomas de derivación (*taps*) en los transformadores? ¿Por qué se utilizan?

2-12 ¿Cuáles son los problemas asociados a la conexión trifásica de transformadores en Y – Y?

2-13 ¿Qué es un transformador TCUL?

2-14 ¿Cómo pueden realizarse transformaciones trifásicas utilizando tan sólo dos transformadores? ¿Qué tipos de conexiones se pueden utilizar? ¿Cuáles son sus ventajas y desventajas?

2-15 Explique por qué la conexión en delta abierta está limitada a suministrar sólo 57.7% de la carga de un banco de transformación delta – delta normal .

2-16 ¿Puede un transformador de 60 Hz ser operado en un sistema de 50 Hz? ¿Qué acciones se deben llevar a cabo para que sea viable esta operación?

2-17 ¿Qué ocurre en un transformador cuando se conecta por primera vez a una línea de potencia? ¿Cómo puede minimizarse este problema?

2-18 ¿Qué es un transformador de potencial? ¿Cómo se utiliza?

2-19 Qué es un transformador de corriente? ¿Cómo se utiliza?

2-20 Un transformador de distribución está dimensionado para 18 kVA, 20,000/480 V y 60 Hz. ¿Puede este transformador suministrar en forma segura una carga de 15 kVA a 415 V y 50 Hz? Explique la respuesta.

2-21 ¿Por qué se escucha un zumbido al estar cerca de un gran transformador de potencia?

EJERCICIOS

2-1 El devanado secundario de un transformador tiene un voltaje terminal de $v_S(t) = 282.8$ sen $377t$V. La relación de vueltas del transformador es 50:200 ($a = 0.25$). Si la corriente secundaria del transformador es $i_S(t) = 7.07$ sen $(377t - 36.87°)$ A, ¿cuál es la corriente primaria de este transformador? ¿Cuál es su regulación de voltaje y su eficiencia? Las impedancias de este transformador referidas al lado primario son

$$R_{eq} = 0.05\ \Omega \qquad R_C = 75\ \Omega$$
$$X_{eq} = 0.225\ \Omega \qquad X_M = 20\ \Omega$$

2-2 Un transformador de distribución de 20 kVA, 8000/277-V tiene las siguientes resistencias y reactancias:

$$R_P = 32\ \Omega \qquad R_S = 0.05\ \Omega$$
$$X_P = 45\ \Omega \qquad X_S = 0.06\ \Omega$$
$$R_C = 250\ \text{k}\Omega \qquad X_M = 30\ \text{k}\Omega$$

Las impedancias de la rama de excitación se dan referidas al lado de alto voltaje del transformador.

a) Encuentre el circuito equivalente del transformador, referido al lado de alto voltaje.

b) Encuentre el circuito equivalente de este transformador en por unidad.

c) Suponga que el transformador está suministrando una carga nominal a 277 V y PF 0.8 en atraso. ¿Cuál es el voltaje de entrada al transformador? ¿Cuál es su regulación de voltaje?

d) ¿Cuál es la eficiencia del transformador en las condiciones del literal *c*)?

2-3 Al probar un transformador de 1000-VA, 230-115-V para determinar su circuito equivalente, los resultados obtenidos son los siguientes:

Prueba de circuito abierto	Prueba de cortocircuito
$V_{OC} = 230$ V	$V_{SC} = 13.2$ V
$I_{OC} = 0.45$ A	$I_{SC} = 6.0$ A
$P_{OC} = 30$ W	$P_{SC} = 20.1$ W

Todos los datos fueron tomados en el lado primario del transformador.

a) Encuentre el circuito equivalente del transformador referido a su lado de bajo voltaje.
b) Encuentre la regulación de voltaje del transformador en condiciones nominales y (1) PF 0.8 en atraso, (2) PF 1.0 y (3) PF 0.8 en adelanto.
c) Determine la eficiencia del transformador en condiciones nominales y PF 0.8 en atraso.

2-4 La figura P2-1 muestra un sistema de potencia monofásico. La fuente de potencia alimenta un transformador de 100 kVA, 14/2.4 kV a través de un alimentador cuya impedancia es $38.3 + j140\ \Omega$. La impedancia serie equivalente del transformador referida a su lado de bajo voltaje es $0.12 + j0.5\Omega$. La carga sobre el transformador es de 90 kW con PF 0.85 en atraso y 2300 V.
a) ¿Cuál es el voltaje en la fuente de potencia del sistema?
b) ¿Cuál es la regulación de voltaje del transformador?
c) ¿Qué tan eficiente es el sistema de potencia completo?

2-5 Cuando los viajeros de los Estados Unidos y Canadá visitan Europa, encuentran un sistema de distribución de potencia diferente. En los Estados Unidos, los voltajes en las tomas de pared son 120 V rms, a 60 Hz, mientras que los voltajes típicos en Europa son 220 a 240 V, a 50 Hz. Muchos viajeros portan pequeños transformadores elevadores o reductores de voltaje para utilizar sus utensilios en las ciudades que visitan. Un transformador típico podría ser dimensionado a 1 kVA y 120/240 V. Este transformador tiene 500 vueltas sobre el lado de 120 V y 1000 vueltas en el lado de 240 V. La figura P2-2 muestra la curva de magnetización para este transformador y se puede encontrar en el archivo en el sitio Web de este libro `p22.mag`.

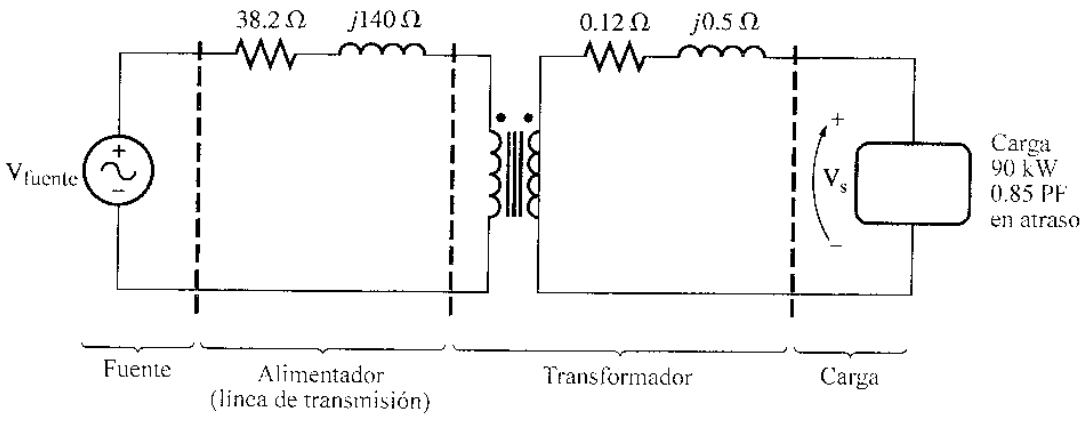


Figura P2-1
Circuito del ejercicio 2-4.

a) Suponga que este transformador está conectado a una fuente de potencia de 120 V, 60 Hz sin carga conectada al lado de 240 V. Dibuje la corriente de magnetización que podría fluir por el transformador (utilice el MATLAB para la gráfica aproximada de la corriente, si está disponible). ¿Cuál es el valor rms de la amplitud de la corriente de magnetización? ¿Qué porcentaje de la corriente a plena carga es la corriente de magnetización?

b) Suponga ahora que el transformador está conectado a una fuente de potencia de 240 V 50 Hz sin carga conectada al lado de 120 V. Dibuje la corriente de magnetización que podría fluir en el transformador (utilice el MATLAB para dibujar la corriente aproximada, si está disponible). ¿Cuál es el valor rms de la amplitud de la corriente de magnetización? ¿Qué porcentaje de la corriente a plena carga es la corriente de magnetización?

c) ¿En cuál caso la corriente de magnetización es el porcentaje más alto de la corriente a plena carga? ¿Por qué?

2-6 Un transformador de distribución de 15 kVA, 8000/230 V tiene una impedancia de 80 + *j*300 Ω, referida al lado primario. Las componentes de la rama de excitación referidas al lado primario son R_C = 350 kΩ y X_M = 70kΩ.

a) Si el voltaje primario es 7967 V y la impedancia de la carga es $Z_L = 3.2 + j\,1.5\Omega$. ¿cuál es el voltaje secundario del transformador? ¿Cuál es la regulación de voltaje del transformador?

b) Si se desconecta la carga y en su lugar se conecta un condensador de $-j3.5\Omega$, ¿cuál es el voltaje secundario en el transformador? ¿Cuál es la regulación de voltaje en estas circunstancias?

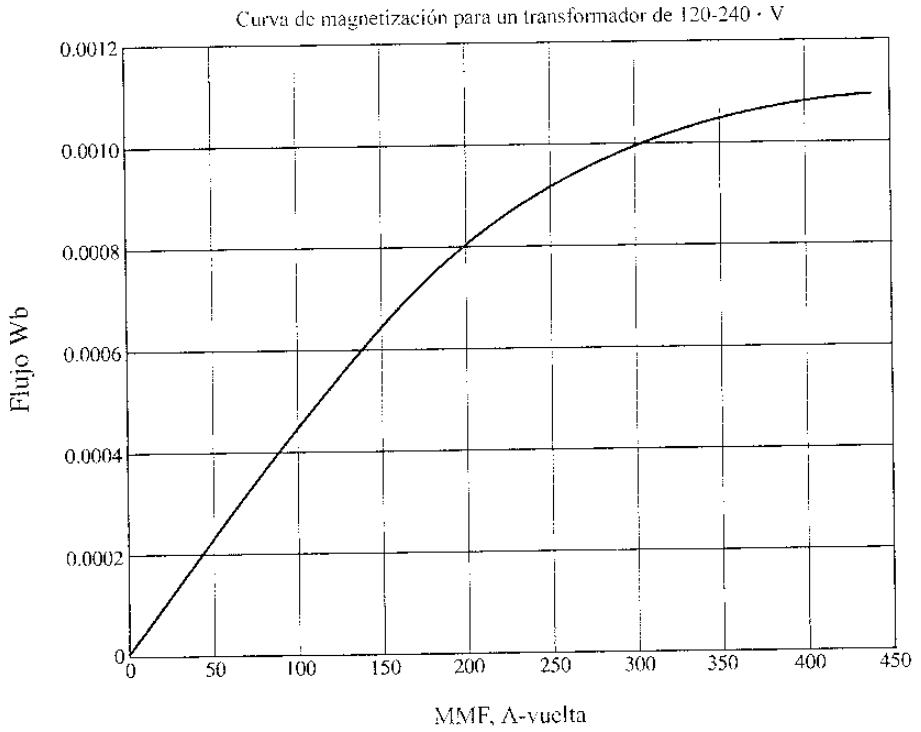


Figura P2-2
Curva de magnetización del transformador del ejercicio 2-5.

2-7 Un transformador monofásico de 5000 kVA, 230/13.8 kV tiene una resistencia de 1% por unidad y una reactancia de 5% por unidad (datos tomados de la placa de características del transformador). La prueba de circuito abierto efectuada en el lado de bajo voltaje del transformador dio los siguientes datos:

$$V_{OC} = 13.8 \text{ kV} \qquad I_{OC} = 15.1 \text{ A} \qquad P_{OC} = 44.9 \text{ kW}$$

a) Encuentre el circuito equivalente referido al lado de bajo voltaje del transformador.

b) Si el voltaje en el lado secundario del transformador es 13.8 kV y la potencia suministrada es 4000 kW con PF 0.8 en atraso, encuentre la regulación de voltaje del transformador. Encuentre su eficiencia.

2-8 Un transformador monofásico de potencia de 150-MVA, 15/200 kV tiene una resistencia en por unidad de 1.2% y reactancia por unidad de 5% (datos tomados de la placa de características del transformador). La impedancia de magnetización es $j100$ por unidad.

a) Encuentre el circuito equivalente del transformador referido al lado de bajo voltaje.

b) Calcule la regulación de voltaje del transformador para corriente a plena carga y factor de potencia de 0.8 en atraso.

c) Suponga que el voltaje en el primario es 15 kV constante y dibuje el voltaje secundario como función de las corrientes de carga desde vacío hasta plena carga. Repita lo mismo para factores de potencia de 0.8 en atraso, 1.0 y 0.8 en adelanto.

2-9 Un banco de transformación trifásico que debe manejar 400 kVA tiene una relación de voltajes de 34.5/13.8 kV. Encuentre los valores nominales de cada transformador del banco (alto voltaje, bajo voltaje, relación de vueltas y potencia aparente) si el banco se conecta en *a*) Y – Y, *b*) Y - Δ, *c*) Δ - Y, *d*) Δ - Δ , *e*) Δ abierta y *f*) Y abierta - Δ abierta.

2-10 Un banco de transformación trifásico de 13,800/480 V conectado en Y - Δ consta de tres transformadores idénticos de 100 kVA, 7967/480-V. Este banco se alimenta directamente desde un gran barraje de voltaje constante. En la prueba de cortocircuito los valores encontrados en el lado de alto voltaje para uno de estos transformadores son

$$V_{SC} = 560 \text{ V} \qquad I_{SC} = 12.6 \text{ A} \qquad P_{SC} = 3300 \text{ W}$$

a) Si el banco suministra la carga nominal a factor de potencia de 0.88 en atraso y voltaje nominal, ¿cuál es el voltaje línea a línea en el primario del banco?

b) ¿Cuál es la regulación de voltaje en estas condiciones?

c) Suponga que el voltaje primario del transformador es 13.8 kV constante y dibuje el voltaje secundario como función de la corriente de carga para corrientes desde vacío hasta plena carga. Repita este proceso para factores de potencia de 0.85 en atraso, 1.0 y 0.85 en adelanto.

d) Dibuje la regulación de voltaje del transformador como función de la corriente de carga para corrientes entre vacío y plena carga. Repita este proceso para factores de potencia de 0.85 en atraso, 1.0 y 0.85 en adelanto.

2-11 Un transformador trifásico de potencia de 100,000 kVA, 230/115 kV Δ - Δ tiene una resistencia de 0.02 pu y una reactancia de 0.055 pu. Los elementos de la rama de excitación son $R_C = 110$ pu y $X_M = 20$ pu.

a) Si este transformador alimenta una carga de 80 MVA a PF 0.85 en atraso, dibuje el diagrama fasorial de una fase del transformador.
b) ¿Cuál es la regulación de voltaje del banco transformador en estas circunstancias?
c) Dibuje el circuito equivalente de una fase del transformador, referido al lado de bajo voltaje. Calcule todas las impedancias del transformador referidas al lado de bajo voltaje.

2-12 Un autotransformador se utiliza para conectar una línea de distribución de 12.6 kV a otra línea de distribución de 13.8 kV. El autotransformador debe estar dimensionado para manejar 2000 kVA. Hay tres fases conectadas en Y – Y con neutros puestos sólidamente a tierra.
a) ¿Cuál debe ser la relación de vueltas N_C/N_{SE} para esta conexión?
b) ¿Cuánta potencia aparente deben manejar los devanados de cada transformador?
d) Si uno de los autotransformadores se conectara como un transformador convencional, ¿cuáles serían los valores nominales?

2-13 Dos de las fases de una línea trifásica de distribución sirven a lo largo de una vía rural remota (el neutro también está disponible). Un granjero tiene un alimentador de 480 V que suple 120 kW a PF 0.8 en atraso, de cargas trifásicas, más 40 kW a PF 0.9 en atraso, de cargas monofásicas. Las cargas monofásicas están distribuidas por igual entre las tres fases. Si se utiliza la conexión Y abierta - Δ abierta para alimentar a esta granja, encuentre los voltajes y corrientes en cada uno de los dos transformadores. Encuentre también las potencias real y reactiva suministradas por cada transformador. Suponga que los transformadores son ideales.

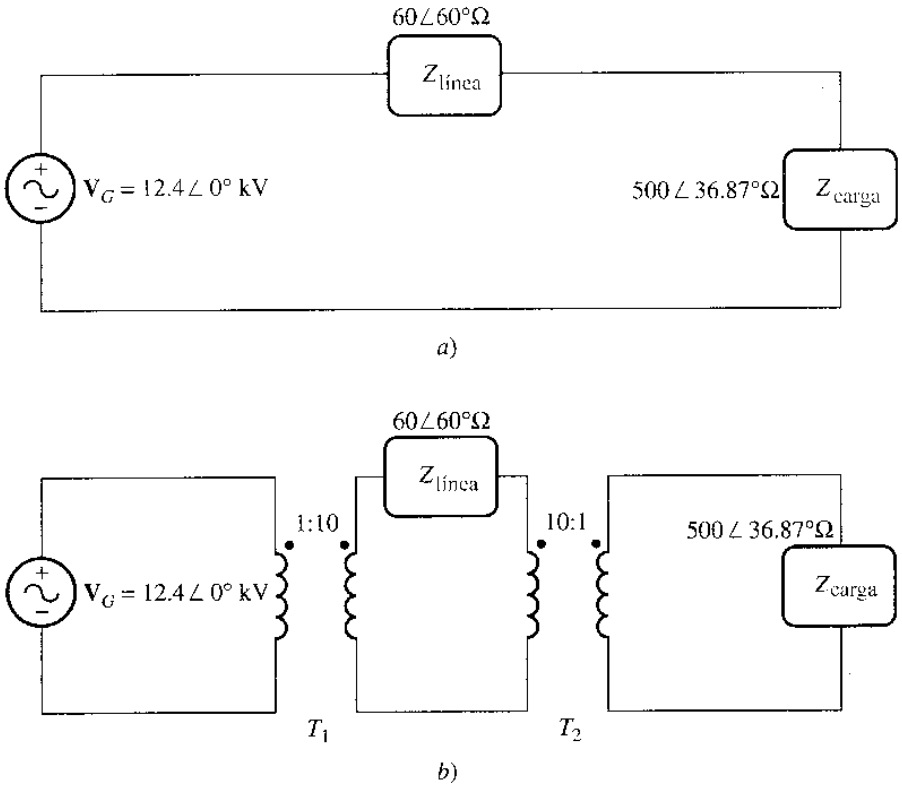


Figura P2-3
Circuitos para el ejercicio 2-14: *a*) sin transformadores y *b*) con transformadores.

2-14 Un generador monofásico de 12.4 kV suministra potencia a una carga a través de una línea de transmisión. La impedancia de la carga es $Z_{carga} = 500 \angle 36.87° \ \Omega$ y la impedancia de la línea de transmisión es $Z_{línea} = 60 \angle 60° \ \Omega$.

a) Si el generador está directamente conectado a la carga (figura P2-3*a*), ¿Cuál es la relación entre el voltaje de la carga y el voltaje generado? ¿Cuáles son las pérdidas de transmisión del sistema?

b) Si un transformador elevador 1:10 se coloca a la salida del generador y un transformador reductor 10:1 se coloca en el extremo de la línea de transmisión al lado de la carga, ¿cuál es la nueva relación entre el voltaje de la carga y el voltaje generado? ¿Cuáles son las pérdidas de transmisión en el sistema? (*Nota*: Puede suponer que los transformadores son ideales.)

2-15 Se va a utilizar un transformador convencional de 5000 VA, 480/120 V para suministrar potencia desde una fuente de 600 V a una carga de 120 V. Considere que el transformador es ideal y suponga que su aislamiento puede soportar 600 V.

a) Dibuje la conexión del transformador para ese efecto.

b) Encuentre la potencia en kilovoltamperes nominales del transformador en esa configuración.

c) Encuentre las corrientes primaria y secundaria máximas en estas condiciones.

2-16 Se va a utilizar un transformador convencional de 5000–VA, 480/120–V, para suministrar potencia de una fuente de 600 V a una carga de 480 V. Considere que el transformador es ideal y suponga que su aislamiento puede soportar 600 V. Responda las preguntas del ejercicio 2-15 para este transformador.

2-17 Demuestre la siguiente aseveración: Si un transformador que tiene una impedancia serie Z_{eq} está conectado como autotransformador, su impedancia serie por unidad Z'_{eq} como autotransformador será

$$Z'_{eq} = \frac{N_{SE}}{N_{SE} + N_C} Z_{eq}$$

Note que esta expresión es el inverso de la ventaja de potencia del autotransformador

2-18 Tres transformadores de distribución de 25 kVA, 24,000/277–V están conectados en Δ - Y. La prueba de circuito abierto fue hecha en el lado de bajo voltaje de este banco y se registraron los siguientes datos:

$$V_{línea,\ OC} = 480 \text{ V} \qquad I_{línea,\ OC} = 4.10 \text{ A} \qquad P_{3\phi,\ OC} = 945 \text{ W}$$

La prueba de cortocircuito se realizó en el lado de alta tensión del banco, y se registraron los siguientes valores:

$$V_{línea,SC} = 1400 \text{ V} \qquad I_{línea,SC} = 1.80 \text{ A} \qquad P_{3\phi,SC} = 912 \text{ W}$$

a) Encuentre el circuito equivalente por unidad de este banco.

b) Encuentre la regulación de voltaje de este banco con carga nominal y PF 0.9 en atraso.

c) ¿Cuál es la eficiencia del banco transformador en estas condiciones?

2-19 Al probar un transformador de distribución de 20–kVA, 20,000/480–V, y 60 Hz se obtuvieron los siguientes resultados:

Prueba de circuito abierto (medidos en el secundario)	Prueba de cortocircuito (medidos en el primario)
V_{OC} = 480 V	V_{SC} = 1130 V
I_{OC} = 1.51 A	I_{SC} = 1 A
P_{OC} = 271 W	P_{SC} = 260 W

a) Encuentre el circuito equivalente por unidad para el transformador a 60 Hz.

b) ¿Cuál sería la capacidad de este transformador si fuera operado en un sistema de potencia de 50 Hz?

c) Dibuje el circuito equivalente del transformador referido al primario, *si se opera a 50 Hz.*

2-20 Demuestre que el sistema trifásico de voltajes en el secundario del transformador Y - Δ mostrado en la figura 2-38*b* atrasa en 30° el sistema trifásico de voltajes en el primario del transformador.

2-21 Demuestre que el sistema trifásico de voltajes en el secundario del transformador Δ - Y mostrado en la figura 2-38*c* atrasa en 30° el sistema trifásico de voltajes en el primario del transformador.

2-22 Se va a utilizar un transformador monofásico de 10 kVA, 480/120–V como autotransformador que une una línea de distribución de 600 V a una carga de 480 V. Al probarlo como transformador convencional, se obtuvieron los siguientes valores en el lado primario (480 V) del transformador:

Prueba de circuito abierto	Prueba de cortocircuito
V_{OC} = 480 V	V_{SC} = 10.0 V
I_{OC} = 0.41 A	I_{SC} = 10.6 A
P_{OC} = 38 W	P_{SC} = 26 W

a) Encuentre el circuito equivalente por unidad de este transformador cuando se conecta como transformador convencional. ¿Cuál es la eficiencia del transformador en condiciones nominales si el factor de potencia es la unidad? ¿Cuál es la regulación de voltaje en esas condiciones?

b) Dibuje las conexiones del transformador cuando se utiliza como autotransformador reductor de 600/480 V.

b) ¿Cuál es la potencia nominal en kilovoltamperes de este transformador cuando se utiliza conectado como autotransformador?

c) Responda las preguntas del literal *a*) cuando está conectado como autotransformador.

2-23 La figura P2-4 muestra un sistema de potencia que consta de un generador trifásico de 480 V, 60 Hz que alimenta dos cargas a través de una línea de transmisión que posee un par de transformadores en cada extremo.

a) Dibuje el circuito equivalente por fase en este sistema.

b) Con el interruptor abierto, encuentre las potencias real P, reactiva Q y aparente S, suministradas por el generador. ¿Cuál es el factor de potencia del generador?

c) Con el interruptor cerrado, encuentre las potencias real P, reactiva Q y aparente S, suministradas por el generador. ¿Cuál es el factor de potencia del generador?

d) ¿Cuáles son las pérdidas de transmisión (pérdidas en los transformadores más pérdidas en la línea de transmisión) en este sistema con el interruptor abierto?, ¿con el interruptor cerrado? ¿Cuál es el efecto de adicionar la carga 2 al sistema?

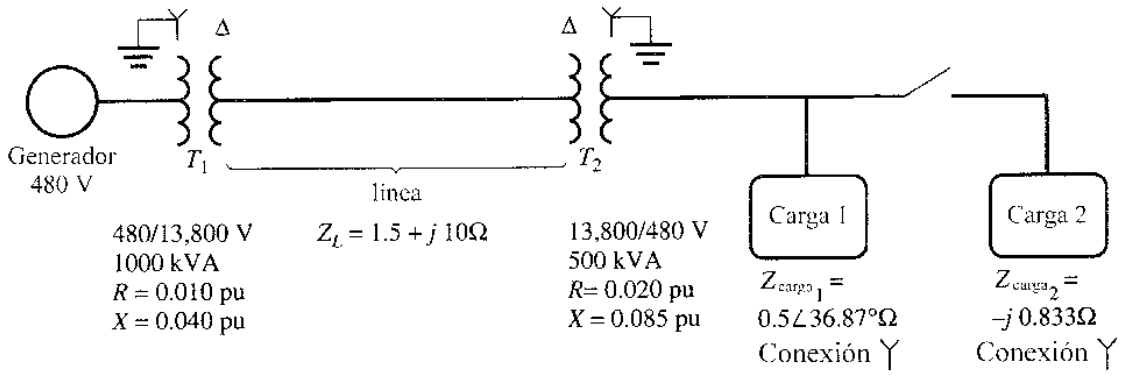


Figura 2-4
Diagrama unifilar del sistema de potencia del ejercicio 2-23. Nótese que algunos valores de impedancia están dados en el sistema por unidad, mientras los demás están en ohms.

REFERENCIAS

1. Beeman, Donald. *Industrial Power Systems Handbook.* New York: McGraw-Hill, 1955.
2. Del Toro, V. *Electric Machines and Power Systems.* Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall, 1985.
3. Feinberg, R. *Modern Power Transformer Practice.* New York: Wiley, 1979.
4. Fitzgerald, A. E., C. Kingsley, Jr., y S. D. Umans. *Electric Machinery.* 5th ed. New York: McGraw-Hill, 1990.
5. McPherson, George. *An Introduction to Electrical Machines and Transformers.* New York: Wiley, 1981.
6. M.I.T Staff. *Magnetic Circuits and Transformers.* New York: Wiley, 1943.
7. Slemon, G. R., and A. Straughen. *Electric Machines.* Reading, Mass.: Addison-Wesley, 1980.
8. *Electrical Transmission and Distribution Reference Book,* East Pittsburgh: Westinghouse Electric Corporation, 1964.

CAPÍTULO 3

INTRODUCCIÓN A LA ELECTRÓNICA DE POTENCIA

Durante los últimos 35 años ha ocurrido una revolución en la aplicación de los motores eléctricos. El desarrollo de paquetes de accionamientos de estado sólido para motores ha progresado hasta el punto de que prácticamente cualquier problema de control de potencia puede ser resuelto utilizándolos. Con tales accionamientos de estado sólido es posible manejar los motores de corriente continua con fuentes de corriente alterna y los motores de corriente alterna, con fuentes de potencia de corriente continua. De la misma manera, es posible cambiar potencia alterna de una frecuencia a potencia alterna de otra frecuencia.

Además, los costos de los sistemas de accionamiento de estado sólido han disminuido dramáticamente mientras que su confiabilidad se ha incrementado. La versatilidad y el bajo costo relativo de los controles y accionamientos de estado sólido han originado muchas aplicaciones nuevas para los motores de corriente alterna en las cuales éstos tienen comportamientos que normalmente se asocian a las máquinas de corriente continua, que también han ganado flexibilidad mediante la aplicación de los accionamientos de estado sólido.

Este gran cambio ha resultado del desarrollo y el mejoramiento de una serie de accionamientos de estado sólido de alta potencia. Aunque el estudio detallado de los circuitos de electrónica de potencia y de sus componentes requieren un tratamiento particular, familiarizarse con ellos es importante para entender las aplicaciones de los motores modernos.

Este capítulo es una breve introducción a las componentes electrónicas de alta potencia y a los circuitos en los cuales se les emplea. Se ha colocado en esta parte del libro debido a que el material de su contenido se utiliza en el análisis tanto de los controladores de los motores ac como de los de los motores dc.

3-1 COMPONENTES DE ELECTRÓNICA DE POTENCIA

Varios de los principales tipos de dispositivos semiconductores se utilizan en los circuitos de control de motores. Entre los más importantes están

1. El diodo
2. El tiristor de dos hilos (o diodo PNPN)

3. El tiristor de tres hilos [o rectificador controlado de silicio (SCR)]
4. El tiristor de interrupción por puerta (GTO)
5. El DIAC
6. El TRIAC
7. El transistor de potencia (PTR)
8. El transistor bipolar por puerta aislada (IGBT)

En este capítulo se estudian circuitos que contienen estos ocho elementos. Antes de examinar los circuitos, es necesario entender lo que hace cada elemento.

El diodo

Un *diodo* es un semiconductor diseñado para conducir corriente en una sola dirección. En la figura 3-1 aparece el símbolo de este dispositivo. Un diodo está diseñado para conducir corriente desde su ánodo hasta su cátodo, pero no en la dirección opuesta.

La figura 3-2 muestra la característica de voltaje-corriente del diodo. Cuando se aplica un voltaje al diodo en la dirección conductora, resulta un gran flujo de corriente. Cuando se aplica un voltaje al diodo en la dirección inversa, el flujo de corriente queda limitado a un valor muy pequeño (del orden de microamperes o menos). Si se aplica al diodo un voltaje suficientemente grande en sentido inverso, se romperá y permitirá el flujo de corriente en la dirección inversa. Estas tres regiones de operación del diodo se muestran en la característica de la figura 3-2.

Los diodos están dimensionados para una cantidad de potencia que pueden disipar con seguridad y para un voltaje inverso máximo que pueden soportar antes de romperse. La potencia que disipa un diodo durante su operación en dirección conductora es igual a la caída de voltaje en el diodo multiplicada por la corriente que fluye en éste. Esta potencia debe ser limitada para proteger el diodo del sobrecalentamiento. El voltaje inverso máximo de un diodo se conoce como *voltaje inverso de pico* (PIV), que debe ser suficientemente grande para asegurar que el diodo no se rompa en el circuito y conduzca en la dirección inversa.

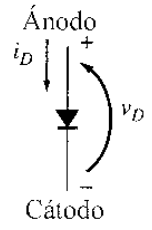


Figura 3-1
Símbolo del diodo.

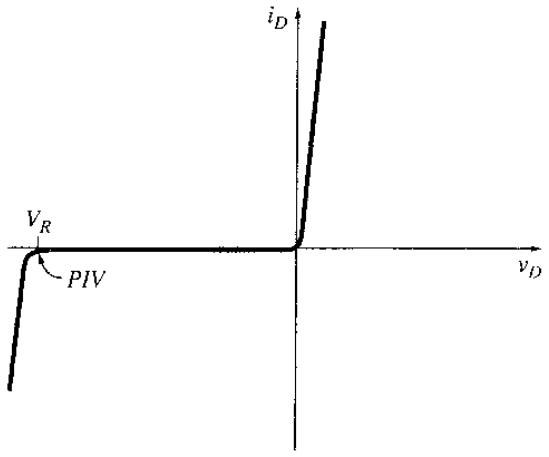


Figura 3-2
Característica voltaje-corriente de un diodo.

Los diodos también se dimensionan por el tiempo de conmutación, tiempo que toma en pasar del estado de apagado al de encendido, y viceversa. Debido a que los diodos de potencia son grandes, los elementos de alta potencia con una gran cantidad de carga almacenado en sus juntas, conmutan su estado mucho más lentamente que los diodos utilizados en los circuitos electrónicos. En esencia, todos los diodos de potencia pueden cambiar de estado con gran rapidez para utilizarlos como rectificadores en circuitos de 50 y 60 Hz. Sin embargo, algunas aplicaciones como modulación de ancho de pulso (PWM) pueden requerir diodos de potencia que conmuten de estado a tasas mayores de 10,000 Hz. En estas aplicaciones de muy rápida conmutación, se utilizan diodos especiales llamados *diodos de alta velocidad de recuperación.*

El tiristor de dos hilos o diodo PNPN

Tiristor es el nombre genérico dado a una familia de semiconductores que tienen cuatro capas de materiales semiconductores. Un miembro de esta familia es el tiristor de dos hilos, conocido como *diodo PNPN* o *diodo trigger*. El nombre de este elemento en la norma para símbolos gráficos del Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE) es *tiristor tipo diodo de bloqueo inverso*. Su símbolo se muestra en la figura 3-3.

El diodo PNPN es un rectificador o diodo con una característica inusual de voltaje-corriente en la región de polarización directa, la cual se muestra en la figura 3-4, en la que se observa que la curva consta de tres regiones:

1. La región de bloqueo inverso
2. La región de bloqueo directo
3. La región de conducción

En la región de bloqueo inverso, el diodo PNPN se comporta como cualquier diodo y bloquea el flujo de corriente hasta que se alcanza la tensión de ruptura inversa. En la región de conducción, el diodo PNPN se comporta de nuevo como cualquier diodo, permitiendo el flujo de grandes cantidades de corriente con muy poca caída de voltaje. La región de bloqueo directo distingue un diodo PNPN de un diodo común.

Cuando se polariza un diodo directamente, no fluye corriente hasta tanto la caída de tensión directa exceda cierto valor llamado *voltaje de transición conductiva* V_{BO}. Cuando el voltaje directo del diodo PNPN excede el valor V_{BO}, se enciende y *permanece encendido* hasta que la corriente que pasa a través de él cae por debajo de cierto valor mínimo (típicamente unos pocos miliamperes). Si la corriente se reduce a un valor por debajo de este mínimo (llamado *corriente de sostenimiento* I_H), el diodo PNPN se apaga y no conduce hasta que la caída de voltaje directo exceda nuevamente a V_{BO}.

En resumen, un diodo PNPN

1. Se enciende cuando se le aplica voltaje v_D mayor que V_{BO}
2. Se apaga cuando la corriente I_D cae por debajo de I_H
3. Bloquea todo el flujo de corriente en dirección inversa hasta que se excede el máximo voltaje inverso

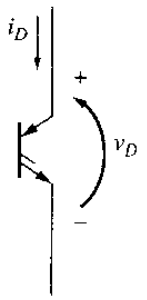


Figura 3-3
Símbolo de un tiristor de dos hilos o diodo PNPN.

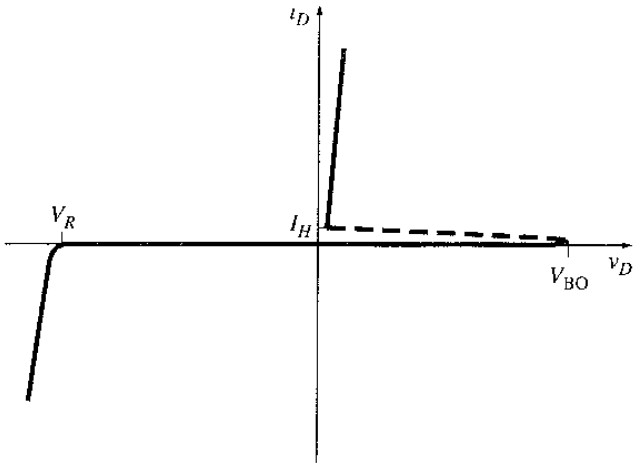


Figura 3-4
Característica voltaje-corriente de un diodo PNPN.

El tiristor de tres hilos o SCR

El miembro más importante de la familia de los tiristores es el tiristor de tres hilos, conocido como *rectificador controlado de silicio* o SCR. En 1958 la General Electric Company desarrolló este elemento y le dio nombre. El nombre de *tiristor* fue adoptado después por la International Electrotechnical Commission (IEC). El símbolo para el tiristor de tres hilos o SCR se muestra en la figura 3-5.

Como su nombre lo sugiere, es un diodo o rectificador *controlado*. Su característica voltaje-corriente, con el terminal de puerta abierto, es la misma que para un diodo PNPN.

El SCR es muy útil en aplicaciones de control de motores porque *su tensión de transición conductiva,* o *voltaje de encendido, puede ajustarse* mediante la corriente que fluye en su terminal de puerta. Cuanto mayor sea la corriente de puerta, menor llega a ser el voltaje V_{BO} (*véase* figura 3-6). Si se escoge un SCR tal que su tensión de transición conductiva sin señal de puerta es mayor que el voltaje mayor del circuito, *sólo* puede ser encendido por la aplicación de una corriente de puerta. Una vez encendido, permanece así hasta que su corriente cae por debajo de I_H. De esta manera, una vez activado el SCR, su corriente de puerta puede quitarse sin afectar su estado. En el estado de encendido, la caída de tensión directa a través del SCR es alrededor de 1.2 a 1.5 veces mayor que la caída de tensión a través de un diodo común polarizado directamente.

Los tiristores de tres hilos o SCR son en definitiva los elementos más utilizados en los circuitos de control de potencia pues se utilizan en aplicaciones de conmutación o rectificación y se encuentran disponibles en valores nominales desde unos pocos amperios hasta un máximo de casi 3000 A.

En resumen, un SCR

1. Se enciende cuando el voltaje v_D que se le aplica excede a V_{BO}
2. Tiene un voltaje de transición V_{BO} cuyo nivel es controlado por la cantidad de corriente de puerta i_G presente en el SCR

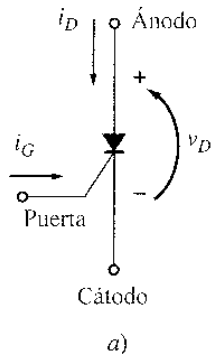


Figura 3-5
Símbolo de un tiristor de tres hilos o SCR.

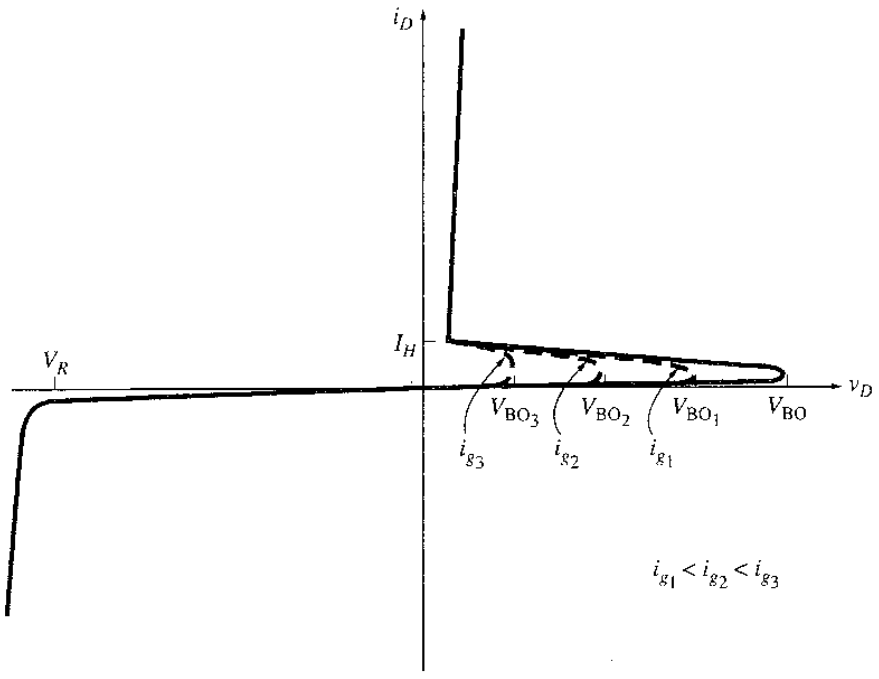


Figura 3-6
Característica voltaje-corriente de un SCR.

3. Se apaga cuando la corriente i_D que fluye a través de él cae por debajo de I_H.
4. Bloquea todo flujo de corriente en dirección inversa hasta que se excede el voltaje inverso máximo.

El tiristor de interrupción por puerta

Entre los logros más recientes en tiristores, se encuentra el tiristor de interrupción por puerta (GTO). Un tiristor GTO es un SCR que se puede apagar por un pulso suficientemente negativo en su terminal de puerta, aun cuando la corriente i_D exceda a i_H. Aunque los tiristores GTO se introdujeron desde los años sesenta, sólo se aplicaron al control de motores, hacia finales de los años setenta. Estos dispositivos han llegado a ser más y más comunes en los paquetes de control de motores porque eliminan la necesidad de componentes externas para el apagado de los SCR en los circuitos de (*véase* sección 3.5). El símbolo para un tiristor GTO se muestra en la figura 3-7*a*.

La figura 3-7*b* muestra la onda típica de la corriente de puerta para un tiristor GTO de alta potencia. Un tiristor GTO requiere una corriente de encendido mayor que la de un SCR. Para dispositivos de alta potencia, se requieren corrientes de puerta de 10 A o más. Para apagar el equipo, se requiere un pulso negativo grande de 20- a 30 μs de duración. La magnitud del pulso de corriente negativa debe ser un cuarto o un sexto de la corriente que fluye a través del dispositivo.

El DIAC

El DIAC es un dispositivo que contiene cinco capas semiconductoras (PNPNP) que se comportan como dos diodos PNPN conectados espalda con espalda. Puede conducir en cualquier dirección cuando se ha excedido el voltaje de transición conductiva. El símbolo para el DIAC se muestra en la figura 3-8 y su característica de corriente-voltaje en la figura 3-9. El DIAC se enciende cuando el voltaje aplicado en *cualquier dirección* excede a V_{BO}. Una vez encendido, el DIAC permanece así hasta que su corriente cae por debajo de I_H.

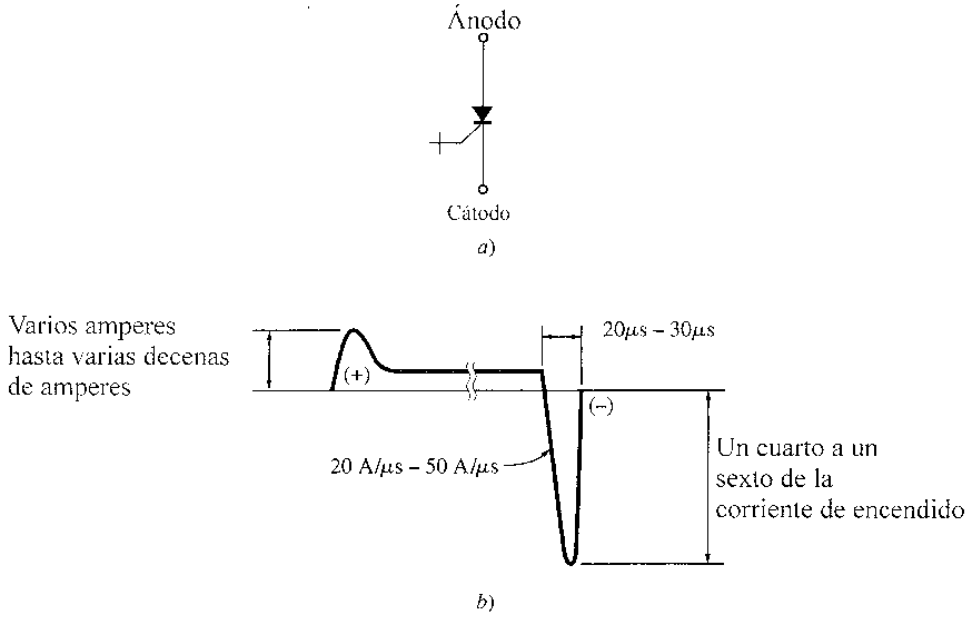


Figura 3-7

a) Símbolo de un tiristor GTO. *b*) Onda de corriente de puerta requerida para encender y apagar un tiristor GTO.

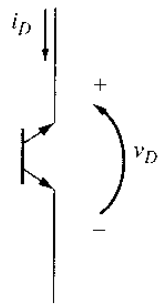


Figura 3-8
Símbolo de un DIAC.

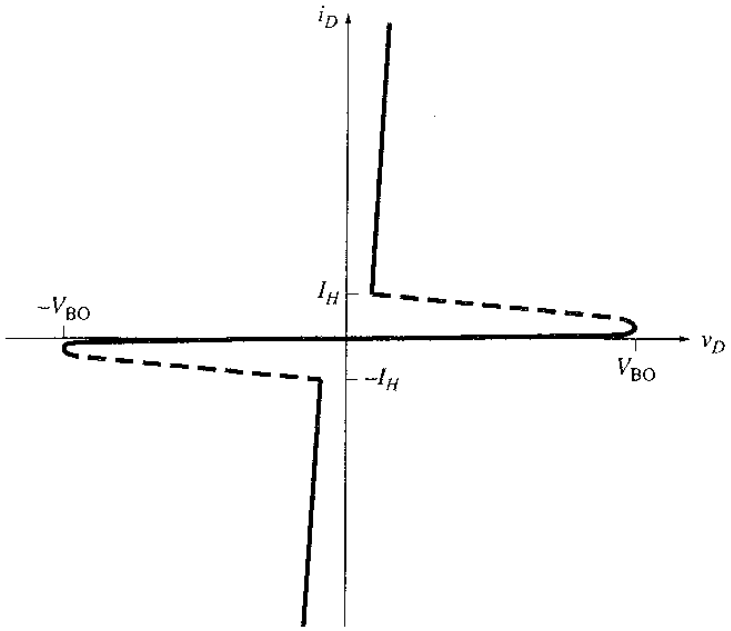


Figura 3-9
Característica voltaje-corriente de un DIAC.

El TRIAC

El TRIAC es un dispositivo que se comporta como dos SCR conectados espalda con espalda con un terminal de puerta común. Puede conducir en cualquier dirección una vez que se ha excedido su voltaje de transición conductiva. El símbolo de un TRIAC se muestra en la figura 3-10 y su característica corriente-voltaje, en la figura 3-11. El voltaje de transición conductiva de un TRIAC decrece cuando se incrementa la corriente de puerta, como ocurre en el SCR, excepto por que un TRIAC responde a pulsos positivos o negativos en su puerta. Una vez activado el TRIAC, permanece encendido hasta que su corriente cae por debajo de I_H.

Debido a que un solo TRIAC puede conducir en ambas direcciones, se puede remplazar un par más complejo de SCR espalda con espalda en muchos circuitos de control de corriente alterna. Sin embargo, los TRIAC conmutan generalmente más despacio que los SCR y se encuentran disponibles sólo a bajas potencias. Como resultado, están fuertemente restringidos a aplicaciones de baja y mediana potencia en circuitos de 50 Hz o 60 Hz, como los circuitos sencillos de alumbrado.

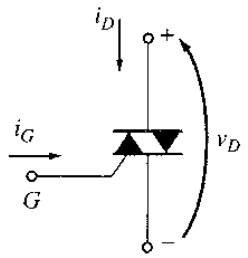


Figura 3-10
Símbolo de un TRIAC.

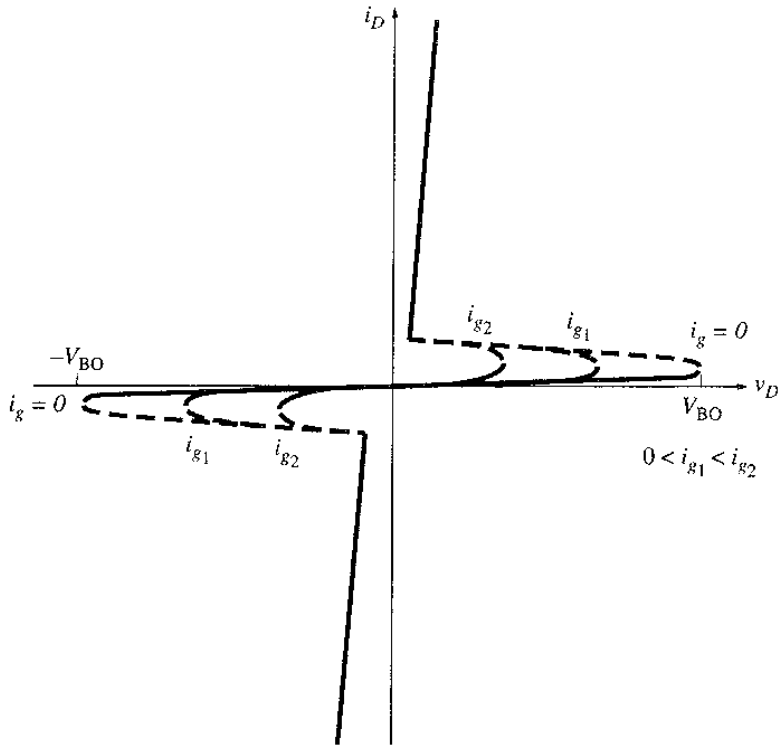


Figura 3-11
Característica voltaje-corriente de un TRIAC.

El transistor de potencia

En la figura 3-12*a* se muestra el símbolo para un transistor y, en la figura 3-12*b*, su característica-voltaje de colector a emisor-corriente del colector. Como puede verse en la figura 3-12*b*, el transis-

tor es un dispositivo cuya corriente de colector i_C es directamente proporcional a su corriente base i_B para un amplio rango de voltajes de colector a emisor (v_{CE}).

Los transistores de potencia (PTR) se utilizan comúnmente en aplicaciones de control de máquinas para conmutar el encendido o apagado de una corriente. La figura 3-13*a* muestra un transistor con carga resistiva y, la figura 3-13*b*, su característica $i_C - v_{CE}$ y la línea de la carga resistiva. Los transistores se utilizan como interruptores en aplicaciones de control de máquinas; como tales, deben estar completamente encendidos o completamente apagados. Como se muestra en la figura 3-13*b*, una corriente base i_{B4} podría encender por completo el transistor mientras que una corriente base de cero podría apagarlo por completo.

Si la corriente base de este transistor fuera igual a i_{B3}, el transistor no estaría ni encendido ni apagado por completo. Ésta es una condición indeseable ya que fluiría una abundante corriente de colector a través de un gran voltaje de colector a emisor v_{CE}, disipando mucha potencia en el transitor. Para garantizar que el transistor conduce sin demasiado gasto de potencia, se requiere una alta corriente base, suficiente para saturarlo por completo.

Los transistores de potencia se utilizan con más frecuencia en circuitos inversores. Su mayor desventaja en aplicaciones de conmutación es que los transistores de gran potencia son relativamente lentos para cambiar del estado de encendido al de apagado, y viceversa, ya que se debe aplicar o remover una corriente base relativamente grande cuando ellos se encienden o se apagan.

El transistor bipolar de puerta aislada

El desarrollo del *transistor bipolar de puerta aislada* (IGBT) es bastante reciente. Es similar al transistor de potencia, excepto que es controlado por un voltaje aplicado a la puerta en lugar de la corriente que fluye en la base del transistor de potencia. La impedancia de la puerta de control es muy alta en un IGBT, de modo que la cantidad de corriente que fluye en ella es en extremo pequeña. El dispositivo es básicamente equivalente a la combinación de un transistor semiconductor metal-óxido de efecto de campo (MOSFET) y un transistor de potencia. El símbolo de un IGBT se muestra en la figura 3-14.

Puesto que el IGBT es controlado por un voltaje de puerta con un flujo de corriente muy pequeño, puede conmutar con mucha más rapidez que el transistor de potencia convencional. Los IGBT se utilizan en aplicaciones de alta potencia y alta frecuencia.

Comparación de componentes de potencia electrónicas según potencia y velocidad

La figura 3-15 muestra una comparación de las velocidades relativas y las capacidades de conducir potencia de los SCR, los tiristores GTO y los transistores de potencia. Se observa con claridad que los SCR son capaces de operar a mayores potencias que cualquiera de los demás. Los tiristores GTO pueden operar a casi tan alta potencia y con mucha más rapidez que los SCR. Por último, los transistores de potencia pueden manejar menos potencia que cualquier tipo de tiristor, pero pueden conmutar con una rapidez más de 10 veces mayor.

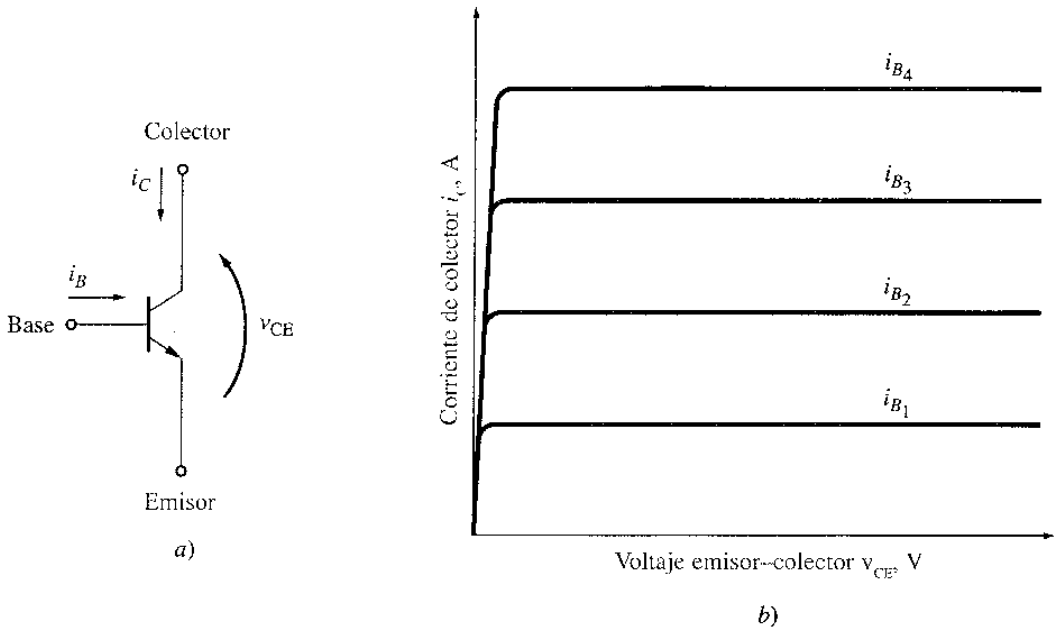


Figura 3-12
a) Símbolo del transistor de potencia. *b*) Característica de voltaje-corriente del transistor de potencia.

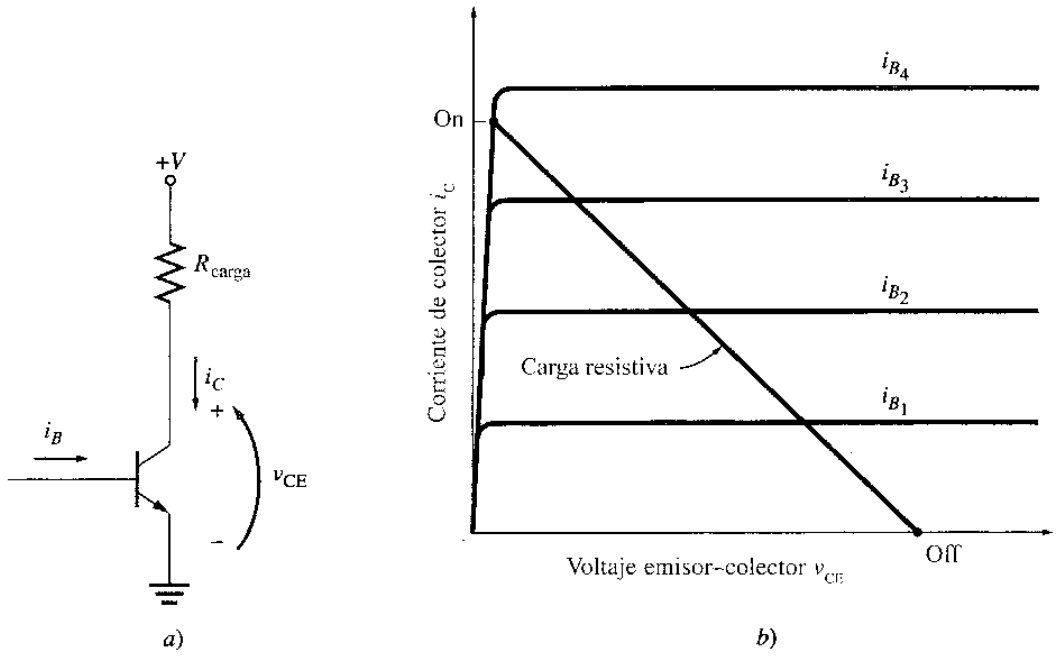


Figura 3-13
a) Transistor con carga resistiva. *b*) Característica voltaje-corriente de este transistor y su carga.

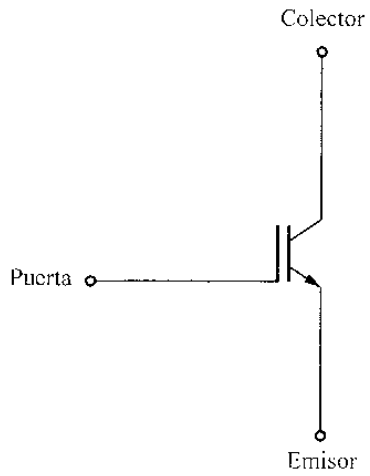


Figura 3-14
Símbolo de un IGBT.

3-2 CIRCUITOS RECTIFICADORES BÁSICOS

Un circuito rectificador convierte potencia alterna en potencia directa. Hay muchos circuitos de rectificación diferentes que producen varios grados de aplanamiento en su salida dc. Los cuatro circuitos de rectificación más comunes son:

1. El rectificador de media onda
2. El puente rectificador de onda completa
3. El rectificador trifásico de media onda
4. El rectificador trifásico de onda completa

Una buena medida del aplanamiento del voltaje dc a la salida del circuito rectificador es el *factor de rizado* (factor de ondulación) de la salida dc. El *porcentaje de rizado* en un suministro de potencia dc se define como la relación entre el valor rms de las componentes de corriente alterna en el voltaje de la fuente, y el valor dc del voltaje

$$r = \frac{V_{ac,rms}}{V_{DC}} \times 100\% \tag{3-1}$$

donde $V_{ac,rms}$ es el valor rms de las componentes ac del voltaje de salida y V_{DC} es la componente dc del mismo voltaje. Cuanto menor sea el factor de rizado en una fuente de potencia, más plana será la onda dc resultante.

La componente dc del voltaje de salida V_{DC} es muy fácil de calcular ya que es el *promedio* del voltaje de salida del rectificador:

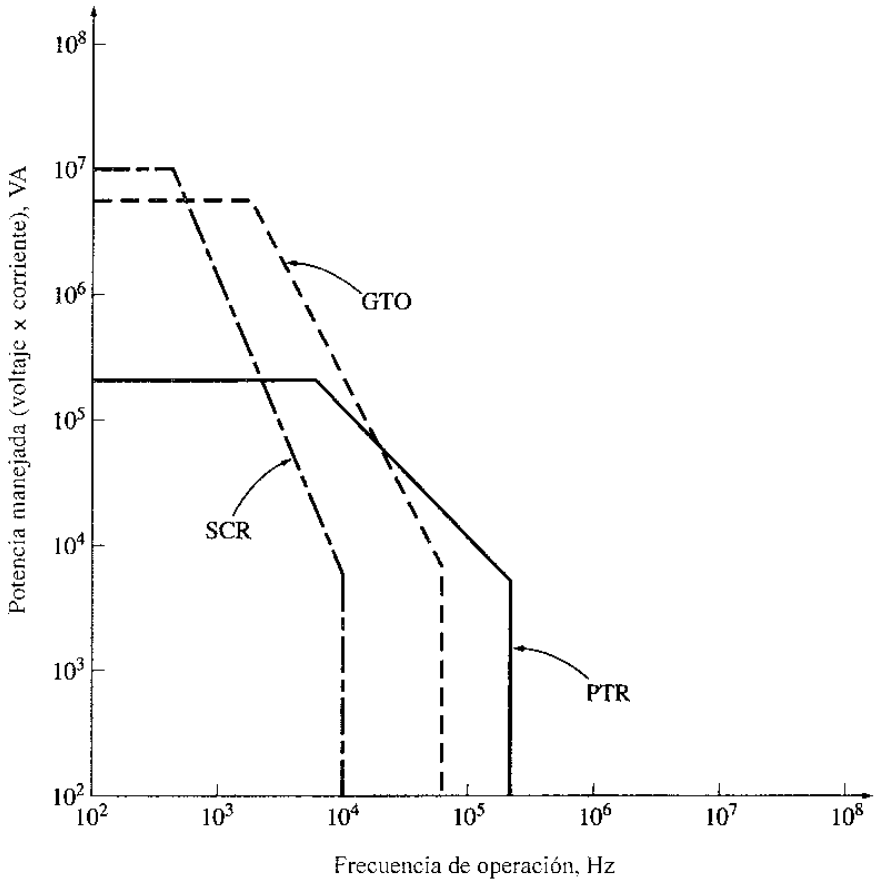


Figura 3-15
Comparación de las velocidades relativas y capacidades de manejo de potencia de los SCR, los tiristores GTO y los transistores de potencia.

$$V_{DC} = \frac{1}{T}\int v_0(t)\,dt \tag{3-2}$$

El valor rms de la parte alterna del voltaje de salida es más difícil de calcular, puesto que se debe sustraer primero la componente dc del voltaje. Sin embargo, el factor de rizado r puede calcularse mediante una fórmula diferente pero equivalente que no requiere el valor rms de la componente ac del voltaje. Esta fórmula para el rizado es

$$r = \sqrt{\left(\frac{V_{rms}}{V_{DC}}\right)^2 - 1} \times 100\% \tag{3-3}$$

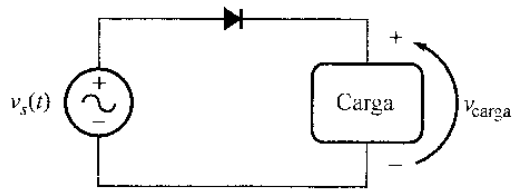
donde V_{rms} es el valor rms del voltaje total de salida del rectificador y V_{DC} es el voltaje de salida dc o promedio del rectificador.

En el siguiente análisis, referente a los circuitos de rectificación, se supone que la frecuencia de entrada ac es 60 Hz.

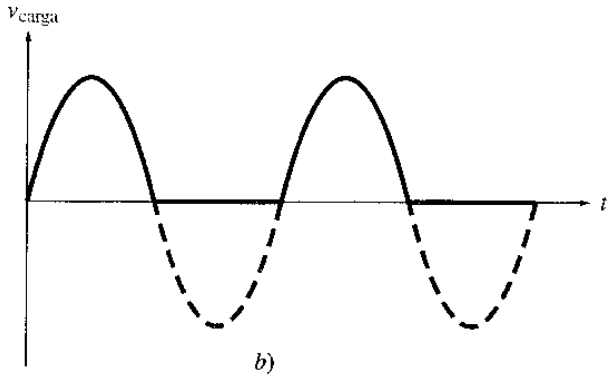
El rectificador de media onda

La figura 3-16*a* muestra un rectificador de media onda y la figura 3-16*b*, su salida. El diodo conduce durante el semiciclo positivo y bloquea el flujo de corriente durante el semiciclo negativo. Un rectificador de media onda sencillo de esta clase, es una aproximación demasiado pobre a una onda dc constante: contiene componentes de frecuencia alterna a 60 Hz y todas sus armónicas. Un rectificador de media onda tal como el de la figura, tiene un factor de rizado $r = 121\ \%$, lo cual significa que tiene más componentes de tensión alterna en su salida que componentes dc. Es claro que el rectificador de media onda es una forma muy pobre de de producir un voltaje dc a partir de una fuente ac.

Ejemplo 3-1 Calcule el factor de rizado del rectificador de media onda mostrado en la figura 3-16, de dos formas: manualmente y utilizando el MATLAB.



a)



b)

Figura 3-16
a) Circuito rectificador de media onda. *b*) Voltaje de salida del circuito rectificador.

Solución. En la figura 3-16, el voltaje de fuente alterna es $v_S(t) = V_M \operatorname{sen} wt$ voltios. El voltaje de salida del rectificador es

$$v_{\text{carga}}(t) = \begin{cases} V_M \operatorname{sen} \omega t & 0 < \omega t < \pi \\ 0 & \pi \leq \omega t \leq 2\pi \end{cases}$$

Para averiguar analíticamente el factor de rizado deben calcularse el voltaje medio y el voltaje rms. El voltaje promedio de la salida del rectificador es

$$\begin{aligned} V_{\text{DC}} = V_{\text{avg}} &= \frac{1}{T}\int_0^T v_{\text{carga}}(t)\,dt \\ &= \frac{\omega}{2\pi}\int_0^{\pi/\omega} V_M \operatorname{sen}\omega t\,dt \\ &= \frac{\omega}{2\pi}\left(-\frac{V_M}{\omega}\cos\omega t\right)\Big|_0^{\pi/\omega} \\ &= -\frac{V_M}{2\pi}[(-1) - (1)] \\ &= \frac{V_M}{\pi} \end{aligned}$$

El valor rms del voltaje total a la salida del rectificador es

$$\begin{aligned} V_{\text{rms}} &= \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T v_{\text{carga}}^2(t)\,dt} \\ &= \sqrt{\frac{\omega}{2\pi}\int_0^{\pi/\omega} V_M^2 \operatorname{sen}^2 \omega t\,dt} \\ &= V_M\sqrt{\frac{\omega}{2\pi}\int_0^{\pi/\omega}\frac{1-\cos 2\omega t}{2}\,dt} \\ &= V_M\sqrt{\frac{\omega}{2\pi}\int_0^{\pi/\omega}\frac{1}{2}\,dt - \frac{\omega}{2\pi}\int_0^{\pi/\omega}\frac{1}{2}\cos 2\omega t\,dt} \\ &= V_M\sqrt{\left(\frac{\omega}{4\pi}t - \frac{1}{8\pi}\operatorname{sen} 2\omega t\right)\Big|_0^{\pi/\omega}} \\ &= V_M\sqrt{\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{8\pi}\operatorname{sen} 2\pi\right) - \left(0 - \frac{1}{8\pi}\operatorname{sen} 0\right)} \\ &= \frac{V_M}{2} \end{aligned}$$

Entonces, el factor de rizado del circuito rectificador es

$$r = \sqrt{\left(\frac{V_M/2}{V_M/\pi}\right)^2 - 1} \times 100\%$$

$$\boxed{r = 121\%}$$

El factor de rizado puede calcularse con el MATLAB, implementando los cálculos de los voltajes medio y rms en una función de MATLAB y calculando el rizado según la ecuación (3-3). La primera parte de la función mostrada más adelante calcula el valor medio de una onda de entrada, mientras que la segunda parte de la función calcula el valor rms de la onda de entrada. Por último, el factor de rizado se calcula directamente con la ecuación (3-3).

```
Function r = ripple (waveform)
% Función para calcular el rizado de una onda.
% Calcule el valor medio de la onda
nvals = size (waveform,2);
temp = 0;
for ii = 1:nvals
  temp = temp + waveform(ii);
end
average = temp/nvals;
% Calcule el valor rms de la onda
Temp. = 0;
For ii = 1:nvals
  temp = temp + waveform(ii)^2;
end
rms = sqrt (temp/nvals);
% Calcule el factor de rizado
r = sqrt ((rms / average)^2 - 1) * 100;
```

La función `ripple` puede ser probada escribiendo un m-file para crear una onda rectificada de media onda y suministrar esa onda a la función. A continuación se muestra el m-file apropiado:

```
% Archivo M: test_halfwave.m
% Archivo M para calcular el rizado de la salida
% de un rectificador de media onda

% Primero, genere la salida de un rectificador de media onda
waveform = zeros (1,128);
for ii = 1:128
  waveform (ii) = halfwave(ii*pi/64);
end
% Ahora calcule el factor de rizado
r = ripple (waveform);
% Imprima el resultado
string = ['El rizado es ' num2str (r) '%. '];
disp (string);
```

La salida del rectificador de media onda se simula mediante la función tipo `halfwave`

```
Function volts = halfwave (wt)
% Función para generar la salida de un rectificador de media
  onda
```

```
% Convierta la entrada al rango 0 <= wt < 2*pi
while wt >= 2*pi
  wt = wt - 2*pi;
end
while wt < 0
  wt = wt + 2*pi;
end
% simule la salida del rectificador de media onda
if wt >=0 & wt < pi
  volts = sin(wt);
else
  vols = 0;
end
```

Cuando se ejecuta `test-halfwave`, los resultados son:

» **test_halfwave**
El rizado es 121.1772%.

Esta respuesta concuerda con la solución analítica calculada antes. ●

El rectificador de onda completa

La figura 3-17*a* muestra un circuito puente rectificador de onda completa y la figura 3-17*c*, su voltaje de salida. En este circuito, los diodos D_1 y D_3 conducen durante el semiciclo positivo de la entrada ac, y los diodos D_2 y D_4, durante el semiciclo negativo. El voltaje de salida de este circuito es más plano que el voltaje de salida del rectificador de media onda pero contiene aún componentes de frecuencia alterna a 120 Hz y sus armónicas. El factor de rizado de un rectificador de onda completa de este tipo es $r = 48.2$ %, mucho mejor que el del circuito rectificador de media onda.

Otro circuito rectificador de onda completa posible se muestra en la figura 3-17*b*. En este circuito, el diodo D_1 conduce durante el semiciclo positivo de la entrada ac con la corriente retornando a través de la toma central del transformador, y el diodo D_2 conduce durante el semiciclo negativo de la entrada ac; la corriente retorna a través del toma central del transformador. La onda de salida es idéntica a la mostrada en la figura 3-17*c*.

Rectificador trifásico de media onda

La figura 3-18*a* muestra un rectificador trifásico de media onda . El efecto de tener tres diodos con sus cátodos conectados a un punto común es que *en cualquier instante conduce el diodo al cual se le aplica el voltaje más alto, y los otros dos diodos tendrán polarización inversa.* En la figura 3-18*b* se muestran los voltajes trifásicos aplicados al circuito rectificador; el voltaje de salida resultante se muestra en la figura 3-18*c*. Nótese que el voltaje en la salida del rectificador en cualquier tiempo es justamente el mayor de los tres voltajes de entrada en ese momento.

Este voltaje de salida es casi tan plano como el del circuito puente rectificador de onda completa y contiene componentes de voltaje ac a 180 Hz y sus armónicas. El factor de rizado para un rectificador de este tipo es 18.3%.

Rectificador trifásico de onda completa

La figura 3-19*a* muestra un rectificador trifásico de onda completa. Básicamente, un circuito rectificador de este tipo puede dividirse en dos componentes. Una parte del circuito se ve como el rectificador trifásico de media onda de la figura 3-18 y sirve para conectar a la carga, en cualquier momento, el voltaje más alto de los voltajes trifásicos.

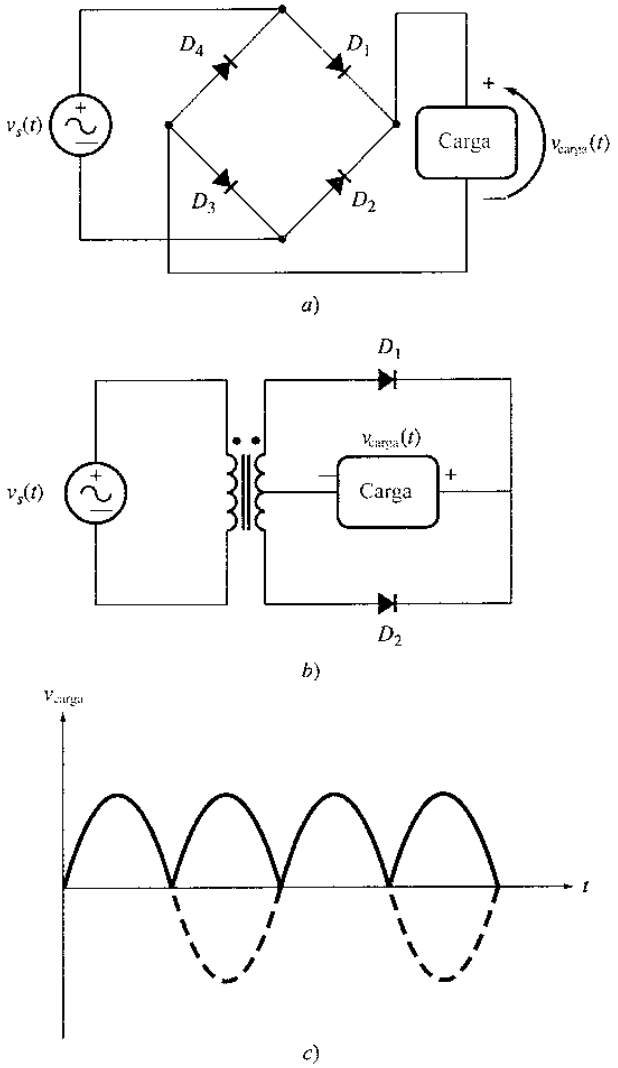


Figura 3-17

a) Puente rectificador de onda completa. *b*) Otra alternativa de circuito rectificador de onda completa, utilizando dos diodos y un transformador con toma central. *c*) Voltaje de salida del circuito rectificador.

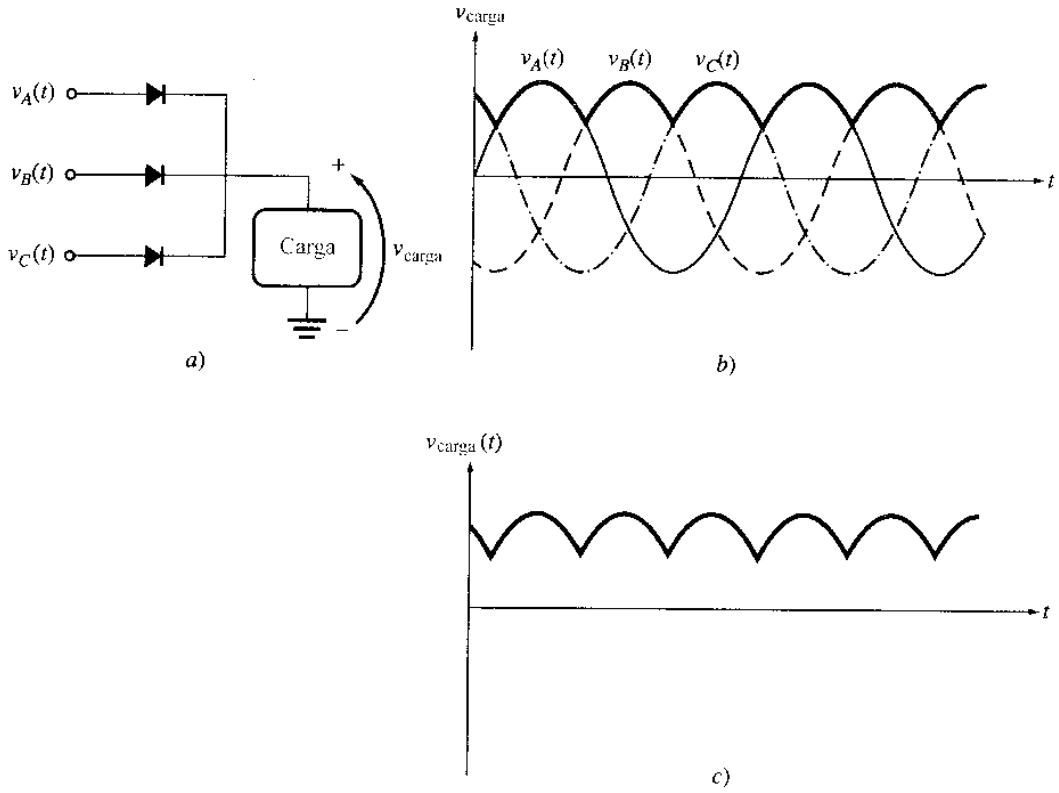


Figura 3-18

a) Circuito rectificador trifásico de media onda. *b*) Voltajes trifásicos de entrada al circuito rectificador. *c*) Voltaje de salida del circuito rectificador.

La otra parte del circuito consta de tres diodos orientados, con sus ánodos conectados a la carga y sus cátodos conectados a los voltajes de la alimentación (figura 3-19*b*). Este arreglo conecta el más bajo de los tres voltajes de la alimentación a la carga durante todo el tiempo.

El rectificador trifásico de onda completa, siempre conecta el *más alto* de los tres voltajes a un extremo de la carga durante todo el tiempo y, el *más bajo* de ellos, al otro extremo de la carga. La figura 3-20 muestra el resultado de esta conexión.

La salida del rectificador trifásico de onda completa es más aplanada que la del rectificador trifásico de media onda. La componente ac de más baja frecuencia presente en aquél es 360 Hz y su factor de rizado es tan sólo 4.2 %.

Filtrado de la salida del rectificador

La salida de los circuitos rectificadores puede hacerse más suave (aplanada) mediante la utilización de filtros pasabajos que eliminan la mayoría de las componentes de frecuencia ac. Dos tipos de elementos se utilizan para suavizar la salida del rectificador:

1. Condensadores conectados a las líneas para suavizar los cambios de voltajes ac.
2. Inductores conectados en serie con la línea para suavizar los cambios de corriente ac.

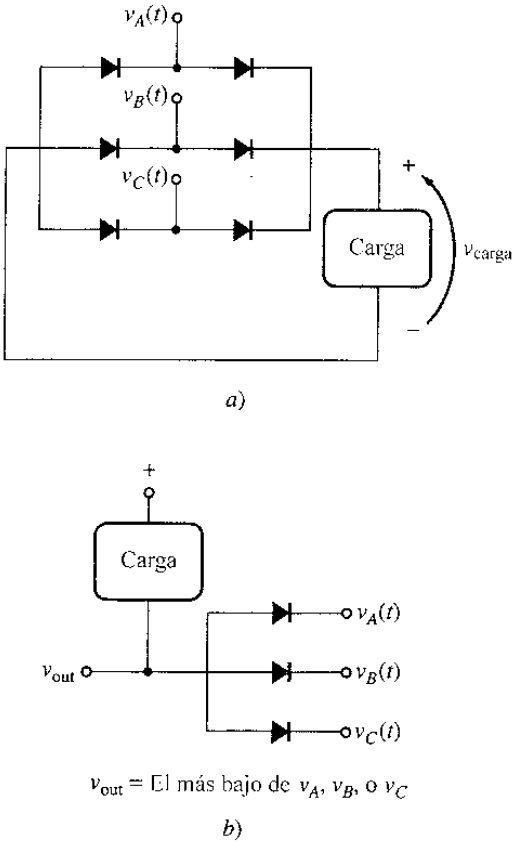


Figura 3-19
a) Circuito rectificador trifásico de onda completa. *b*) Este circuito coloca en su salida los puntos más bajos de sus tres voltajes de entrada.

Un filtro común en circuitos de rectificación, utilizado en máquinas, es un inductor sencillo en serie o *choque*. La figura 3-21 muestra un rectificador trifásico de onda completa con un filtro de choque.

3-3 CIRCUITOS DE PULSOS

Los SCR, los tiristores GTO y los TRIAC descritos en la sección 3.1 son encendidos mediante la aplicación de un pulso de corriente a sus circuitos de puerta. Para construir los controladores de potencia, es necesario recurrir a algún método de producción y aplicación de pulsos a las puertas de tales dispositivos en el momento adecuado para encenderlos (así mismo, es necesario recurrir a algún método de produción y aplicación de pulsos negativos a las puertas de los tiristores GTO en el momento adecuado para apagarlos).

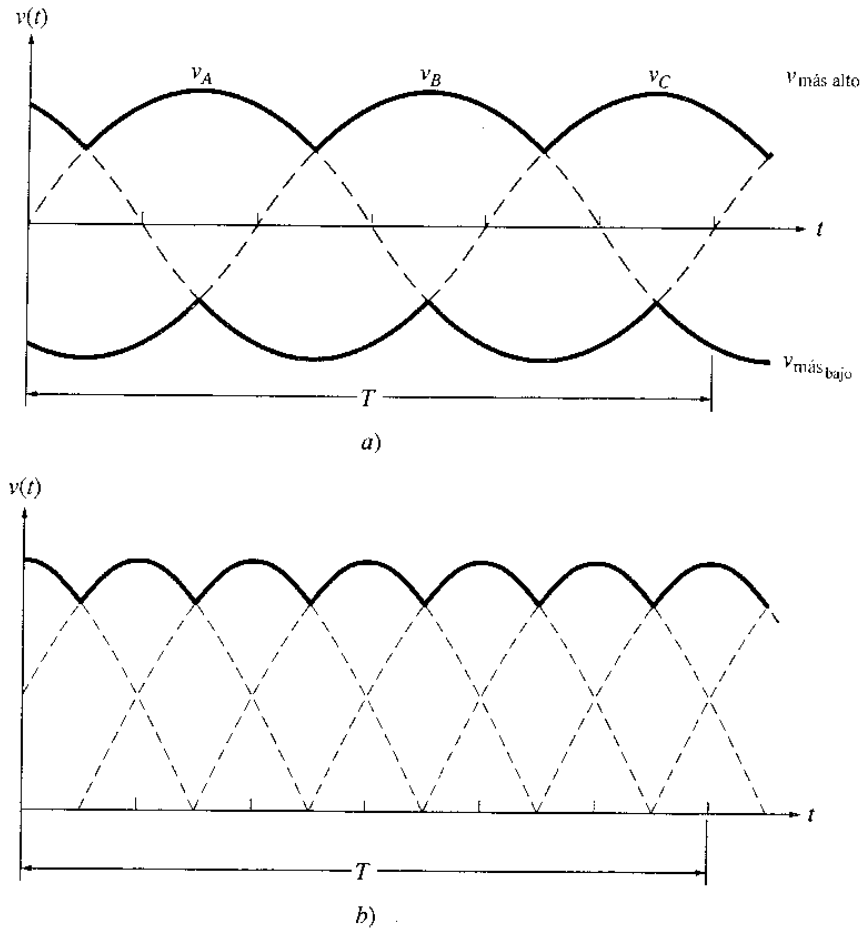


Figura 3-20

a) Los voltajes más altos y más bajos en un rectificador trifásico de onda completa. *b*) Voltaje de salida resultante.

Para producir pulsos de voltaje y de corriente se dispone de muchas técnicas que podrían clasificarse en dos amplias categorías: análogos y digitales. Los circuitos análogos de generación de pulsos se han utilizado desde el nacimiento de los controles de estado sólido para máquinas. Cuentan con dispositivos tales como los diodos PNPN, que tienen características voltaje-corriente con regiones discretas de no conducción y de conducción. La transición de una región de no conducción a una región de conducción en el dispositivo (o viceversa) se utiliza para generar los pulsos de voltaje y de corriente. En esta sección se describen algunos circuitos sencillos análogos de generación de pulsos. Estos circuitos se conocen en conjunto como *osciladores de relajación.*

Los circuitos digitales de generación de pulsos son de uso muy común en los accionamientos modernos de estado sólido para motores. Normalmente contienen un microcomputador que ejecuta un programa almacenado en la *memoria de sólo lectura* (ROM). El programa de computador puede considerar muchas entradas diferentes para decidir acerca del tiempo adecuado de

generar los pulsos de encendido. Por la razón a la cual está acelerando o desacelerando y cualquier otro límite de voltaje o corriente especificados para la determinación del tiempo de generación de los pulsos. Las entradas que él considera y el peso relativo que les aplica pueden ser cambiadas mediante interruptores situados en la placa del circuito impreso del microcomputador; de esta manera, los controladores de estado sólido para motores se vuelven muy flexibles con generadores digitales de pulsos. Un tablero de circuitos típico de un generador digital de pulsos de un control de ancho de pulso modulado para motor de inducción se muestra en la figura 3-22. En los capítulos 7 y 9 se dan, respectivamente, ejemplos de accionamientos de estado sólido para motores de corriente alterna y de corriente continua que contienen tales circuitos digitales de encendido.

La producción de pulsos para activar SCR, GTO y TRIAC es uno de los aspectos más complejos del control de potencia de estado sólido. Los circuitos análogos sencillos aquí mostrados son ejemplos de los tipos más primitivos de circuitos de producción de pulsos; los más avanzados están más allá del nivel de este libro.

Oscilador de relajación que utiliza un diodo PNPN

La figura 3-23 muestra un oscilador de relajación o circuito generador de pulsos construido con un diodo PNPN. Para que este circuito trabaje, deben darse las siguientes condiciones:

1. El voltaje de la fuente de suministro V_{DC} debe exceder el V_{BO} del diodo PNPN.
2. V_{DC} / R_1 debe ser menor que I_H para el diodo PNPN.
3. R_1 debe ser mucho mayor que R_2.

Cuando se cierra por primera vez el interruptor del circuito, se carga el condensador C a través de R_1 con una constante de tiempo $\tau = R_1 C$. Como el voltaje en el condensador aumenta, excederá eventualmente a V_{BO} y el diodo PNPN se encenderá. Una vez que el diodo PNPN se enciende, el condensador descarga a través de aquél; la descarga es muy rápida debido a que la resistencia R_2 es muy pequeña comparada con R_1. Una vez que el condensador se descarga, el diodo PNPN se apagará puesto que la corriente de estado estacionario que fluye a través de R_1 es menor que I_H del diodo PNPN.

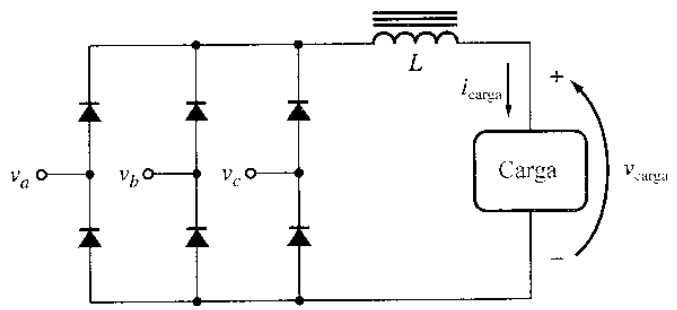


Figura 3-21
Circuito puente rectificador trifásico de onda completa con filtro inductivo para disminuir el rizado en la salida.

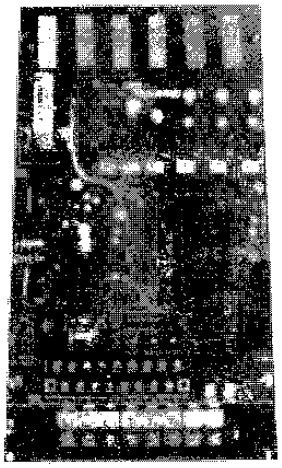


Figura 3-22
Placa típica de circuito de generador digital de pulsos de un accionamiento de pulso de anchura modulada (PWM) para un motor de inducción (*cortesía de MagneTek Drives and Systems*)

Las figuras 3-24*a* y *b* muestran, respectivamente, el voltaje del condensador y el voltaje de salida resultante.

La distribución de estos pulsos puede ser variada, si varía R_1. Suponga que se reduce el valor de R_1; entonces el condensador cargará más rápidamente y el diodo PNPN se activará más pronto. La sucesión de pulsos ocurrirá a intervalos menores (*véase* figura 3-24*c*).

Este circuito puede utilizarse para activar directamente un SCR quitando R_2 y conectando el terminal de puerta del SCR en su lugar (*véase* figura 3-25*a*). Alternativamente, el circuito de pulsos puede ser acoplado al SCR a través de un transformador, como lo muestra la figura 3-25*b*. Si se requiere más corriente de puerta para manejo del SCR o el TRIAC, el pulso puede ser amplificado por una etapa transitorizada extra, como se muestra en la figura 3-25*c*.

El mismo circuito básico puede ser construido utilizando un DIAC en cambio del diodo PNPN (*véase* figura 3-26). Este funciona en la misma forma descrita.

En general, el análisis cuantitativo de los circuitos generadores de pulsos es muy complejo y está fuera del alcance de este libro; sin embargo, más adelante se incluye un ejemplo sencillo que utiliza un circuito oscilador de relajación. Si desea, puede saltar esta sección y no se perderá la continuidad.

Ejemplo 3-2 La figura 3-27 muestra un oscilador de relajación sencillo que utiliza un diodo PNPN. En este circuito,

$$V_{DC} = 120\ \text{V} \quad R_1 = 100\ \text{k}\Omega$$
$$C = 1\ \mu\text{F} \quad R_2 = 1\ \text{k}\Omega$$
$$V_{BO} = 75\ \text{V} \quad I_H = 10\ \text{mA}$$

a) Determine la frecuencia de disparo del circuito.
b) Determine la frecuencia de disparo del circuito, si R_1 se incrementa a 150 kΩ.

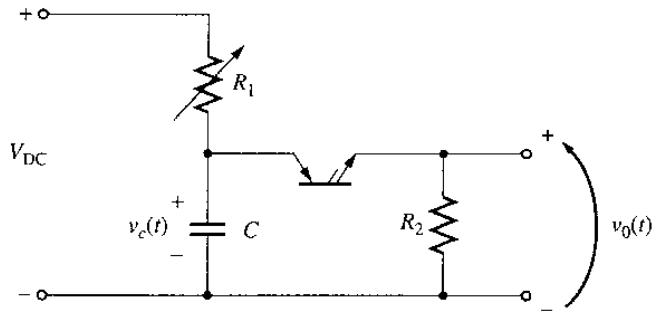


Figura 3-23
Oscilador de relajación (o generador de pulsos) que utiliza un diodo PNPN.

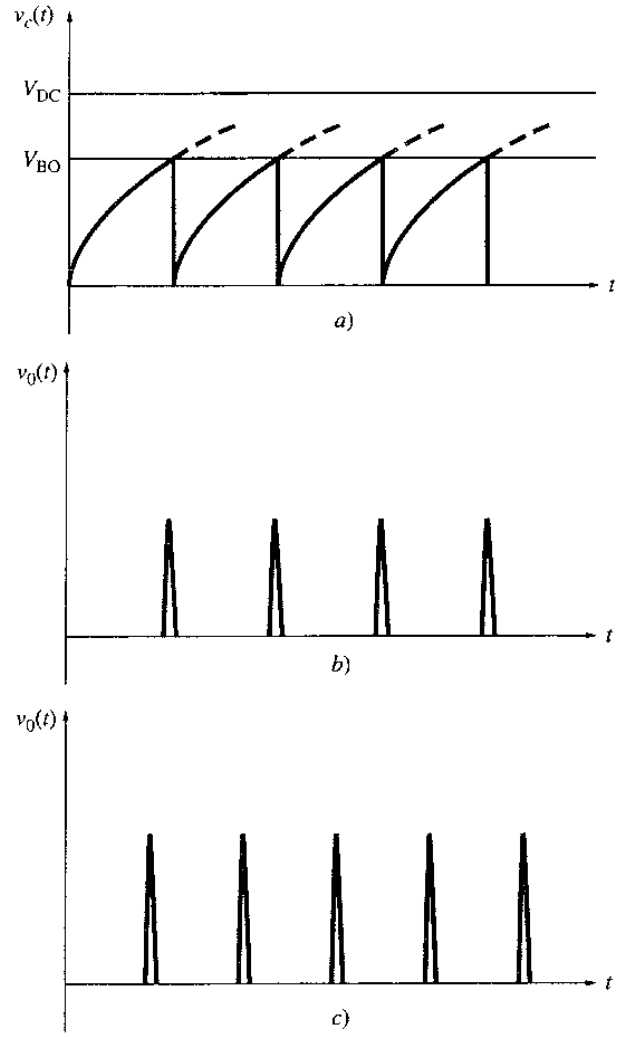


Figura 3-24
a) Voltaje del condensador en un oscilador de relajación, *b*) voltaje de salida del oscilador de relajación, *c*) voltaje de salida del oscilador después de reducir R_1.

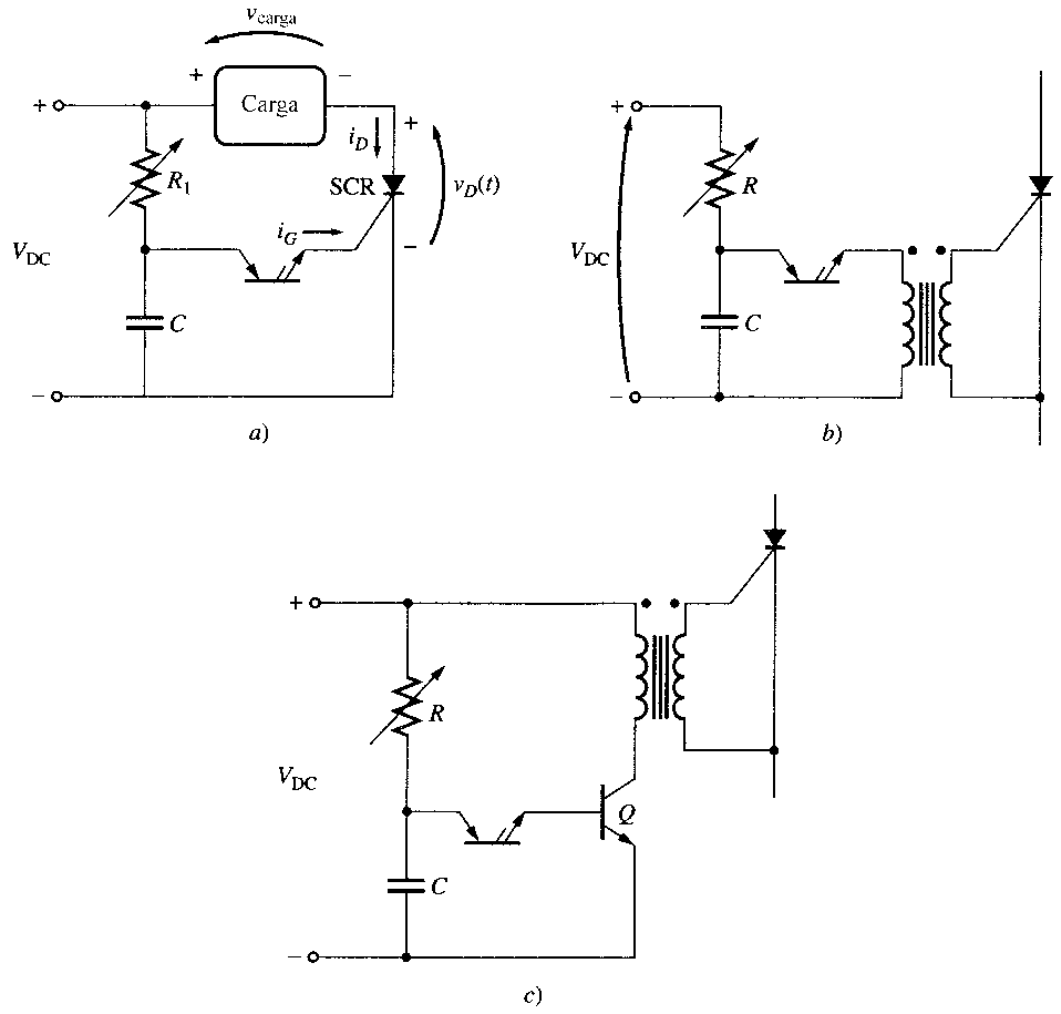


Figura 3-25

a) Utilización de un generador de pulsos para activación directa de un SCR, *b*) Acople de un generador de pulsos a un SCR a través de un transformador, *c*) Conexión de un generador de pulsos a un SCR a través de un transistor amplificador para incrementar la intensidad del pulso.

Solución.

a) Cuando el diodo PNPN se apaga, el condensador C se carga a través de R_1 con una constante de tiempo $\tau = R_1C$; cuando el diodo PNPN se enciende, el condensador se descarga a través de R_2 con una constante de tiempo $\tau = R_2C$ (en realidad, la tasa de descarga está controlada por la combinación en paralelo de R_1 y R_2, pero puesto que $R_1 >> R_2$, la combinación en paralelo es esencialmente la misma R_2). Según la teoría elemental de circuitos, la ecuación del voltaje en el condensador como función del tiempo durante el tramo de carga del ciclo es

$$v_C(t) = A + B\,e^{-t/R_1C}$$

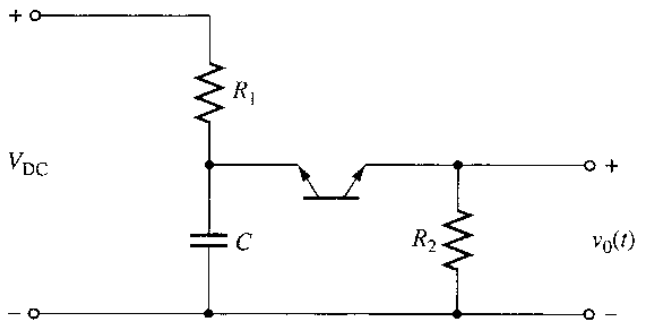


Figura 3-26
Oscilador de relajación que utiliza un DIAC en cambio de un diodo PNPN.

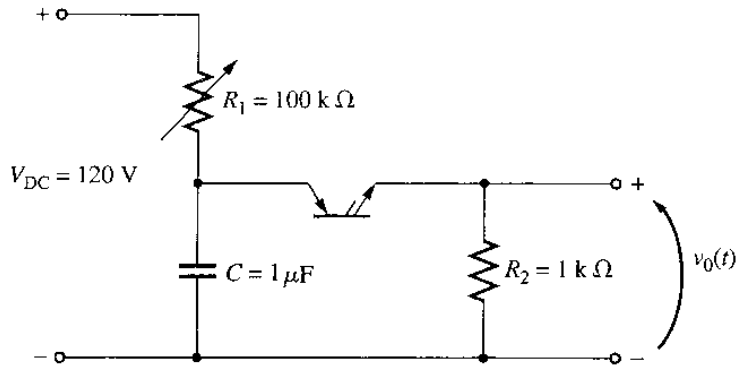


Figura 3-27
Oscilador de relajación del ejemplo 3-2.

donde A y B son constantes que dependen de las condiciones iniciales del circuito. Puesto que $v_C(0) = 0$ V y $v_C(\infty) = V_{DC}$, es posible despejar para A y B:

$$A = v_C(\infty) = V_{DC}$$
$$A + B = v_C(0) = 0 \Rightarrow B = -V_{DC}$$

Entonces

$$\boxed{v_C(t) = V_{DC} - V_{DC}\, e^{-t/R_1C}} \tag{3-4}$$

El tiempo en el cual el condensador alcanzará la tensión de transición conductiva se encuentra despejando t en la ecuación (3-4):

$$t_1 = -R_1C \ln \frac{V_{DC} - V_{BO}}{V_{DC}} \tag{3-5}$$

En este caso,

$$t_1 = -(100\ \text{k}\Omega)(1\ \mu\text{F}) \ln \frac{120\ \text{V} - 75\ \text{V}}{120\ \text{V}}$$
$$= 98\ \text{ms}$$

Del mismo modo, la ecuación del voltaje en el condensador, en función del tiempo, durante el tramo de descarga del ciclo resulta ser

$$v_C(t) = V_{BO}\, e^{-t/R_2C} \tag{3-6}$$

por tanto, la corriente que fluye a través del diodo PNPN llega a ser

$$i(t) = \frac{V_{BO}}{R_2}\, e^{-t/R_2C} \tag{3-7}$$

Si se ignora el pequeño flujo continuo de corriente a través de R_1, el tiempo en que $i(t)$ alcanza el valor de I_H y el diodo PNPN se apaga es,

$$\begin{aligned} t_2 &= -R_2C \ln \frac{I_H R_2}{V_{BO}} \\ &= -(1\ \text{k}\Omega)(1\ \mu\text{F}) \ln \frac{(10\ \text{mA})(1\ \text{k}\Omega)}{75\ \text{V}} = 2\ \text{ms} \end{aligned} \tag{3-8}$$

Entonces, el periodo total del oscilador de relajación es

$$T = t_1 + t_2 = 98\ \text{ms} + 2\ \text{ms} = 100\text{ms}$$

y la frecuencia del oscilador es

$$f = \frac{1}{T} = 10\ \text{Hz}$$

b) Si se incrementa R_1 a 150 kW, el tiempo de carga del condensador llega a ser

$$\begin{aligned} t_1 &= -R_1C \ln \frac{V_{DC} - V_{BO}}{V_{DC}} \\ &= -(150\ \text{k}\Omega)(1\ \mu\text{F}) \ln \frac{120\ \text{V} - 75\ \text{V}}{120\ \text{V}} \\ &= 147\ \text{ms} \end{aligned}$$

El tiempo de descarga del condensador no se modifica si

$$t_2 = -R_2C \ln \frac{I_H R_2}{V_{BO}} = 2\ \text{ms}$$

Entonces, el periodo total del oscilador de relajación es

$$T = t_1 + t_2 = 147\ \text{ms} + 2\ \text{ms} = 149\ \text{ms}$$

y la frecuencia del oscilador de relajación es

$$f = \frac{1}{0.149\ \text{s}} = 6.71\ \text{Hz}$$

●

Sincronización de pulsos

En aplicaciones de corriente alterna es importante que el pulso de disparo se aplique en el mismo punto a los SCR controladores en cada ciclo ac. Esto se logra sincronizando el circuito de pulsos con la línea de potencia alterna que alimenta los SCR. Esto se puede llevar a cabo con fácilidad haciendo que la fuente que alimenta el circuito de disparo sea igual a la que alimenta los SCR.

Si el circuito de disparo se alimenta de un semiciclo de la línea de corriente alterna, el circuito *RC* siempre comenzará a cargarse exactamente al comienzo del ciclo, de modo que el pulso ocurrirá siempre a un tiempo fijo con respecto al comienzo del ciclo.

La sincronización del pulso en circuitos trifásicos e inversores es mucho más compleja y está fuera del alcance de este libro.

3-4 VARIACIÓN DE VOLTAJE MEDIANTE CONTROL DE FASE AC

El nivel del voltaje aplicado es una de las variables más comunes en aplicaciones de control de motores. El SCR y el TRIAC proveen una técnica conveniente para controlar el voltaje medio aplicado a una carga: cambiar el ángulo de fase a que se aplica la fuente de voltaje.

Control de fase ac para una carga dc alimentada por una fuente ac

La figura 3-28 ilustra el concepto de control de ángulo de fase de potencia. La figura muestra un circuito de control de fase de voltaje con una carga dc resistiva, alimentada por una fuente de corriente alterna. En el circuito, el SCR tiene un voltaje de transición conductiva para $i_G = 0$ A mayor que el voltaje más alto del circuito, mientras que el diodo PNPN tiene un voltaje de transición conductiva muy bajo, quizás 10 V o parecido. El circuito puente de onda completa asegura que el voltaje aplicado al SCR y la carga sea siempre dc.

Si el interruptor S_1 en la figura está abierto, el voltaje V_1 en los terminales del rectificador será justamente una versión rectificada del voltaje de onda completa de la entrada (*véase* figura 3-29).

Si se cierra el interruptor S_1 y se deja abierto S_2, el SCR siempre estará apagado. Esto es cierto puesto que el voltaje de salida del rectificador nunca excederá a V_{BO} para el SCR. Puesto que el SCR funcionará siempre como un circuito abierto, la corriente que fluye a través de él y de la carga y, por consiguiente, el voltaje en la carga serán cero.

Si el interruptor S_2 se cierra, al comienzo del primer semiciclo después del cierre del interruptor, se genera un voltaje a través de la red *RC* y el condensador comienza a cargarse. Durante el tiempo de carga del condensador, el SCR permanece apagado mientras el voltaje que se le aplica, no exceda a V_{BO}. Con el paso del tiempo, el condensador se carga hasta alcanzar el voltaje de transición conductiva del diodo PNPN y éste empieza a conducir la corriente. El flujo de corriente del condensador y el diodo PNPN pasa a través de la puerta del SCR, bajando el voltaje V_{BO} en el SCR y encendiéndolo. Cuando el SCR se enciende, fluye corriente a través de él y de la carga. Este

flujo continúa durante el resto del semiciclo, aún después de que el condensador ha sido descargado, puesto que el SCR sólo se apaga cuando su corriente cae por debajo de su valor de sostenimiento (dado que I_H es de unos pocos miliamperes, eso no ocurre sino hasta el extremo final del semiciclo).

Al comienzo del siguiente semiciclo, el SCR se apaga de nuevo. El circuito *RC* carga durante un periodo finito y dispara el diodo PNPN que, una vez más, envía corriente a la puerta del SCR, encendiéndolo. Una vez encendido, el SCR permanece así durante el resto del ciclo. La figura 3-30 muestra las ondas de voltaje y de corriente de este circuito.

Ahora, surge la pregunta crítica: ¿cómo puede cambiarse la potencia suministrada a la carga? Suponga que el valor de *R* disminuye. Entonces, al principio de cada semiciclo, el condensador se carga más rápidamente y el SCR se disparará más pronto. Puesto que el SCR estará encendido durante más tiempo en el semiciclo, *se suministrará más potencia a la carga* (*véase* figura 3-31). El resistor *R* en este circuito controla el flujo de potencia que va a la carga.

La potencia suministrada a la carga es una función del tiempo de disparo del SCR; cuanto más temprano se dispare éste, más potencia será suministrada. Es costumbre expresar el tiempo de disparo del SCR como ángulo de disparo, donde el ángulo de disparo es el ángulo del voltaje sinusoidal aplicado en el momento del disparo. La relación entre el *ángulo de disparo* y la potencia suministrada se deducirá en el ejemplo 3-3 más adelante.

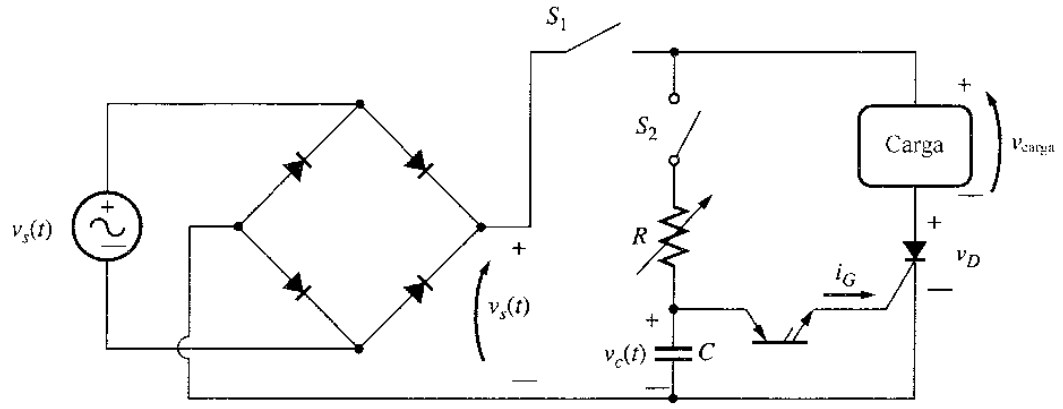


Figura 3-28
Circuito de control de voltaje para una carga dc, por control de ángulo de fase.

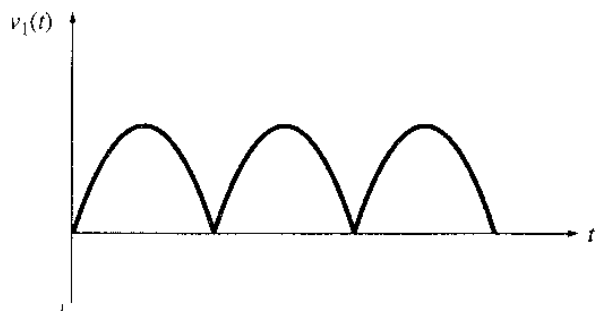


Figura 3-29
Voltaje en la salida del circuito puente, con el interruptor S_1 abierto.

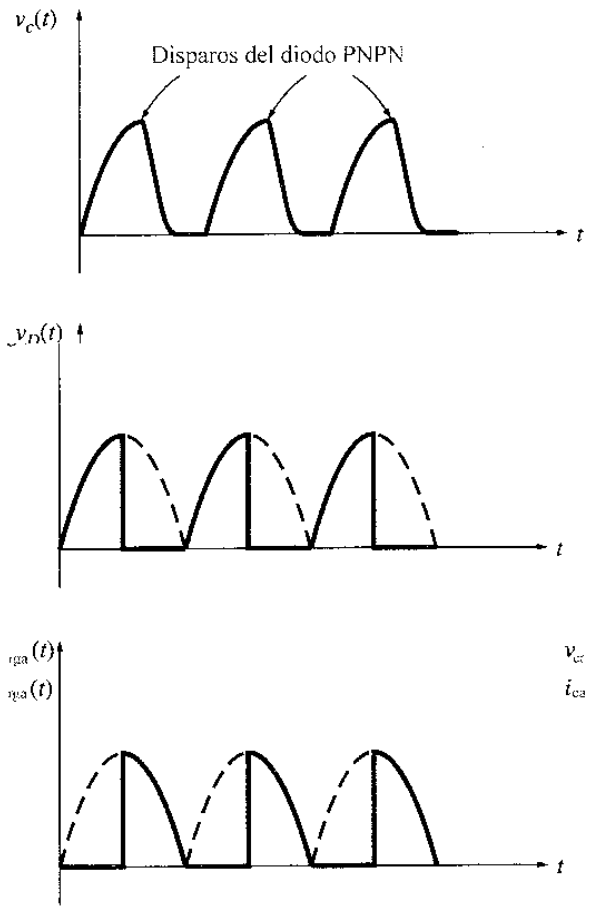


Figura 3-30
Voltaje a través del condensador, SCR y carga y, corriente a través de la carga, cuando los interruptores S_1 y S_2 están cerrados.

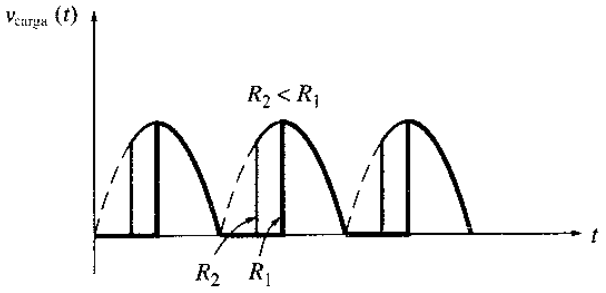


Figura 3-31
Efecto de disminuir R sobre el voltaje de salida aplicado a la carga, en el circuito de la figura 3-28.

Control de ángulo de fase ac para una carga ac

Es posible modificar el circuito de la figura 3-28 para controlar una carga ac simplemente, moviendo la carga del lado dc del circuito a un punto antes de los rectificadores. La figura 3-32*a* muestra el circuito resultante y, la figura 3-32*b* muestra su voltaje y las formas de las ondas del circuito.

Sin embargo, hay una forma mucho más fácil de elaborar un controlador de potencia ac. Si se utiliza el mismo circuito básico, con un DIAC en cambio del diodo PNPN y un TRIAC en lugar del SCR, el circuito puente de diodos puede ser sacado completamente del circuito. Puesto que tanto el DIAC como el TRIAC son elementos de dos vías, operan igualmente bien en cada semiciclo de la fuente ac. En la figura 3-33 se muestra un controlador de fase de potencia ac con un DIAC y un TRIAC.

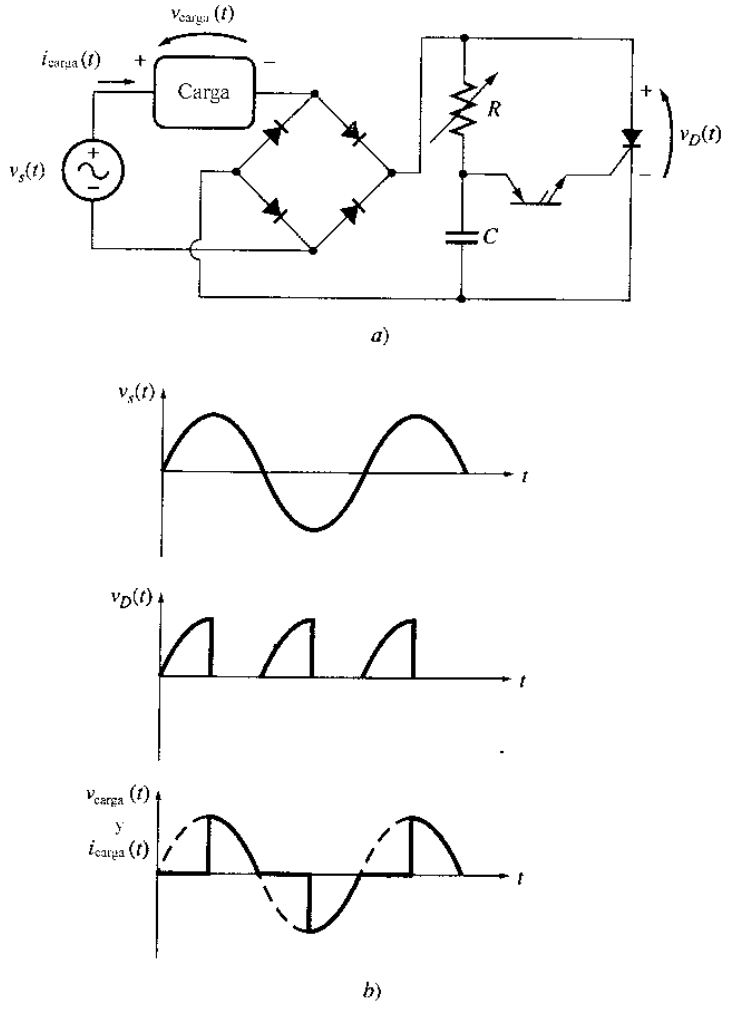


Figura 3-32

a) Circuito de control de voltaje para una carga ac por control de ángulo de fase. *b*) Voltajes en la fuente, la carga y el SCR en este controlador.

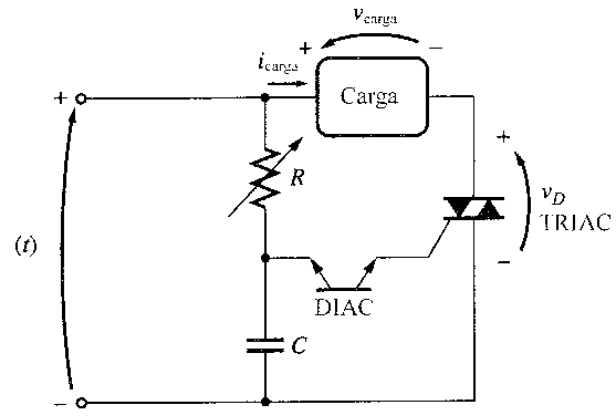


Figura 3-33
Controlador de ángulo de fase utilizando un DIAC y un TRIAC.

Ejemplo 3-3 La figura 3-34 muestra un controlador de ángulo de fase ac que suministra potencia a una carga resistiva. El circuito utiliza un TRIAC disparado por un circuito digital de pulsos que puede suministrar pulsos de disparo en cualquier punto del semiciclo del voltaje aplicado $v_S(t)$. Suponga que el voltaje de alimentación es 120 V rms a 60 Hz.

a) Determine el voltaje rms aplicado a la carga, como función del ángulo de disparo del circuito de pulsos, y dibuje la relación entre el ángulo de disparo y el voltaje suministrado.
b) ¿Qué ángulo de disparo se requiere para suministrar un voltaje de 75 voltios rms a la carga?

Solución

a) Este ejercicio es ideal para emplear el MATLAB debido a que involucra un cálculo repetitivo del voltaje rms aplicado a la carga a muchos ángulos de disparo diferentes. El ejercicio se resolverá calculando la onda producida por el disparo del TRIAC en cada ángulo comprendido entre 1° y 179° y calculando el voltaje rms de la onda resultante (nótese que sólo se considera el semiciclo positivo ya que el semiciclo negativo es simétrico).

El primer paso en el proceso de solución es producir una función MATLAB que simule el voltaje de carga para cualquier *wt* y ángulo de disparo dado. La función `ac-phase-controller` lo hace. Acepta dos argumentos de entrada, una *wt* normalizada en radianes para el tiempo y un ángulo de disparo en grados. Si *wt* en el tiempo es primero que el ángulo de disparo, el voltaje de la carga en ese momento será 0 V. Si *wt* en el tiempo se produce después del ángulo de disparo, el voltaje de la carga será el mismo de la fuente de voltaje en ese momento.

```
Function volts = ac_phase_controller(wt,deg)
% Función para simular la salida del semiciclo positivo.
% de un controlador de fase ac con voltaje pico
% de 120 * SQRT (2) = 170 v
%  wt = fase en radianes (= omega x tiempo)
%  deg = ángulo de disparo en grados

% Factor de conversión de grados a radianes
Deg2rad = pi / 180;
```

```
% Simule la salida del controlador de ángulo de fase.
if wt > deg * deg2rad;
   volts = 170 * sin (wt);
else
   volts = 0;
end
```

El siguiente paso es escribir un archivo m que cree, para cada ángulo de disparo posible, la onda en la carga, y calcule y dibuje el voltaje rms resultante. El archivo m mostrado en seguida, utiliza la función `ac-phase-controller` para calcular la onda de voltaje en la carga para cada ángulo de disparo y luego calcula el voltaje rms de esa onda.

```
Archivo M: volts_vs phase_angle.m
% Archivo M para calcular el voltaje rms aplicado a la carga
% como una función del ángulo de fase del circuito de disparo,
% y dibujar la relación resultante

% Haga un bucle sobre todos los ángulos de dispar
% (1- a 179 grados)
deg = zeros (1,179);
rms = zeros (1,179);
for ii = 1:179

   % Guarde los ángulos de disparo
   deg (ii) = ii;

   % primero, genere la onda a analizar
   waveform = zeros (1,180);
   for jj = 1:180
      waveform (jj) = ac_phase_controller(jj*pi/180, ii);
      end
   % Ahora calcule el voltaje rms de la onda.
   temp. = sum (waveform.^2);
   rms(ii) = sqrt (temp/180);

end

% Dibuje el voltaje rms de la carga como una función del ángulo
de disparo
plot(deg, rms);
title('voltaje de la carga contra ángulo de disparo')
xlabel ('Ángulo de disparo (deg)')
ylabel('Voltaje RMS (v)')
grid on;
```

La figura 3-35 muestra dos ejemplos de la onda generada por esta función.

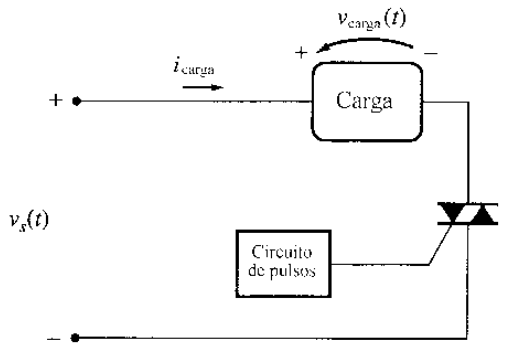


Figura 3-34
Controlador de ángulo de fase que utiliza un TRIAC disparado por un circuito digital de pulsos.

Cuando este archivo m es ejecutado, resulta el dibujo de la figura 3-36. Nótese que cuanto más temprano ocurra el ángulo de disparo, mayor es el voltaje rms suministrado a la carga. Sin embargo, la relación entre el ángulo de disparo y el voltaje resultante no es lineal, por lo cual no es fácil predecir el ángulo de disparo requerido para alcanzar un voltaje dado en la carga.

b) El ángulo de disparo requerido para suministrar 75 V a la carga se puede encontrar en la figura 3-36. Es alrededor de 99°. ●

Efecto de cargas inductivas sobre el control de ángulo de fase

Si la carga colocada a un controlador de ángulo de fase es inductiva (como lo son las máquinas reales), entonces se introducen nuevas complicaciones en la operación del controlador. Por la naturaleza de la inductancia *en una carga inductiva, la corriente no puede cambiar instantáneamente*. Esto significa que la corriente suministrada a la carga no crecerá tan pronto se encienda el SCR (o TRIAC) ni tampoco se detendrá exactamente al final del semiciclo. Al final del semiciclo, el voltaje inductivo en la carga mantendrá encendido el dispositivo durante algún tiempo en el siguiente semiciclo hasta que la corriente que fluye a través de la carga y del SCR caiga por debajo de I_H. La figura 3-37 muestra el efecto de este atraso en las ondas del voltaje y la corriente para el circuito de la figura 3-32.

Una inductancia grande en la carga puede causar dos problemas potencialmente graves con un controlador de fase:

1. La inductancia puede causar que la corriente generada después que el SCR se enciende sea tan lenta que no le permita exceder la corriente de sostenimiento antes que desaparezca la corriente de la puerta. Si esto ocurre, el SCR no permanecerá encendido puesto que su corriente es menor que I_H.
2. Si la corriente continúa durante largo tiempo antes de decaer a I_H, después del final de un ciclo dado, el voltaje aplicado podría crecer suficientemente en el próximo ciclo para mantener el flujo de corriente, y el SCR nunca se apagaría.

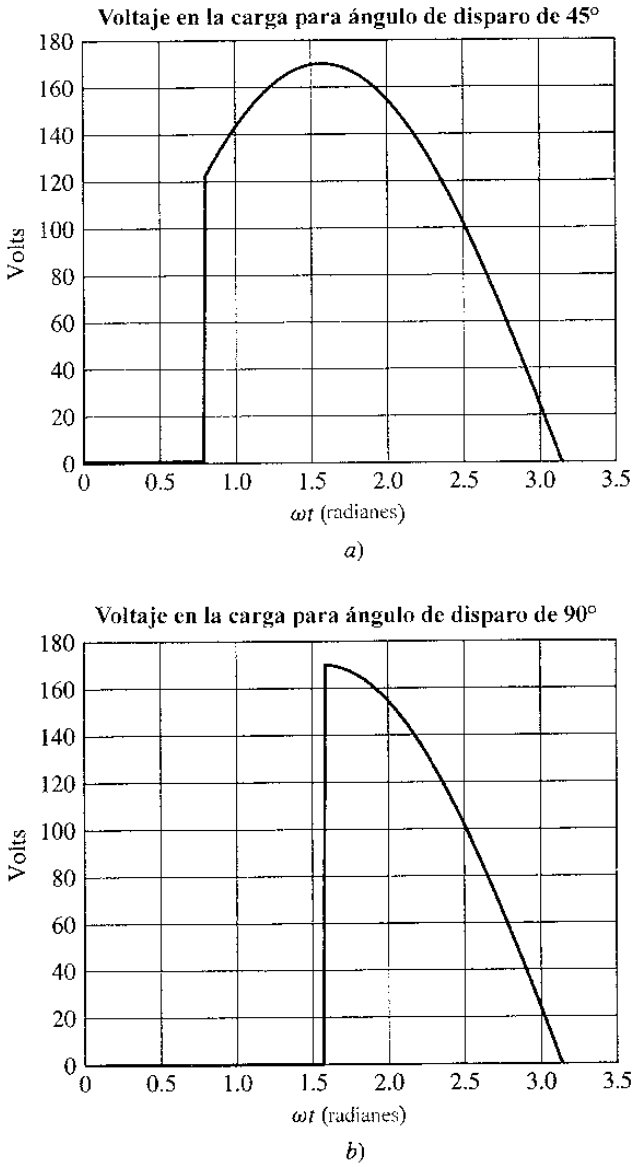


Figura 3-35
Onda producida por `voltios_vs_ángulo de fase` para un ángulo de disparo de *a*) 45°; *b*) 90°.

La solución normal para el primer problema es utilizar un circuito especial para proveer un pulso más largo de corriente de puerta al SCR. Este pulso más largo deja bastante tiempo para que la corriente del SCR supere el nivel de I_H, permitiendo que el dispositivo permanezca encendido durante el resto del semiciclo.

Una solución para el segundo problema es adicionar un *diodo de marcha libre**, un diodo colocado a través de la carga y orientado de modo que no conduce durante el flujo normal de

* *N del T.* También se conoce como diodo volante o diodo de circulación.

corriente. La figura 3-38 muestra este diodo. Al final del semiciclo, la corriente de la carga inductiva intentará mantener el flujo en la misma dirección que traía. Para ello se creará un voltaje en la carga, con la polaridad requerida para mantener el flujo de la corriente. Este voltaje polarizará en dirección positiva al diodo volante y suministrará un camino para la corriente de descarga desde la carga. De esta forma, el SCR puede apagarse sin que la corriente del inductor caiga instantáneamente a cero.

3-5 CONTROL DE POTENCIA DC A DC: RECORTADORES

A veces es deseable variar el voltaje disponible de una fuente dc antes de aplicarlo a la carga. Los circuitos que permiten variar el voltaje de una fuente dc se llaman *convertidores dc a dc o recortadores*. En un circuito recortador, el voltaje de entrada es una fuente dc de voltaje constante y el voltaje de salida varía cambiando *la fracción del tiempo* que la fuente dc está conectada a la carga. La figura 3-39 muestra el principio básico de un circuito recortador. Cuando el SCR se dispara, se enciende y se suministra potencia a la carga. Cuando se apaga, la fuente dc es desconectada de la carga.

En el circuito mostrado en la figura 3-39, la carga es una resistencia cuyo voltaje es V_{DC} o 0. De la misma manera, la corriente de la carga es V_{DC} /R o 0. Es posible suavizar la ondulación del voltaje y corriente de salida adicionando un inductor en serie para filtrar algunas de las componentes ac de la onda. La figura 3-40 muestra un circuito recortador con un filtro inductivo. La corriente a través del inductor se incrementa exponencialmente cuando el SCR está encendido, y decrece exponencialmente cuando el SCR está apagado. Si el inductor es grande, los cambios de la constante de tiempo de la corriente ($\tau = L/R$) estarán fuertemente relacionados con el ciclo de encendido/apagado del SCR, y el voltaje y la corriente de la carga serán casi constantes en un valor medio.

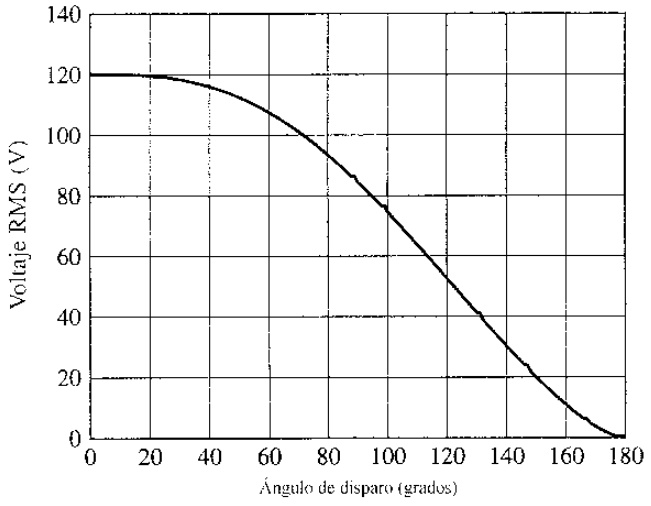


Figura 3-36
Dibujo del voltaje rms de carga contra ángulo de disparo del TRIAC.

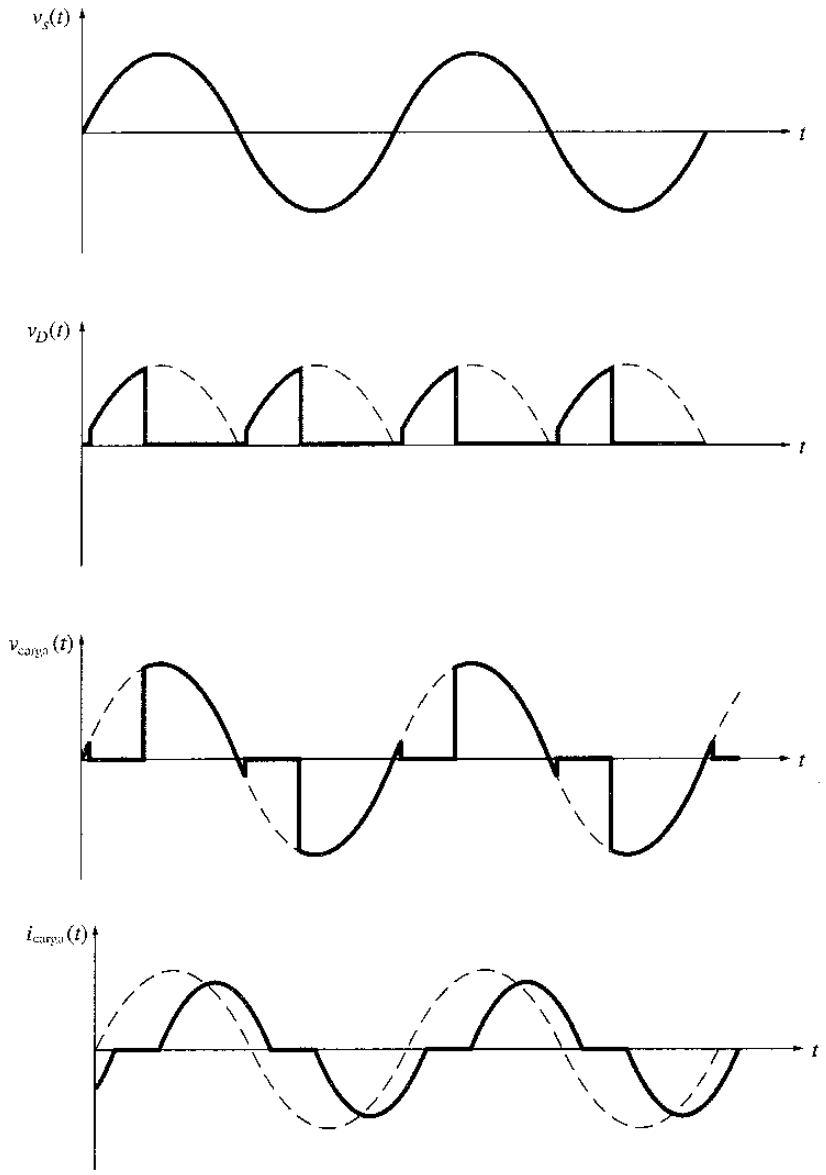


Figura 3-37
Efecto de una carga inductiva sobre las ondas de voltaje y corriente del circuito mostrado en la figura 3-32.

En el caso de los controladores de fase ac, los SCR se apagan de modo automático al final de cada semiciclo cuando sus corrientes caen a cero. Para los circuitos dc, no hay un punto en el cual la corriente caiga naturalmente por debajo de I_H; una vez encendido el SCR, nunca se apaga. Para apagar de nuevo el SCR al final de un pulso, es necesario aplicarle un voltaje inverso durente un corto tiempo. Este voltaje inverso detiene el flujo de corriente y apaga el SCR. Una vez que éste se ha apagado, no se encenderá de nuevo hasta que otro pulso llegue a la puerta del SCR. El proceso de forzar el apagado del SCR en un tiempo determinado se conoce como *conmutación forzada.*

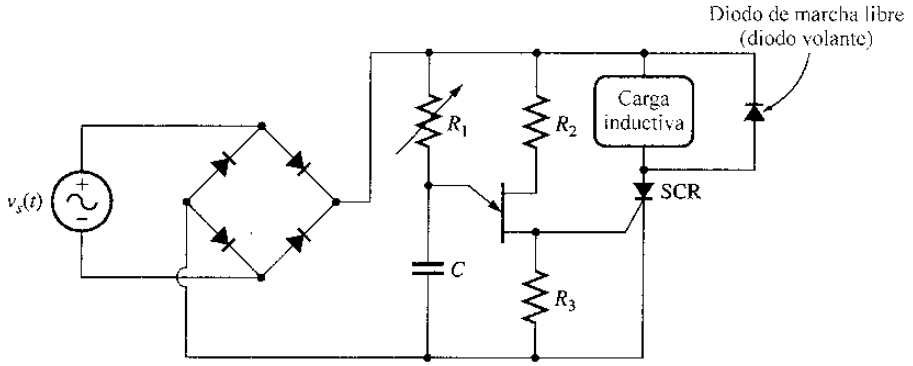


Figura 3-38
Controlador de ángulo de fase que ilustra la utilización de un diodo de marcha libre con una carga inductiva.

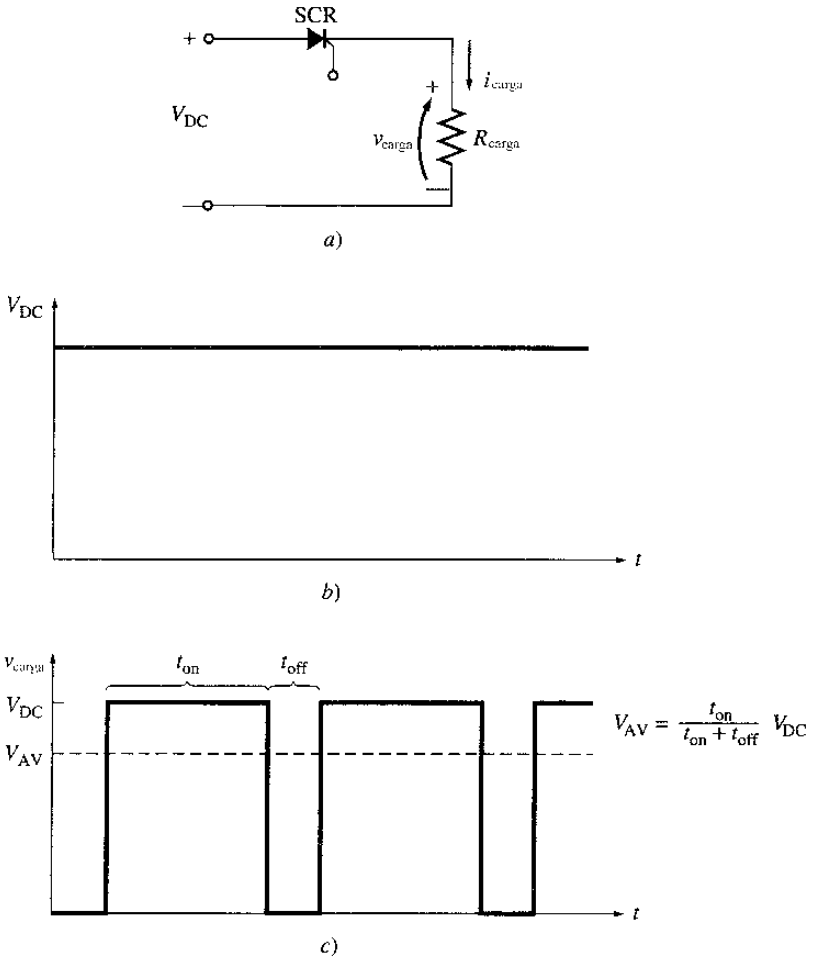


Figura 3-39
a) Principio básico del circuito recortador. *b*) Voltaje de entrada al circuito. *c*) Voltaje resultante en la carga.

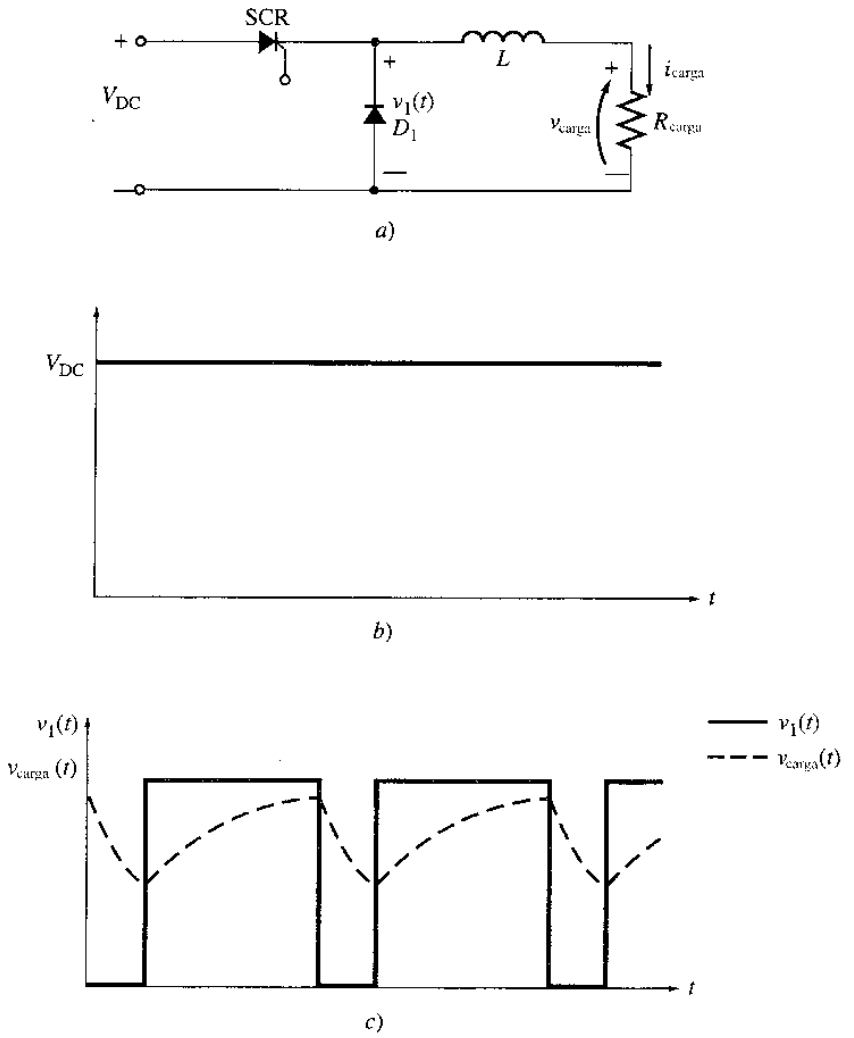


Figura 3-40
Circuito recortador con un filtro inductivo para suavizar la ondulación del voltaje y la corriente en la carga.

Los tiristores GTO son adecuados idealmente para utilizar en los circuitos recortadores puesto que son autoconmutantes. En contraste con los SCR los GTO pueden ser apagados por un pulso negativo de corriente aplicado a sus puertas. En consecuencia, el circuito extra necesario en un circuito recortador SCR para apagar el SCR, puede ser eliminado de un circuito recortador con tiristor GTO (figura 3-41*a*). Los transistores de potencia también son autoconmutantes y se utilizan en circuitos recortadores siempre que se encuentren dentro de sus límites de potencia. (figura 3-41*b*).

Los circuitos recortadores se utilizan con los sistemas de potencia dc para variar la velocidad de los motores dc. Su mayor ventaja en el control dc de velocidad, comparado con los métodos convencionales, es que son más eficientes que estos sistemas (como el Ward-Leonard descrito en el capítulo 6), a los cuales remplazan.

Conmutación forzada en circuitos recortadores

Cuando se utilizan SCR en circuitos recortadores, se debe incluir un circuito de conmutación forzada para apagar los SCR en el tiempo requerido. La mayoría de estos circuitos de conmutación forzada dependen, para su tensión de apagado, de un condensador cargado. A continuación se examinan brevemente dos versiones de conmutación con condensador:

1. Circuitos de conmutación con condensador en serie
2. Circuitos de conmutación con condensador en paralelo

Circuitos de conmutación con condensador en serie

La figura 3-42 muestra un circuito recortador dc sencillo con conmutación de condensador en serie. Se compone de un SCR, un condensador y una carga en serie. El condensador tiene una resistencia de descarga en paralelo; la carga, un diodo de marcha libre en paralelo.

El SCR se enciende al principio con un pulso aplicado a su puerta. Cuando el SCR se enciende, se aplica una tensión a la carga y la corriente comienza a fluir a través de ella. Pero esta corriente fluye a través del condensador serie en la vía de la carga, y éste se carga gradualmente. Cuando el voltaje del condensador se acerca a V_{DC}, la corriente del SCR cae por debajo de I_H, y el SCR apaga.

Una vez que el condensador apaga al SCR, se descarga de manera gradual a través de la resistencia R. Cuando se encuentra totalmente descargado, el SCR está listo para ser disparado por otro pulso en la puerta. La figura 3-43 muestra las ondas de voltaje y corriente de este circuito.

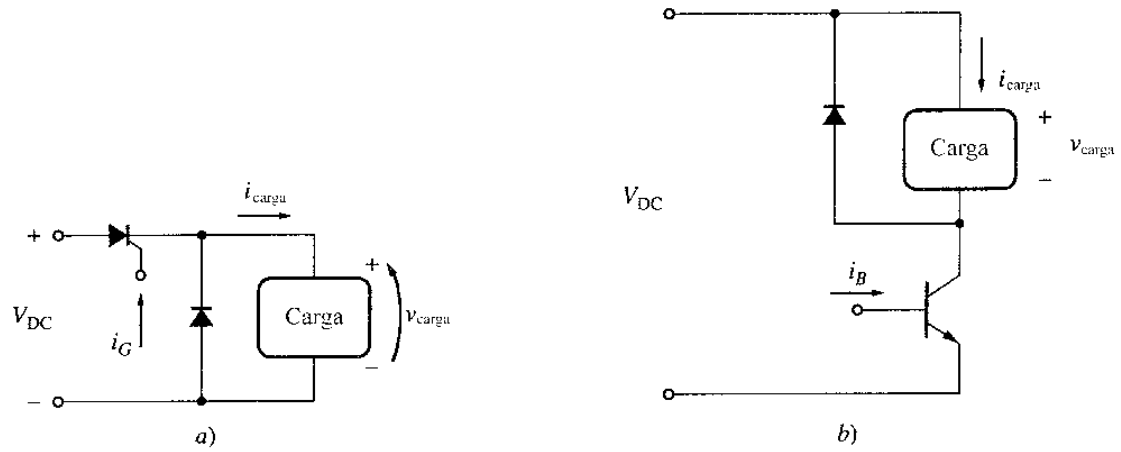


Figura 3-41
a) Circuito recortador con tiristor GTO. *b*) Circuito recortador hecho con un transistor.

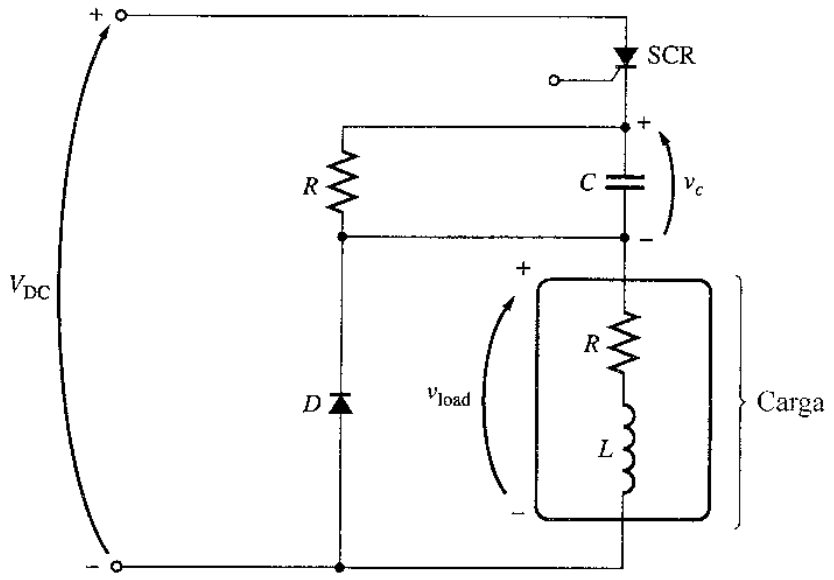


Figura 3-42
Circuito recortador de conmutación forzada con condensador en serie.

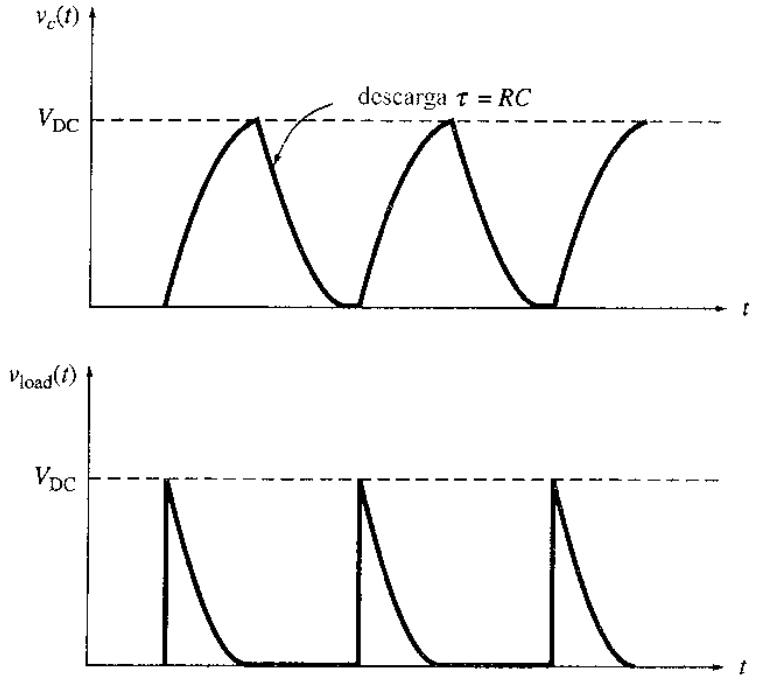


Figura 3-43
Voltajes del condensador y la carga en el circuito recortador en serie.

Infortunadamente, este tipo de circuito está limitado en cuanto a su ciclo de trabajo puesto que el SCR no puede encenderse de nuevo hasta que el condensador se haya descargado. El

tiempo de descarga depende de la constante de tiempo $\tau = RC$, y C debe ser grande para mantener fluyendo una gran cantidad de corriente hacia la carga antes que se apague el SCR. Pero, R debe ser grande puesto que la corriente de fuga a través de la resistencia debe ser menor que la corriente de sostenimiento del SCR. Estos dos factores tomados en conjunto significan que *el SCR no puede ser reencendido rápidamente después que se apaga* y necesita un tiempo de recuperación largo.

La figura 3-44 muestra un circuito de conmutación con condensador en serie mejorado, con un tiempo de recuperación acortado. Este circuito es similar al anterior excepto que la resistencia se ha remplazado por una inductancia y el SCR en serie. Cuando el SCR se dispara, la corriente fluirá hacia la carga y el condensador se cargará, apagando el SCR_1. Una vez apagado éste, puede ser encendido SCR_2, y Descargará el condensador más rapidez que la resistencia. La inductancia en serie con SCR_2 protege a éste de irrupciones de corriente que pueden exceder su capacidad. Una vez que el condensador se descarga, SCR_2 se apaga y SCR_1 está listo para encender de nuevo.

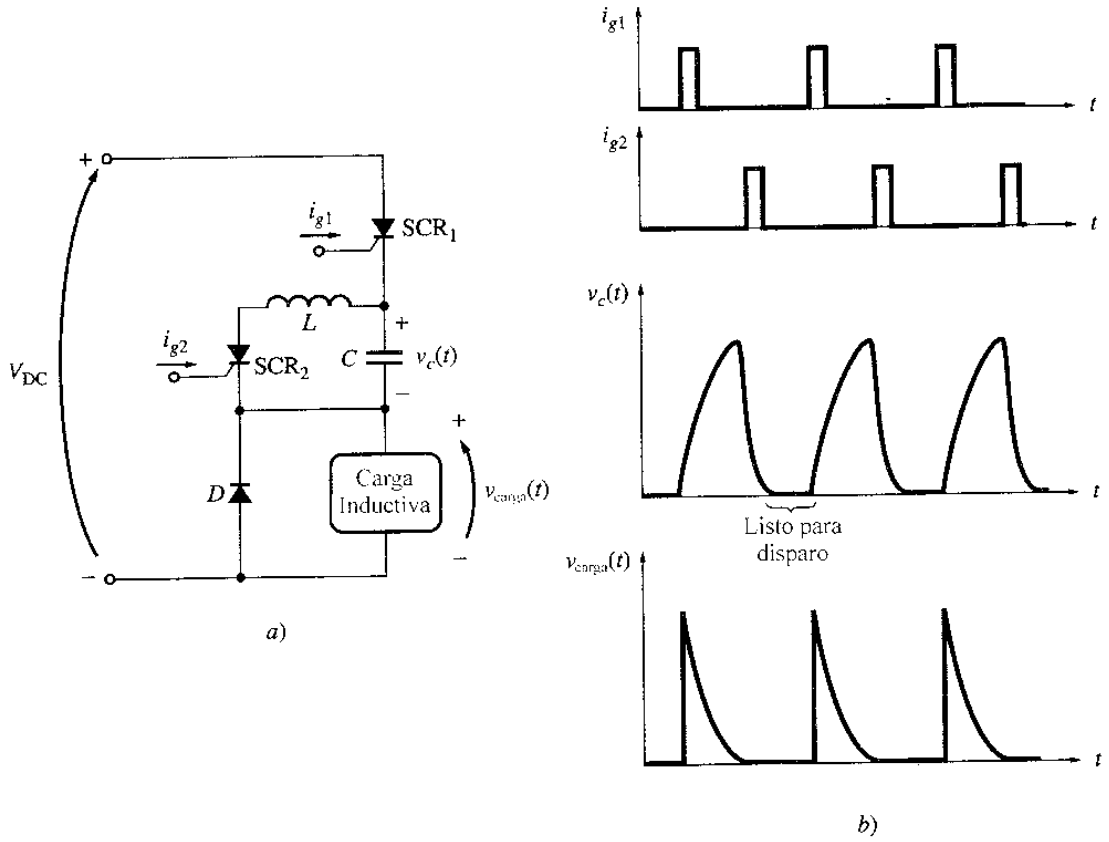


Figura 3-44

a) Circuito recortador de conmutación forzada con condensador en serie, y tiempo de recuperación mejorado. *b*) Ondas de voltaje resultante en el condensador y la carga. Nótese que el condensador descarga mucho más rápidamente, de modo que SCR_1 podría ser reencendido más pronto.

Circuitos de conmutación con condensador en paralelo

La otra manera común de llevar a cabo la conmutación forzada es por medio del esquema de condensador en paralelo. Un ejemplo sencillo del esquema de condensador en paralelo se muestra en la figura 3-45. En este esquema, SCR_1 es el SCR principal, que suministra potencia a la carga, y SCR_2 controla la operación del condensador de conmutación. Para aplicar potencia a la carga, se enciende SCR_1. Cuando esto ocurre, fluye una corriente a través de SCR hacia la carga suministrándole potencia. También el condensador C se carga a través de la resistencia R hasta alcanzar un voltaje igual al de la fuente V_{DC}.

Cuando se debe quitar la potencia a la carga, se enciende SCR_2 y el voltaje a través de él cae a cero. Puesto que este voltaje del condensador no puede cambiar instantáneamente, el voltaje de la rama del lado izquierdo del condensador debe caer instantáneamente a $-V_{DC}$ volts. Esto apaga a SCR_1 y el condensador se carga a través de la carga y SCR_2 hasta un voltaje V_{DC} volts positivo en su terminal del lado izquierdo. Una vez cargado el condensador C, SCR_2 se apaga y el ciclo, está listo para repetirse.

De nuevo, la resistencia R_1 debe ser grande para que la corriente que circula a través de ella sea menor que la corriente de sostenimiento de SCR_2. Pero una resistencia R_1 grande significa que el condensador se cargará con lentitud, sólo después que SCR_1 se encienda. Esto limita la rapidez de apagado de SCR_1 después de ser encendido, estableciendo un límite inferior al tiempo de la onda recortada.

La figura 3-46 muestra un circuito con un condensador cuyo tiempo de carga es reducido. En este circuito, SCR_3 se dispara al mismo tiempo que SCR_1 y el condensador puede cargarse con mucha más rapidez. Esto permite que la corriente se apague más rápidamente si así se desea.

En cualquier circuito de esta clase, el diodo de marcha libre es *importante en extremo*. Cuando el SCR_1 es forzado a apagarse, la corriente de la carga inductiva *debe* tener otra trayectoria disponible o podría dañar el SCR.

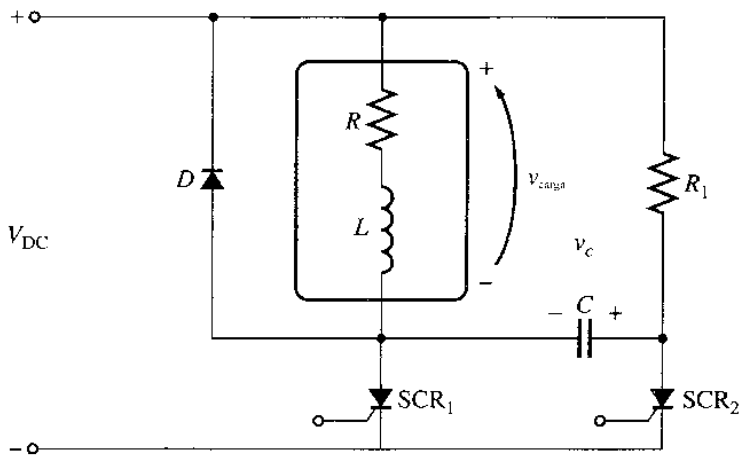


Figura 3-45
Circuito recortador de conmutación forzada con condensador en paralelo.

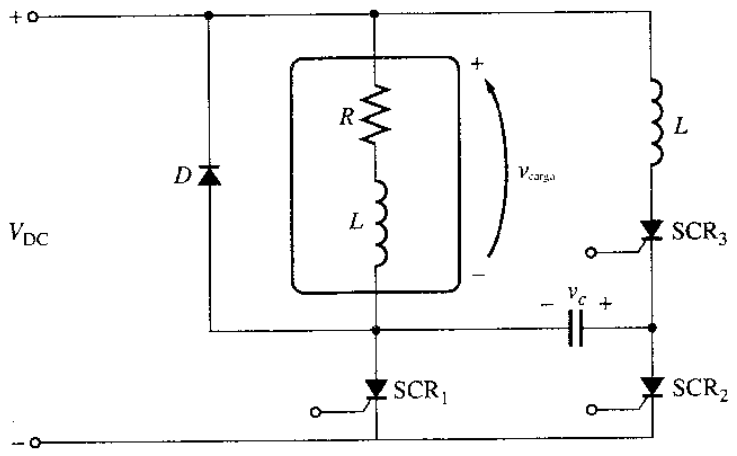


Figura 3-46
Circuito recortador de conmutación forzada con tiempo mejorado de carga del condensador. SCR_3 permite desconectar la potencia de la carga con más rapidez más rápidamente que la lograda con el circuito básico de condensador en paralelo.

3-6 INVERSORES

Quizás el área de más rápido crecimiento en la electrónica de potencia moderna es la conversión de frecuencia estática, conversión de potencia alterna de una frecuencia a potencia alterna de otra frecuencia mediante electrónica de estado sólido. Tradicionalmente existen dos aparatos para la conversión ac de frecuencia estática: el *cicloconvertidor* y el *rectificador-inversor*. El cicloconvertidor es un dispositivo para convertir directamente potencia alterna de una frecuencia en potencia alterna de otra frecuencia, mientras que el rectificador-inversor convierte primero potencia alterna en potencia directa y luego potencia directa en potencia alterna, a una diferente frecuencia. Esta sección estudia la operación de los circuitos rectificador-inversor y la sección 3.7, los cicloconvertidores.

Un rectificador inversor se divide en dos partes:

1. Un *rectificador* para producir potencia dc.
2. Un *inversor* para producir potencia ac a partir de una potencia dc.

Cada parte se estudia por separado.

El rectificador

Los circuitos básicos de rectificación para convertir potencia ac en potencia dc se describen en la sección 3-2. Estos circuitos tienen un problema desde el punto de vista del control de motores: su voltaje de salida es fijo para un voltaje de entrada dado. Este problema puede superarse reemplazando los diodos del circuito con SCR.

La figura 3-47 muestra un circuito rectificador de onda completa cuyos diodos han sido remplazados con SCR. El voltaje de salida dc medio de este circuito depende del momento de disparo de los SCR durante sus semiciclos positivos. Si son disparados al comienzo del semiciclo, el circuito será igual al circuito rectificador trifásico de onda completa con diodos. Si nunca se disparan los SCR, el voltaje de salida será 0 V. Para cualquier otro ángulo de disparo entre 0° y 180° de la onda, el voltaje de salida dc tendrá algún valor comprendido entre el máximo y 0 V.

Cuando se utilizan SCR en cambio de diodos para controlar el voltaje de salida dc en el circuito de rectificación, este voltaje de salida contendrá más armónicas que en un simple rectificador y, por ello, es importante implementar un filtro en la salida. La figura 3-47 muestra un filtro con inductancia y condensador, colocado en la salida del rectificador para suavizar la ondulación de la salida dc.

Inversores de conmutación externa

Los inversores se clasifican en dos tipos básicos de acuerdo con la técnica de conmutación utilizada: conmutación externa y autoconmutación. En los *inversores de conmutación externa*, la energía requerida para apagar los SCR es suministrada por un motor o una fuente de potencia externos. La figura 3-48 muestra un ejemplo de un inversor de conmutación externa. El inversor está conectado a un motor trifásico sincrónico que suministra la contratensión necesaria para apagar un SCR cuando se enciende el complementario.

En el circuito, los SCR se disparan en el siguiente orden: SCR_1, SCR_6, SCR_2, SCR_4, SCR_3, SCR_5. Cuando el SCR_1 se enciende, el voltaje interno generado en el motor sincrónico provee el voltaje necesario para apagar a SCR_3. Nótese que si la carga no estuviera conectada al inversor, los SCR nunca se apagarían y, después de medio ciclo, se originaría un cortocircuito a través de SCR_1 y SCR_4.

Este inversor también es llamado *inversor conmutado por la carga*.

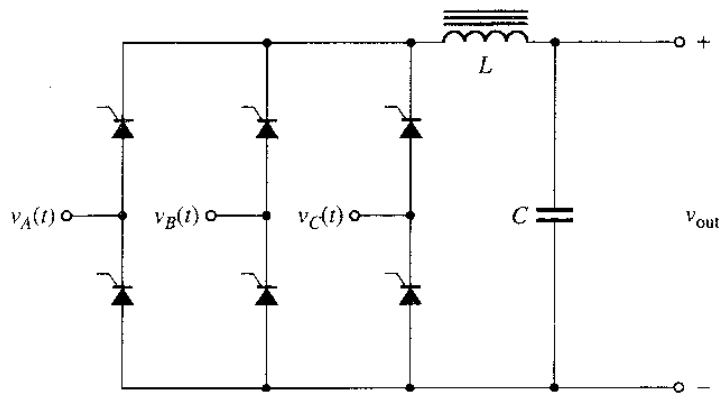


Figura 3-47
Circuito rectificador trifásico que utiliza SCR para controlar el nivel de voltaje de salida dc.

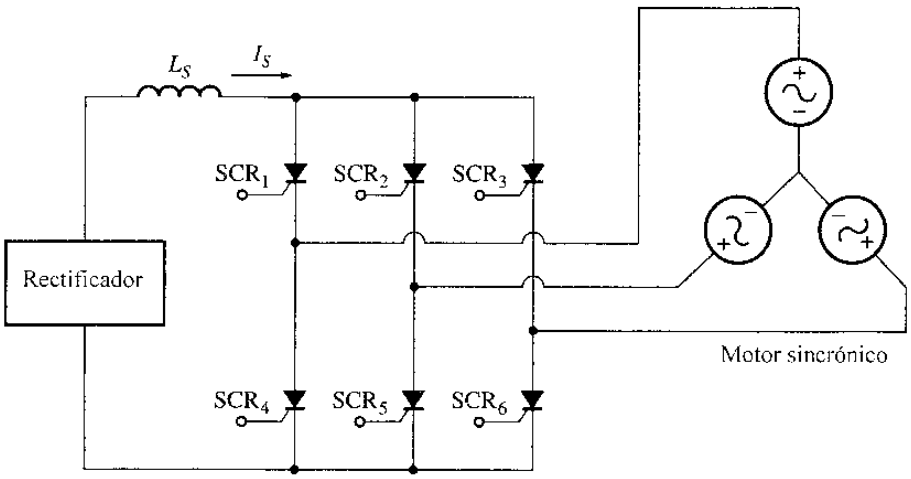


Figura 3-48
Inversor de conmutación externa.

Inversores de autoconmutación

Si no es posible garantizar que una carga provea siempre la contratensión adecuada para la conmutación, debe utilizarse un inversor de autoconmutación. Un inversor de autoconmutación es aquel en el cual los SCR activos se apagan mediante la acción de la energía almacenada en un condensador cuando se enciende otro SCR. También es posible diseñar inversores de autoconmutación utilizando GTO o transistores de potencia; en este caso, no se requieren condensadores para la conmutación.

Existen tres tipos principales de inversores de autoconmutación: inversores de fuente de corriente (CSI), inversores de fuente de voltaje (VSI) e inversores de modulación de ancho de pulso (PWM). Los inversores de fuente de corriente y de fuente de voltaje son más sencillos que los inversores PWM y han sido utilizados durante más tiempo. Los inversores PWM requieren circuitos de control más complejos y componentes de conmutación más veloces que los CSI y los VSI. Estos dos últimos se estudian primero. Los inversores de fuente de corriente y de fuente de voltaje son comparados en la figura 3-49.

En los inversores de fuente de corriente, se conecta un rectificador al inversor a través de una inductancia grande en serie, L_S. La inductancia de L_S es suficientemente grande para que la corriente directa sea obligada a permanecer casi constante. La onda de corriente de la salida del SCR será una onda cuadrada imperfecta puesto que el flujo de corriente I_S es obligado a permanecer casi constante. El voltaje línea a línea será aproximadamente triangular. Es fácil limitar las condiciones de sobrecorriente en este diseño, pero el voltaje de salida puede fluctuar bastante en respuesta a cambios de la carga.

En el inversor de fuente de voltaje, se conecta un rectificador al inversor a través de una inductancia L_S y un condensador C en paralelo. La capacidad de C es suficientemente grande para que el voltaje sea obligado a mantenerse casi constante. La onda del voltaje línea a línea a la salida

del SCR será una onda cuadrada imperfecta puesto que el voltaje V_C es obligado a mantenerse casi constante. El flujo de corriente de salida será casi triangular. Las variaciones de voltaje son pequeñas en este circuito, pero las corrientes pueden variar bruscamente con los cambios de la carga, y la protección de sobrecorriente es difícil de implementar. La frecuencia en ambos inversores, el de fuente de corriente y el de fuente de voltaje, puede cambiarse con facilidad variando los pulsos de encendido en las puertas de los SCR; por tanto, se pueden utilizar ambos inversores para controlar motores de corriente alterna a velocidades variables (*véase* capítulo 10).

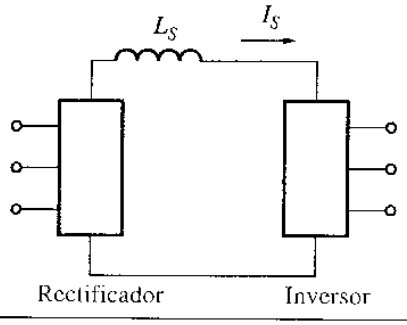
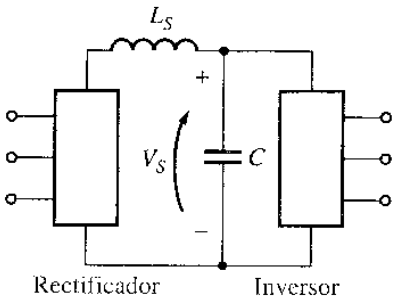
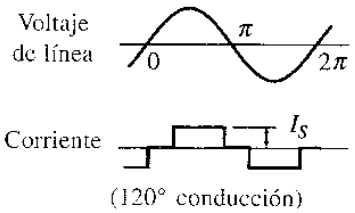
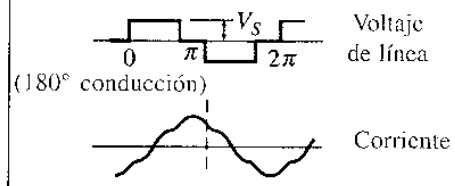
	Inversor de fuente de corriente	Inversor de fuente de voltaje
Configuración del circuito principal		
Tipo de fuente	Fuente de corriente $-I_s$ Casi constante	Fuente de voltaje $-V_s$ Casi constante
Impedancia de salida	Alta	Baja
Onda de salida		
Características	1. Fácil control de las condiciones de sobrecorriente con este diseño 2. El voltaje de salida varía ampliamente con los cambios de la carga	1. Dificultad para limitar la corriente debido al condensador 2. Pequeñas variaciones del voltaje de salida, debido al condensador

Figura 3-49
Comparación de los inversores de fuente de corriente y los inversores de fuente de voltaje.

Inversor monofásico de fuente de corriente

Un circuito inversor monofásico de fuente de corriente con conmutación por condensador se muestra en la figura 3-50. Contiene dos SCR, un condensador y un transformador de salida. Para entender la operación de este circuito, se supone inicialmente que ambos SCR están apagados. Si el SCR_1 se enciende por una corriente de puerta, el voltaje V_{DC} se aplicará a la mitad superior del transformador de la figura. Este voltaje inducirá un voltaje V_{DC} en la mitad inferior del transformador, causando la formación de un voltaje $2V_{DC}$ en el condensador. La figura 3-50*b* muestra los voltajes y las corrientes del circuito.

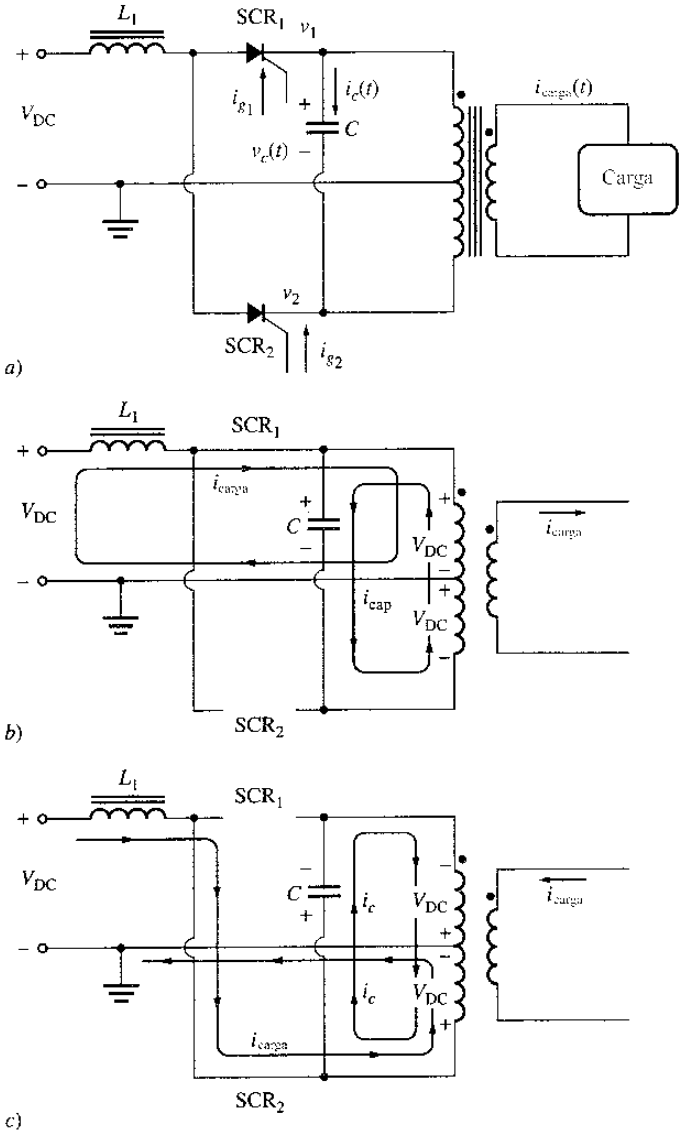


Figura 3-50

a) Circuito inversor monofásico sencillo. *b*) Voltajes y corrientes en el circuito cuando el SCR_1 es disparado. *c*) Voltajes y corrientes en el circuito cuando el SCR_2 es disparado.

Ahora se enciende el SCR_2. Cuando éste se enciende, el voltaje en el *cátodo* del SCR será V_{DC}. Puesto que el voltaje del condensador no puede cambiar instantáneamente, esto obliga a que el voltaje de la parte superior del condensador llegue a ser instantáneamente $3V_{DC}$, apagando a SCR_1. En este momento, el voltaje de la mitad inferior del transformador será positivo en la parte inferior y negativo en la parte superior del devanado, y su magnitud es V_{DC}. El voltaje de la mitad inferior induce un voltaje V_{DC} en la mitad superior del transformador, cargando el condensador C hasta un voltaje $2V_{DC}$ orientado positivamente en la parte inferior, con respecto a la parte superior del condensador. El estado del circuito en este momento se muestra en la figura 3-50*c*.

Cuando se enciende de nuevo el SCR_1, el voltaje del condensador apaga a SCR_2, y este proceso se repite de manera indefinida. La figura 3-51 muestra las ondas de voltaje y de corriente resultantes.

Inversor trifásico de fuente de corriente

La figura 3-52 muestra un inversor trifásico de fuente de corriente. En este circuito los seis SCR encienden en el orden SCR_1, SCR_6, SCR_2, SCR_4, SCR_3, SCR_5. Los condensadores C_1 a C_6 proveen la conmutación necesaria para los SCR.

Para entender la operación de este circuito, examine la figura 3-53. Si inicialmente SCR_1 y SCR_5 están conduciendo como muestra la figura 3-53*a*, se formará un voltaje en los condensadores C_1, C_3, C_4 y C_5, como se ilustra en el diagrama. Suponga ahora que el SCR_6 es encendido. Cuando se enciende SCR_6, el voltaje en el punto 6 cae a cero (*véase* figura 3-53*b*). Puesto que el voltaje del condensador C_5 no puede cambiar al instante, el ánodo del SCR_5 se polariza negativamente y el SCR_5 se apaga. Una vez que SCR_6 se ha encendido, todos los condensadores se cargan como se muestra en la figura 3-53*c*, y el circuito está listo para apagar a SCR_6 cuando SCR_4 se encienda. Este mismo proceso de conmutación se aplica al banco superior de SCR.

Las corrientes de salida, tanto de fase como de línea de este circuito, se ilustran en la figura 3-53*d*.

Inversor trifásico de fuente de voltaje

La figura 3-54 muestra un inversor trifásico de fuente de voltaje que utiliza transistores de potencia como elementos activos. Puesto que los transistores de potencia son autoconmutantes, no se incluyen en este circuito componentes especiales de conmutación.

En este circuito, los transistores conducen en el orden T_1, T_6, T_2, T_4, T_3, T_5. El voltaje de salida de fase y línea de este circuito se muestra en la figura 3-54*b*.

Inversores de modulación de ancho de pulso

La *modulación de ancho de pulso* es el proceso de modificar el ancho de los pulsos de un tren de pulsos en razón directa a una pequeña señal de control; cuanto mayor sea el voltaje de control, será más ancho el pulso resultante. Utilizando una sinusoide de una frecuencia deseada como

voltaje de control en un circuito PWM, es posible producir una onda de alta potencia cuyo voltaje *medio* varía sinusoidalmente de manera adecuada para controlar motores de corriente alterna.

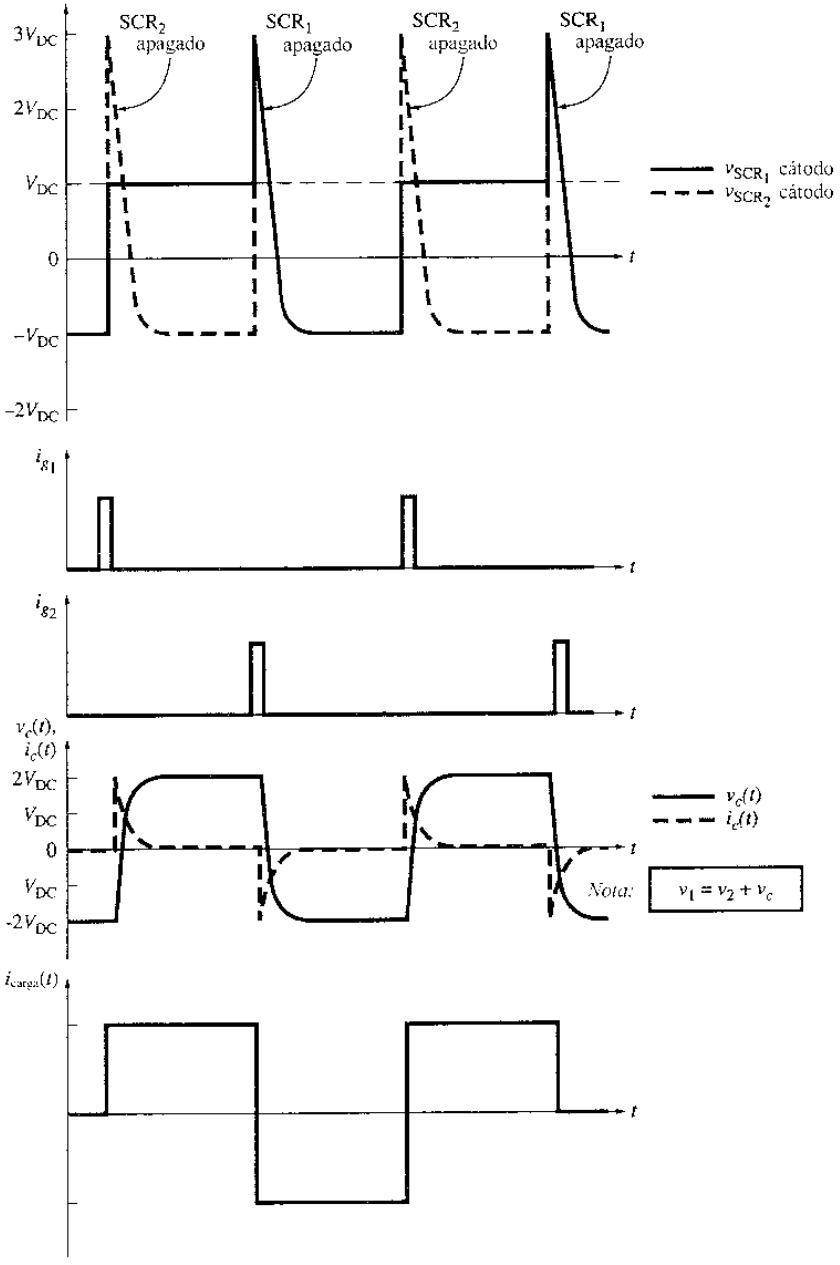


Figura 3-51
Gráficas de los voltajes y las corrientes del circuito inversor: V_1 es el voltaje en el cátodo de SCR_1 y V_2 es el voltaje en el cátodo de SCR_2. Puesto que el voltaje en los ánodos es V_{DC}, cada vez que V_1 o V_2 exceden a V_{DC}, SCR es apagado. i_{carga} es la corriente suministrada a la carga del inversor.

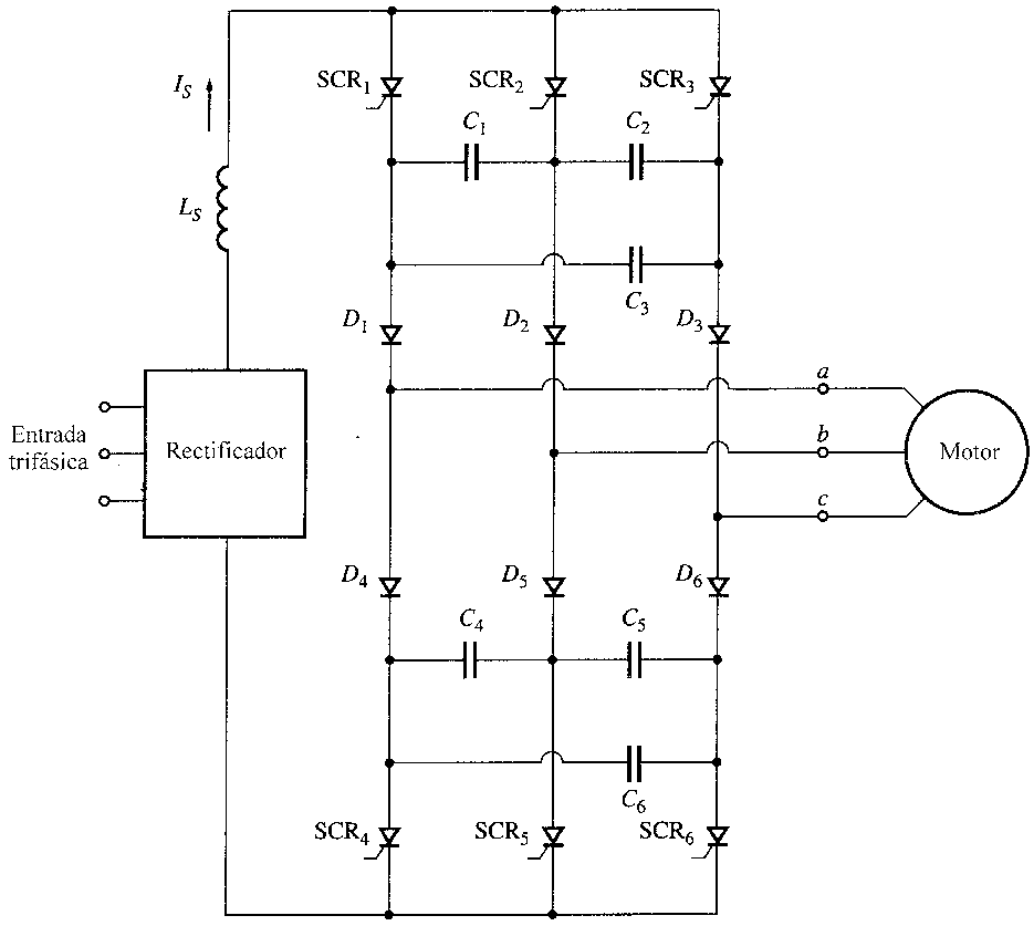


Figura 3-52
Inversor trifásico de fuente de corriente.

Los conceptos básicos de modulación de ancho de pulso se ilustran en la figura 3-55. La figura 3-55*a* muestra un circuito inversor PWM monofásico que utiliza IGBT. Los estados de $IGBT_1$ a $IGBT_4$ se controlan en este circuito por dos comparadores mostrados en la figura 3-55*b*.

Un *comparador* es un dispositivo que compara el voltaje de entrada $v_{in}(t)$ con una señalde referencia y enciende o apaga los transistores dependiendo del resultado de la prueba. El comparador *A* coteja $v_{in}(t)$ con el voltaje de referencia $v_x(t)$ y controla los IGBT, T_1 y T_2, basado en los resultados de la comparación. El comparador *B* coteja $v_{in}(t)$ con el voltaje de referencia $v_y(t)$ y controla los IGBT, T_3 y T_4, con base en los resultados de la comparación. Si $v_{in}(t)$ es mayor que $v_x(t)$ en cualquier tiempo *t*, el comparador *A* encenderá a T_1 y apagará a T_2; de otra forma, encenderá a T_2 y apagará a T_1. Así mismo si $v_y(t)$ es mayor que $V_{in}(t)$ en cualquier tiempo *t*, entonces el comparador *B* apagará a T_3 y encenderá a T_4. De otro modo, encenderá a T_3 y apagará a T_4. Los voltajes de referencia $v_x(t)$ y $v_y(t)$ se muestran en la figura 3-55*c*.

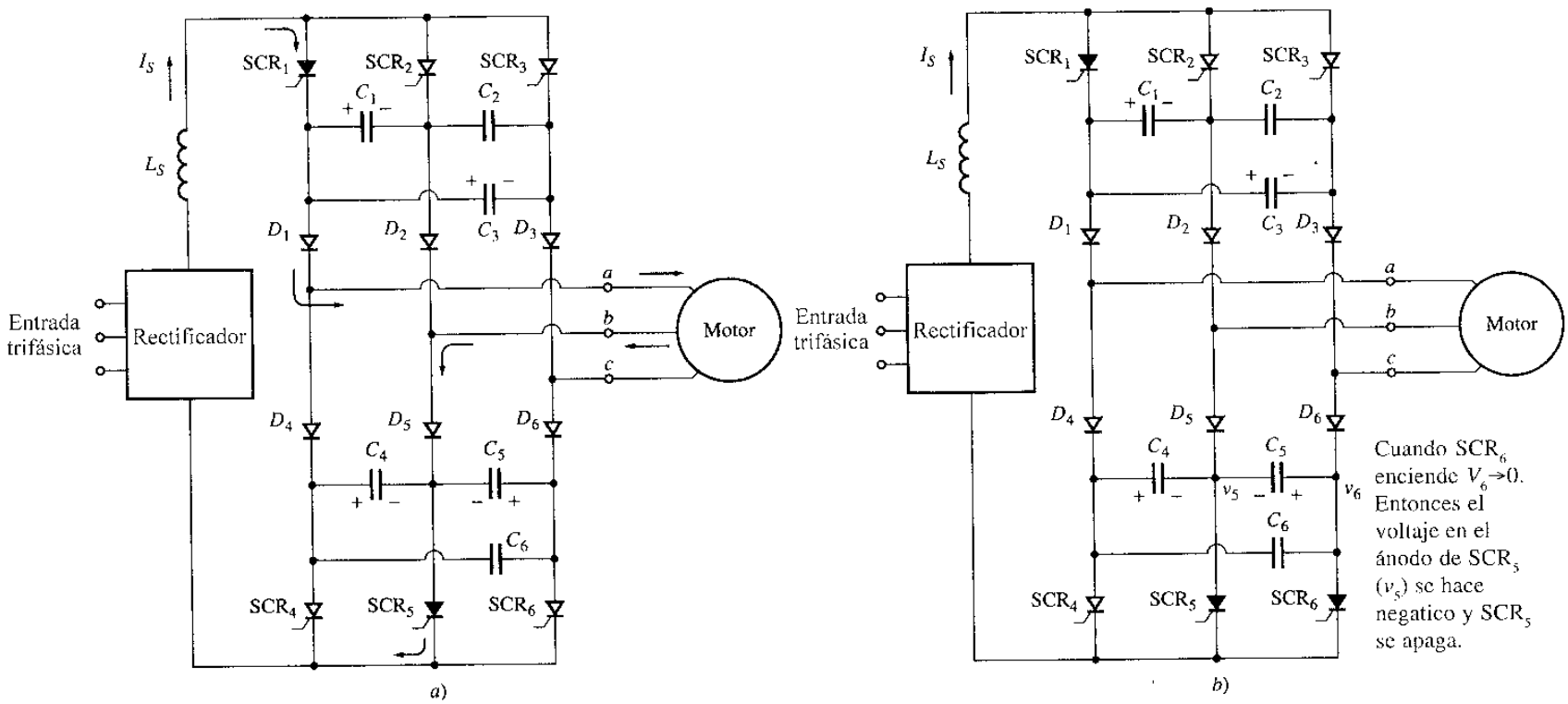


Figura 3-53
Operación del CSI trifásico. *a*) Inicialmente conducen SCR$_1$ y SCR$_5$. Nótese que los condensadores de conmutación se han cargado. *b*) Situación cuando se enciende SCR$_6$. El voltaje en el ánodo del SCR$_6$ cae casi instantáneamente a cero. Puesto que el voltaje del condensador C_5 no puede cambiar al instante, el voltaje en el ánodo de SCR$_5$ llegará a ser negativo y el SCR$_5$ se apagará.

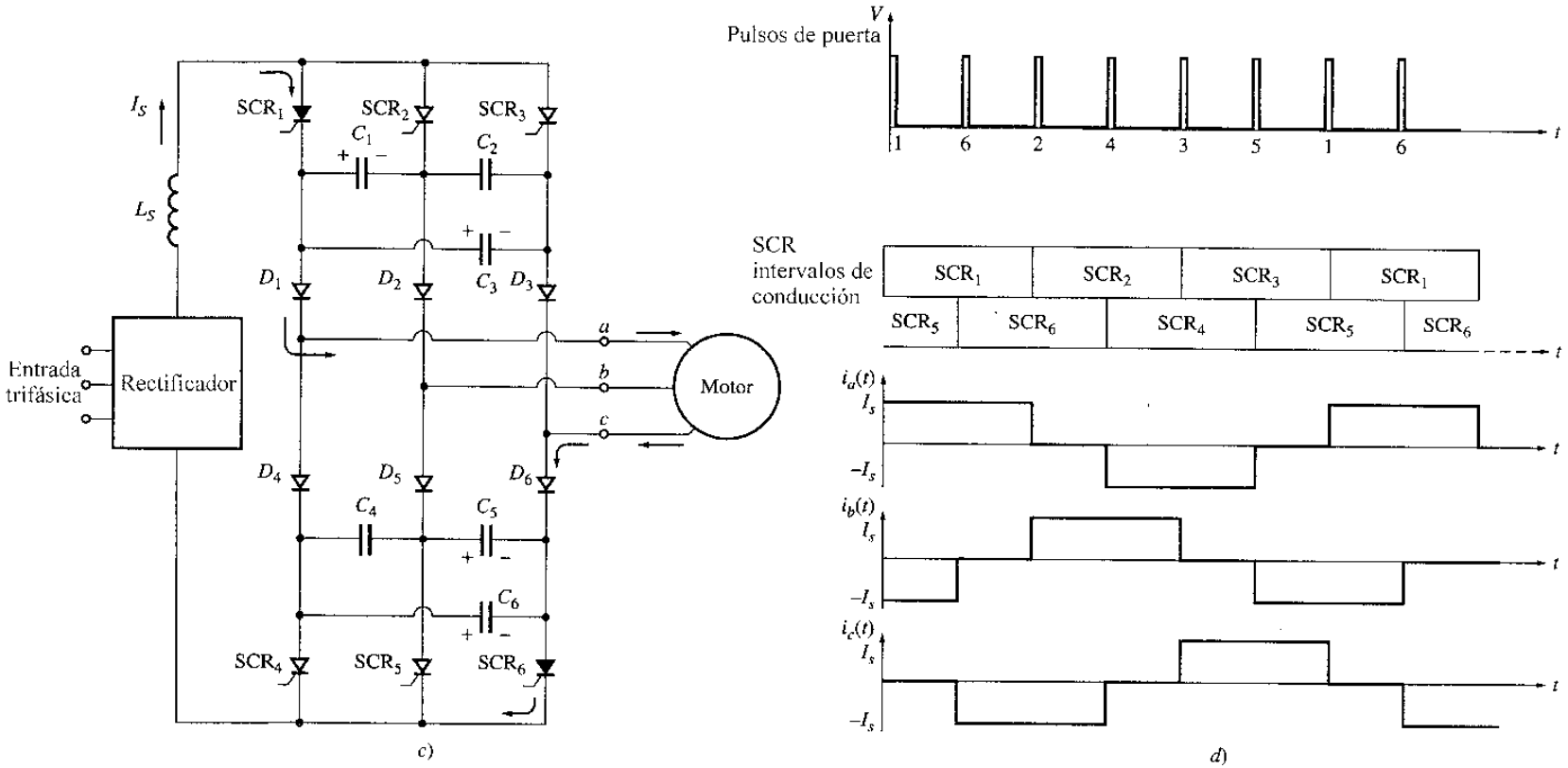


Figura 3-53 (*continuación*)

c) Ahora, SCR_1 y SCR_6 conducen y los condensadores de conmutación se cargan como se muestra. *d*) Pulsos de puerta, intervalos de conducción SCR y corriente de salida del inversor.

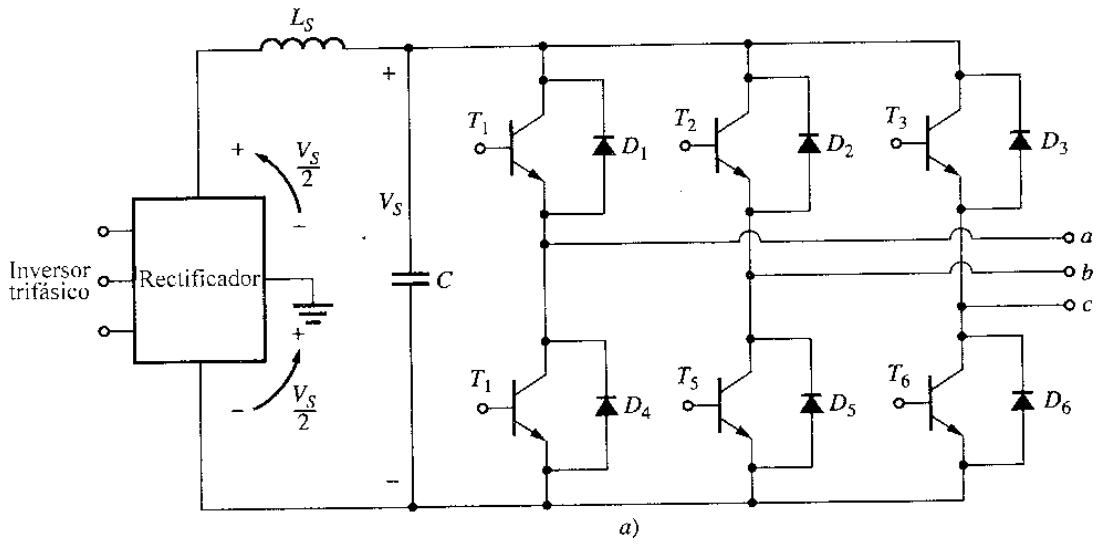


Figura 3-54
a) Inversor trifásico de fuente de voltaje que utiliza transistores de potencia.

Para entender la operación completa de este circuito inversor PWM, es preciso observar qué ocurre cuando se le aplican diferentes voltajes de control. Primero, se supone que el voltaje de control es 0 V. En este caso, los voltajes $v_u(t)$ y $v_v(t)$ son idénticos, y el voltaje de salida del circuito a la carga $v_{carga}(t)$ es cero (*véase* figura 3-56).

Luego, se supone que se aplica al circuito un voltaje positivo de control, igual a la mitad del voltaje pico de referencia. El voltaje de salida resultante es un tren de pulsos con un ciclo de trabajo de 50%, como se muestra en la figura 3-57.

Por último, se supone que se aplica al circuito un voltaje sinusoidal de control, como se muestra en la figura 3-58. El ancho del tren de pulsos resultante varía sinusoidalmente con el voltaje de control. El resultado es una onda de alta potencia de salida cuyo voltaje medio sobre una pequeña región es directamente proporcional al voltaje medio de la señal de control en esa región. La *frecuencia fundamental* de la onda de salida es igual a la del voltaje de la entrada de control. Aunque existen componentes de armónicas en la tensión de salida, usualmente no inciden en las aplicaciones de control de motores. Las armónicas componentes pueden causar calentamiento adicional en el motor que se controla con un inversor, pero el calentamiento extra puede ser compensado mediante la utilización de un motor de diseño especial u *operando* el motor común a una potencia inferior a su potencia nominal.

Un inversor PWM trifásico completo puede constar de tres inversores monofásicos como los descritos, con voltajes de control compuestos de sinusoides desfasados 120° entre fases. El control de frecuencia en un inversor PWM de este tipo se complementa cambiando la frecuencia del voltaje de entrada de control.

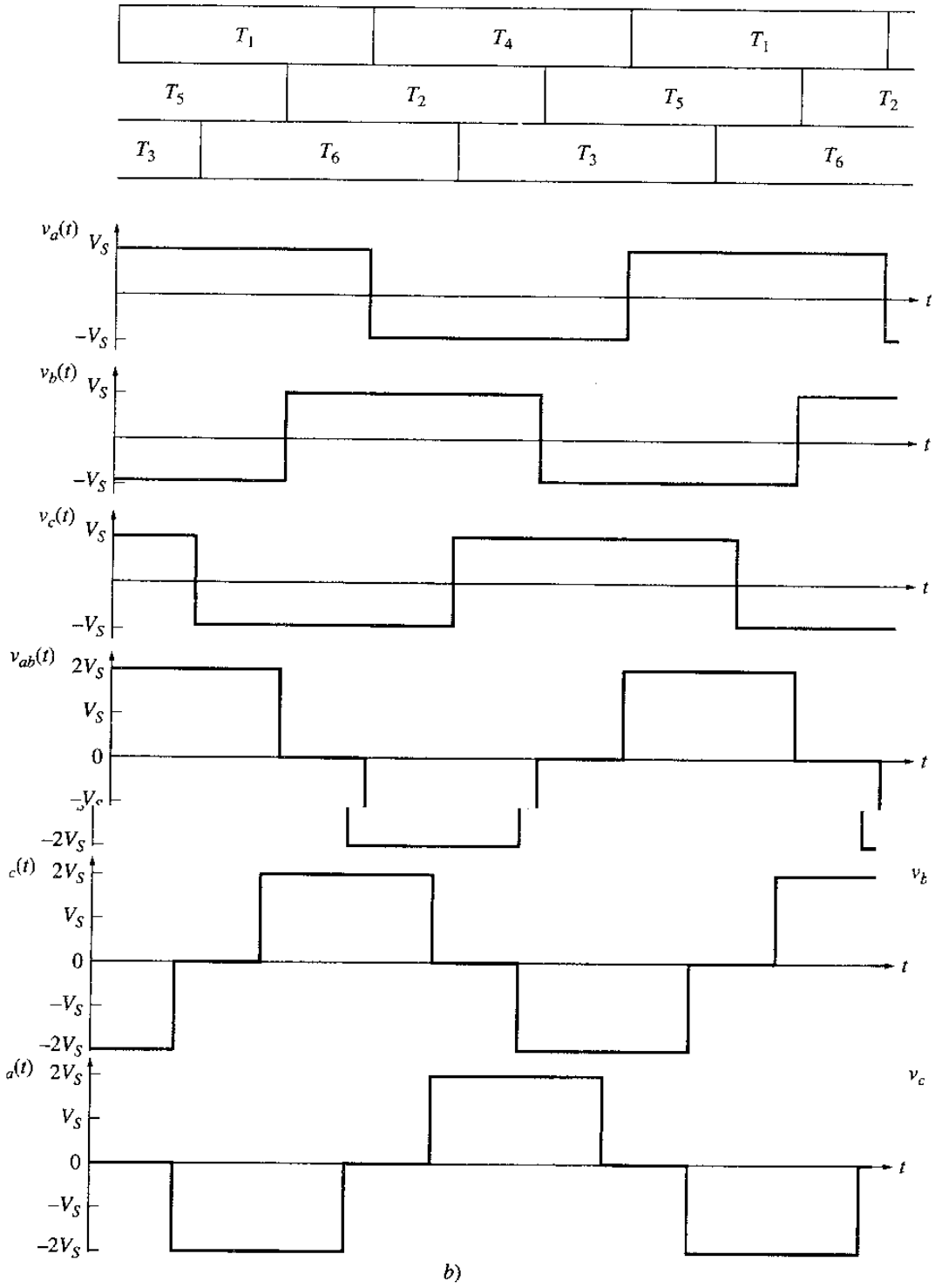


Figura 3-54 (*continuación*)
b) Voltajes de salida del inversor, de fase y línea.

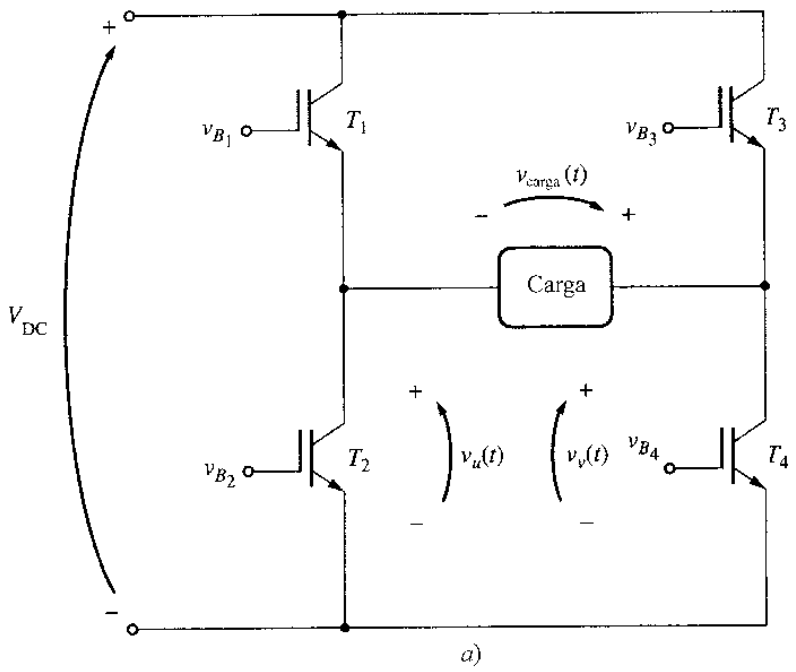


Figura 3-55
Conceptos básicos de modulación de ancho de pulso. *a*) Circuito PWM monofásico con IGBT.

Un inversor PWM conmuta estados muchas veces durante un solo ciclo del voltaje de salida resultante. En la actualidad se utilizan voltajes de referencia con frecuencias tan grandes como 12 kHz en los diseños de los inversores PWM. De este modo, las componentes del inversor PWM deben cambiar de estado 24,000 veces por segundo. Esta conmutación rápida significa que los inversores PWM requieren componentes más rápidos que los CSI o los VSI. Para operar de manera adecuada, los inversores PWM necesitan componentes de alta potencia y alta frecuencia como los tiristores GTO, los IGBT o los transistores de potencia (en los actuales momentos, los IGBT tienen la ventaja por su alta velocidad y alta conmutación de potencia; por estas razones, son las componentes preferidas para la construcción de los inversores PWM). El voltaje de control suministrado a los circuitos comparadores usualmente se implementa en forma digital por medio de un microcomputador montado en una placa de circuito dentro del controlador PWM del motor. El voltaje de control (y por tanto el ancho del pulso de salida) puede ser controlado por el microcomputador de manera mucho más sofisticada que la descrita aquí. El microcomputador puede variar el voltaje de control para obtener las diferentes frecuencias y los niveles de voltaje deseados. Por ejemplo, el microcomputador podría implementar varias rampas de aceleración y de desaceleración, límites de corriente, y curvas de voltaje – frecuencia, cambiando simplemente de opción en el software.

Un circuito controlador PWM real basado en un motor de inducción se describe en la sección 7-10.

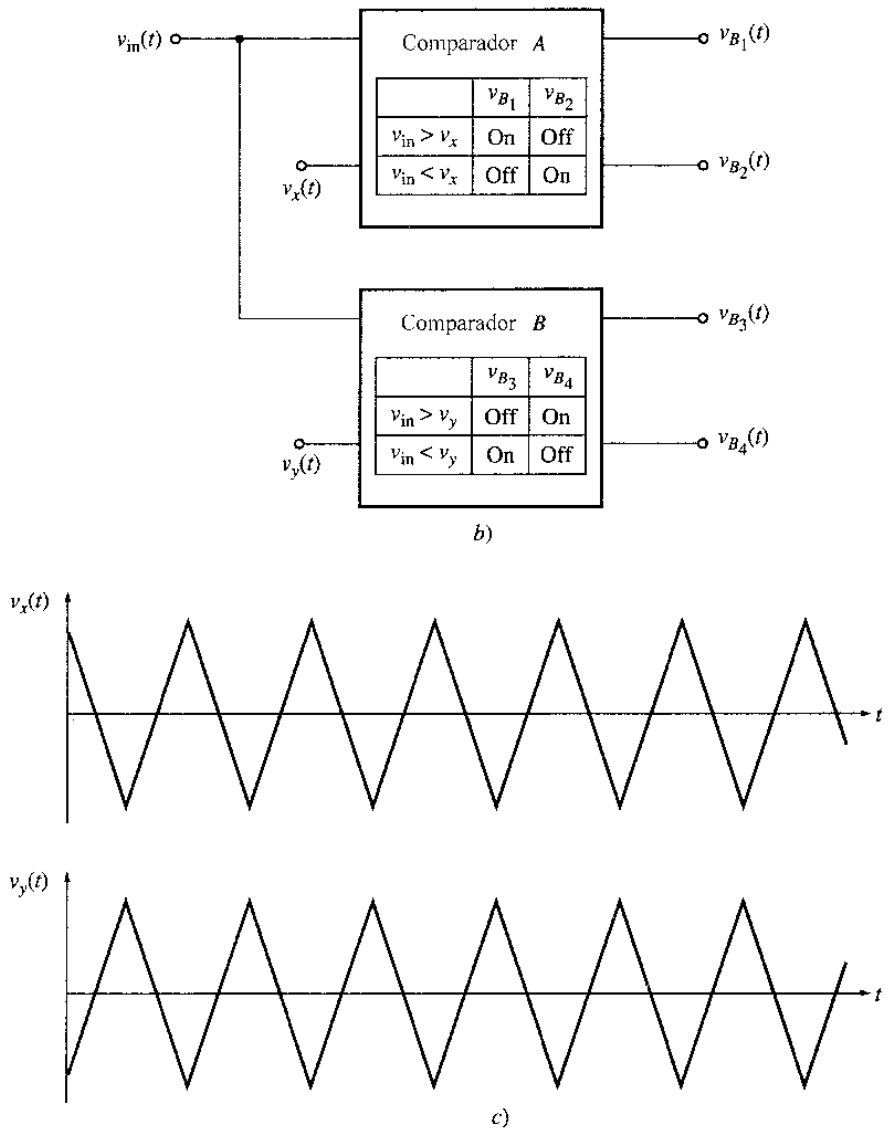


Figura 3-55 (*continuación*)
b) Comparadores utilizados para controlar el estado de encendido o apagado de los transistores. *c*) Voltajes de referencia utilizados en los comparadores.

3-7 CICLOCONVERTIDORES

El cicloconvertidor es un dispositivo para conversión directa de potencia alterna a una frecuencia en potencia alterna a otra frecuencia. Comparado con los esquemas del rectificador-inversor, los cicloconvertidores tienen muchos más SCR y circuitos de puerta mucho más complejos. A pesar de estas desventajas, los cicloconvertidores pueden ser menos costosos que los rectificadores inversores en altas potencias nominales.

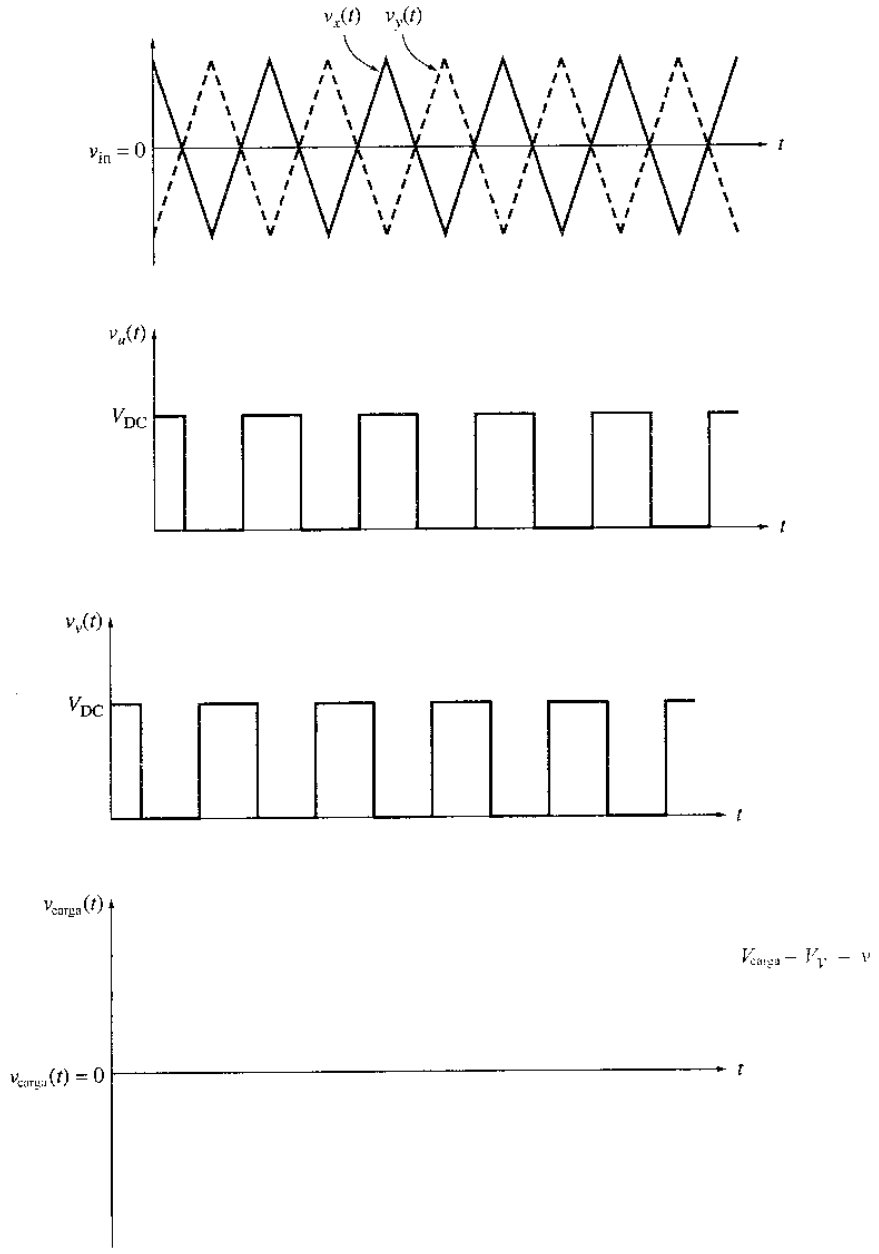


Figura 3-56
Salida de un circuito PWM con voltaje de entrada de 0 V. Nótese que $v_a(t) = v_y(t)$, por lo cual $v_{carga}(t) = 0$.

En la actualidad, los cicloconvertidores están disponibles en versión de frecuencia constante o de frecuencia variable. Un cicloconvertidor de frecuencia constante se utiliza para suministrar potencia de una frecuencia desde una fuente a otra frecuencia (por ejemplo, para alimentar cargas de 50 Hz desde una fuente de 60 Hz). Los cicloconvertidores de frecuencia variable se utilizan para suministrar una salida variable de voltaje y frecuencia desde una fuente de voltaje constante y frecuencia constante. Con frecuencia se utilizan como controladores de motores de inducción ac.

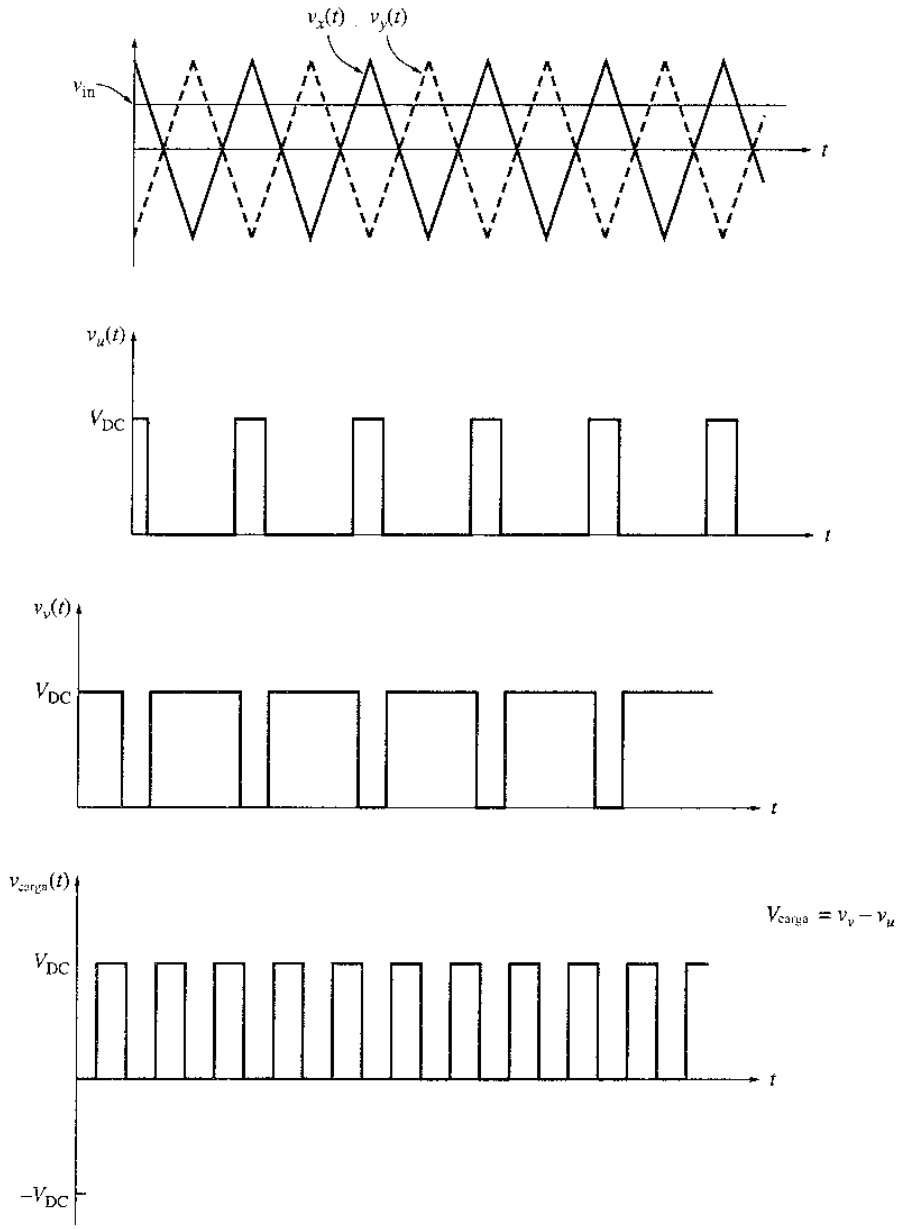


Figura 3-57
Salida de un circuito PWM con voltaje de entrada igual a la mitad del voltaje pico del comparador.

Aunque los detalles de un cicloconvertidor pueden ser muy complejos, la filosofía del aparato es sencilla. La entrada a un cicloconvertidor es una fuente trifásica que consta de tres voltajes de igual magnitud, desfasados 120° entre sí. El voltaje de salida deseado es una onda especificada, usualmente una sinusoide de frecuencia diferente. *El cicloconvertidor genera su onda de salida deseada, seleccionando la combinación de las tres fases de entrada que más se aproxima al voltaje de salida deseado en cada instante.*

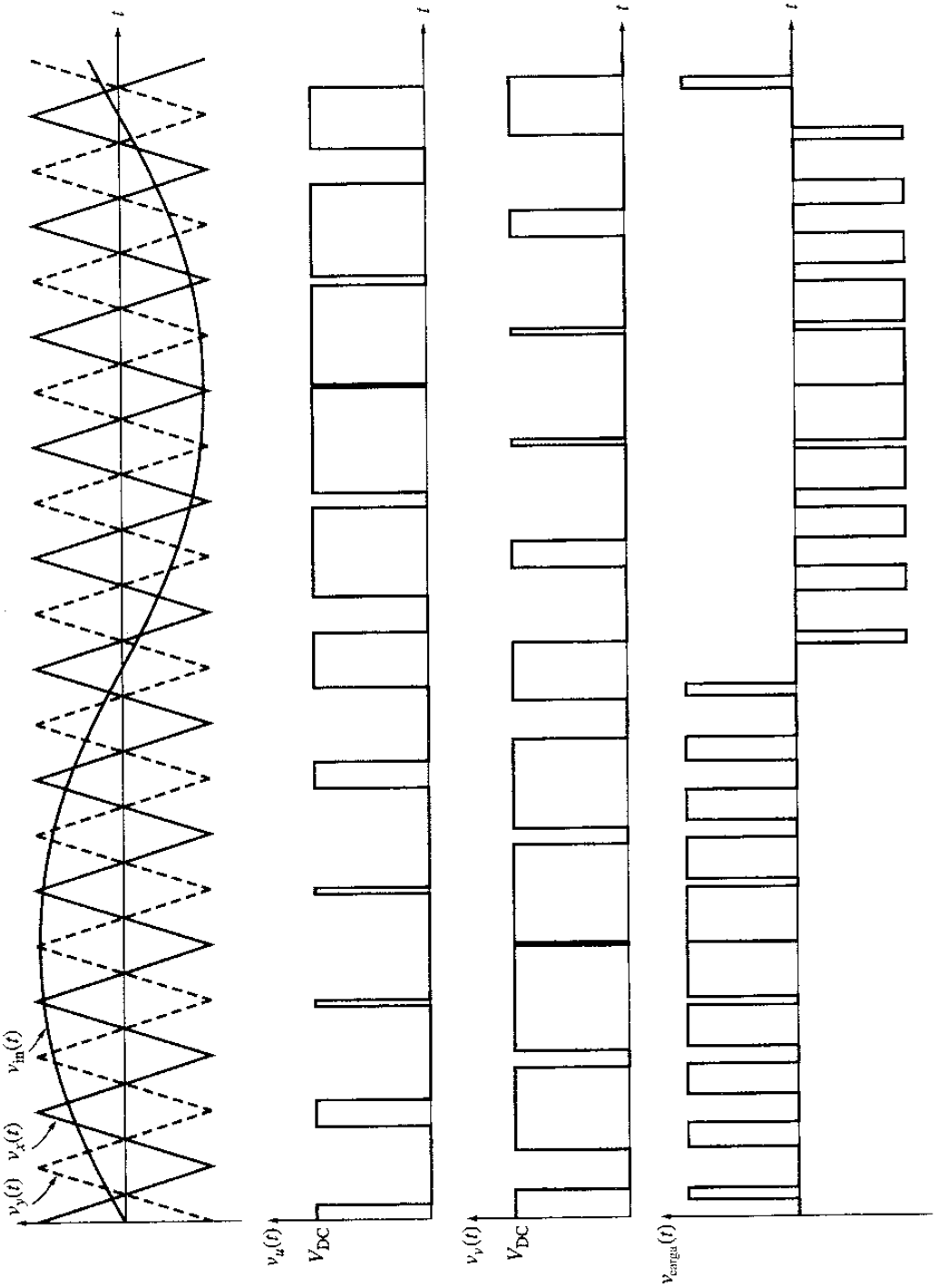


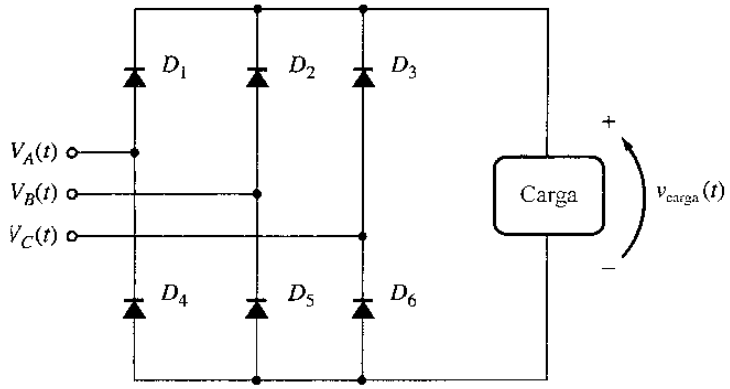
Figura 3-58
Salida de un circuito PWM con voltaje sinusoidal de control aplicado a su entrada.

Existen dos categorías principales de cicloconvertidores: *cicloconvertidores de corriente no circulante* y *cicloconvertidores de corriente circulante*. Estos dos tipos se distinguen porque la corriente circula o no en el cicloconvertidor; además, tienen diferentes características. Los dos tipos de cicloconvertidores se describen más adelante, después de la introducción a los conceptos básicos de los cicloconvertidores.

Conceptos básicos

Una buena forma de comenzar el estudio de los cicloconvertidores es analizar en detalle el circuito puente rectificador trifásico de onda completa descrito en la sección 3.2. Este circuito se muestra en la figura 3-59 conectado a una carga resistiva. En esa figura, los diodos se dividen en dos mitades, una positiva y la otra negativa. En la mitad positiva, conducirá el diodo con el voltaje más alto aplicado a él en determinado momento y polarizará inversamente los otros dos diodos de esa mitad. En la mitad negativa, conducirá el diodo que tenga el más bajo voltaje aplicado a él en algún instante, y polarizará inversamente a los otros dos diodos de esa sección. La figura 3-60 muestra el voltaje de salida resultante.

Si los seis diodos del circuito puente se remplazan por seis SCR, como se muestra en la figura 3-61, y el SCR_1 está conduciendo inicialmente como muestra la figura 3-61*b*, este SCR continuará conduciendo hasta que la corriente que circula a través de él caiga por debajo de I_H. Si ningún otro SCR de la mitad positiva se dispara, el SCR_1 se apagará cuando el voltaje v_A llegue a cero e invierte su polaridad en el punto 2. Sin embargo, si el SCR_2 se dispara en cualquier momento después del punto 1, el SCR_1 quedará polarizado inversamente al instante y se apagará. El proceso en que el SCR_2 obliga al apagado de SCR_1 se llama *conmutación forzada*. Ésta es posible sólo



$V_A(t) = V_M \text{sen}\omega t$ V

$V_B(t) = V_M \text{sen}(\omega t - 120°)$ V

$V_C(t) = V_M \text{sen}(\omega t - 240°)$ V

Figura 3-59
Puente de diodos rectificador de onda completa conectado a una carga resistiva.

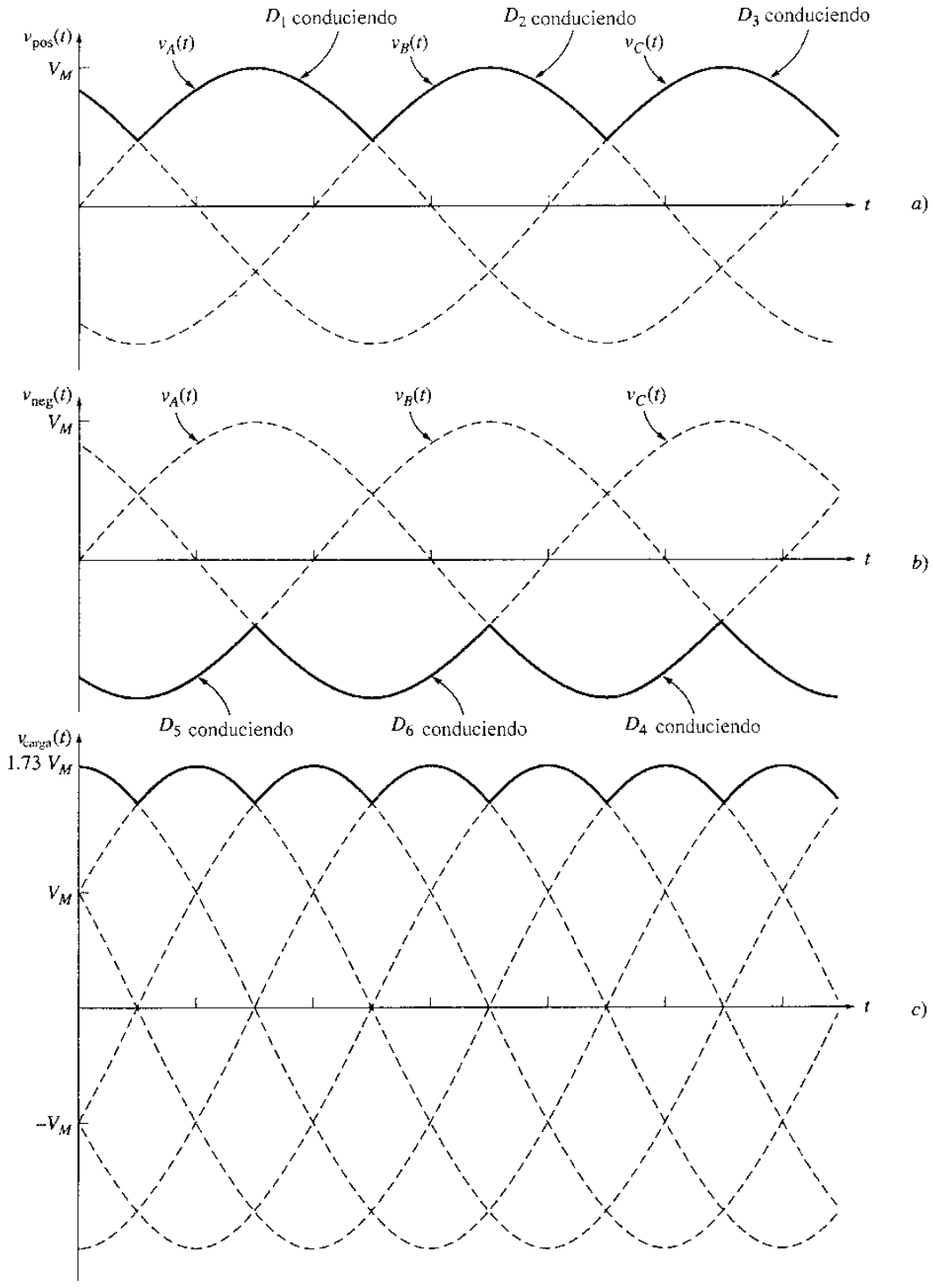


Figura 3-60

a) Salida de voltaje de los diodos de la sección positiva. *b*) Salida de voltaje de los diodos de la sección negativa. *c*) Voltaje total aplicado a la carga.

para ángulos de fase comprendidos entre los puntos 1 y 2. Los SCR de la mitad negativa se comportan de manera similar, como se muestra en la figura 3-61*c*. Nótese que si cada uno de los SCR se dispara tan pronto como la conmutación es posible, la salida de este circuito puente será igual a la del puente de diodos rectificador de onda completa mostrado en la figura 3-59.

Ahora, si se desea producir en este circuito una salida de voltaje linealmente decreciente, como se muestra en la figura 3-62, debe apagarse el SCR que conduce en la mitad positiva del circuito puente cada vez que su voltaje caiga demasiado por debajo del valor deseado. Esto se logra disparando otro SCR a un voltaje superior al valor deseado. De la misma forma, el SCR que conduce en la mitad negativa del circuito puente debe apagarse cada vez que su voltaje sobrepase demasiado el valor deseado. Disparando los SCR en las mitades positiva y negativa en el momento adecuado, es posible producir un voltaje de salida que decrece aproximadamente, en correspondencia con la onda deseada. Examinando la figura 3-62, es obvio que muchas armónicas componentes están presentes en el voltaje de salida resultante.

Si se conectan en paralelo dos de estos circuitos puente SCR, con polaridades opuestas, el resultado es un cicloconvertidor de corriente no circulante.

Cicloconvertidores de corriente no circulante

La figura 3-63 muestra una fase de un cicloconvertidor típico de corriente no circulante. Un cicloconvertidor trifásico completo está conformado de tres unidades idénticas de este tipo. Cada unidad consta de dos circuitos puente rectificadores SCR de onda completa, trifásicos: uno que conduce corriente en la dirección positiva (el *grupo positivo*) y uno que conduce corriente en la dirección negativa (el *grupo negativo*). Los SCR del circuito son disparados en tal forma que se aproximen a un voltaje de salida sinusoidal. Los SCR del grupo positivo se disparan cuando el flujo de corriente está en la dirección positiva; los SCR del grupo negativo se disparan cuando el flujo de corriente está en la dirección negativa. El voltaje de salida resultante se muestra en la figura 3-64.

Como puede verse en la figura 3-64, los cicloconvertidores de corriente no circulante producen un voltaje de salida con un componente de armónicas alto. Estas armónicas altas limitan la frecuencia de salida del cicloconvertidor a un valor más o menos inferior a un tercio de la frecuencia de entrada.

Además, nótese que el flujo de corriente debe conmutarse del grupo positivo al grupo negativo, o viceversa, en el momento en que la corriente de carga cambia de dirección. Los circuitos de pulsos de control del cicloconvertidor deben detectar esta transición de corriente con un detector de polaridad de corriente y conmutar desde el encendido de un grupo de SCR hasta el encendido del otro grupo. En general hay un breve periodo durante la transición en el cual no conduce ni el grupo positivo ni el grupo negativo. Esta pausa de corriente causa desviaciones adicionales en la onda de salida.

El alto contenido de armónicas, la baja frecuencia y las desviaciones de corriente asociadas a los cicloconvertidores de corriente no circulante se unen para limitar su utilización. En un cicloconvertidor práctico de corriente no circulante, se dispone un filtro (usualmente un inductor en serie o un transformador) entre la salida del cicloconvertidor y la carga para suprimir algunas de las armónicas de salida.

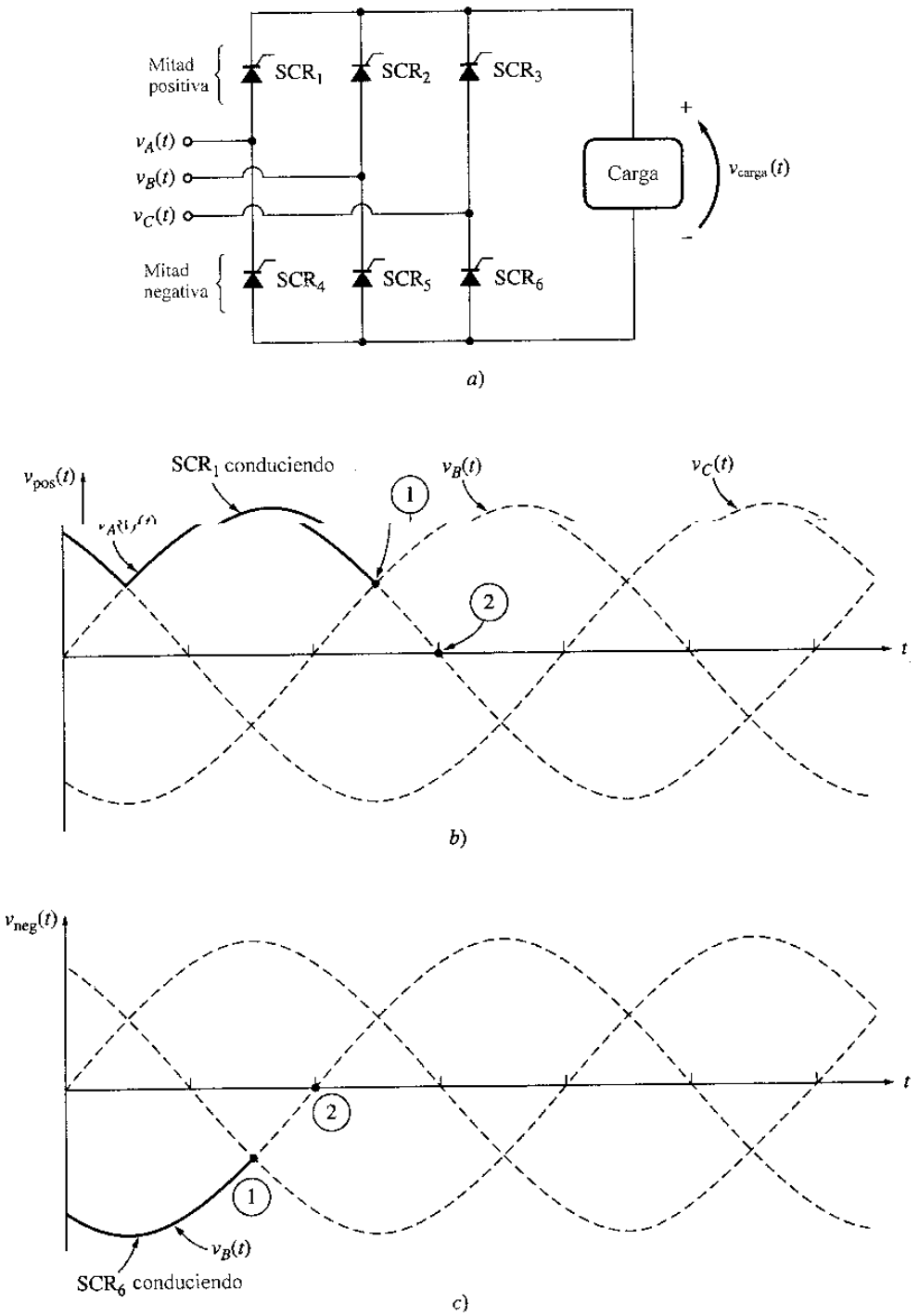


Figura 3-61

a) Circuito puente rectificador de onda completa trifásico, conectado a una carga resistiva. *b*) Operación de la sección positiva de los SCR. Se supone que inicialmente está conduciendo SCR_1. Si se dispara SCR_2 en cualquier momento después del punto 1, SCR_1 será polarizado inversamente y se apagará. *c*) Operación de la mitad negativa de los SCR. Se supone que inicialmente SCR_6 está conduciendo. Si SCR_4 es disparado en cualquier momento después del punto 1, SCR_6 será polarizado inversamente y se apagará.

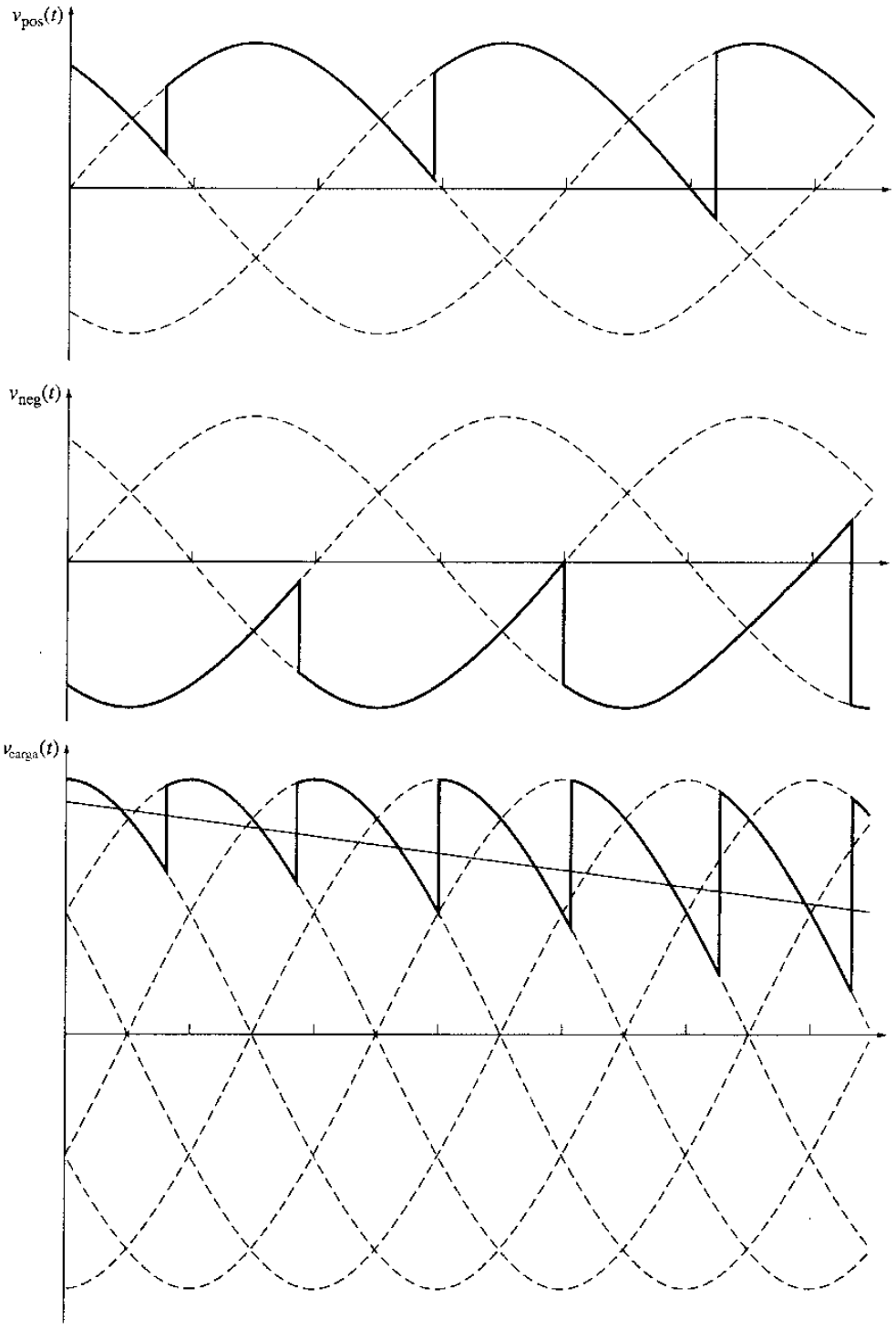


Figura 3-62
Aproximación a un voltaje lineal decreciente con un circuito puente rectificador trifásico de onda completa SCR.

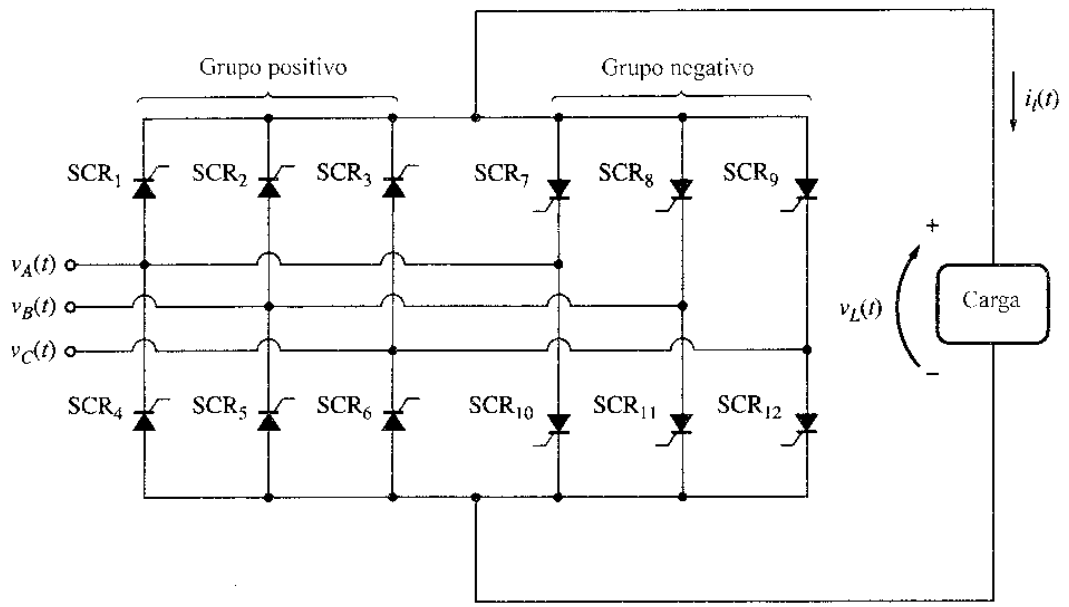


Figura 3-63
Fase de un circuito cicloconvertidor de corriente no circulante.

Cicloconvertidores de corriente circulante

La figura 3-65 muestra una fase de un cicloconvertidor de corriente circulante típico que difiere del cicloconvertidor de corriente no circulante en que los grupos positivo y negativo se conectan a través de dos inductancias grandes y la carga se alimenta desde las tomas centrales de las inductancias. A diferencia de los cicloconvertidores de corriente no circulante, *ambos grupos –el positivo y el negativo– están conduciendo al mismo tiempo* y, a través del lazo formado por los dos grupos y los inductores en serie fluye una corriente de circulación. Los inductores en serie deben ser suficientemente grandes en un circuito de este tipo para limitar la corriente circulante a un valor seguro.

El voltaje de salida del cicloconvertidor de corriente circulante tiene menor contenido de armónicas que el voltaje de salida del cicloconvertidor de corriente no circulante, y su máxima frecuencia puede ser mucho mayor. Como tiene un bajo factor de potencia debido a las dos grandes inductancias en serie, con frecuencia se utilizan condensadores para compensarlo.

La razón de que el cicloconvertidor de corriente circulante tenga bajo contenido de armónicas se ilustra en la figura 3-66. La figura 3-66*a* muestra el voltaje de salida del grupo positivo y la figura 3-66*b* muestra el voltaje de salida del grupo negativo. El voltaje de salida $v_{carga}(t)$ a través del toma central de la inductancia es

$$v_{carga}(t) = \frac{v_{pos}(t) - v_{neg}(t)}{2} \tag{3-9}$$

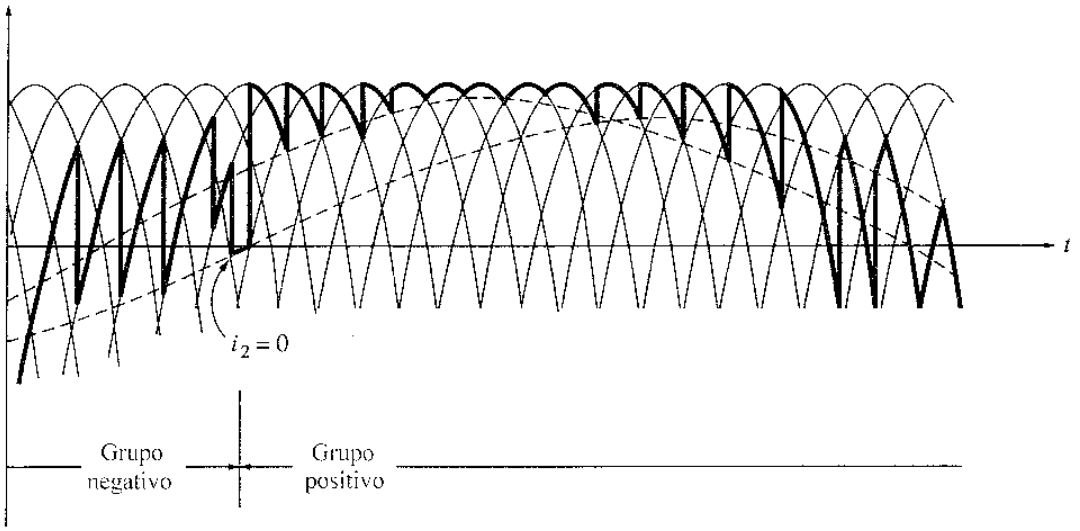


Figura 3-64
Salida de voltaje y corriente de un cicloconvertidor de corriente no circulante conectado a una carga inductiva. Nótese la conmutación de la operación del grupo negativo a la operación del grupo positivo en el momento del cambio de dirección de la corriente.

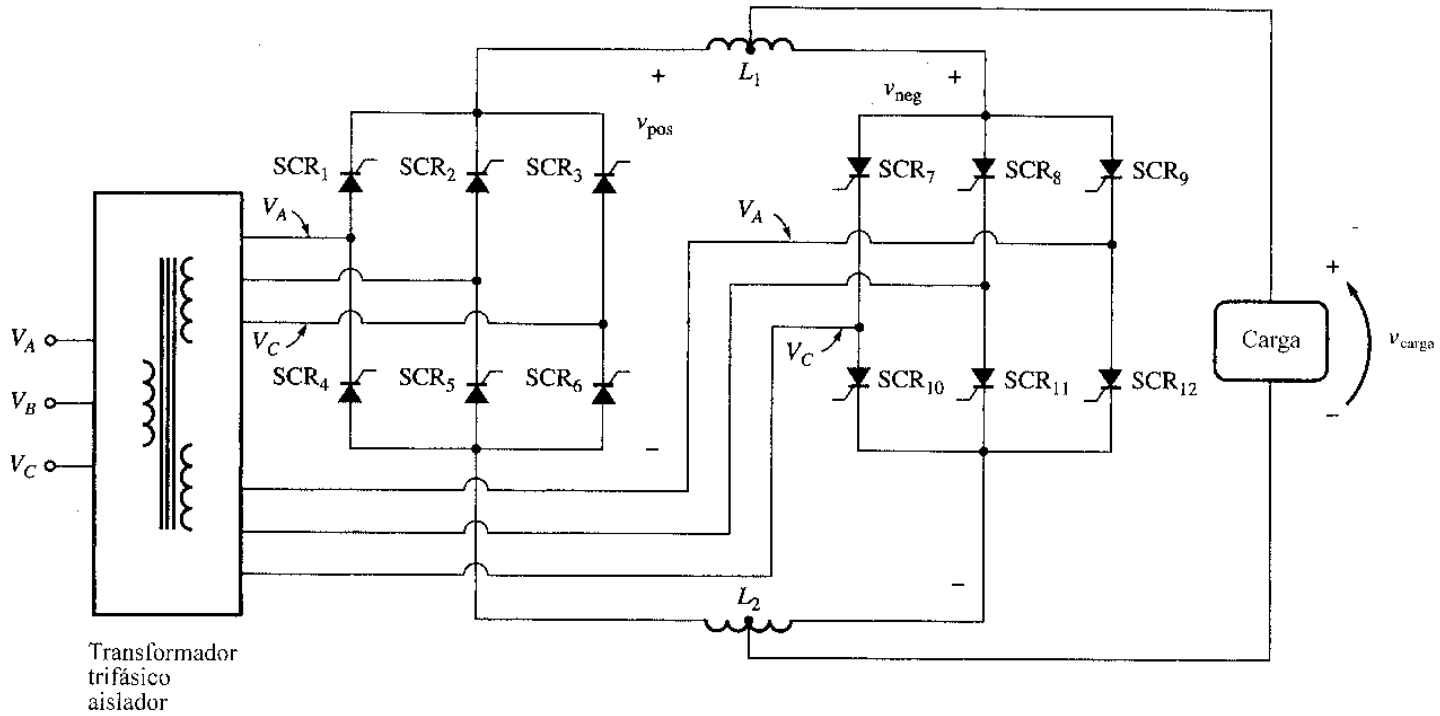
Muchas de las componentes armónicas de alta frecuencia que aparecen cuando se examinan por separado los grupos positivo y negativo son comunes a los dos grupos; por tanto, se cancelan durante la sustracción y no aparecen en los terminales del cicloconvertidor.

Algunos cicloconvertidores de corriente recirculante son más complejos que el mostrado en la figura 3-65. Con diseños más sofisticados, es posible fabricar cicloconvertidores cuya máxima frecuencia de salida pueda ser mayor que su frecuencia de entrada. Estos dispositivos más complejos están fuera del alcance de este libro.

3-8 PROBLEMAS DE ARMÓNICAS

Las componentes y circuitos electrónicos de potencia son tan flexibles y útiles que controlan en la actualidad entre 50 y 60% de la carga total de los sistemas de potencia en el mundo desarrollado. Como resultado, el comportamiento de estos circuitos electrónicos influye fuertemente en la operación total de los sistemas a los cuales se conectan.

El principal problema asociado a la electrónica de potencia son las componentes armónicas de voltaje y de corriente inducidas en los sistemas de potencia por la conmutación transitoria en los controladores electrónicos de potencia. Estas armónicas incrementan los flujos de corriente total en las líneas (en especial en el neutro de los sistemas trifásicos de potencia). Las corrientes extras incrementan las pérdidas y el calentamiento en las componentes de los sistemas de potencia, lo cual exige disponer de componentes de mayor capacidad para alimentar las mismas cargas totales. Además, las altas corrientes del neutro pueden disparar los relés de protección y sacar de operación secciones completas del sistema.



$$v_{carga}(t) = \frac{v_{pos}(t) - v_{neg}(t)}{2}$$

Figura 3-65
Fase de un ciclo convertidor de seis pulsos, del tipo de corriente circulante.

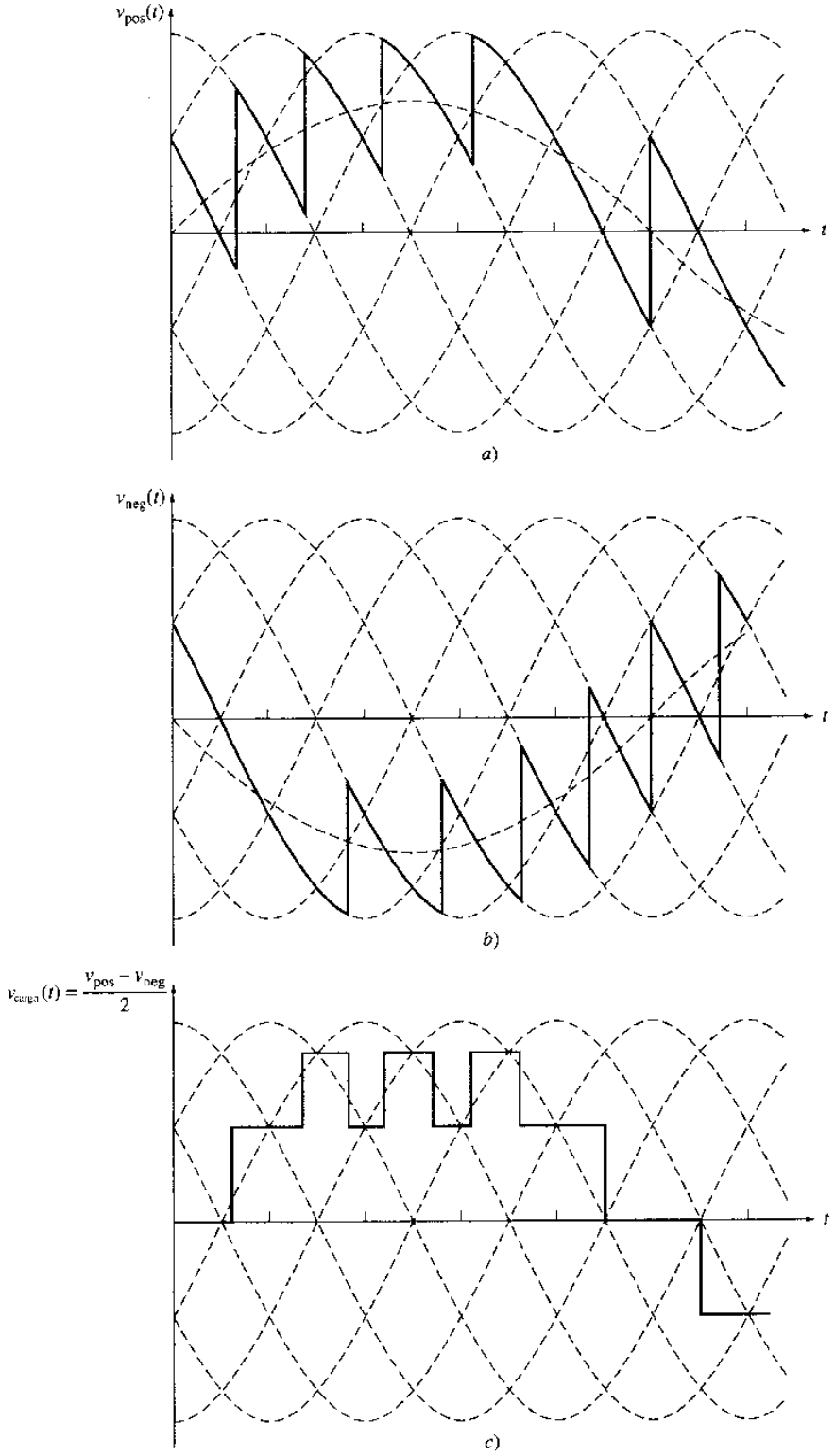


Figura 3-66
Voltajes de cicloconvertidor de corriente circulante de seis pulsos. *a*) Voltaje de salida del grupo positivo. *b*) Voltaje de salida del grupo negativo. *c*) Voltaje resultante en la carga.

Como ejemplo de este problema, considere un motor trifásico balanceado conectado en estrella que toma 10 A en plena carga. Cuando se conecta este motor al sistema de potencia, las corrientes que fluyen en cada fase serán iguales en magnitud, estarán desfasadas 120° entre sí y la corriente de retorno por el neutro será 0 (*véase* figura 3-67). Considere ahora el mismo motor alimentado con la misma potencia total a través de un rectificador que produce pulsos de corriente. Las corrientes de las líneas de potencia se observan en la figura 3-68. Nótese que la corriente rms de cada línea es aún 10 A, ¡pero el neutro también porta una corriente rms de 15 A! La corriente en el neutro consiste totalmente de componentes armónicas.

La figura 3-69 muestra el espectro de las corrientes en las tres fases y en el neutro. Para el motor conectado directamente a la línea, sólo la frecuencia fundamental está presente en las fases y no hay nada en el neutro. Para el motor conectado a través del controlador de potencia, la corriente en las fases incluye tanto la frecuencia fundamental como todas las armónicas de orden impar. La corriente del neutro consta principalmente de la tercera, la novena y la decimoquinta armónicas.

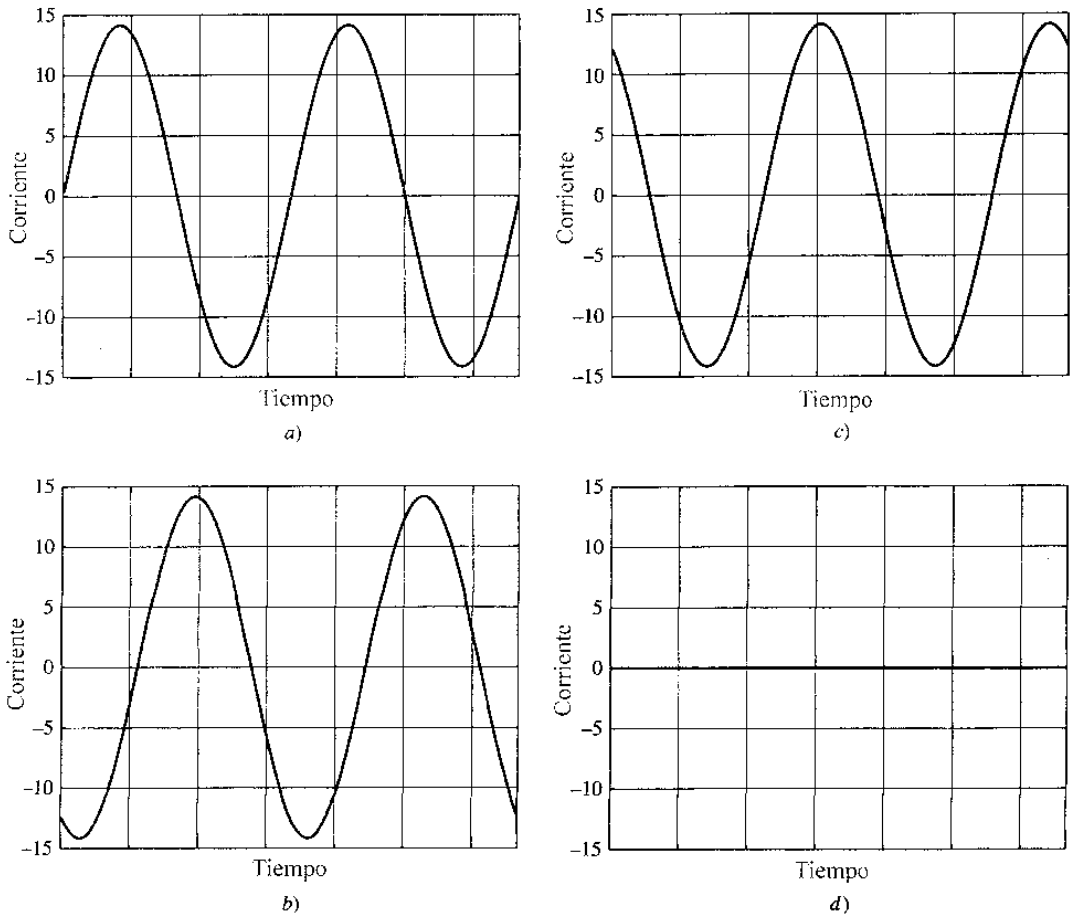


Figura 3-67
Flujo de corriente en un motor trifásico balanceado, conectado en estrella: *a*) fase *a*; *b*) fase *b*; *c*) fase *c*; *d*) neutro. La corriente rms que fluye en las fases *a*, *b* y *c* es 10 A; y la corriente que fluye en el neutro es 0 A.

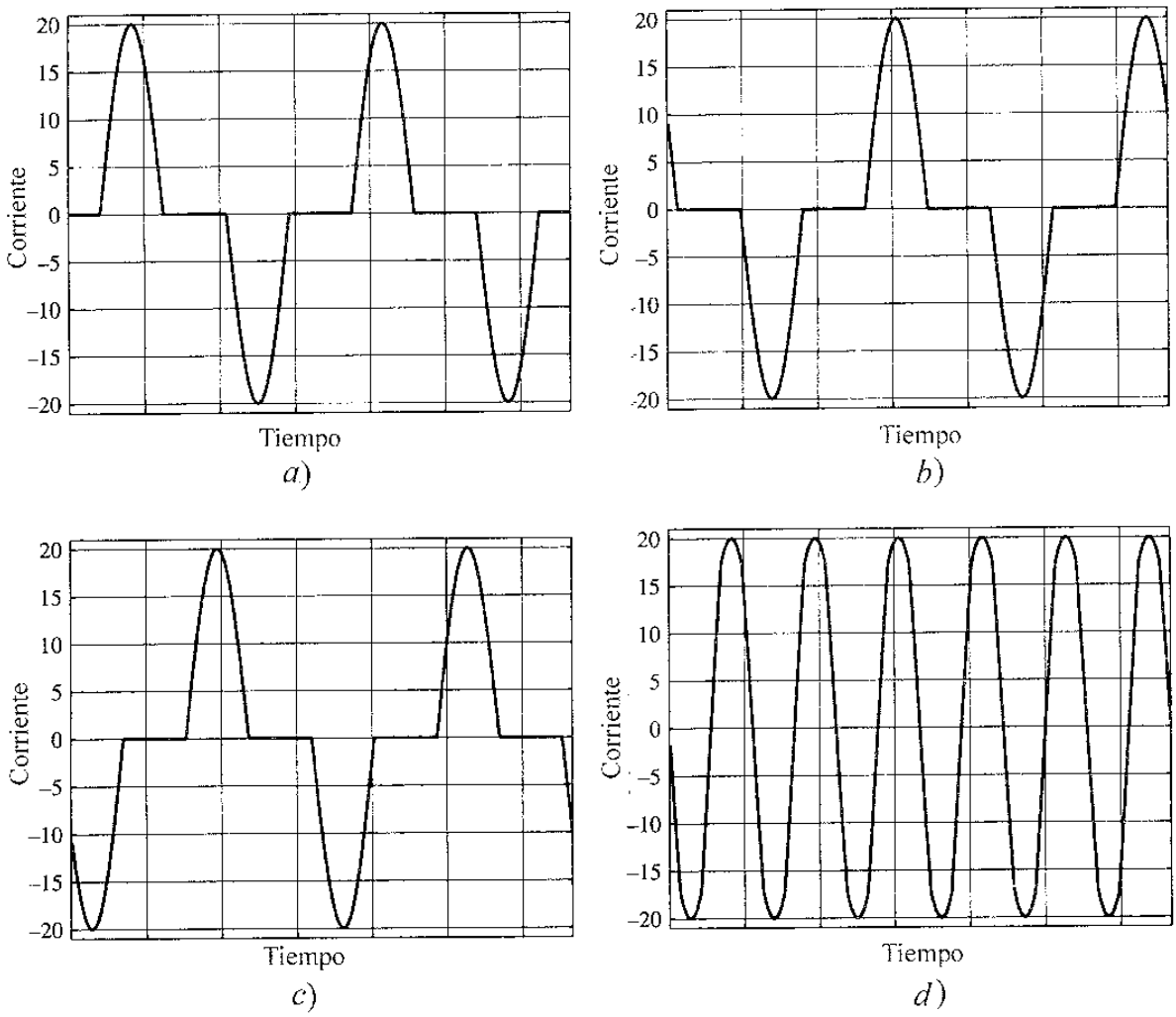


Figura 3-68
Flujo de corriente en un motor trifásico balanceado, en estrella, conectado a una línea de potencia a través de un controlador electrónico de potencia que produce pulsos de corriente: *a*) fase *a*, *b*) fase *b*; *c*) fase *c*; *d*) neutro. El flujo de corriente en las fases *a*, *b* y *c* es 10 A, mientras que en el neutro es 15 A.

Puesto que los circuitos de electrónica de potencia son una importante fracción de la carga total de un sistema de potencia moderno, su alto contenido de armónicas causa problemas significativos en el sistema entero. Nuevas normas* se han creado para limitar la cantidad de armónicas producida por los circuitos de potencia electrónicos, y se han diseñado nuevos controladores para minimizar las armónicas que producen.

* *Véase* IEC 1000-3-2. EMC: Part 3, section 2, "Limits for harmonic current emission (equipment input current ≤ 16 A per phase)," y ANSI/IEEE Standard 519-1992, "IEEE recommended practices and requirements for harmonic control in power systems."

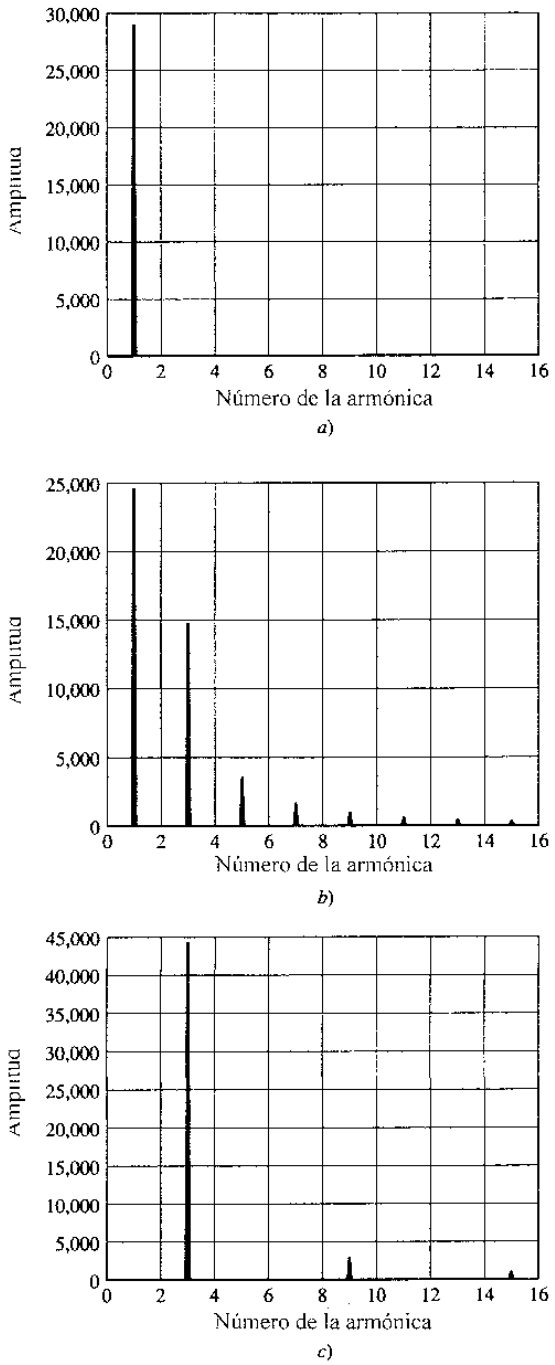


Figura 3-69

a) Espectro de la corriente de fase en el motor trifásico balanceado, conectado en estrella directamente a la línea de potencia. Sólo la frecuencia fundamental está presente. *b*) Espectro de la corriente de fase en el motor trifásico balanceado, conectado en estrella, alimentado a través de un controlador electrónico de potencia que produce pulsos de corriente. Están presentes la frecuencia fundamental y todas las armónicas impares. *c*) Corriente de neutro para el motor conectado a través del controlador electrónico de potencia. Están presentes en la corriente componentes de tercera, novena y decimoquinta armónica.

3-9 RESUMEN

Las componentes y circuitos electrónicos de potencia han producido una importante revolución en el área de control de los motores desde hace unos 35 años. La electrónica de potencia suministra un medio importante para convertir potencia ac en potencia dc, cambiar el nivel medio del voltaje de un sistema de potencia dc, convertir potencia dc en potencia ac y cambiar la frecuencia de un sistema de potencia ac.

La conversión de potencia ac a dc se lleva a cabo mediante circuitos rectificadores; el nivel resultante del voltaje de salida dc puede controlarse cambiando los tiempos de disparo de los aparatos (SCR, TRIAC, tiristores GTO, etc.) del circuito rectificador.

El ajuste del nivel medio del voltaje dc en la carga se logra con circuitos recortadores que controlan la fracción de tiempo durante la cual se aplica un voltaje dc fijo a la carga.

La conversión estática de frecuencia se logra mediante rectificadores, inversores o los cicloconvertidores. Los inversores son de dos tipos básicos: conmutados externamente y autoconmutados. Los inversores conmutados externamente cuentan con el acoplamiento de la carga para la conmutación de voltajes; los inversores autoconmutados utilizan condensadores para producir la conmutación requerida de voltajes o utilizan aparatos autoconmutantes como los tiristores GTO. Los inversores autoconmutados incluyen inversores de fuente de corriente, inversores de fuente de voltaje e inversores de modulación de ancho de pulso.

Los cicloconvertidores se utilizan para convertir directamente potencia ac de una frecuencia en potencia ac de otra frecuencia. Hay dos tipos básicos de cicloconvertidores: de corriente no circulante y de corriente circulante. Los cicloconvertidores de corriente no circulante tienen grandes componentes de armónicas y están restringidos a frecuencias relativamente bajas. Además, pueden sufrir desviaciones momentáneas durante los cambios de dirección de la corriente. Los cicloconvertidores de corriente circulante tienen bajas cantidades de armónicas componentes y pueden operar a más altas frecuencias. Requieren grandes inductores en serie para limitar las corrientes circulantes a valores seguros y por esto son más voluminosos que los cicloconvertidores de corriente no circulante de la misma capacidad.

PREGUNTAS Y TEMAS DE ANÁLISIS

3-1 Explique la operación y dibuje la característica de salida de un diodo.

3-2 Explique la operación y dibuje la característica de salida de un diodo PNPN.

3-3 ¿En qué difiere un SCR de un diodo PNPN? ¿Cuándo conduce un SCR?

3-4 ¿Qué es un tiristor GTO? ¿Cómo difiere éste de un tiristor común de tres hilos (SCR)?

3-5 ¿Qué es un IGBT? ¿Cuáles son sus ventajas, comparado con otros dispositivos de electrónica de potencia?

3-6 ¿Qué es un DIAC? ¿Un TRIAC?

3-7 Un rectificador monofásico de onda completa ¿produce mejor o peor salida dc que un rectificador trifásico de media onda? ¿Por qué?

3-8 ¿Por qué se requieren circuitos generadores de pulsos en los controladores de motores?

3-9 ¿Cuáles son las ventajas de los circuitos digitales de generación de pulsos, comparados con los circuitos análogos de generación de pulsos?

3-10 ¿Cuál es el efecto de cambiar la resistencia R en la figura 3-32? Explique por qué ocurre este efecto.
3-11 ¿Qué es la conmutación forzada? ¿Por qué es necesaria en los circuitos de control de potencia dc a dc?
3-12 ¿Qué aparato(s) podrían utilizarse para construir circuitos de control de potencia dc a dc sin conmutación forzada?
3-13 ¿Cuál es el propósito del diodo de marcha libre en un circuito de control con carga inductiva?
3-14 ¿Cuál es el efecto de una carga inductiva en la operación de un controlador de ángulo de fase?
3-15 ¿Puede ser arbitrariamente largo el tiempo de encendido de un circuito recortador de conmutación con condensador en serie? Explique la respuesta.
3-16 Puede ser arbitrariamente largo el tiempo el tiempo de encendido de un circuito recortador con condensador de conmutación en paralelo? Explique la respuesta.
3-17 ¿Qué es un rectificador inversor? ¿Para qué se utiliza?
3-18 ¿Qué es un inversor de fuente de corriente?
3-19 ¿Qué es un inversor de fuente de voltaje? Contraste las características de un VSI contra las de un CSI.
3-20 ¿Qué es la modulación de ancho de pulso? ¿Cómo se pueden comparar los inversores PWM con los inversores CSI y VSI?
3-21 ¿Son más requeridos los transistores de potencia para ser utilizados en los inversores PWM o en los inversores CSI? ¿Por qué?

EJERCICIOS

3-1 Calcule el factor de rizado del circuito rectificador trifásico de media onda, en forma analítica y utilizando el MATLAB.
3-2 Calcule el factor de rizado de un circuito rectificador trifásico de onda completa, en forma analítica y utilizando el MATLAB.
3-3 Explique la operación del circuito mostrado en la figura P3-1. ¿Qué ocurriría en este circuito si el interruptor S_1 se cerrara?

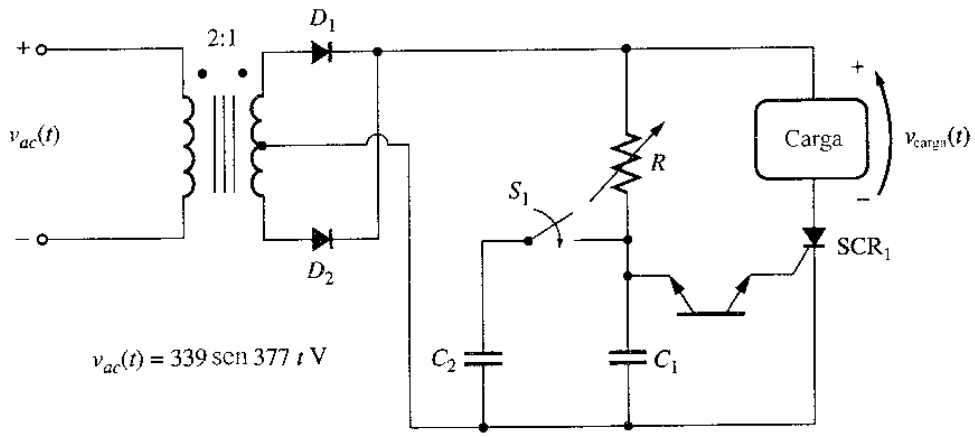


Figura P3-1
Circuito para los ejercicios 3-3 a 3-6.

3-4 ¿Cuál sería el voltaje rms en la carga del circuito de la figura P3-1, si el ángulo de disparo del SCR fuera *a*) 0°, *b*) 30°, *c*) 90°?

***3-5** Para el circuito de la figura P3-1, suponga que el V_{BO} del DIAC es 30 V, C_1 es 1 μF, R es ajustable en el rango de 1 a 20 kΩ y el interruptor S_1 está abierto. ¿Cuál es el ángulo de encendido del circuito cuando R es 10kΩ? ¿Cuál es el voltaje rms de la carga en estas condiciones? (*Advertencia*: Este ejercicio es laborioso para ser resuelto analíticamente debido a que el voltaje de carga del condensador varía en función del tiempo.)

3-6 El circuito mostrado en la figura P3-1 es muy sensible a las variaciones del voltaje de entrada $v_{ac}(t)$. Si el voltaje pico de la entrada fuera a decrecer, el tiempo que toma el condensador C_1 para cargarse hasta el voltaje de transición conductiva del DIAC se incrementaría y el SCR se dispararía más tarde en cada semiciclo. Entonces, el voltaje rms suministrado a la carga será reducido por *dos* causas, el bajo pico de voltaje y el atraso en el encendido. Este mismo efecto ocurre en la dirección opuesta, si se incrementa $v_{ac}(t)$. ¿Cómo podría modificarse este circuito para reducir la sensibilidad a las variaciones del voltaje de entrada?

3-7 Explique la operación del circuito mostrado en la figura P3-2, y dibuje el voltaje de salida de este circuito.

3-8 La figura P3-3 muestra un oscilador de relajación con los siguientes parámetros:

R_1 = variable	R_2 = 1500 Ω
C = 0.75 μF	V_{DC} = 100 V
V_{BO} = 24 V	I_H = 0.5 mA

a) Dibuje los voltajes $v_C(t)$, $v_D(t)$ y $v_0(t)$ de este circuito.

b) Si R_1 se dimensiona normalmente como 500 kΩ, calcule el periodo de este oscilador de relajación.

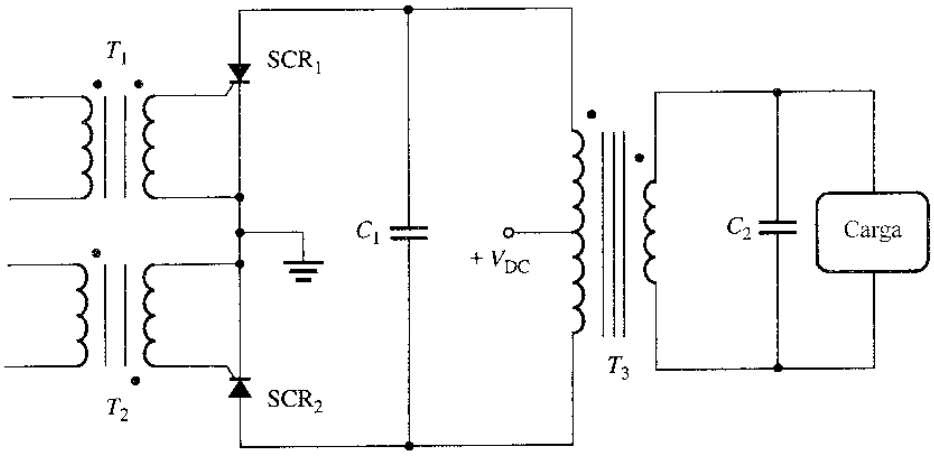


Figura P3-2
Circuito inversor, ejercicio 3-7.

3-9 En el circuito de la figura P3-4, T_1 es un autotransformador cuyo toma está exactamente en el centro de su devanado. Explique la operación de este circuito. Si la carga es inductiva, dibuje el voltaje y la corriente de la carga. ¿Cuál es el propósito del SCR_2? ¿Cuál es el propósito de D_2? (Este arreglo de circuito recortador se conoce como *circuito Jones*).

3-10 Un circuito recortador de conmutación forzada con condensador en serie alimenta una carga puramente resistiva como se muestra en la figura P3-5.

$$V_{DC} = 120\ \text{V} \qquad R_1 = 30\ \text{k}\Omega$$
$$I_H = 6\ \text{mA} \qquad R_{carga} = 250\ \Omega$$
$$V_{BO} = 200\ \text{V} \qquad C = 100\ \mu\text{F}$$

a) Si se enciende SCR_1, ¿cuánto tiempo permanecerá encendido? ¿Porqué se apagará?

b) Si se apaga SCR_1, ¿cuánto tiempo transcurrirá hasta que el SCR pueda ser encendido de nuevo? (Suponga que deben pasar tres constantes de tiempo antes que el condensador se descargue.)

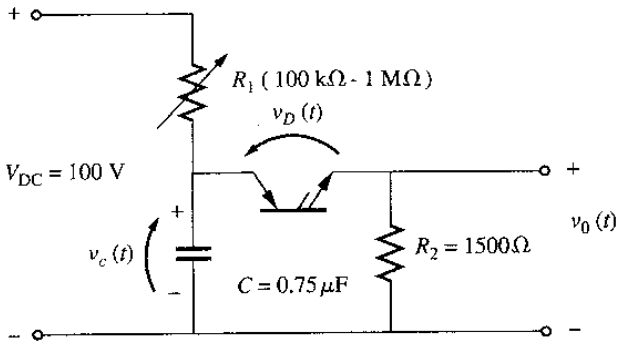


Figura P3-3
Circuito oscilador de relajación, ejercicio 3-8.

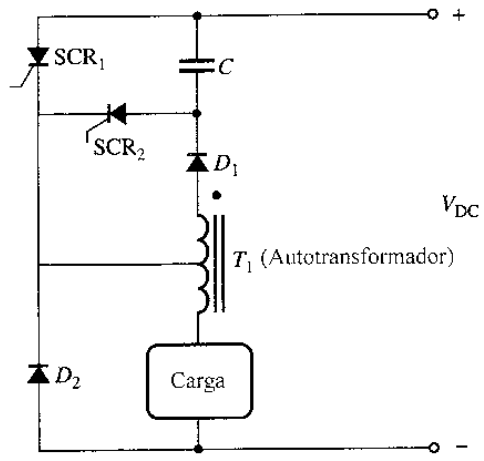


Figura P3-4
Circuito recortador, ejercicio 3-9.

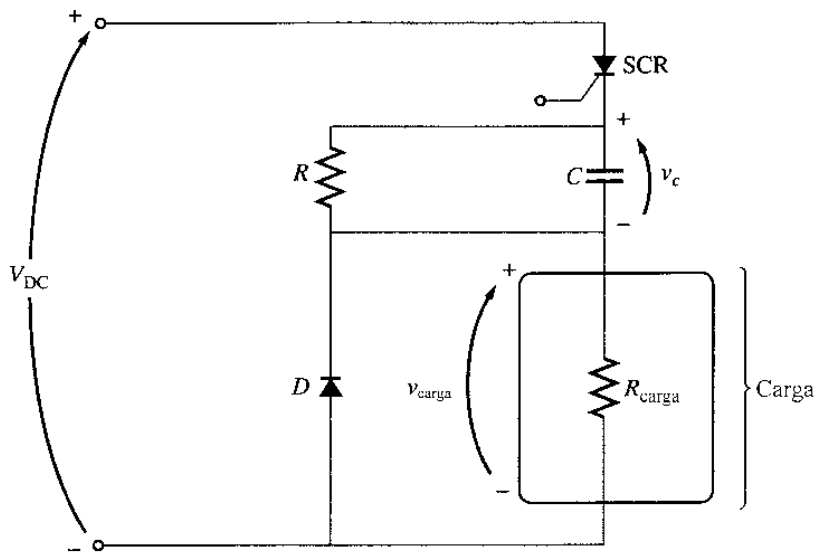


Figura P3-5
Circuito sencillo de conmutación forzada con condensador en serie, ejercicio 3-10.

c) ¿Qué dificultad o dificultades revelan estos cálculos acerca de este circuito recortador sencillo de conmutación forzada con condensador en serie?

d) ¿Cómo se puede eliminar la(s) dificultad(es) descrita(s) en el literal *c*)?

3-11 Un circuito recortador de conmutación forzada con condensador en paralelo alimenta una carga puramente resistiva, como se muestra en la figura P3-6.

$$V_{DC} = 120\ \text{V} \qquad R_1 = 30\ \text{k}\Omega$$
$$I_H = 5\ \text{mA} \qquad R_{carga} = 250\ \Omega$$
$$V_{BO} = 250\ \text{V} \qquad C = 10\ \mu\text{F}$$

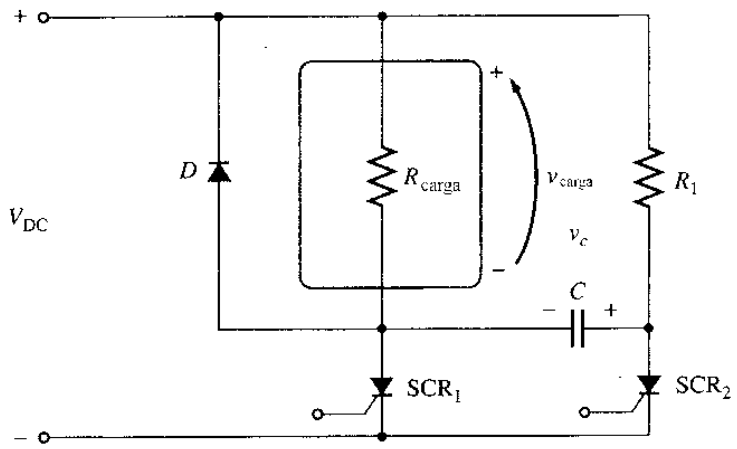


Figura P3-6
Circuito sencillo de conmutación forzada con condensador en paralelo, ejercicio 3-11.

a) Si se enciende SCR_1, ¿cuánto tiempo permanecerá encendido? ¿Por qué causa se apaga?

b) ¿Cuál es el menor tiempo para que SCR_1 pueda apagarse luego de haber sido encendido? (Suponga que deben transcurrir tres constantes de tiempo antes que el condensador esté cargado.)

c) Si se apaga SCR_1, ¿cuánto tiempo debe transcurrir hasta que el SCR pueda volver a ser encendido?

d) ¿Qué dificultad o dificultades revelan estos cálculos sobre este sencillo circuito recortador de conmutación forzada con condensador en paralelo?

e) Cómo se puede(n) eliminar la(s) dificultad(s) descrita(s) en el literal *d*)?

3-12 La figura P3-7 muestra un circuito rectificador inversor monofásico. Explique cómo funciona este circuito. ¿Cuál es el propósito de C_1 y C_2? ¿Qué controla la frecuencia de salida del inversor?

***3-13** La figura P3-8 muestra un controlador sencillo de ángulo de fase, de voltaje ac y onda completa. Los valores de las componentes del circuito son

$R = 20$ a $300\ k\Omega$, normalmente colocado en $100\ k\Omega$
$C = 0.1\ \mu F$
$V_{BO} = 40$ V (para el diodo PNPN D_1)
$V_{BO} = 250$ V (para SCR_1)
$v_S(t) = V_M \operatorname{sen} \omega t$ V donde $V_M = 169.7$ V y $\omega = 377$ rad/s

a) ¿A qué ángulo de fase se encenderán el diodo PNPN y el SCR?

b) ¿Cuál es el voltaje rms suministrado a la carga en estas circunstancias?

***3-14** La figura P3-9 muestra un circuito rectificador trifásico de onda completa que alimenta una carga dc. El circuito utiliza SCR en lugar de diodos, como elementos de rectificación.

a) ¿Cuáles serán el voltaje rms de la carga y el factor de rizado, si cada SCR se dispara tan pronto se polariza directamente? ¿A qué ángulo de fase deben dispararse los SCR para operar de esta forma? Dibuje el voltaje de salida para este caso.

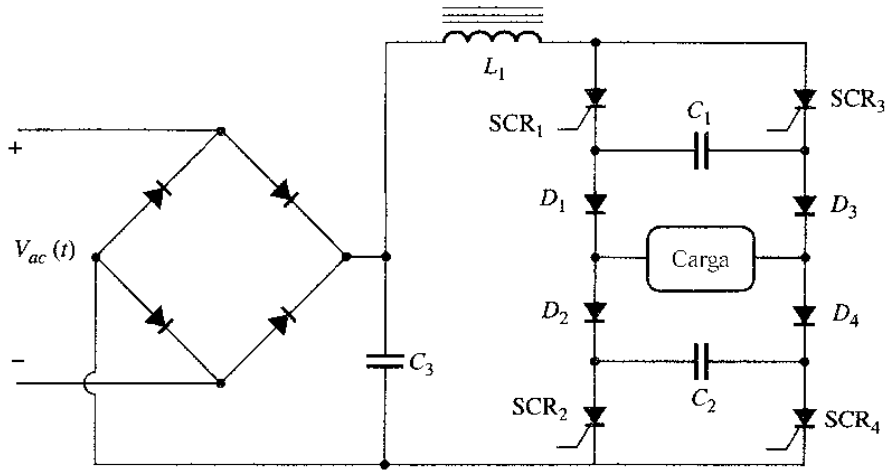


Figura P3-7
Circuito rectificador inversor monofásico, ejercicio 3-12.

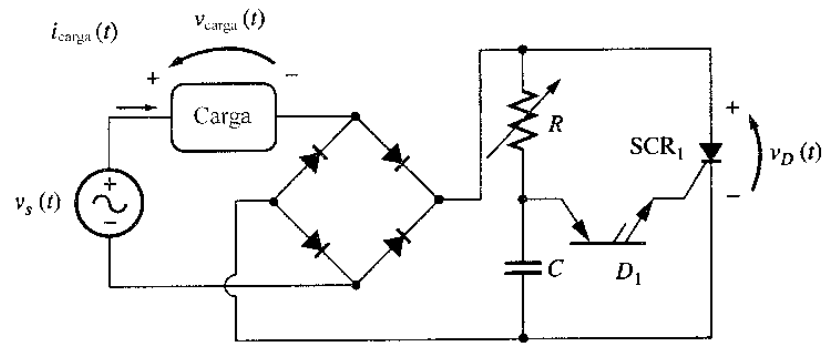


Figura P3-8
Controlador de ángulo de fase de voltaje, onda completa, ejercicio 3-13.

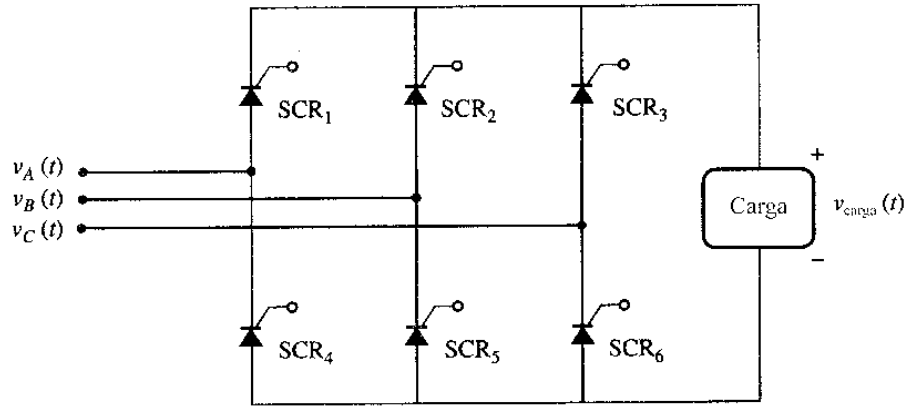


Figura P3-9
Circuito rectificador trifásico de onda completa, ejercicio 3-14.

b) ¿Cuáles serán el voltaje rms de la carga y el factor de rizado, si cada SCR se dispara a un ángulo de fase de 90° (esto es, a la mitad del semiciclo en el cual está polarizado positivamente)? Diagrame o dibuje el voltaje de salida para este caso.

*__3-15__ Escriba un programa de MATLAB que imite la operación del circuito de modulación de ancho de pulso de la figura 3-55, y responda las siguientes preguntas:

a) Suponga que los voltajes de comparación $v_x(t)$ y $v_y(t)$ tienen valores pico de 10 V y frecuencia de 500 Hz. Dibuje el voltaje de salida cuando el voltaje de entrada es $v_{in}(t) = 10$ sen $2\pi ft$ V y $f = 50$ Hz.

b) ¿Cuál es la forma del espectro del voltaje de salida? ¿Qué podría hacerse para reducir el contenido de armónicas del voltaje de salida?

c) Ahora suponga que la frecuencia de los voltajes de comparación se incrementa a 1000 Hz. Dibuje el voltaje de salida cuando el voltaje de entrada es $v_{in}(t) = 10$ sen $2\pi ft$ V y $f = 50$ Hz.

d) ¿Cuál es la forma del espectro del voltaje de salida en el literal *c*)?

e) ¿Cuál es la ventaja de utilizar mayor frecuencia de comparación y conmutación más rápida en un modulador PWM?

* El asterisco ubicado al frente del número de un ejercicio indica un grado de dificultad mayor.

REFERENCIAS

1. Dewan, S. B., G. R. Slemon, y A. Straughen. *Power Semiconductor Drives*. New York: Wiley Interscience, 1984.
2. IEEE. *Graphic Symbols for Electrical and Electronics Diagrams*. IEEE Standard 315-1975/ANSI Standard Y32.2-1975.
3. Millman, Jacob, and Christos C. Halkias. *Integrated Electronics: Analog and Digital Circuits and Systems*. New York: McGraw-Hill, 1972.
4. Werninck, E. H. (ed.). *Electric Motor Handbook*. London: McGraw-Hill, 1978.
5. Vithayathil, Joseph. *Power Electronics: Principles and applications*. New York: McGraw-Hill, 1995.

CAPÍTULO 4

FUNDAMENTOS DE MÁQUINAS DE CORRIENTE ALTERNA

Las máquinas de corriente alterna (ac) son los generadores que convierten energía mecánica en energía eléctrica ac y los motores que convierten energía eléctrica ac en energía mecánica. Aunque los principios fundamentales de las máquinas de corriente alterna son muy simples, parecen un tanto difíciles por la construcción complicada de las máquinas reales. Este capítulo explicará primero los principios de operación de las maquinas de corriente alterna utilizando ejemplos sencillos y luego considerará algunas de las complicaciones que se presentan en las máquinas ac reales.

Existen dos clases principales de máquinas de corriente alterna: las máquinas sincrónicas y las máquinas de inducción. Las *máquinas sincrónicas* son motores y generadores cuya corriente de campo magnético es suministrada por una fuente dc separada, mientras que las *máquinas de inducción* son motores y generadores cuya corriente de campo magnético es suministrada por inducción magnética (acción transformadora) en sus devanados de campo. Los circuitos de campo de la mayoría de las máquinas sincrónicas y de inducción están localizados en sus rotores. Este capítulo estudia algunos de los fundamentos comunes a ambos tipos de máquinas alternas trifásicas; las máquinas sincrónicas se estudiarán en detalle en los capítulos 5 y 6; las de inducción, en el capítulo 7.

4-1 ESPIRA SENCILLA EN UN CAMPO MAGNÉTICO UNIFORME

El estudio de la máquinas ac comenzará por una espira sencilla de alambre que rota dentro de un campo magnético uniforme. Ésta es la máquina más sencilla posible que produce un voltaje sinusoidal alterno. Este caso no es representativo de las máquinas ac reales puesto que el flujo en estas máquinas no es constante ni en magnitud ni en dirección; sin embargo, los factores que controlan el voltaje y el par (par motor o par de torsión) sobre la espira serán los mismos que los factores que controlan el voltaje y el par en las máquinas ac reales.

La figura 4-1 muestra una máquina sencilla formada por un gran magneto estacionario que produce un campo magnético constante y uniforme, y una espira de alambre conductor que rota dentro de ese campo. La parte rotante de la máquina se llama *rotor*; la parte estacionaria de la

máquina se denomina *estator*. Ahora, se determinarán los voltajes presentes en el rotor a medida que gira dentro del campo magnético.

Voltaje inducido en una espira rotacional sencilla

Si el rotor de esta máquina gira, se inducirá un voltaje en la espira. Para determinar la magnitud y forma de este voltaje, examínese la figura 4-2. La espira mostrada es rectangular, los lados *ab* y *cd* son perpendiculares al plano de la página y, los lados *bc* y *da* son paralelos al plano de la página. El campo magnético es constante y uniforme, y está dirigido de izquierda a derecha de la página.

Para determinar el voltaje total e_{tot} en la espira, se examina cada segmento de ésta por separado y se suman los voltajes resultantes. El voltaje de cada segmento está dado por la ecuación (1-45)

$$e_{ind} = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l} \tag{1-45}$$

1. *Segmento ab.* En este segmento, la velocidad del alambre es tangencial a la trayectoria de rotación, en tanto que el campo magnético **B** está dirigido hacia la derecha, como se muestra en la figura 4-2*b*. La cantidad $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ apunta hacia la página, que es la misma dirección del segmento *ab*. Entonces, el voltaje inducido sobre este segmento de alambre es

$$\begin{aligned} e_{ba} &= (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l} \\ &= vBl \operatorname{sen} \theta_{ab} \quad \text{hacia la página} \end{aligned} \tag{4-1}$$

2. *Segmento bc.* En la primera mitad de este segmento, la cantidad $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ está dirigida hacia la página; en la segunda mitad, $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ está dirigida hacia fuera de la página.
Puesto que la longitud **l** está en el plano de la página, $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ es perpendicular a **l** para ambas porciones de este segmento. Entonces, el voltaje en el segmento *bc* será cero:

$$e_{cb} = 0 \tag{4-2}$$

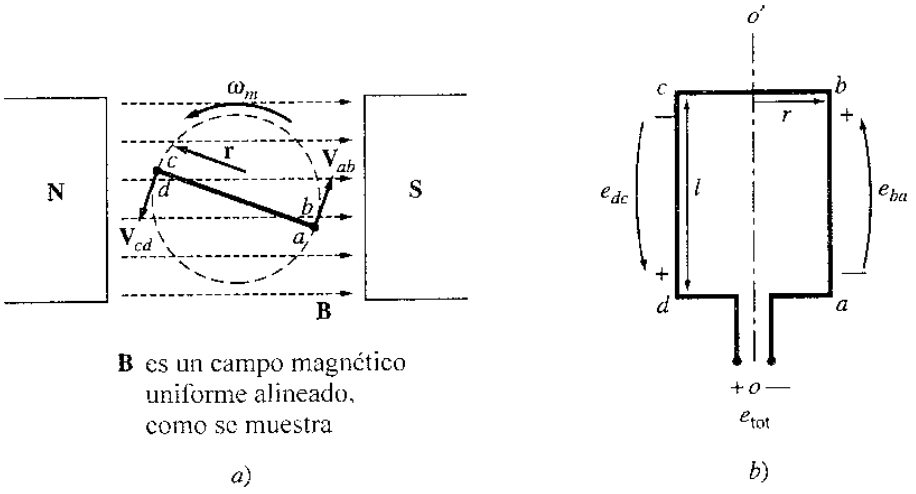


Figura 4-1
Espira sencilla que gira dentro de un campo magnético. *a*) Vista frontal. *b*) Vista de la bobina.

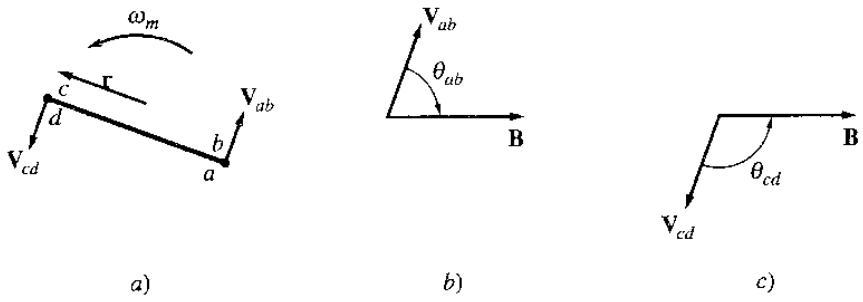


Figura 4-2
a) Velocidad y orientación de los lados de la espira respecto al campo magnético. *b)* Dirección de movimiento con respecto al campo magnético para el lado *ab*. *c)* Dirección del movimiento con respecto al campo magnético para el lado *cd*.

3. *Segmento cd.* En este segmento la velocidad del alambre es tangencial a la trayectoria de rotación, en tanto que el campo magnético **B** está dirigido hacia la derecha, como se muestra en la figura 4-2*c*.
   La cantidad $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ apunta hacia fuera de la página, dirección que es la misma del segmento *cd*. Entonces, el voltaje inducido en este segmento del alambre es

$$\begin{aligned} e_{dc} &= (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l} \\ &= vBl \operatorname{sen} \theta_{cd} \quad \text{hacia fuera de la página} \end{aligned} \tag{4-3}$$

4. *Segmento da.* Tal como en el segmento *bc*, $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ es perpendicular a **l**. Entonces, el voltaje en este segmento será también cero:

$$e_{ad} = 0 \tag{4-4}$$

El voltaje total inducido en la espira e_{ind} es la suma de los voltajes de cada uno de los lados:

$$\begin{aligned} e_{\text{ind}} &= e_{ba} + e_{cb} + e_{dc} + e_{ad} \\ &= vBl \operatorname{sen} \theta_{ab} + vBl \operatorname{sen} \theta_{cd} \end{aligned} \tag{4-5}$$

Nótese que $\theta_{ab} = 180° - \theta_{cd}$ y, recordando la identidad trigonométrica $\operatorname{sen} \theta = \operatorname{sen} (180° - \theta)$, el voltaje inducido es

$$e_{\text{ind}} = 2vBL \operatorname{sen} \theta \tag{4-6}$$

La figura 4-3 muestra el voltaje resultante e_{ind} como una función del tiempo.

Hay una forma alternativa para expresar la ecuación (4-6), que relaciona con claridad el comportamiento de una espira sencilla con el de las grandes máquinas ac reales. Para deducir esta expresión alternativa, se examina de nuevo la figura 4-2. Si la espira rota a una velocidad

angular constante ω, entonces el ángulo θ de la espira se incrementará linealmente con el tiempo. En otras palabras,

$$\theta = \omega t$$

Así mismo, la velocidad tangencial v de los laterales de la espira puede expresarse como

$$v = r\omega \tag{4-7}$$

donde r es el radio del eje de rotación medido desde el eje de la espira y ω es la velocidad angular de la espira. Sustituyendo esta expresión en la ecuación (4-6)

$$e_{\text{ind}} = 2r\omega Bl \operatorname{sen} \omega t \tag{4-8}$$

Nótese que, de la figura 4-1*b*, el área A de la espira es justamente igual a $2rl$. Entonces,

$$e_{\text{ind}} = AB\omega \operatorname{sen} \omega t \tag{4-9}$$

Finalmente, nótese que el flujo máximo a través de la espira ocurre cuando ésta es perpendicular a las líneas de flujo magnético. Este flujo es el producto del área de la superficie de la espira y la densidad de flujo a través de la espira.

$$\phi_{\text{máx.}} = AB \tag{4-10}$$

Por tanto, la forma final de la ecuación del voltaje es

$$\boxed{e_{\text{ind}} = \phi_{\text{máx.}}\omega \operatorname{sen} \omega t} \tag{4-11}$$

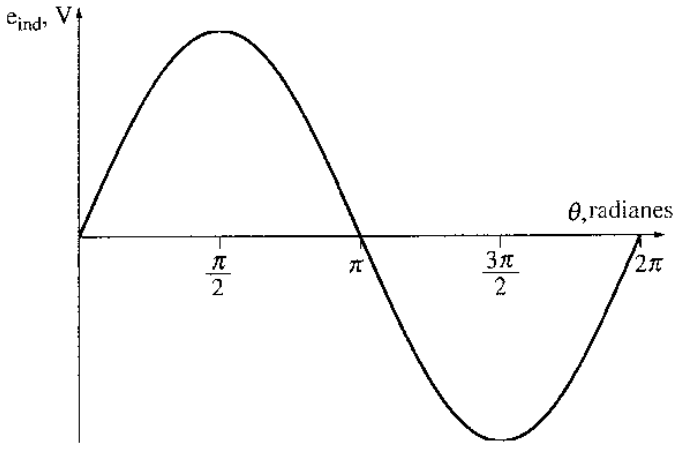


Figura 4-3
Gráfica de e_{ind} contra θ.

Así, *el voltaje generado en la espira es una sinusoide cuya magnitud es igual al producto del flujo dentro de la máquina y la velocidad de rotación de la máquina.* Esto también es cierto para las máquinas ac reales. En general, el voltaje de cualquier máquina real depende de tres factores:

1. El flujo en la máquina.
2. La velocidad de rotación
3. Una constante que representa la construcción de la máquina (número de espiras, etc.)

Par inducido en una espira que porta corriente

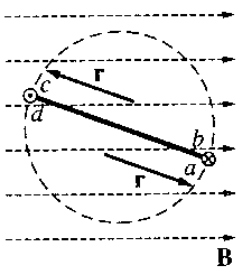
Ahora se supone que la espira que gira se encuentra a algún ángulo arbitrario θ con respecto al campo magnético, y que la corriente i fluye en la espira como se muestra en la figura 4-4. Si fluye corriente en la espira, se inducirá un par en los alambres de la misma. Para determinar la magnitud y dirección del par, se examina la figura 4-5. La fuerza ejercida sobre cada segmento de la espira está dada por la ecuación (1-43)

$$\mathbf{F} = i(\mathbf{l} \times \mathbf{B}) \tag{1-43}$$

donde i = magnitud de la corriente en el segmento
l = longitud del segmento, con su dirección definida como la del flujo de la corriente
$\mathbf{B}$ = vector de densidad de flujo magnético

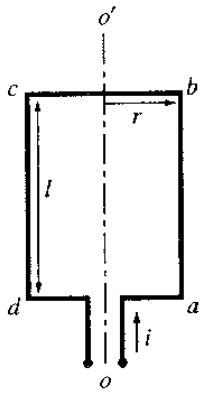
El par en ese segmento estará dado por

$$\begin{aligned} \tau &= (\text{fuerza aplicada})(\text{distancia perpendicular}) \\ &= (F)(r \operatorname{sen} \theta) \\ &= rF \operatorname{sen} \theta \end{aligned} \tag{1-6}$$



B es un campo magnético uniforme dirigido como se muestra. El símbolo x en el alambre indica que la corriente fluye hacia dentro de la página y el • en el alambre indica que la corriente fluye hacia fuera de la página.

a)



b)

Figura 4-4
Espira que porta corriente en un campo magnético uniforme. *a*) Vista frontal; *b*) vista de la espira.

donde θ es el ángulo comprendido entre el vector **r** y el vector **F**. La dirección del par sigue el sentido de las manecillas del reloj si tiende a causar rotación en ese sentido, y el sentido contrario a las manecillas del reloj si presenta esta tendencia.

1. *Segmento ab.* En este segmento, la dirección de la corriente va hacia dentro de la página, en tanto que el campo magnético **B** apunta hacia la derecha, como se muestra en la figura 4-5*a*. La cantidad **l** x **B** apunta hacia abajo. Entonces, la fuerza inducida en este segmento del alambre es

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= i(\mathbf{l} \times \mathbf{B}) \\ &= ilB \qquad \text{hacia abajo} \end{aligned}$$

El par resultante es

$$\begin{aligned} \tau_{ab} &= (F)\ (r \operatorname{sen} \theta_{ab}) \\ &= rilB \operatorname{sen} \theta_{ab} \qquad \text{en sentido de las manecillas del reloj} \end{aligned} \tag{4-12}$$

2. *Segmento bc.* En este segmento, la dirección de la corriente sigue el plano de la página, mientras que el campo magnético **B** apunta hacia la derecha, como se muestra en la figura 4-5*b*. La cantidad **l** x **B** apunta hacia dentro de la página. Entonces, la fuerza inducida en este segmento del alambre es

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= i(\mathbf{l} \times \mathbf{B}) \\ &= ilB \qquad \text{hacia dentro de la página} \end{aligned}$$

Para este segmento, el par resultante es 0 puesto que los vectores **r** y **l** son paralelos (ambos apuntan hacia la página), y el ángulo θ_{bc} es 0.

$$\begin{aligned} \tau_{bc} &= (F)\ (r \operatorname{sen} \theta_{bc}) \\ &= 0 \end{aligned} \tag{4-13}$$

3. *Segmento cd.* En este segmento, la dirección de la corriente va hacia fuera de la página, mientras que el campo magnético **B** apunta hacia la derecha, como se muestra en la figura 4-5*c*. La cantidad **l** x **B** apunta hacia arriba. Entonces, la fuerza inducida sobre ese segmento del alambre es

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= i(\mathbf{l} \times \mathbf{B}) \\ &= ilB \qquad \text{hacia arriba} \end{aligned}$$

El par resultante es

$$\begin{aligned} \tau_{cd} &= (F)\ (r \operatorname{sen} \theta_{cd}) \\ &= rilB \operatorname{sen} \theta_{cd} \qquad \text{en sentido de las manecillas del reloj} \end{aligned} \tag{4-14}$$

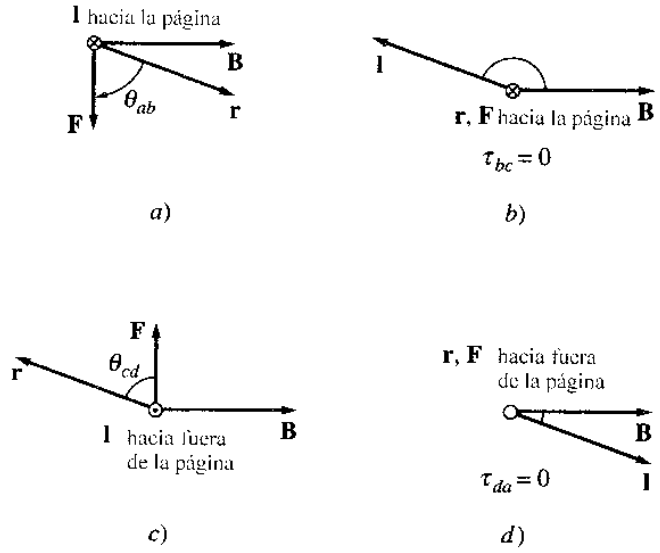


Figura 4-5

a) Obtención de la fuerza y el par en el segmento *ab*. *b)* Obtención de la fuerza y el par en el segmento *bc*. *c)* Obtención de la fuerza y el par en el segmento *cd*. *d)* Obtención de la fuerza y el par en el segmento *da*.

4. *Segmento da.* En este segmento, la dirección de la corriente sigue el plano de la página, mientras que el campo magnético **B** apunta hacia la derecha, como se muestra en la figura 4-5*d*. La cantidad **l** x **B** apunta hacia fuera de la página. Entonces, la fuerza inducida en este segmento del alambre es

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= i(\mathbf{l} \times \mathbf{B}) \\ &= ilB \qquad \text{hacia fuera de la página} \end{aligned}$$

Para este segmento, el par resultante es 0, puesto que los vectores **r** y **l** son paralelos (ambos apuntan hacia fuera de la página), y el ángulo θ_{da} es 0.

$$\begin{aligned} \tau_{da} &= (F)\ (r \operatorname{sen} \theta_{da}) \\ &= 0 \end{aligned} \tag{4-15}$$

El par total inducido en la espira T_{ind} es la suma de los pares ejercidos sobre cada uno de sus lados:

$$\begin{aligned} \tau_{\text{ind}} &= \tau_{ab} + \tau_{bc} + \tau_{cd} + \tau_{da} \\ &= rilB \operatorname{sen} \theta_{ab} + rilB \operatorname{sen} \theta_{cd} \end{aligned} \tag{4-16}$$

Nótese que $\theta_{ab} = \theta_{cd}$ por lo cual, el par inducido llega a ser

$$\tau_{\text{ind}} = 2rilB \operatorname{sen} \theta \tag{4-17}$$

El par resultante τ_{ind} se muestra en la figura 4-6, como función del ángulo. Nótese que el par es máximo cuando el plano de la espira es paralelo al campo magnético, y el par es cero, cuando el plano de la espira es perpendicular al campo magnético.

Existe una forma alternativa para expresar la ecuación (4-17), que relaciona claramente el comportamiento de la espira con el de las grandes máquinas ac reales. Para deducir esta expresión alternativa, se examina la figura 4-7. Si la corriente en la espira está dirigida como se muestra en la figura, esa corriente generará una densidad de flujo magnético $\mathbf{B}_{espira}$ con la dirección mostrada. La magnitud de $\mathbf{B}_{espira}$ será

$$B_{espira} = \frac{\mu i}{G}$$

donde G es un factor que depende de la geometría de la espira*. También, nótese que el área de la espira A es justamente igual a $2rl$. Sustituyendo estas dos ecuaciones en la ecuación (4-17), se obtiene

$$\tau_{ind} = \frac{AG}{\mu} B_{espira} B_S \operatorname{sen} \theta \tag{4-18}$$

$$= kB_{espira} B_S \operatorname{sen} \theta \tag{4-19}$$

donde $k = AG/\mu$ es un factor que depende de la construcción de la máquina, B_s es utilizada para representar el campo magnético estatórico y diferenciarlo del campo magnético generado por el rotor, y θ es el ángulo comprendido entre $\mathbf{B}_{espira}$ y $\mathbf{B}_s$. Mediante identidades trigonométricas puede probarse que el ángulo comprendido entre $\mathbf{B}_{espira}$ y $\mathbf{B}_s$ es igual al ángulo θ de la ecuación (4-17).

Tanto la magnitud como la dirección del par inducido pueden determinarse expresando la ecuación (4-19) como un producto cruzado:

$$\boxed{\tau_{ind} = k\mathbf{B}_{espira} \times \mathbf{B}_S} \tag{4-20}$$

Aplicando esta ecuación a la espira de la figura 4-7, se obtiene un vector de par dirigido hacia la página, lo cual indica que es un par en sentido de las manecillas del reloj, cuya magnitud está dada por la ecuación (4-19).

Entonces, *el par inducido en la espira es proporcional a la intensidad del campo magnético de la espira, a la intensidad del campo magnético externo a la espira y al seno del ángulo comprendido entre ellos.* Esto también es cierto en las máquinas reales ac. En general, en toda máquina real, el par depende de cuatro factores:

1. La intensidad del campo magnético del rotor
2. La intensidad del campo magnético externo
3. El seno del ángulo comprendido entre ellos
4. Una constante que representa la construcción de la máquina (geometría, etc.)

* Si la espira fuera circular, entonces $G = 2r$, donde r es el radio del círculo, y $B_{espira} = \mu\, i/2r$. Para una espira rectangular, el valor de G variará dependiendo de la relación entre longitud y ancho de la espira.

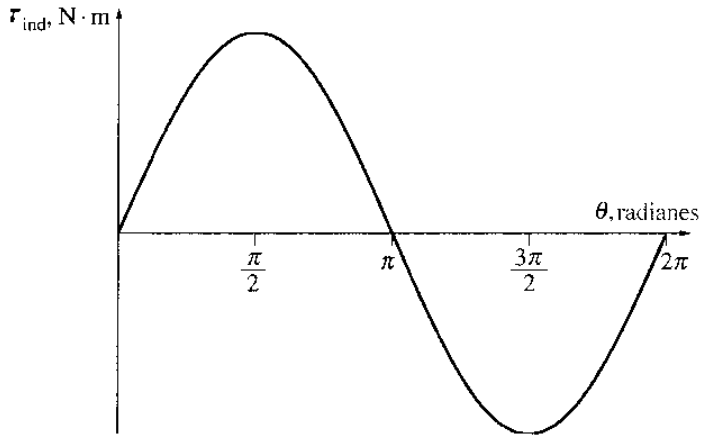
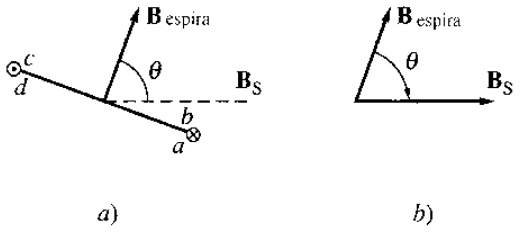


Figura 4-6
Gráfica de τ_{ind} contra θ.



a) *b*)

Figura 4-7
Derivación de la ecuación del par. *a*) La corriente en la espira produce una densidad de flujo magnético B_{espira} perpendicular al plano de la espira. *b*) Relación geométrica entre B_{espira} y B_S.

4-2 EL CAMPO MAGNÉTICO ROTACIONAL

En la sección 4.1 se demostró que si dos campos magnéticos están presentes en una máquina, se creará un par que tiende a alinearlos. Si un campo magnético es producido por el estator de una máquina ac y el otro es producido por el rotor, el par inducido en el rotor obligará a que éste gire para alinear los dos campos.

Si existe alguna forma de lograr que el campo magnético del estator rote, efectuará una "persecución" circular constante del campo magnético del estator debido al par inducido en el rotor. Esto, en breves palabras, es el principio básico de la operación de todo motor ac.

¿Qué puede hacerse para que rote el campo magnético del estator? El principio fundamental de operación de una máquina alterna es que *si un grupo de corrientes trifásicas, cada una de igual magnitud y desfasadas 120°, fluye en un devanado trifásico, se producirá un campo magnético rotacional de magnitud constante.* El devanado trifásico consiste en tres devanados separados, espaciados 120° eléctricos alrededor de la superficie de la máquina.

El concepto más sencillo de campo magnético rotacional lo ilustra un estator vacío que contiene justamente tres bobinas, cada una a 120° de las otras. (*véase* figura 4-8*a*). Puesto que

cada devanado produce sólo un polo norte y un polo sur magnéticos, es un devanado de dos polos.

Para entender el concepto de campo magnético rotacional, se aplicará un grupo de corrientes al estator de la figura 4-8 y se observará qué ocurre en diferentes instantes de tiempo. Se supone que las corrientes de los tres devanados están dadas por las ecuaciones

$$i_{aa'}(t) = I_M \operatorname{sen} \omega t \quad \text{A} \tag{4-21a}$$

$$i_{bb'}(t) = I_M \operatorname{sen} (\omega t - 120°) \quad \text{A} \tag{4-21b}$$

$$i_{cc'}(t) = I_M \operatorname{sen} (\omega t - 240°) \quad \text{A} \tag{4-21c}$$

La corriente del devanado aa' fluye hacia adentro del devanado por su extremo a y sale del devanado por su extremo a' produciendo una intensidad de campo magnético

$$\mathbf{H}_{aa'}(t) = H_M \operatorname{sen} \omega t \angle 0° \quad \text{A} \cdot \text{vuelta/m} \tag{4-22a}$$

donde 0° es el ángulo en el espacio del vector de intensidad de campo magnético, como se muestra en la figura 4-8*b*. La dirección del vector de intensidad de campo magnético $H_{aa'}(t)$ está dada por la regla de la mano derecha: si la curvatura de los dedos de la mano derecha coincide con la dirección del flujo de la corriente del devanado, el campo magnético resultante estará en la dirección del dedo pulgar. Nótese que la magnitud del vector de intensidad de campo magnético $H_{aa'}(t)$ varía sinusoidalmente en el tiempo, pero su dirección es constante. De igual manera, los vectores de intensidad de campo $\mathbf{H}_{bb'}(t)$ y $\mathbf{H}_{cc'}(t)$ son

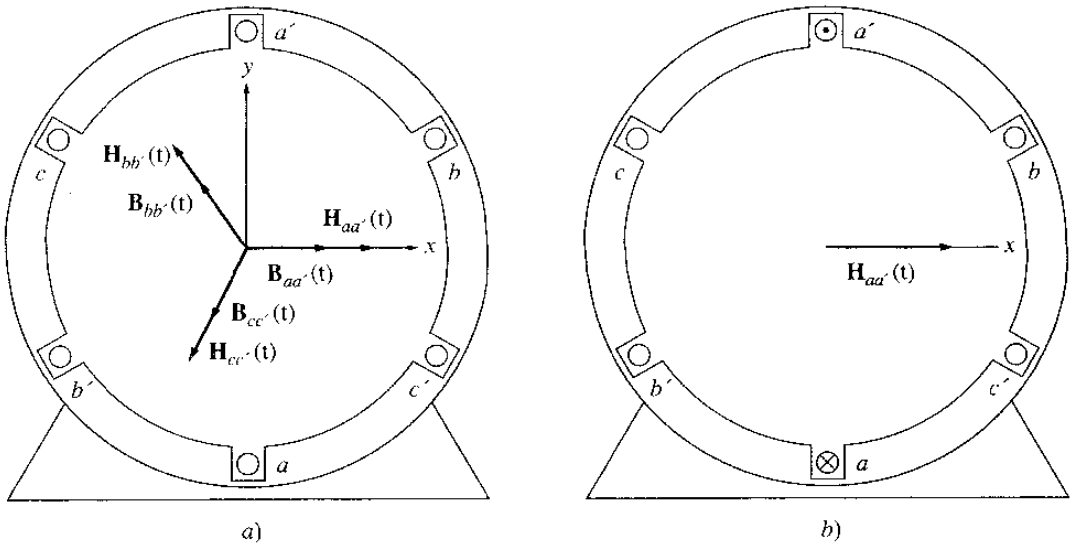


Figura 4-8

a) Estator trifásico sencillo. En este estator, las corrientes se suponen positivas si fluyen hacia adentro del devanado por el extremo no primado y salen de él por el extremo primado. Las intensidades de campo producidas por cada bobina también se muestran en la figura. *b*) El vector de intensidad de campo magnético $H_{aa'}(t)$ producido por la corriente que fluye en la bobina aa'.

$$\mathbf{H}_{bb'}(t) = H_M \operatorname{sen}(\omega t - 120°) \angle 120° \quad \text{A} \cdot \text{vuelta/m} \tag{4-22b}$$

$$\mathbf{H}_{cc'}(t) = H_M \operatorname{sen}(\omega t - 240°) \angle 240° \quad \text{A} \cdot \text{vuelta/m} \tag{4-22c}$$

Las densidades de flujo resultantes de estas intensidades de campo magnético están dadas por la ecuación (1-21):

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \tag{1-21}$$

y son

$$\mathbf{B}_{aa'}(t) = B_M \operatorname{sen} \omega t \angle 0° \quad \text{T} \tag{4-23a}$$

$$\mathbf{B}_{bb'}(t) = B_M \operatorname{sen}(\omega t - 120°) \angle 120° \quad \text{T} \tag{4-23b}$$

$$\mathbf{B}_{cc'}(t) = B_M \operatorname{sen}(\omega t - 240°) \angle 240° \quad \text{T} \tag{4-23c}$$

donde $B_M = \mu H_M$. Las corrientes y sus densidades de flujo correspondientes pueden ser examinadas en determinados momentos para determinar el campo magnético resultante en el estator.

Por ejemplo, en el momento $\omega t = 0°$, el campo magnético de la bobina aa' será

$$\mathbf{B}_{aa'} = 0 \tag{4-24a}$$

el campo magnético de la bobina bb' será

$$\mathbf{B}_{bb'} = B_M \operatorname{sen}(-120°) \angle 120° \tag{4-24b}$$

y el campo magnético de la bobina cc' será

$$\mathbf{B}_{cc'} = B_M \operatorname{sen}(-240°) \angle 240° \tag{4-24c}$$

El campo magnético total de las tres bobinas sumadas será

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_{\text{net}} &= \mathbf{B}_{aa'} + \mathbf{B}_{bb'} + \mathbf{B}_{cc'} \\ &= 0 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} B_M\right) \angle 120° + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} B_M\right) \angle 240° \\ &= 1.5 B_M \angle -90° \end{aligned}$$

El campo magnético resultante se muestra en la figura 4-9*a*.

Otro ejemplo, sería averiguar el campo magnético en el instante $\omega t = 90°$. En este momento las corrientes son

$$i_{aa'} = I_M \operatorname{sen} 90° \quad \text{A}$$

$$i_{bb'} = I_M \operatorname{sen}(-30°) \quad \text{A}$$

$$i_{cc'} = I_M \operatorname{sen}(-150°) \quad \text{A}$$

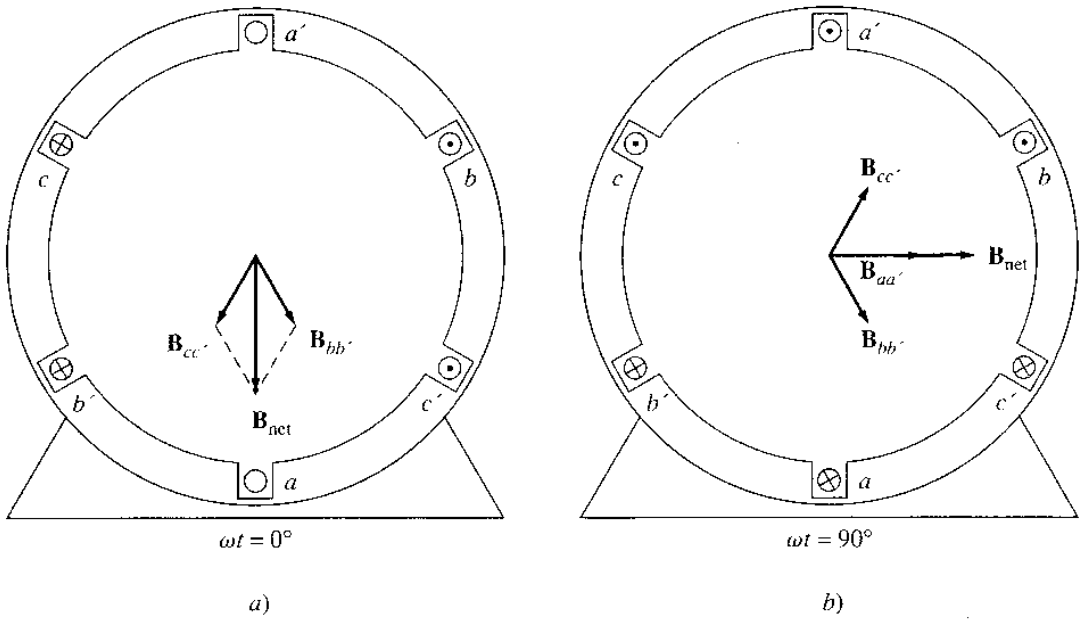


Figura 4-9
a) Vector de campo magnético en el estator durante el instante $\omega t = 0°$. *b*) Vector de campo magnético en el estator durante el instante $\omega t = 90°$.

$$i_{aa'} = I_M \operatorname{sen} 90° \quad \text{A}$$
$$i_{bb'} = I_M \operatorname{sen} (-30°) \quad \text{A}$$
$$i_{cc'} = I_M \operatorname{sen} (-150°) \quad \text{A}$$

y los campos magnéticos son

$$\mathbf{B}_{aa'} = B_M \angle 0°$$
$$\mathbf{B}_{bb'} = -0.5\, B_M \angle 120°$$
$$\mathbf{B}_{cc'} = -0.5\, B_M \angle 240°$$

El campo magnético resultante es

$$\begin{aligned}\mathbf{B}_{\text{net}} &= \mathbf{B}_{aa'} + \mathbf{B}_{bb'} + \mathbf{B}_{cc'} \\ &= B_M \angle 0° + (-0.5B_M) \angle 120° + (-0.5B_M) \angle 240° \\ &= 1.5\, B_M \angle 0°\end{aligned}$$

La figura 4-9b muestra el campo magnético resultante. Nótese que, aunque la *dirección* del campo magnético ha cambiado, la *magnitud* es constante. El campo magnético conserva magnitud constante mientras rota en dirección contraria de las manecillas del reloj.

Demostración del concepto de campo magnético rotacional

En cualquier tiempo t, el campo magnético tendrá la misma magnitud $1.5B_M$ y se mantiene en rotación a una velocidad angular ω. En seguida se hará una demostración de esta aseveración para todo tiempo t.

Haciendo referencia de nuevo al estator de la figura 4-8, según el sistema de coordenadas que se muestra, la dirección x es hacia la derecha y la dirección y es hacia arriba. El vector $\hat{\mathbf{x}}$ es el vector unitario en la dirección horizontal y el vector $\hat{\mathbf{y}}$ es el vector unitario en la dirección vertical. Para encontrar la densidad de flujo magnético total en el estator, simplemente se suman vectorialmente los tres campos magnéticos componentes y se determina la suma.

La densidad de flujo magnético neta en el estator está dada por

$$\begin{aligned}\mathbf{B}_{\text{net}}(t) &= \mathbf{B}_{aa'}(t) + \mathbf{B}_{bb'}(t) + \mathbf{B}_{cc'}(t) \\ &= B_M \operatorname{sen} \omega t \angle 0° + B_M \operatorname{sen} (\omega t - 120°) \angle 120° + B_M \operatorname{sen} (\omega t - 240°) \angle 240° \text{ T}\end{aligned}$$

Cada uno de los tres campos magnéticos componentes pueden ser descompuestos en sus componentes en x y en y.

$$\begin{aligned}\mathbf{B}_{\text{net}}(t) = {} & B_M \operatorname{sen} \omega t \, \hat{\mathbf{x}} \\ & - [0.5B_M \operatorname{sen} (\omega t - 120°)]\hat{\mathbf{x}} + \left[\frac{\sqrt{3}}{2} B_M \operatorname{sen} (\omega t - 120°)\right]\hat{\mathbf{y}} \\ & - [0.5B_M \operatorname{sen} (\omega t - 240°)]\hat{\mathbf{x}} - \left[\frac{\sqrt{3}}{2} B_M \operatorname{sen} (\omega t - 240°)\right]\hat{\mathbf{y}}\end{aligned}$$

Combinando las componentes en x y en y, se obtiene

$$\begin{aligned}\mathbf{B}_{\text{net}}(t) = {} & [B_M \operatorname{sen} \omega t - 0.5B_M \operatorname{sen}(\omega t - 120°) - 0.5B_M \operatorname{sen} (\omega t - 240°)]\hat{\mathbf{x}} \\ & + \left[\frac{\sqrt{3}}{2} B_M \operatorname{sen} (\omega t - 120°) - \frac{\sqrt{3}}{2} B_M \operatorname{sen} (\omega t - 240°)\right]\hat{\mathbf{y}}\end{aligned}$$

De acuerdo con las identidades trigonométricas de adición de ángulos,

$$\begin{aligned}\mathbf{B}_{\text{net}}(t) = {} & \left[B_M \operatorname{sen} \omega t + \frac{1}{4} B_M \operatorname{sen} \omega t + \frac{\sqrt{3}}{4} B_M \cos \omega t + \frac{1}{4} B_M \operatorname{sen} \omega t - \frac{\sqrt{3}}{4} B_M \cos \omega t\right]\hat{\mathbf{x}} \\ & + \left[-\frac{\sqrt{3}}{4} B_M \operatorname{sen} \omega t - \frac{3}{4} B_M \cos \omega t + \frac{\sqrt{3}}{4} B_M \operatorname{sen} \omega t - \frac{3}{4} B_M \cos \omega t\right]\hat{\mathbf{y}}\end{aligned}$$

$$\boxed{\mathbf{B}_{\text{net}}(t) = (1.5B_M \operatorname{sen} \omega t)\hat{\mathbf{x}} - (1.5B_M \cos \omega t)\hat{\mathbf{y}}} \qquad (4\text{-}25)$$

La ecuación (4-25) es la expresión final de la densidad de flujo magnético neta. Nótese que la magnitud del campo es la constante $1.5\,B_M$ y que el ángulo cambia constantemente en la dirección contraria de las manecillas del reloj, con velocidad angular ω. Nótese también que cuando $\omega t = 0°$, $\mathbf{B}_{net} = 1.5\,B_M \angle -90°$ y que cuando $\omega t = 90°$, $\mathbf{B}_{net} = 1.5\,B_M \angle 0°$. Estos resultados concuerdan con los de los ejemplos específicos ya examinados.

Relación entre la frecuencia eléctrica y la velocidad de rotación del campo magnético

La figura 4-10 muestra que el campo magnético rotacional en el estator se puede representar como un polo norte (por donde el flujo sale del estator) y un polo sur (por donde entra el flujo al estator). Estos polos magnéticos completan una rotación mecánica alrededor de la superficie del estator por cada ciclo eléctrico de la corriente aplicada. Entonces, la velocidad mecánica de rotación del campo magnético, en revoluciones por segundo, es igual a la frecuencia eléctrica en Hz:

$$f_e = f_m \quad \text{dos polos} \tag{4-26}$$

$$\omega_e = \omega_m \quad \text{dos polos} \tag{4-27}$$

Aquí f_m y ω_m son las velocidades mecánicas, en revoluciones por segundo y radianes por segundo, mientras que f_e y ω_e son las velocidades eléctricas en hertz y en radianes por segundo.

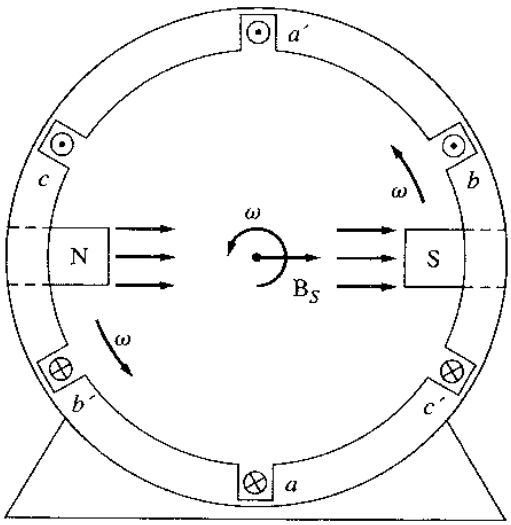


Figura 4-10
Campo magnético rotacional en un estator, representado como movimiento de polos norte y sur estatóricos.

Nótese que el orden de los devanados del estator bipolar de la figura 4-10 (tomado en sentido contrario al de las manecillas del reloj) es

$$a\text{-}c'\text{-}b\text{-}a'\text{-}c\text{-}b'$$

¿Qué ocurriría en el estator si este modelo se repitiera dos veces dentro de él? La figura 4-11*a* muestra tal estator. Así, el modelo de devanados (tomado en sentido opuesto al de las manecillas del reloj) es

$$a\text{-}c'\text{-}b\text{-}a'\text{-}c\text{-}b'\text{-}a\text{-}c'\text{-}b\text{-}a'\text{-}c\text{-}b'$$

el cual es justamente el modelo del estator anterior repetido dos veces. Cuando un grupo de corrientes trifásicas se aplica al estator, se producen *dos* polos norte y *dos* polos sur en el devanado estatórico, como se muestra en la figura 4-11*b*. En este devanado, un polo recorre sólo la mitad del camino alrededor de la superficie estatórica durante un ciclo eléctrico. Puesto que un ciclo eléctrico tiene 360 grados eléctricos y puesto que el movimiento mecánico es 180 grados mecánicos, la relación entre el ángulo eléctrico θ_e y el ángulo mecánico θ_m en este estator es

$$\theta_e = 2\theta_m \tag{4-28}$$

Entonces, para el devanado de cuatro polos, la frecuencia eléctrica de la corriente es dos veces la frecuencia mecánica de rotación:

$$f_e = 2f_m \quad \text{cuatro polos} \tag{4-29}$$

$$\omega_e = 2\omega_m \quad \text{cuatro polos} \tag{4-30}$$

En general, si el número de polos magnéticos del estator de una máquina ac es P, entonces hay $P/2$ repeticiones de la secuencia de los devanados *a-c'-b-a'-c-b'* alrededor de su superficie interior, y las cantidades eléctrica y mecánica en el estator están relacionadas por

$$\theta_e = \frac{P}{2}\theta_m \tag{4-31}$$

$$\boxed{f_e = \frac{P}{2}f_m} \tag{4-32}$$

$$\boxed{\omega_e = \frac{P}{2}\omega_m} \tag{4-33}$$

Así mismo, puesto que $f_m = n_m/60$, es posible relacionar la frecuencia eléctrica, en hertz, con la velocidad mecánica resultante de los campos magnéticos, en revoluciones por minuto. Esta relación es

$$f_e = \frac{n_m P}{120} \tag{4-34}$$

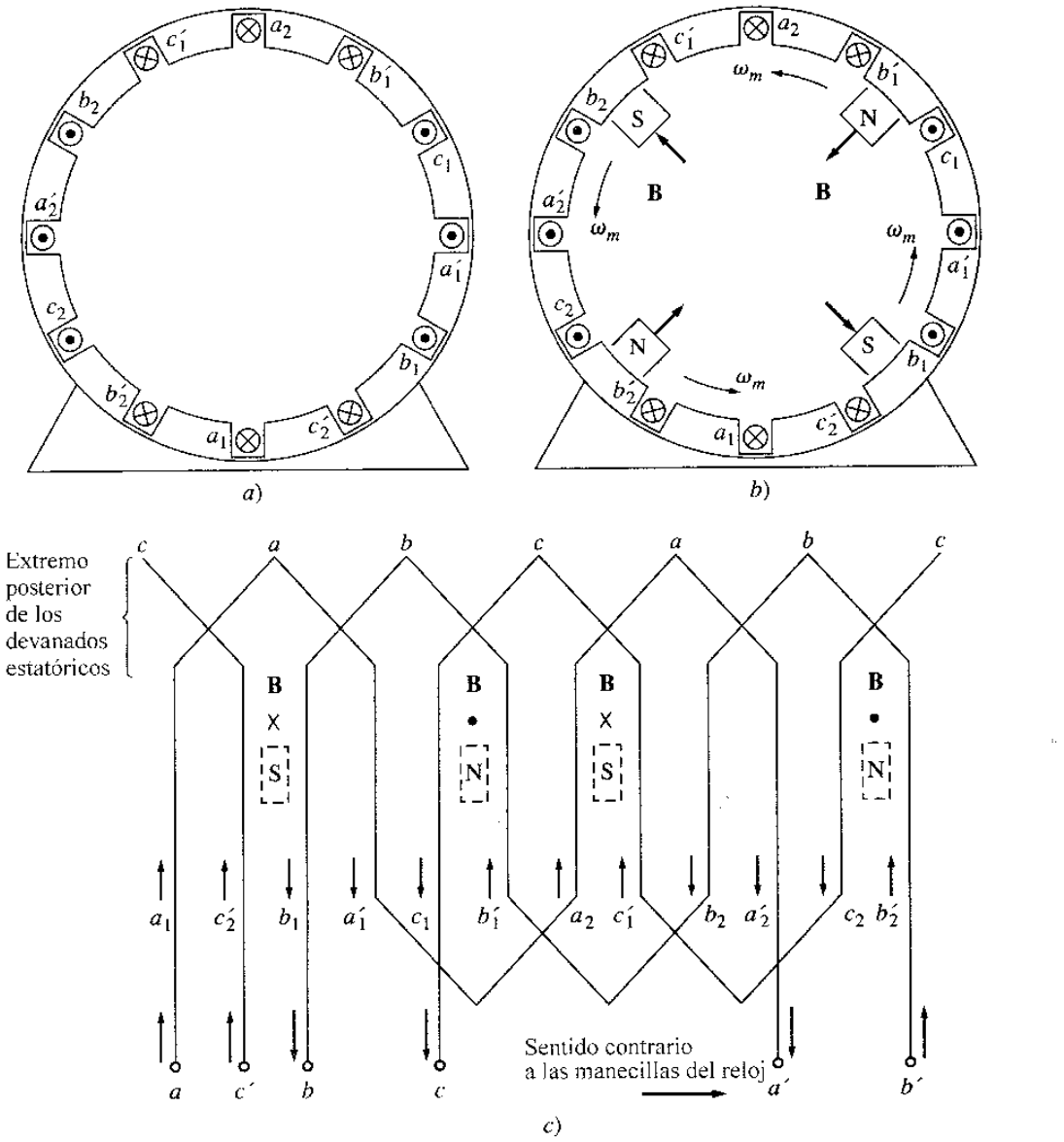


Figura 4-11
a) Devanado estatórico sencillo, de cuatro polos. *b*) Polos magnéticos estatóricos resultantes. Nótese que hay polos en movimiento, de polaridad alterna cada 90° alrededor de la superficie estatórica. *c*) Diagrama del devanado estatórico como se vería desde su superficie interior, que muestra cómo las corrientes estatóricas producen polos magnéticos norte y sur.

Inversión de la dirección de rotación del campo magnético

Otro hecho interesante puede observarse en el campo magnético resultante. *Si se intercambia la corriente de dos de los tres devanados, se invertirá la dirección de rotación del campo magné-*

tico. Esto significa que es posible invertir la dirección de rotación de un motor ac conmutando justamente las conexiones de dos de sus tres devanados. Este resultado se verifica en seguida.

Para demostrar que se invierte la dirección de rotación, se conmutan las fases bb' y cc' en la figura 4-8 y se calcula la densidad de flujo resultante, $\mathbf{B}_{net}$.

La densidad de flujo magnético en el estator está dada por

$$\begin{aligned}\mathbf{B}_{net}(t) &= \mathbf{B}_{aa'}(t) + \mathbf{B}_{bb'}(t) + \mathbf{B}_{cc'}(t) \\ &= B_M \operatorname{sen}\omega t \angle 0° + B_M \operatorname{sen}(\omega t - 240°) \angle 120° + B_M \operatorname{sen}(\omega t - 120°) \angle 240° \quad \text{T}\end{aligned}$$

Cada uno de los tres campos magnéticos componentes puede descomponerse ahora en sus componentes en x y en y:

$$\begin{aligned}\mathbf{B}_{net}(t) &= B_M \operatorname{sen}\omega t\,\hat{\mathbf{x}} \\ &\quad - [0.5B_M \operatorname{sen}(\omega t - 240°)]\hat{\mathbf{x}} + \left[\frac{\sqrt{3}}{2} B_M \operatorname{sen}(\omega t - 240°)\right]\hat{\mathbf{y}} \\ &\quad - [0.5B_M \operatorname{sen}(\omega t - 120°)]\hat{\mathbf{x}} - \left[\frac{\sqrt{3}}{2} B_M \operatorname{sen}(\omega t - 120°)\right]\hat{\mathbf{y}}\end{aligned}$$

Combinando las componentes en x y en y, se obtiene

$$\begin{aligned}\mathbf{B}_{net}(t) &= [B_M \operatorname{sen}\omega t - 0.5B_M \operatorname{sen}(\omega t - 240°) - 0.5B_M \operatorname{sen}(\omega t - 120°]\hat{\mathbf{x}} \\ &\quad + \left[\frac{\sqrt{3}}{2} B_M \operatorname{sen}(\omega t - 240°) - \frac{\sqrt{3}}{2} B_M \operatorname{sen}(\omega t - 120°)\right]\hat{\mathbf{y}}\end{aligned}$$

De acuerdo con las identidades trigonométricas de adición de ángulos,

$$\begin{aligned}\mathbf{B}_{net}(t) &= \left[B_M \operatorname{sen}\omega t + \frac{1}{4}B_M \operatorname{sen}\omega t - \frac{\sqrt{3}}{4}B_M \cos\omega t + \frac{1}{4}B_M \operatorname{sen}\omega t + \frac{\sqrt{3}}{4}B_M \cos\omega t\right]\hat{\mathbf{x}} \\ &\quad + \left[-\frac{\sqrt{3}}{4}B_M \operatorname{sen}\omega t + \frac{3}{4}B_M \cos\omega t + \frac{\sqrt{3}}{4}B_M \operatorname{sen}\omega t + \frac{3}{4}B_M \cos\omega t\right]\hat{\mathbf{y}}\end{aligned}$$

$$\boxed{\mathbf{B}_{net}(t) = (1.5B_M \operatorname{sen}\omega t)\hat{\mathbf{x}} + (1.5B_M \cos\omega t)\hat{\mathbf{y}}} \tag{4-35}$$

Esta vez el campo magnético tiene la misma magnitud, pero rota en dirección de las manecillas del reloj. Entonces, *conmutando las corrientes en dos de las fases del estator, se invierte la dirección de rotación del campo magnético en la máquina de corriente alterna.*

Ejemplo 4-1 Cree un programa MATLAB que modele el comportamiento de un campo magnético rotacional en el estator trifásico mostrado en la figura 4-9.

Solución. La geometría de las espiras del estator es fija, como muestra la figura 4-9. Las corrientes en las espiras son

$$i_{aa'}(t) = I_M \operatorname{sen} \omega t \quad \text{A} \tag{4-21a}$$

$$i_{bb'}(t) = I_M \operatorname{sen} (\omega t - 120°) \quad \text{A} \tag{4-21b}$$

$$i_{cc'}(t) = I_M \operatorname{sen} (\omega t - 240°) \quad \text{A} \tag{4-21c}$$

y las densidades de flujo magnético resultantes son

$$\mathbf{B}_{aa'}(t) = B_M \operatorname{sen} \omega t \angle 0° \quad \text{T} \tag{4-23a}$$

$$\mathbf{B}_{bb'}(t) = B_M \operatorname{sen} (\omega t - 120°) \angle 120° \quad \text{T} \tag{4-23b}$$

$$\mathbf{B}_{cc'}(t) = B_M \operatorname{sen} (\omega t - 240°) \angle 240° \quad \text{T} \tag{4-23c}$$

$$\phi = 2rlB = dlB$$

Un sencillo programa de MATLAB que grafica $\mathbf{B}_{aa'}$, $\mathbf{B}_{bb'}$, $\mathbf{B}_{cc'}$ y $\mathbf{B}_{net}$ como función del tiempo se muestra a continuación:

```
% Archivo M: mag_field.m
% Archivo M para calcular el campo magnético neto producido
% por un estator trifásico
% Establezca las condiciones básicas
bmax = 1;          % normalice bmax a 1
freq = 60;         % 60 Hz
w = 2*pi*freq;     % Velocidad angular (rad/s)

% Primero, genere las tres componentes del campo magnético
t = 0:1/6000:1/60;
Baa = sin(w*t) .* (cos (0) + j*sin(0));
Bbb = sin (w*t-2*pi/3) .* (cos(2*pi/3) + J*sin(2*pi/3);
Bcc = sin(w*t+2*pi/3) .* (cos(-2*pi/3) + j*sin(-2*pi/3));

% Calcule Bnet
Bnet = Baa + Bbb + Bcc;

% Calcule un círculo representando el valor máximo
% esperado de Bnet
% circle = 1.5 * (cos(w*t) + j*sin(w*t));
% Dibuje la magnitud y dirección del campo magnético resultante.
% Note que Baa es negro, Bbb azul, Bcc magenta, y Bnet es rojo
for ii = 1: length (t)

  % Dibuje el círculo de referencia
plot(circle,'k');
hold on;

% Dibuje los cuatro campos magnéticos
plot ([0 real(Baa(ii))], [0 imag(Baa(ii))],'k','LineWidth',2);
```

```
plot ([0 real(Bbb(ii))], [0 imag(Bbb(ii))],'b','LineWidth',2);
plot ([0 real(Bcc(ii))], [0 imag(Bcc(ii))],'m','LineWidth',2);
plot ([0 real(Bnet(ii))], [0 imag(Bnet(ii))],'r','LineWidth',3);
axis square;
axis ([-2 2 -2 2]);
drawnow;
hold off;

end
```

Cuando este programa es ejecutado, dibuja líneas correspondientes a los tres campos magnéticos componentes, así como una línea que corresponde al campo magnético neto. Ejecute este programa y observe la conducta de $\mathbf{B}_{net}$. ●

Una versión más sofisticada de este programa, que aprovecha la interfaz gráfica del MATLAB, está disponible en el sitio del libro en la Red.

4-3 FUERZA MAGNETOMOTRIZ Y DISTRIBUCIÓN DE FLUJO EN MÁQUINAS AC

En la sección 4-2 se estudió el flujo producido dentro de una máquina ac, como si estuviera en el espacio libre. Se supuso que la dirección de la densidad de flujo producida por una bobina de alambre es perpendicular al plano de la bobina, y la dirección del flujo está dada por la regla de la mano derecha.

En una máquina real, el flujo no se comporta de manera tan sencilla como se supuso, puesto que hay un rotor de material ferromagnético en el centro de la máquina, y un pequeño entrehierro entre el rotor y el estator. El rotor puede ser cilíndrico, como el mostrado en la figura 4-12*a*, o puede tener caras polares proyectadas hacia fuera desde su superficie, como se muestra en la figura 4-12*b*. Si el rotor es cilíndrico, se dice que la máquina es de *polos no salientes*; si el rotor tiene caras polares proyectadas hacia fuera de él, se dice que la máquina es de *polos salientes*. Las máquinas con rotores cilíndricos o de polos no salientes son más fáciles de entender y analizar que las máquinas de polos salientes. En este texto, el análisis se restringirá a las máquinas con rotores cilíndricos. Las máquinas con polos salientes se examinan brevemente en el apéndice C y más en detalle en las referencias 1 y 2.

Respecto a la máquina de rotor cilíndrico de la figura 4-12*a*, la reluctancia del entrehierro es mucho mayor que las reluctancias del rotor o del estator, por tanto, *el vector de densidad de flujo* **B** *toma el camino más corto posible a través del entrehierro* y salta perpendicularmente entre el rotor y el estator.

Para producir un voltaje sinusoidal en una máquina como ésta, *la magnitud del vector de densidad de flujo* **B** *debe variar en forma senusoidal* a lo largo de la superficie del entrehierro. La densidad de flujo variará sinusoidalmente sólo si la intensidad de campo magnético **H** (y la fuerza magnetomotriz $\mathcal{F}$) varía de manera sinusoidal a lo largo de la superficie del entrehierro (*véase* figura 4-13).

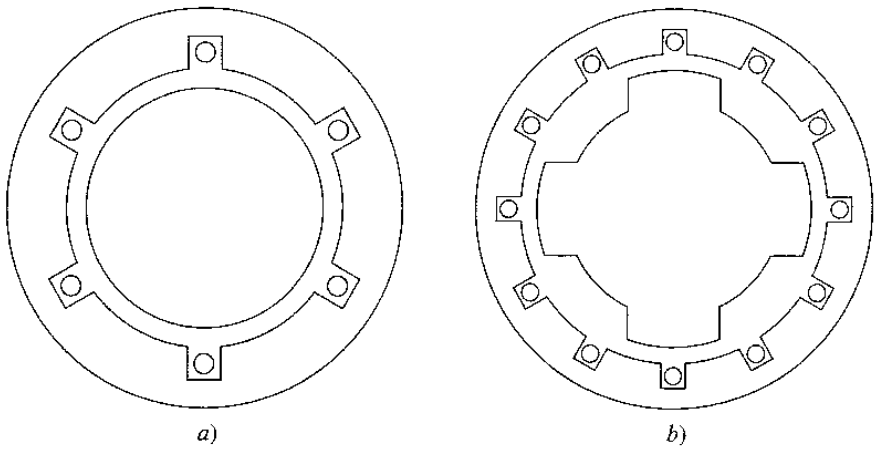


Figura 4-12
a) Máquina de corriente alterna con rotor cilíndrico o de polos no salientes. *b*) Máquina de corriente alterna con rotor de polos salientes.

El método más sencillo para obtener una variación sinusoidal de la fuerza magnetomotriz a lo largo de la superficie del entrehierro consiste en, distribuir las vueltas del devanado, productor de la fuerza magnetomotriz, en ranuras espaciadas muy cercanas alrededor de la superficie de la máquina y variar el número de conductores en cada ranura, de manera senoidal. La figura 4-14*a* muestra tal devanado, y la figura 4-14*b* muestra la fuerza magnetomotriz resultante del devanado. El número de conductores en cada ranura está dado por la ecuación

$$n_C = N_C \cos \alpha \tag{4-36}$$

donde N_C es el número de conductores en un ángulo de 0°. Como se muestra en la figura 4-14*b*, esta distribución de conductores produce una aproximación muy cercana a una distribución sinusoidal de fuerza magnetomotriz. Además, cuanto más ranuras haya alrededor de la superficie de la máquina y estén muy cerca una de otra, se obtendrá mayor aproximación.

En la práctica, no es posible distribuir los devanados exactamente de acuerdo con la ecuación (4-36), puesto que la máquina real tiene un número finito de ranuras y sólo se pueden incluir en cada ranura números enteros de conductores. La distribución de fuerza magnetomotriz resultante es aproximadamente senoidal y estarán presentes componentes armónicas de orden superior. Se utilizan devanados de paso fraccionado para suprimir estas componentes armónicas no deseadas, como se explica en el apéndice B-1.

Además, con frecuencia es conveniente que el diseñador de la máquina incluya igual número de conductores en cada ranura en lugar de variar el número de acuerdo con la ecuación (4-36). En el apéndice B-2 se describen devanados de este tipo, cuyas componentes armónicas de orden superior son más fuertes que los devanados diseñados de acuerdo con la ecuación (4-36). Las técnicas de supresión de armónicas del apéndice B-1 son especialmente importantes para tales devanados.

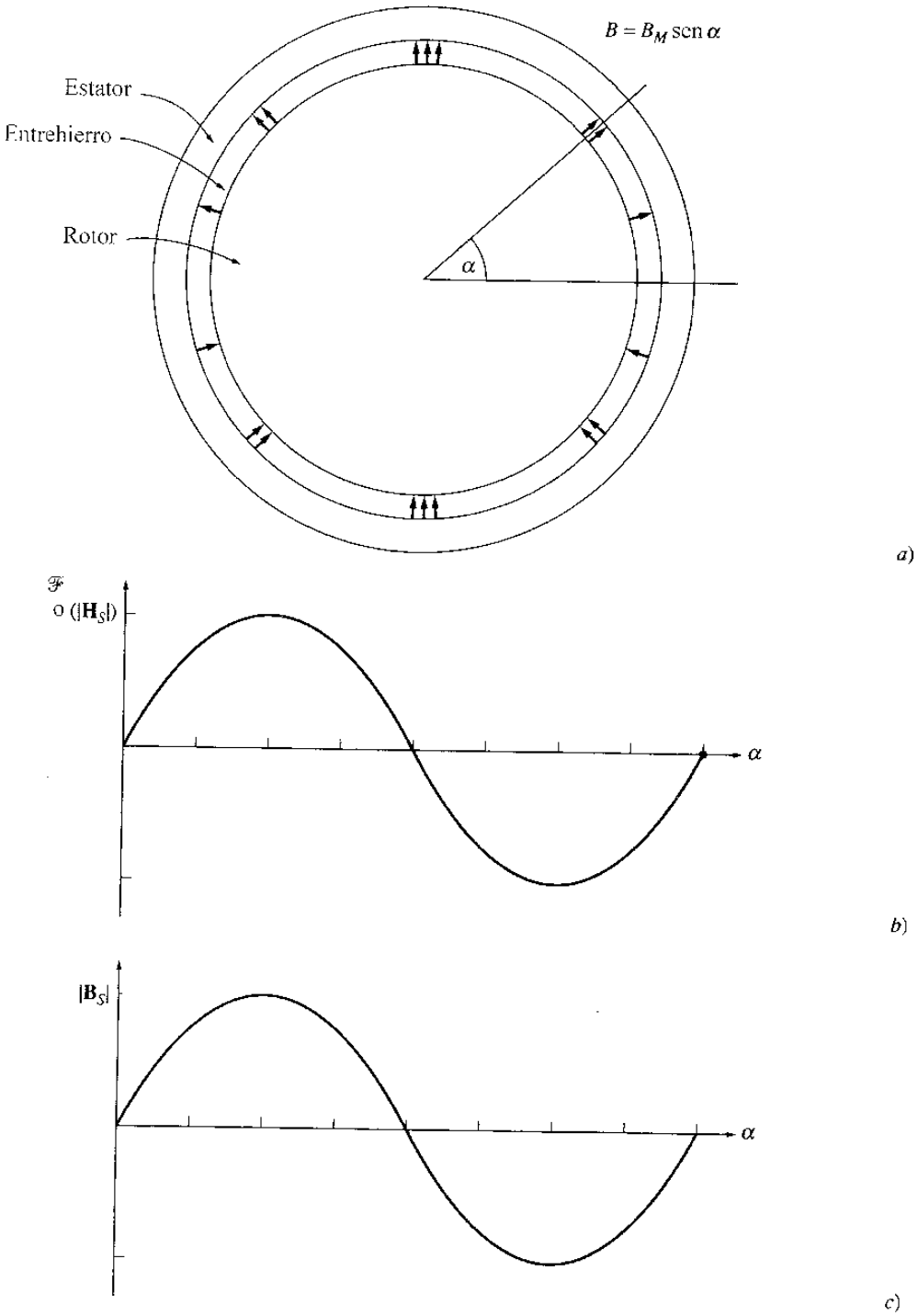
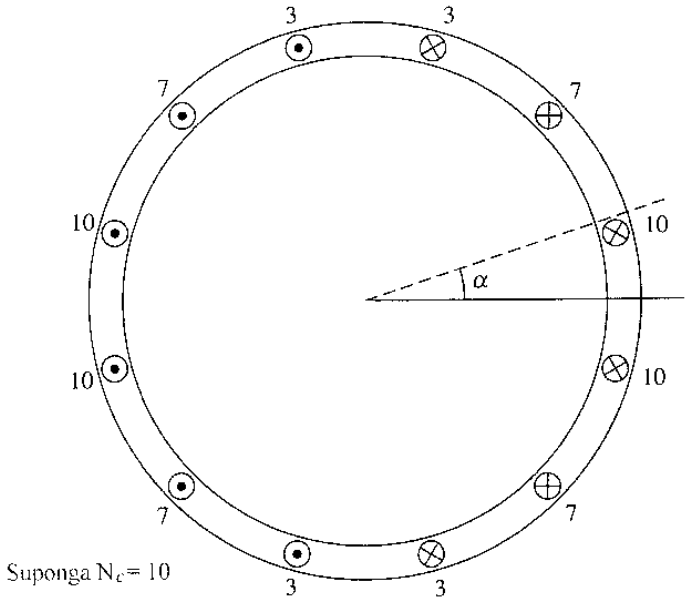
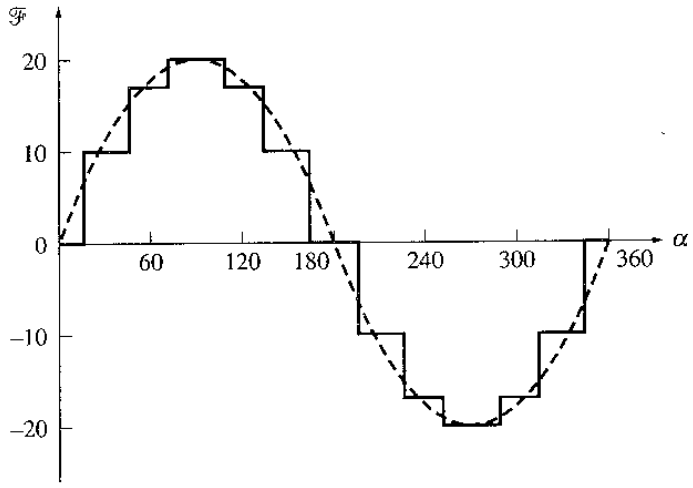


Figura 4-13

a) Rotor cilíndrico cuya densidad de flujo varía sinusoidalmente en el entrehierro. *b*) Fuerza magnetomotriz o intensidad de campo magnético como función del ángulo α en el entrehierro. *c*) Densidad de flujo como función del ángulo α en el entrehierro.



a)



b)

Figura 4-14
a) Máquina ac con devanado estatórico distribuido diseñado para producir una densidad de flujo que varía sinusoidalmente en el entrehierro. El número de conductores en cada ranura se indica en el diagrama. *b*) Distribución de la fuerza magnetomotriz resultante del devanado, comparada con una distribución ideal.

4-4 VOLTAJE INDUCIDO EN MÁQUINAS AC

Así como un conjunto de corrientes trifásicas en el estator puede producir un campo magnético rotacional, un campo magnético rotacional puede producir un conjunto trifásico de voltajes en

los devanados del estator. Las ecuaciones que gobiernan el voltaje inducido en un estator trifásico se desarrollarán en esta sección. Para hacer más fácil su desarrollo, se comenzará por mirar sólo una bobina de una sola vuelta y, los resultados se extenderán a un estator trifásico más general.

Voltaje inducido en una bobina de un estator de dos polos

La figura 4-15 muestra un rotor con campo magnético distribuido sinusoidalmente, que *gira* en el centro de una bobina *estacionaria.* Nótese que ésta es la situación inversa a la estudiada en la sección 4-1, que involucra un campo magnético estacionario y una espira rotante.

Se supondrá que la magnitud del vector de densidad de flujo **B** en el entrehierro, entre el rotor y el estator, varía sinusoidalmente en un ángulo mecánico, en tanto que la dirección de **B** siempre se dirige radialmente hacia afuera. Esta clase de distribución de flujo es la ideal, a la que aspiran los diseñadores de máquinas (lo que ocurre cuando no la obtienen, será descrito en la siguiente sección). Si α es el ángulo medido desde la dirección de la densidad de flujo pico del rotor, la magnitud del vector de densidad de flujo **B** en un punto alrededor del *rotor* está dada por

$$B = B_M \cos \alpha \tag{4-37a}$$

Nótese que en algunos sitios alrededor del entrehierro, el vector de densidad de flujo apuntará realmente hacia adentro del rotor. En estos sitios, el signo de la ecuación (4-37*a*) es negativo. Puesto que el rotor gira dentro del estator a una velocidad angular ω_m, la magnitud del vector de densidad de flujo **B** a cualquier ángulo α alrededor del *estator* está dada por

$$\boxed{B = B_M \cos(\omega t - \alpha)} \tag{4-37b}$$

La ecuación para el voltaje inducido en un alambre es

$$e = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l} \tag{1-45}$$

donde $\mathbf{v}$ = velocidad *relativa* del alambre *al campo magnético*
$\mathbf{B}$ = vector de densidad de flujo magnético
$\mathbf{l}$ = longitud del conductor en el campo magnético

Sin embargo, esta ecuación se dedujo para el caso de un *alambre que se mueve en un campo magnético estacionario.* En este caso, el alambre es estacionario y el campo magnético es móvil, de modo que la ecuación no se aplica directamente. Para utilizarla, debemos estar en un marco de referencia donde el campo magnético sea estacionario. Al "sentarse en el campo magnético" y éste parezca estacionario, los lados de la bobina parecerán ir a una velocidad $\mathbf{v}_{rel}$ y la ecuación podrá ser aplicada. La figura 4-15*b* muestra el vector de campo magnético y las velocidades desde el punto de vista de un campo magnético estacionario y un alambre móvil.

El voltaje total inducido en la bobina será la suma de los voltajes inducidos en cada uno de sus cuatro lados. Estos voltajes están determinados como sigue:

1. *Segmento ab.* Para el segmento *ab*, $\alpha = 180°$. Suponiendo que **B** está dirigida radialmente hacia afuera del rotor, el ángulo comprendido entre **v** y **B** en el segmento *ab* tiene 90°, en tanto que la cantidad **v** × **B** sigue la dirección de **l**, tal que,

$$\begin{aligned} e_{ba} &= (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l} \\ &= vBl \quad \text{dirigida hacia fuera de la página} \\ &= -v[B_M \cos(\omega_m t - 180°)]l \\ &= -vB_M l \cos(\omega_m t - 180°) \end{aligned} \tag{4-38}$$

donde el signo menos se debe a que el voltaje crece con polaridad opuesta a la polaridad supuesta.

2. *Segmento bc.* El voltaje de este segmento es cero puesto que la cantidad vectorial **v** × **B** es perpendicular a **l**; entonces

$$e_{cb} = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l} = 0 \tag{4-39}$$

3. *Segmento cd.* Para este segmento, el ángulo $\alpha = 0°$. Si **B** está dirigida radialmente hacia fuera del rotor, el ángulo comprendido entre **v** y **B** en el segmento *cd* tiene 90°, en tanto que la cantidad **v** × **B** sigue la dirección de **l**; entonces

$$\begin{aligned} e_{dc} &= (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l} \\ &= vBl \quad \text{dirigida hacia fuera de la página} \\ &= v(B_M \cos \omega_m t)l \\ &= vB_M l \cos \omega_m t \end{aligned} \tag{4-40}$$

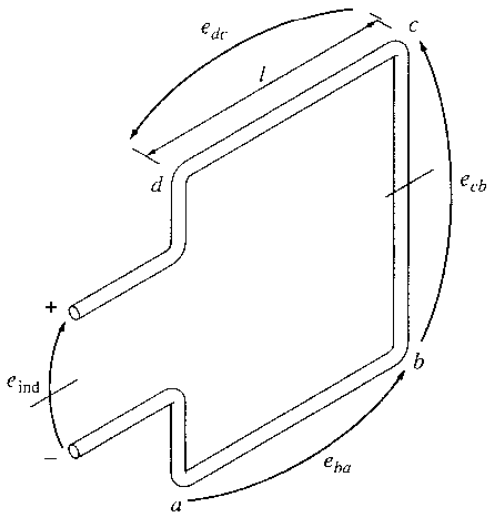
4. *Segmento da.* El voltaje en el segmento *da* es cero puesto que la cantidad vectorial **v** × **B** es perpendicular a **l**; entonces

$$e_{ad} = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l} = 0 \tag{4-41}$$

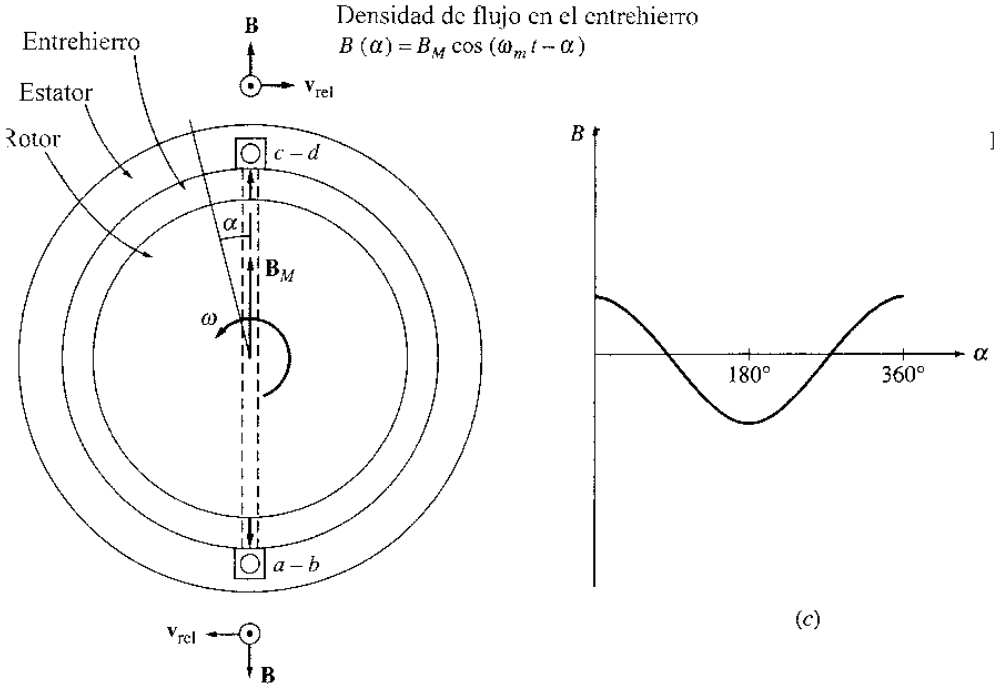
Por tanto, el voltaje total en la bobina será

$$\begin{aligned} e_{\text{ind}} &= e_{ba} + e_{dc} \\ &= -vB_M l \cos(\omega_m t - 180°) + vB_M l \cos \omega_m t \end{aligned} \tag{4-42}$$

Puesto que $\cos \theta = -\cos(\theta - 180°)$,



a)



b) *c)*

Figura 4-15

a) Campo magnético del rotor dentro de una bobina estatórica estacionaria. Detalle de la bobina. *b)* Vectores de densidad de flujo magnético y de velocidad a los lados de la bobina. Las velocidades se muestran desde un marco de referencia en el cual el campo magnético es estacionario. *c)* Distribución de densidad de flujo en el entrehierro.

$$e_{\text{ind}} = vB_M l \cos \omega_m t + vB_M l \cos \omega_m t$$
$$= 2vB_M l \cos \omega_m t \tag{4-43}$$

Como la velocidad de los conductores de los extremos está dada por $v = r\omega_m$, la ecuación (4-43) puede rescribirse como:

$$e_{\text{ind}} = 2(r\omega_m)B_M l \cos \omega_m t$$
$$= 2rlB_M \omega_m \cos \omega_m t$$

Por último, el flujo que pasa a través de la bobina puede expresarse como $\phi = 2rlB_m$ (*véase* el ejercicio (4-7), mientras que $\omega_m = \omega_e = \omega$ para un estator de dos polos, tal que el voltaje inducido puede ser expresado como

$$\boxed{e_{\text{ind}} = \phi\omega \cos \omega t} \tag{4-44}$$

La ecuación (4-44) describe el voltaje inducido en una bobina de una sola vuelta. Si la bobina en el estator tiene N_C vueltas de alambre, entonces el voltaje total inducido en la bobina será

$$\boxed{e_{\text{ind}} = N_C \phi\omega \cos \omega t} \tag{4-45}$$

Nótese que el voltaje producido en el devanado del estator de esta máquina ac sencilla es sinusoidal y su amplitud depende del flujo ϕ en la máquina, de la velocidad angular ω del rotor y de una constante que depende de la construcción de la máquina (N_C, en este caso sencillo). Este resultado es igual al obtenido para la espira rotacional sencilla de la sección 4-1.

Nótese que la ecuación (4-45) contiene el término cos ωt en lugar del término sen ωt encontrado en algunas de las otras ecuaciones en este capítulo. El término coseno no tiene un significado especial comparado con el de seno; aquél resultó de nuestra elección de la dirección de referencia para α en este desarrollo. Si la dirección de referencia para α se hubiese rotado 90°, habríamos obtenido el término sen ωt.

Voltaje inducido en un conjunto trifásico de bobinas

Si *tres bobinas* de N_C vueltas cada una están colocadas alrededor del campo magnético del rotor, como se muestra en la figura 4-16, entonces los voltajes inducidos en cada una de ellas tendrán la misma magnitud, pero la diferencia de fase será 120°. Los voltajes resultantes en cada una de las tres bobinas son

$$e_{aa'}(t) = N_C \phi\omega \operatorname{sen} \omega t \quad \text{V} \tag{4-46a}$$

$$e_{bb'}(t) = N_C \phi\omega \operatorname{sen}(\omega t - 120°) \quad \text{V} \tag{4-46b}$$

$$e_{cc'}(t) = N_C \phi\omega \operatorname{sen}(\omega t - 240°) \quad \text{V} \tag{4-46c}$$

En consecuencia, un grupo trifásico de corrientes puede generar un campo magnético uniforme rotacional, en el estator de una máquina, y un campo magnético uniforme rotacional puede generar un grupo trifásico de voltajes en tal estator.

Voltaje RMS en un estator trifásico

El voltaje pico en cualquier fase de un estator trifásico de este tipo es

$$E_{\text{máx.}} = N_C \, \phi\omega \tag{4-47}$$

Puesto que $\omega = 2\pi f$, esta ecuación puede escribirse también como

$$E_{\text{máx.}} = 2\pi N_C \, \phi f \tag{4-48}$$

De esta forma, el voltaje rms de cualquier fase de este estator trifásico es

$$E_A = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} N_C \phi f \tag{4-49}$$

$$\boxed{E_A = \sqrt{2}\pi N_C \phi f} \tag{4-50}$$

El voltaje rms en los *terminales* de la máquina dependerá de si el estator está conectado en Y o en Δ. Si la máquina está conectada en Y, el voltaje en los terminales será $\sqrt{3}E_A$; si la máquina está conectada en Δ, el voltaje en los terminales será justamente igual a E_A.

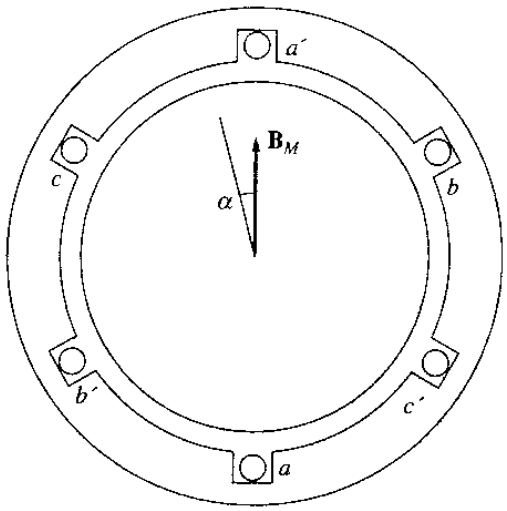


Figura 4-16
Producción de voltajes trifásicos con bobinas espaciadas 120°.

Ejemplo 4-2 Del generador sencillo de dos polos de la figura 4-16, se conoce la siguiente información,. La densidad de flujo pico del campo magnético del rotor es 0.2 T y la tasa de rotación mecánica del eje es 3600 r/min. El diámetro del estator de la máquina es 0.5 m, la longitud de la bobina es 0.3 m y cada bobina tiene 15 vueltas. La máquina está conectada en Y.

a) ¿Cuáles son los voltajes trifásicos del generador en función del tiempo?
b) ¿Cuál es el voltaje rms de fase de este generador?
c) ¿Cuál es el voltaje rms en los terminales de este generador?

Solución. El flujo en la máquina está dado por

$$\phi = 2rlB = dlB$$

donde d es el diámetro y l es la longitud de la bobina. Entonces, el flujo en la máquina está dado por

$$\phi = (0.5 \text{ m})(0.3 \text{ m})(0.2 \text{ T}) = 0.03 \text{ Wb}$$

La velocidad del rotor está dada por

$$\omega = (3600 \text{ r/min})(2\pi \text{ rad})(1 \text{ min}/60 \text{ s}) = 377 \text{ rad/s}$$

a) Las magnitudes de los voltajes pico de fase son

$$\begin{aligned} E_{\text{máx.}} &= N_C \phi \omega \\ &= (15 \text{ vueltas})(0.03 \text{ Wb})(377 \text{ rad/s}) = 169.7 \text{ V} \end{aligned}$$

y los voltajes trifásicos son

$$\begin{aligned} e_{aa'}(t) &= 169.7 \operatorname{sen} 377t \quad V \\ e_{bb'}(t) &= 169.7 \operatorname{sen} (377t - 120°) \quad V \\ e_{cc'}(t) &= 169.7 \operatorname{sen} (377t - 240°) \quad V \end{aligned}$$

b) El voltaje rms de fase del generador es

$$E_A = \frac{E_{\text{máx.}}}{\sqrt{2}} = \frac{169.7 \text{ V}}{\sqrt{2}} = 120 \text{ V}$$

c) Puesto que el generador está conectado en Y,

$$V_T = \sqrt{3} E_A = \sqrt{3}(120 \text{ V}) = 208 \text{ V}$$ ●

4-5 PAR INDUCIDO EN UNA MÁQUINA AC

En condiciones normales de operación, están presentes dos campos magnéticos en las máquinas ac: un campo magnético del circuito del rotor y otro campo magnético del circuito del estator. La interacción de estos dos campos magnéticos produce el par de la máquina, así como la cercanía de dos imanes permanentes ocasiona un par que los alinea.

La figura 4-17 muestra una máquina ac simplificada con una distribución del flujo estatórico sinusoidal que apunta hacia arriba y una bobina sencilla de alambre montada sobre el rotor. La distribución del flujo estatórico en esta máquina es

$$B_S(\alpha) = B_S \operatorname{sen}\alpha \tag{4-51}$$

donde B_S es la magnitud de la densidad de flujo máxima, $B_S(\alpha)$ es positiva cuando el vector de densidad de flujo apunta radialmente hacia fuera, de la superficie del rotor a la superficie del estator. ¿Cuánto par se produce en el rotor de esta máquina ac sencilla? Para encontrarlo, se analiza por separado la fuerza y el par en cada uno de los dos conductores.

La fuerza inducida en el conductor **1** es

$$\mathbf{F} = i(\mathbf{l} \times \mathbf{B}) \tag{1-43}$$

$$= ilB_S \operatorname{sen}\alpha \text{ dirigida como se muestra}$$

El par sobre el conductor es

$$\tau_{\text{ind},1} = (\mathbf{r} \times \mathbf{F})$$

$$= rilB_S \operatorname{sen}\alpha \text{ en sentido contrario a las manecillas del reloj}$$

La fuerza inducida sobre el conductor 2 es

$$\mathbf{F} = i(\mathbf{l} \times \mathbf{B})$$

$$= ilB_S \operatorname{sen}\alpha \text{ dirigida como se muestra} \tag{1-43}$$

El par sobre el conductor es

$$\tau_{\text{ind},1} = (\mathbf{r} \times \mathbf{F})$$

$$= rilB_S \operatorname{sen}\alpha \text{ en sentido contrario de las manecillas del reloj}$$

Por tanto, el par sobre la espira del rotor es

$$\boxed{\tau_{\text{ind}} = 2rilB_S \operatorname{sen}\alpha \text{ en sentido contrario de las manecillas del reloj}} \tag{4-52}$$

La ecuación (4-52) puede expresarse de manera más conveniente examinando la figura 4-18 y notando dos hechos:

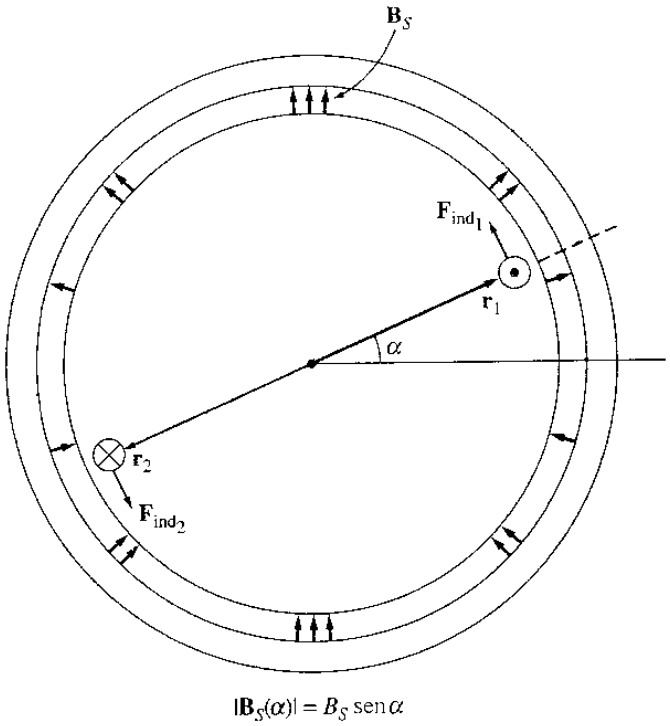


Figura 4-17
Máquina ac simplificada con distribución sinusoidal del flujo del estator y una bobina sencilla de alambre montada en el rotor.

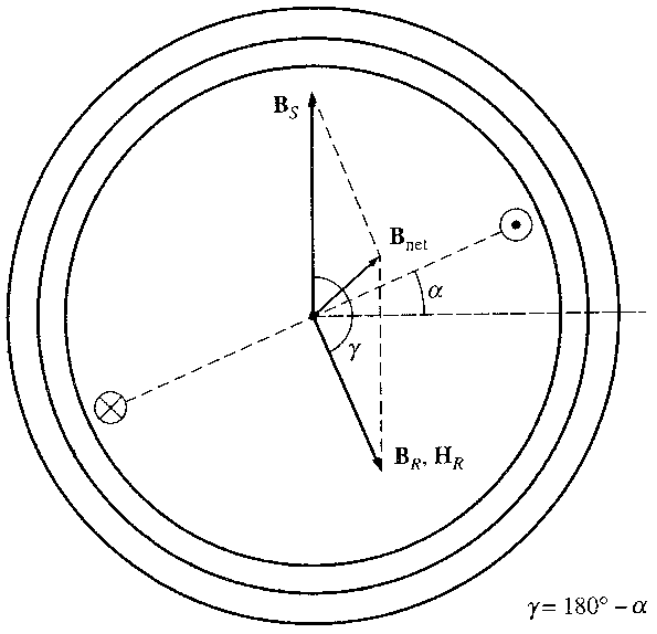


Figura 4-18

1. La corriente i fluye en la bobina del rotor produciendo su propio campo magnético. La dirección de este campo magnético está dada por la regla de la mano derecha y la magnitud de su intensidad de campo $\mathbf{H}_R$ es directamente proporcional a la corriente que fluye en el rotor:

$$H_R = Ci \tag{4-53}$$

donde C es una constante de proporcionalidad.

2. El ángulo entre la densidad de flujo del estator $\mathbf{B}_S$ y la intensidad de campo $\mathbf{H}_R$ es g. Además,

$$\gamma = 180° - \alpha \tag{4-54}$$

$$\text{sen}\,\gamma = \text{sen}\,(180° - \alpha) = \text{sen}\,\alpha \tag{4-55}$$

Combinando estas dos observaciones, el par sobre el lazo puede ser expresado como

$$\tau_{\text{ind}} = KH_R B_S \text{ sen}\,\alpha \quad \text{en sentido contrario de las manecillas del reloj} \tag{4-56}$$

donde K es una constante que depende de la construcción de la máquina. Nótese que tanto la magnitud como la dirección del par se pueden expresar mediante la ecuación

$$\boxed{\tau_{\text{ind}} = K\mathbf{H}_R \times \mathbf{B}_S} \tag{4-57}$$

Finalmente, puesto que $B_R = m\,H_R$, esta ecuación se puede expresar como

$$\boxed{\tau_{\text{ind}} = k\mathbf{B}_R \times \mathbf{B}_S} \tag{4-58}$$

donde $k = K/\mu$. Nótese que, en general, k no es constante puesto que la permeabilidad magnética μ varía de acuerdo con la cantidad de saturación magnética en la máquina.

La ecuación 4-58 es igual a la ecuación (4-20), deducida para el caso de una espira sencilla en un campo magnético uniforme, pero que puede aplicarse a cualquier máquina ac y no sólo a una espira sencilla como la descrita antes. Únicamente la constante k diferirá de una máquina a otra. Esta ecuación será utilizada solo en un estudio *cualitativo* del par de las máquinas ac; por tanto, el valor real de k no tiene importancia aquí.

El campo magnético neto en esta máquina es el vector suma de los campos del rotor y el estator (si no hay saturación):

$$\mathbf{B}_{\text{net}} = \mathbf{B}_R + \mathbf{B}_S \tag{4-59}$$

Este hecho puede ser utilizado para producir una expresión equivalente (y algunas veces más útil) al par inducido en la máquina. De la ecuación (4-58)

$$\tau_{\text{ind}} = k\mathbf{B}_R \times \mathbf{B}_S \tag{4-58}$$

Pero, de la ecuación (4-59), $\mathbf{B}_S = \mathbf{B}_{net} - \mathbf{B}_R$, entonces

$$\begin{aligned}\tau_{ind} &= k\mathbf{B}_R \times (\mathbf{B}_{net} - \mathbf{B}_R) \\ &= k(\mathbf{B}_R \times \mathbf{B}_{net}) - k(\mathbf{B}_R \times \mathbf{B}_R)\end{aligned}$$

Puesto que el producto cruzado de un vector por él mismo es cero, esta expresión se reduce a

$$\boxed{\tau_{ind} = k\mathbf{B}_R \times \mathbf{B}_{net}} \tag{4-60}$$

por tanto el par inducido puede ser expresado como el producto cruzado de $\mathbf{B}_R$ y $\mathbf{B}_{net}$ por la misma constante k. La magnitud de esta expresión es

$$\boxed{\tau_{ind} = kB_R B_{net} \sin \delta} \tag{4-61}$$

donde δ es el ángulo comprendido entre $\mathbf{B}_R$ y $\mathbf{B}_{net}$.

Las ecuaciones (4-58) a (4-61) se utilizarán para ayudar a desarrollar la comprensión cualitativa del par en las máquinas de corriente alterna. Por ejemplo, mirando la máquina sincrónica sencilla de la figura 4-19 , su campo magnético rota en dirección contraria las manecillas del reloj. ¿Cuál es la dirección del par sobre el eje del rotor de la máquina? Aplicando la regla de la mano derecha a las ecuaciones (4-58) a (4-60), se encuentra que el par inducido está en sentido de las manecillas del reloj o en dirección opuesta a la rotación del rotor. Entonces, esta máquina debe estar actuando como generador.

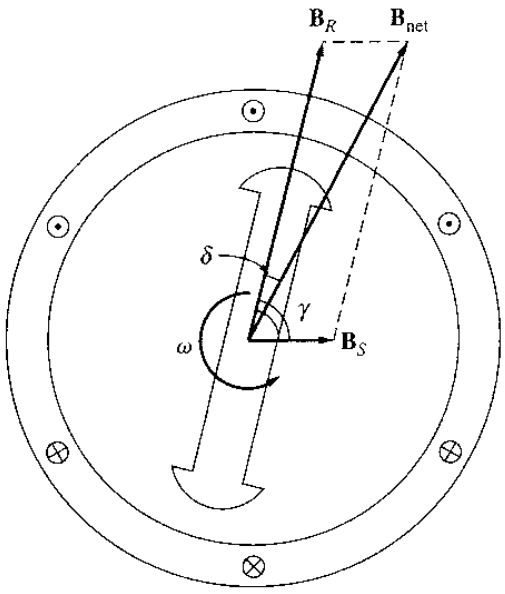


Figura 4-19
Máquina sincrónica simplificada que muestra los campos magnéticos del rotor y el estator.

4-6 AISLAMIENTO DEL DEVANADO EN UNA MÁQUINA DE CORRIENTE ALTERNA

Una de las etapas más importantes en el diseño de una máquina ac es el aislamiento de sus devanados. Si falla el aislamiento de un motor o de un generador, la máquina se cortocircuita. La reparación de una máquina con su aislamiento cortocircuitado, si es posible, es muy costosa. Para prevenir la falla del aislamiento de los devanados por efecto del sobrecalentamiento, es necesario limitar la temperatura de aquéllos. Esto puede lograrse de modo parcial implementando la circulación de aire sobre los devanados, pero en últimas, la máxima temperatura del devanado limita la potencia máxima que puede suministrar la máquina continuamente.

El aislamiento falla raras veces como consecuencia inmediata de una temperatura crítica. En cambio, el incremento de la temperatura produce un deterioro gradual del aislamiento haciéndolo susceptible de fallar por causas como golpes, vibraciones o esfuerzos dieléctricos. Una vieja regla práctica decía que la expectativa de vida de un motor con un tipo dado de aislamiento se reduce a la mitad por cada 10% de elevación de temperatura por sobre la temperatura nominal del devanado. Esta regla se aplica aún hoy hasta cierto punto.

Para estandarizar los límites de temperatura del aislamiento de máquinas, la National Electric Manufacturers Association (NEMA) de los Estados Unidos, ha definido una serie de *clases de sistemas de aislamiento*. Cada clase de sistema de aislamiento especifica la máxima elevación de temperatura admisible para cada clase de aislamiento. Existen tres clases comunes de aislamiento, según NEMA, para los motores ac de caballaje entero: B, F y H. Cada clase representa una temperatura permisible en el devanado, mayor que la anterior. Por ejemplo, la elevación de temperatura en el devanado de la armadura por sobre la temperatura ambiente en un tipo de motor de inducción ac de operación continua debe ser limitada a 80°C para la clase B, 105°C para la clase F y 125°C para la clase H.

Las especificaciones sobre temperaturas particulares para cada tipo de motor y de generador ac se encuentran detalladas en la norma NEMA MG1-1993, *Motores y generadores*. Normas similares han sido definidas por la International Electrotechnical Commission (IEC) y por varios organismos de normalización nacional, en algunos países.

4-7 FLUJO DE POTENCIA Y PÉRDIDAS EN MÁQUINAS DE CORRIENTE ALTERNA

Los generadores de corriente alterna toman potencia mecánica para producir potencia eléctrica mientras que los motores de corriente alterna toman potencia eléctrica y producen potencia mecánica. En todo caso, no toda la potencia que entra a la máquina aparece en forma útil en el otro extremo pues siempre hay algunas pérdidas en el proceso.

La eficiencia de una máquina de corriente alterna se define por la ecuación

$$\eta = \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} \times 100\% \tag{4-62}$$

La diferencia entre la potencia de entrada y la potencia de salida de la máquina corresponde a las pérdidas que ocurren en el interior. Entonces,

$$\eta = \frac{P_{\text{in}} - P_{\text{loss}}}{P_{\text{in}}} \times 100\% \tag{4-63}$$

Pérdidas en máquinas ac

Las pérdidas que ocurren en las máquinas ac se pueden dividir en cuatro categorías básicas:

1. Pérdidas eléctricas o pérdidas en el cobre (I^2R)
2. Pérdidas en el núcleo
3. Pérdidas mecánicas
4. Pérdidas dispersas o adicionales (*Stray load losses*)

PERDIDAS ELÉCTRICAS O PÉRDIDAS EN EL COBRE. Pérdidas que ocurren por calentamiento resistivo en los devanados del estator (armadura) y del rotor (campo) de la máquina. En una máquina ac trifásica, las pérdidas en el cobre del estator (SCL) están dadas por la ecuación

$$P_{\text{SCL}} = 3I_A^2 R_A \tag{4-64}$$

donde I_A es la corriente que fluye en cada fase de la armadura y R_A es la resistencia de cada fase de la armadura.

Las pérdidas en el cobre del rotor (RCL) de una máquina alterna sincrónica (las máquinas de inducción se estudiarán por separado en el capítulo 7) están dadas por

$$P_{\text{RCL}} = 3I_F^2 R_F \tag{4-65}$$

donde I_F es la corriente que fluye en el devanado de campo del rotor y R_F es la resistencia del devanado de campo. En general, la resistencia utilizada en estos cálculos es la del devanado a la temperatura normal de operación.

PÉRDIDAS EN EL NÚCLEO. Pérdidas por histéresis y pérdidas por corrientes parásitas ocurren en la parte metálica del motor. Estas pérdidas se describieron en el capítulo 1. Estas pérdidas varían con el cuadrado de la densidad de flujo (B^2) y, para el estator, como la 1.5 ava potencia de la velocidad de rotación de los campos magnéticos ($n^{1.5}$).

PÉRDIDAS MECÁNICAS. En una máquina ac, son aquellas asociadas a los efectos mecánicos. Existen dos tipos básicos de pérdidas mecánicas: el *rozamiento* mecánico propiamente dicho y el *rozamiento con el aire*. Las pérdidas por rozamiento son causadas por fricción en los cojinetes de las máquinas, en tanto que las pérdidas por rozamiento con el aire se deben a la fricción entre las partes móviles de la máquina y el aire encerrado en la carcasa del motor. Estas pérdidas varían con el cubo de la velocidad de rotación de la máquina.

Las pérdidas mecánicas y las pérdidas en el cobre de la máquina se agrupan con frecuencia bajo el nombre de *pérdidas rotacionales de vacío (sin carga)* de la máquina. En vacío toda la potencia de entrada debe utilizarse para superar estas pérdidas. Entonces, midiendo la potencia

de entrada al estator de una máquina ac que actúa como motor en vacío, se obtendrá un valor aproximado de estas pérdidas.

PÉRDIDAS DISPERSAS (O PÉRDIDAS MISCELÁNEAS). Son aquellas que no pueden situarse dentro de las categorías anteriores. Sin importar con qué cuidado se consideren las pérdidas, algunas siempre se escapan de las categorías anteriores y por eso se agrupan como pérdidas dispersas. En la mayoría de las máquinas, estas pérdidas se toman convencionalmente como el 1% de la plena carga.

Diagrama de flujo de potencia

Una de las técnicas más convenientes de considerar las pérdidas de potencia en una máquina es el *diagrama de flujo de potencia*. Un diagrama de flujo de potencia, para un generador ac, se muestra en la figura 4-20*a*. En esta figura se suministra potencia mecánica a la máquina y luego, se restan las pérdidas dispersas, las pérdidas mecánicas y las pérdidas en el núcleo. Luego de restadas las pérdidas, la potencia mecánica restante se convierte idealmente en potencia eléctrica en el punto marcado como P_{conv}. La potencia mecánica convertida está dada por

$$P_{conv} = \tau_{ind}\omega_m \tag{4-66}$$

y se produce la misma cantidad de potencia eléctrica; sin embargo, ésta no es igual a la potencia que aparece en los terminales de la máquina. Antes de llegar a los terminales, deben restarse las pérdidas eléctricas I^2R.

En el caso de los motores ac, este diagrama de flujo de potencia se invierte simplemente. El diagrama de flujo de potencia se muestra en la figura 4-20*b*.

En los próximos tres capítulos se plantearán ejercicios de ejemplo con cálculos de eficiencias de motores y generadores ac.

4-8 REGULACIÓN DE VOLTAJE Y REGULACIÓN DE VELOCIDAD

Con frecuencia los generadores se comparan entre sí utilizando una cifra o factor de mérito llamada *regulación de voltaje*. La regulación de voltaje (VR) es la medida de la capacidad de un generador para mantener un voltaje constante en sus terminales cuando la carga varía. Se define por la ecuación

$$\text{VR} = \frac{V_{nl} - V_{fl}}{V_{fl}} \times 100\% \tag{4-67}$$

donde V_{nl} es el voltaje de vacío (sin carga) en los terminales del generador, y V_{fl} es el voltaje a plena carga en los terminales del generador. Ésta es una medida aproximada de la forma de la característica voltaje–corriente del generador; una regulación de voltaje positiva significa una

característica descendente, una regulación de voltaje negativa significa una característica creciente. Una VR pequeña es "mejor" puesto que el voltaje en los terminales del generador es más constante ante las variaciones de la carga.

De igual manera, los motores se comparan entre sí utilizando una cifra o factor de mérito llamada *regulación de velocidad*. La regulación de velocidad (SR) es la medida de la capacidad de un motor para mantener constante la velocidad del eje cuando varía la carga. Se define por la ecuación

$$\boxed{\text{SR} = \frac{n_{\text{nl}} - n_{\text{fl}}}{n_{\text{fl}}} \times 100\%} \tag{4-68}$$

o

$$\boxed{\text{SR} = \frac{\omega_{\text{nl}} - \omega_{\text{fl}}}{\omega_{\text{fl}}} \times 100\%} \tag{4-69}$$

Es una medida aproximada de la forma de la característica par-velocidad de un motor; una regulación de velocidad positiva significa que la velocidad del motor baja cuando se incrementa la carga, y una regulación de velocidad negativa significa que la velocidad del motor aumenta cuando se incrementa la carga. La magnitud de la regulación de velocidad dice aproximadamente qué tan alta es la pendiente de la curva par- velocidad.

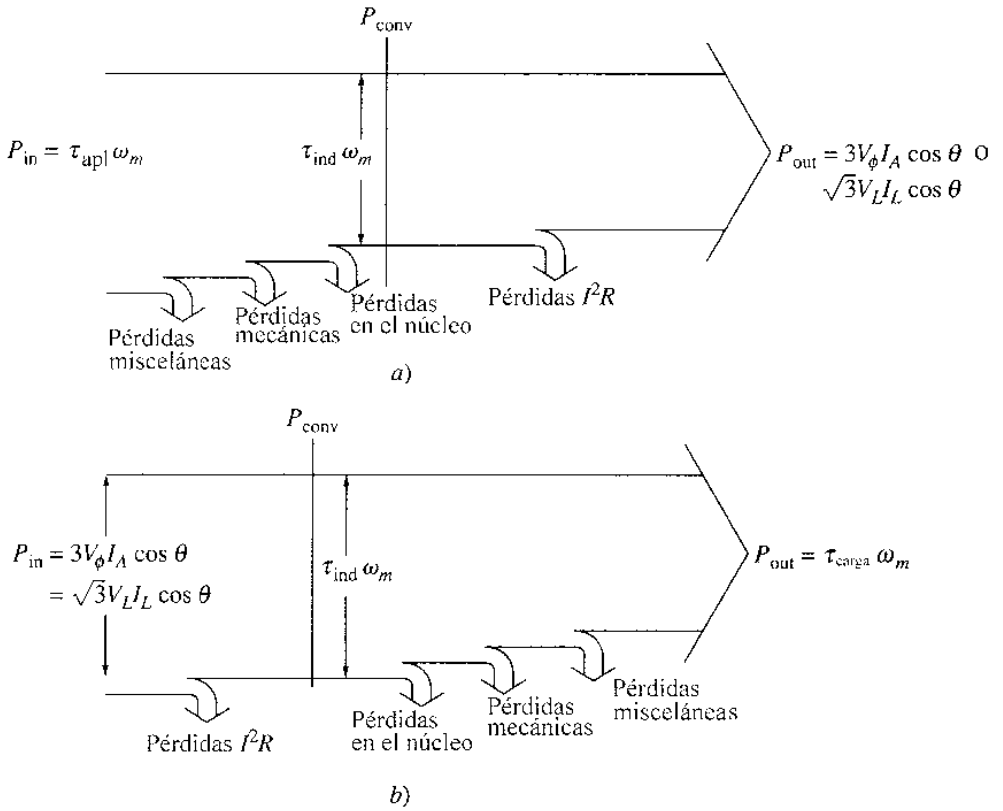


Figura 4-20
a) Diagrama de flujo de potencia en un generador ac trifásico. b) Diagrama de flujo de potencia en un generador ac trifásico.

4-9 RESUMEN

Hay dos tipos principales de máquinas ac: máquinas sincrónicas y máquinas de inducción. La principal diferencia entre estos dos tipos es que las máquinas sincrónicas requieren el suministro de una corriente de campo dc a sus rotores, mientras que las máquinas de inducción tienen la corriente de campo inducida en sus rotores por acción transformadora. Estas máquinas se estudiarán en detalle en los próximos tres capítulos.

Un sistema trifásico de corrientes suministrado a un sistema de tres bobinas espaciadas 120 grados eléctricos en un estator produce un campo magnético rotacional uniforme dentro del estator. La *dirección de rotación* del campo magnético se puede *invertir* conmutando simplemente las conexiones de dos de las tres fases. Por el contrario, un campo magnético rotacional producirá un conjunto trifásico de voltajes dentro de tal grupo de bobinas.

En los estatores de más de dos polos, una rotación mecánica completa del campo magnético produce más de un ciclo eléctrico completo. Para tal estator, una rotación mecánica produce $P/2$ ciclos eléctricos. En consecuencia, el ángulo eléctrico de voltajes y corrientes en esta máquina está relacionado con el ángulo mecánico de los campos magnéticos por

$$\theta_e = \frac{P}{2}\theta_m$$

La relación entre la frecuencia eléctrica del estator y la tasa mecánica de giro del campo magnético es

$$f_e = \frac{n_m P}{120}$$

Los tipos de pérdidas que ocurren en las máquinas ac son pérdidas eléctricas o pérdidas en el cobre (I^2R), pérdidas en el núcleo, pérdidas mecánicas y pérdidas dispersas o misceláneas. Cada una de estas pérdidas se describió en este capítulo con la definición de la eficiencia de la máquina. Finalmente, la regulación de voltaje para los generadores se definió como

$$\boxed{\text{VR} = \frac{V_{nl} - V_{fl}}{V_{fl}} \times 100\%}$$

y la regulación de velocidad para los motores se definió como

$$\boxed{\text{SR} = \frac{n_{nl} - n_{fl}}{n_{fl}} \times 100\%}$$

PREGUNTAS Y TEMAS DE ANÁLISIS

4-1 ¿Cuál es la principal diferencia entre una máquina sincrónica y una máquina de inducción?

4-2 ¿Por qué la conmutación de corrientes que fluyen en dos fases cualesquiera invierten la dirección de rotación del campo magnético del estator?

4-3 ¿Cuál es la relación entre la frecuencia eléctrica y la velocidad del campo magnético para una máquina ac?

4-4 ¿Cuál es la ecuación para el par inducido en una máquina ac?

EJERCICIOS

4-1 La espira sencilla que gira en un campo magnético, mostrada en la figura 4-1, tiene las siguientes características:

$\mathbf{B} = 0.5$ T hacia la derecha	$r = 0.1$ m
$l = 0.5$ m	$\omega = 103$ rad/s

a) Calcule el voltaje $e_{tot}(t)$ inducido en esta espira.
b) Suponga que se conecta una resistencia de 5 Ω como carga a los terminales de la espira. Calcule la corriente que podría fluir a través de la resistencia.
c) Calcule la magnitud y dirección del par inducido en la espira para las condiciones del literal *b*).
d) Calcule la potencia eléctrica que se genera en la espira en las condiciones del literal *b*).
e) Calcule la potencia mecánica consumida por la espira en las condiciones del literal *b*). ¿Cómo se compara este resultado con la cantidad de potencia eléctrica generada por la espira?

4-2 Elabore una tabla que muestre la velocidad de rotación del campo magnético en máquinas ac de 2, 4, 6, 8, 10, 12 y 14 polos que operan a frecuencias de 50, 60 y 400 Hz.

4-3 Un devanado trifásico de cuatro polos se instala en 12 ranuras del estator. Hay cuarenta vueltas de alambre en cada ranura de los devanados. En cada fase, todas las bobinas están conectadas en serie y las tres fases se conectan en Δ. El flujo por polo en la máquina es 0.060 Wb, y la velocidad de rotación del campo magnético es 1800 r/min.
a) ¿Cuál es la frecuencia del voltaje producido en esta bobina?
b) ¿Cuáles son los voltajes de fase y en los terminales de este estator?

4-4 Una máquina sincrónica trifásica de dos polos conectada en Y a 50 Hz tiene un estator con 2000 vueltas de alambre por fase. ¿Qué flujo en el rotor se requerirá para producir un voltaje línea-línea de 6 kV en sus terminales?

4-5 Modifique el ejercicio del MATLAB del ejemplo 4-1 conmutando las corrientes que fluyen en dos de las fases. ¿Qué ocurre con el campo magnético resultante?

4-6 Si una máquina ac tiene los campos magnéticos del rotor y el estator mostrados en la figura P4-1, ¿cuál es la dirección del par inducido en la máquina? ¿Está actuando la máquina como motor o como generador?

4-7 La distribución de densidad de flujo sobre la superficie de un estator de dos polos de radio r y longitud l está dada por

$$B = B_M \cos(\omega_m t - \alpha) \qquad (4\text{-}37b)$$

Demuestre que el flujo total bajo cada cara polar es

$$\phi = 2rlB_M$$

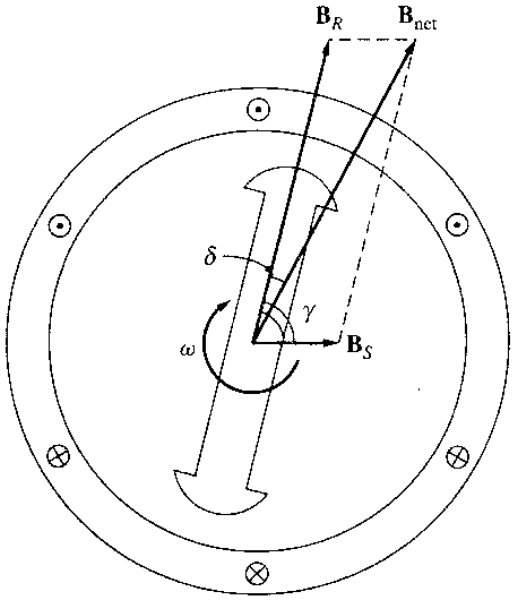


Figura P4-1
La máquina ac del ejercicio 4-6.

REFERENCIAS

1. Del Toro, Vincent. *Electric Machines and Power Systems.* Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall, 1985.
2. Fitzgerald, A. E., and Charles Kingsley, *Electric Machinery,* New York: McGraw-Hill, 1952.
3. Fitzgerald, A. E., Charles Kingsley and S. D. Umans, *Electric Machinery,* 5a ed., New York: McGraw-Hill, 1990.
4. International Electrotechnical Commission. *Rotating Electrical machines Part 1: Rating and Performance,* IEC 34-1 (R1994), 1994.
5. Liwschitz-Garik, Michael, and Clyde Whipple. *Alternating-Current Machinery.* Princeton, N. J.: Van Nostrand, 1961.
6. McPherson, George. *An introduction to Electrical Machines and Transformers.* New York: Wiley, 1981.
7. National Electrical Manufacturers Association, *Motors and Generators,* Publication MG1-1993, Washington, D. C., 1993.
8. Wernink, E. H. (ed.), *Electric Motor Handbook,* London: McGraw-Hill, 1978.

CAPÍTULO 5

GENERADORES SINCRÓNICOS

Los *generadores sincrónicos* o *alternadores* son máquinas sincrónicas utilizadas para convertir potencia mecánica en potencia eléctrica ac. Este capítulo estudia los generadores sincrónicos, cuando operan solos o cuando operan conjuntamente con otros generadores.

5-1 CONSTRUCCIÓN DE GENERADORES SINCRÓNICOS

En un generador sincrónico se aplica una corriente dc al devanado del rotor, la cual produce un campo magnético. Entonces el rotor del generador gira mediante un motor primario y produce un campo magnético rotacional dentro de la máquina. Este campo magnético rotacional induce un grupo trifásico de voltajes en los devanados del estator del generador.

Dos términos muy utilizados para describir los devanados de una máquina son *devanados de campo* y *devanados de armadura*. En general, el término "devanados de campo" se aplica a los devanados que producen el campo magnético principal en la máquina, y el término "devanados de armadura" se aplica a los devanados donde se induce el voltaje principal. En las máquinas sincrónicas, los devanados de campo están sobre el rotor, de modo que los términos "devanados del rotor" y "devanados de campo" se utilizan indistintamente. De igual manera se emplean los términos "devanados estatóricos" y "devanados de armadura".

En esencia, el rotor de un generador sincrónico es un gran electroimán. Los polos magnéticos del rotor pueden ser construidos salientes o no salientes. El término *saliente* significa "proyectado hacia fuera" o "prominente"; un *polo saliente* es un polo magnético que se proyecta hacia fuera de la superficie del rotor. Por otro lado, un *polo no saliente* es un polo magnético construido al mismo nivel de la superficie del rotor. La figura 5-1 muestra un rotor de polos no salientes y la figura 5-2 muestra un rotor de polos salientes. Los rotores de polos no salientes se utilizan en rotores de dos y cuatro polos, mientras que los rotores de polos salientes se utilizan en rotores de cuatro o más polos. Puesto que el rotor está sujeto a campos magnéticos variables, se construye con láminas delgadas agrupadas para reducir las pérdidas por corrientes parásitas.

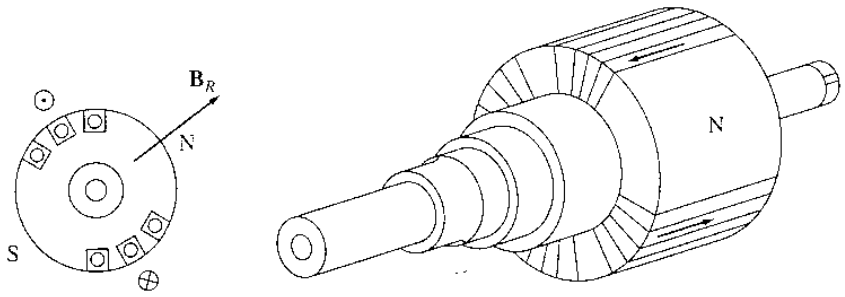


Figura 5-1
Rotor de polos no salientes en una máquina sincrónica.

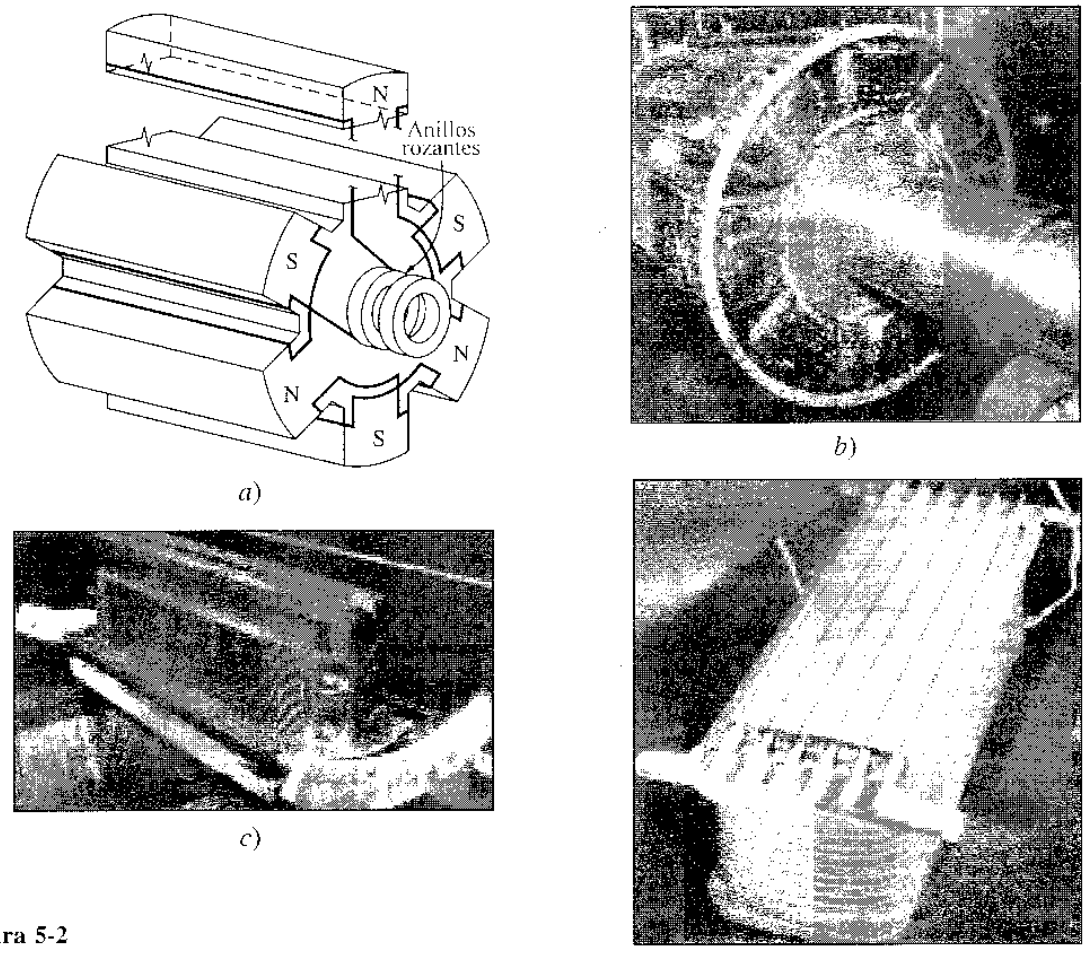


Figura 5-2
a) Rotor de seis polos salientes en máquina sincrónica. *b*) Fotografía de un rotor de máquina sincrónica de ocho polos salientes que muestra los devanados en los polos individuales del rotor (*cortesía de General Electric Company*). *c*) Fotografía de un polo saliente individual de un rotor en el cual no se han colocado aún los devanados de campo (*cortesía de General Electric Company*). *d*) Polo saliente individual mostrado después que se ha instalado el devanado de campo, pero antes de ser instalado en el rotor (*cortesía de Westinghouse Electric Company*).

Se debe suministrar una corriente dc al circuito de campo del rotor. Puesto que el rotor está girando, se requiere un arreglo especial para entregar potencia dc a sus devanados de campo. Existen dos formas comunes de suministrar esta potencia dc:

1. Suministrar la potencia dc desde una fuente dc externa al rotor por medio de *anillos rozantes* y *escobillas.*
2. Suministrar la potencia dc desde una fuente dc especial montada directamente en el eje del generador sincrónico.

Los anillos rozantes son anillos metálicos que circundan el eje de la máquina pero se encuentran aislados de él. Un extremo del devanado del rotor dc está unido a cada uno de los dos anillos rozantes colocados sobre el eje de la máquina sincrónica, y una escobilla estacionaria se desliza sobre cada anillo rozante. Una "escobilla" es un bloque de un compuesto de carbón grafitado que conduce la electricidad libremente y tiene muy baja fricción para no desgastarse con el anillo rozante. Si se conecta el extremo positivo de una fuente de voltaje dc a una escobilla y el extremo negativo a la otra, se aplicará igual voltaje dc al devanado de campo en todo momento, sin tener en cuenta la posición angular o la velocidad del rotor.

Los anillos rozantes y las escobillas crean algunos problemas cuando se utilizan para suministrar potencia dc a los devanados de campo de la máquina sincrónica pues exigen más mantenimiento en la máquina ya que se deben revisar con regularidad las escobillas debido a su desgaste. Además, la caída de tensión en las escobillas puede causar pérdidas significativas de potencia en las máquinas que tienen grandes corrientes de campo. A pesar de estos problemas, los anillos rozantes y las escobillas se utilizan en todas las máquinas sincrónicas pequeñas ya que ningún otro método de suministro de la corriente de campo dc es adecuado por el costo.

En generadores y motores grandes, se utilizan *excitadores (*o *excitatrices) sin escobillas* para suministrar la corriente de campo dc a la máquina. Un excitador sin escobillas es un generador ac pequeño cuyo circuito de campo está montado en el estator y su circuito de armadura está montado sobre el eje del rotor. La salida trifásica del generador excitador es rectificada a corriente directa por un circuito rectificador trifásico montado también en el eje del generador y se incluye en el circuito principal de campo dc. Controlando la pequeña corriente dc de campo del generador excitador (localizado sobre el estator), es posible ajustar la corriente de campo de la máquina principal *sin anillos rozantes ni escobillas.* El plano de este arreglo se muestra en la figura 5-3, mientras que, en la figura 5-4, se muestra un rotor de máquina sincrónica con excitador sin escobillas montado sobre el mismo eje. Puesto que nunca existen contactos mecánicos entre el rotor y el estator, un excitador sin escobillas requiere mucho menos mantenimiento que los anillos rozantes y escobillas.

Para que la excitación de un generador sea *completamente* independiente de cualquier fuente de potencia externa, se incluye con frecuencia un pequeño excitador piloto en el sistema. Un *excitador piloto* es un pequeño generador ac de *imanes permanentes* montados en el eje rotor y un devanado trifásico, montado sobre el estator. Este generador produce la potencia para el circuito de campo del excitador que, a su vez, controla el circuito de campo de la máquina principal. Si un excitador piloto se incluye sobre el eje del generador, no se requiere *potencia eléctrica externa* para accionar el generador (*véase* figura 5-5).

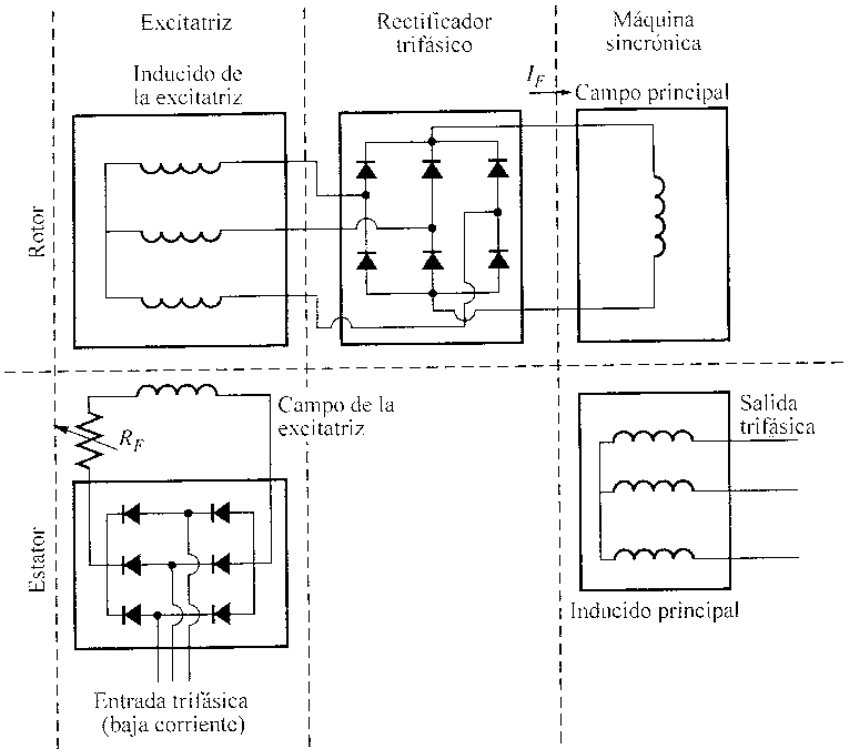


Figura 5-3
Circuito excitador sin escobillas. Se rectifica una cantidad pequeña de corriente trifásica y se utiliza para alimentar el circuito de campo del excitador localizado sobre el estator. La salida del circuito de armadura del excitador (sobre el rotor) se rectifica y se utiliza para suministrar la corriente de campo de la máquina principal.

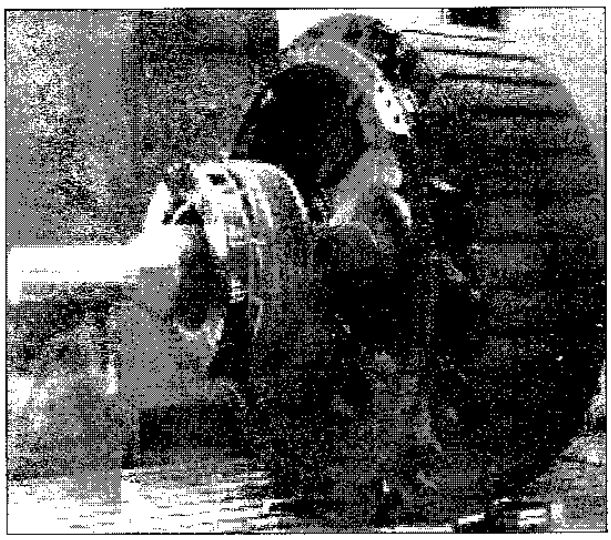


Figura 5-4
Fotografía de un rotor de máquina sincrónica con excitador sin escobillas montado sobre el mismo eje. Nótese la parte electrónica de rectificación visible cerca de la armadura del excitador.

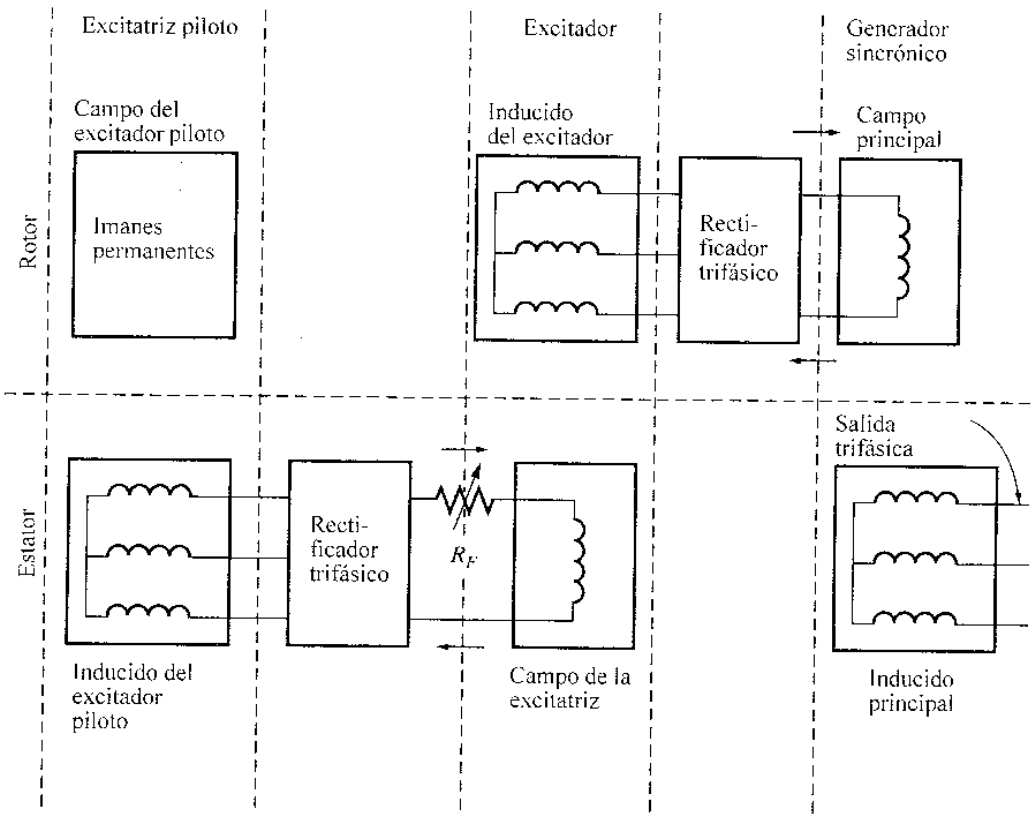


Figura 5-5
Esquema de excitación sin escobillas que incluye un excitador piloto. Los imanes permanentes del excitador piloto producen la corriente de campo del excitador, la cual a su vez produce la corriente de campo de la máquina principal.

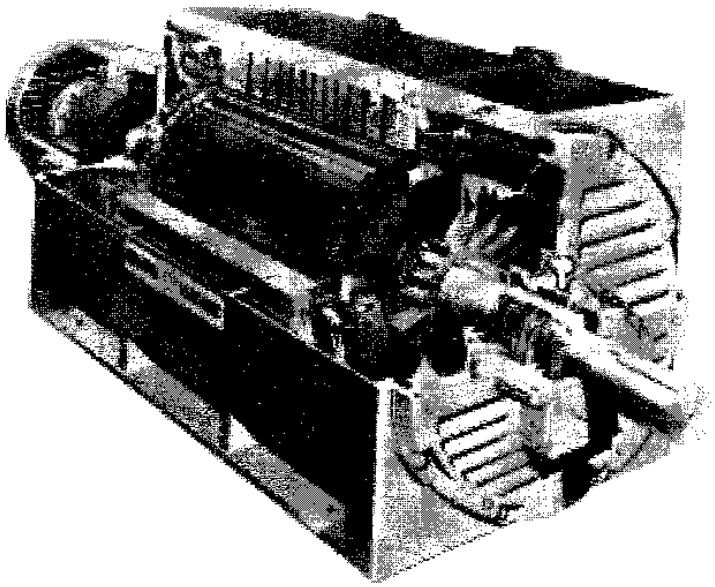


Figura 5-6
Diagrama en corte de una máquina sincrónica grande. Nótese la construcción de los polos salientes y el excitador sobre el eje (*cortesía de General Electric Company*).

Muchos generadores sincrónicos que incluyen excitadores sin escobillas tienen también anillos rozantes y escobillas, de manera que disponen de una fuente auxiliar de corriente dc de campo en caso de emergencia.

El estator de un generador sincrónico se describió ya en el capítulo 4; en el apéndice B se dan más detalles de su construcción. Los estatores de los generadores sincrónicos se construyen normalmente con devanados preformados en doble capa. El devanado en sí mismo está distribuido y encordado para reducir el contenido de armónicas de los voltajes y corrientes de salida, como se describe en el apéndice B.

En la figura 5-6 se muestra un diagrama en corte de una gran máquina sincrónica completa. Este esquema muestra un rotor de polos salientes de ocho polos, un estator con devanados distribuidos de doble capa y un excitador sin escobillas.

5-2 VELOCIDAD DE ROTACIÓN DE UN GENERADOR SINCRÓNICO

Los generadores sincrónicos son por definición *sincrónicos*, lo cual significa que la frecuencia eléctrica producida está entrelazada o sincronizada con la tasa mecánica de rotación del generador. Un rotor de generador sincrónico consta de un electroimán al cual se suministra corriente directa. El campo magnético del rotor apunta en cualquier dirección según gire el rotor. La relación entre la tasa de giro de los campos magnéticos de la máquina y la frecuencia eléctrica del estator se expresa mediante la ecuación (4-34):

$$f_e = \frac{n_m P}{120} \tag{4-34}$$

donde f_e = frecuencia eléctrica, en Hz
n_m = velocidad mecánica del campo magnético en r/min (igual a la velocidad del rotor para las máquinas sincrónicas)
P = número de polos

Puesto que el rotor gira con la misma velocidad que el campo magnético, *esta ecuación relaciona la velocidad de rotación del rotor con la frecuencia eléctrica resultante.* Dado que la potencia eléctrica es generada a 50 ó 60 Hz, el generador debe girar a una velocidad fija que depende del número de polos de la máquina. Por ejemplo, para generar potencia a 60 Hz en una máquina de dos polos, el rotor *debe* girar a 3600 r/min. Para generar potencia a 50 Hz en una máquina de cuatro polos, el rotor *debe* girar a 1500 r/min. La tasa de rotación necesaria para una frecuencia dada puede calcularse siempre mediante la ecuación (4-34).

5-3 VOLTAJE INTERNO GENERADO POR UN GENERADOR SINCRÓNICO

En el capítulo 4 se encontró la magnitud del voltaje inducido en un estator dado como

$$E_A = \sqrt{2}\pi N_C \phi f \tag{4-50}$$

Este voltaje depende del flujo ϕ en la máquina, de la frecuencia o velocidad de rotación y de la construcción de la máquina. Para resolver los ejercicios con máquinas sincrónicas, esta ecuación se escribe de nuevo en forma más simplificada para enfatizar en las cantidades que varían durante la operación de la máquina. Esta forma más simple es

$$\boxed{E_A = K\phi\omega} \tag{5-1}$$

donde K es una constante que representa la construcción de la máquina. Si ω se expresa en radianes *eléctricos* por segundo,

$$K = \frac{N_c}{\sqrt{2}} \tag{5-2}$$

mientras que si se expresa en radianes *mecánicos* por segundo,

$$K = \frac{N_c P}{\sqrt{2}} \tag{5-3}$$

El voltaje interno generado E_A es directamente proporcional al flujo y a la velocidad, pero el flujo en sí depende de la corriente que fluye en el circuito de campo del rotor. La corriente del circuito de campo I_F está relacionada con el flujo ϕ, como se muestra en la figura 5-7*a*. Puesto que E_A es directamente proporcional al flujo, el voltaje interno generado E_A está relacionado con la corriente de campo, como se muestra en la figura 5-7*b*. Esta gráfica se denomina la *curva de magnetización* o *característica de circuito abierto* de la máquina.

5-4 CIRCUITO EQUIVALENTE DE UN GENERADOR SINCRÓNICO

El voltaje $\mathbf{E}_A$ es el voltaje interno generado, en una fase del generador sincrónico. Sin embargo, este voltaje $\mathbf{E}_A$ *no* es usualmente el voltaje que aparece en los terminales del generador. En efecto, la única vez en la cual el voltaje interno $\mathbf{E}_A$ es el mismo voltaje de salida $\mathbf{V}_\varphi$ de una fase es cuando no fluye corriente de armadura en la máquina. ¿Por qué el voltaje de salida V_ϕ de una fase no es igual a $\mathbf{E}_A$, y qué relación hay entre los dos voltajes? La respuesta a estas preguntas lleva al modelo de generador sincrónico.

Existen varios factores que ocasionan la diferencia entre $\mathbf{E}_A$ y V_ϕ:

1. La distorsión del campo magnético del entrehierro debida a la corriente que fluye en el estator, llamada *reacción del inducido.*
2. La autoinductancia de las bobinas de la armadura.
3. La resistencia de las bobinas de la armadura.
4. El efecto de la forma de los polos salientes del rotor.

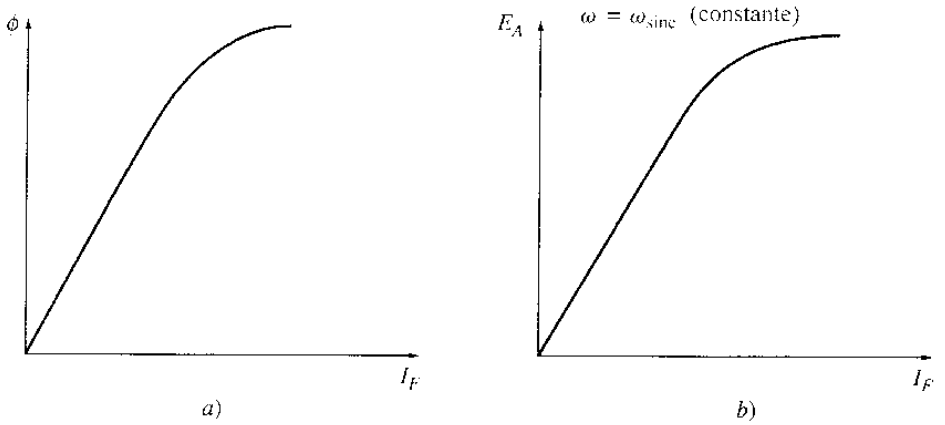


Figura 5-7
a) Gráfica del flujo contra la corriente de campo para un generador síncrónico. *b)* Curva de magnetización del generador síncrónico.

Se estudiarán los efectos de los tres primeros factores y se desarrollará un modelo de la máquina a partir de ellos. En este capítulo, se ignorarán los efectos de la forma de los polos salientes en la operación de la máquina síncrónica; en otras palabras, en este capítulo se supondrá que todas las máquinas tienen rotores cilíndricos o de polos no salientes. Partiendo de estos supuestos, las respuestas que se obtengan serán un poco inexactas si la máquina tiene polos salientes, pero los errores serán relativamente mínimos. En el apéndice C se incluye un breve análisis sobre los efectos de la proyección de los polos.

El primer efecto mencionado y normalmente el mayor de ellos es la reacción del inducido. Cuando gira el rotor de un generador, se induce un voltaje $\mathbf{E}_A$ en las bobinas estatóricas del mismo. Si se conecta una carga a los terminales del generador, fluye una corriente, pero el flujo de corriente trifásica estatórica produce un campo magnético propio en la máquina. Este campo magnético *estatórico* distorsiona el campo magnético del rotor cambiando el voltaje de fase resultante. Este efecto se llama *reacción del inducido* debido a que la corriente del inducido (estator) afecta al campo magnético que la produce en primera instancia.

Para entender la reacción del inducido, remítase a la figura 5-8. La figura 5-8*a* muestra un rotor de dos polos girando dentro de un estator trifásico. No hay carga conectada al estator. El campo magnético rotor $\mathbf{B}_R$ produce un voltaje interno generado $\mathbf{E}_A$ cuyo valor pico coincide con la dirección de $\mathbf{B}_R$. Como se observó en el capítulo 4, el voltaje será positivo hacia fuera de los conductores en la parte superior, y negativo hacia dentro de los conductores en la parte inferior de la figura. Cuando no hay carga en el generador, no hay flujo de corriente en el inducido y $\mathbf{E}_A$ será igual al voltaje de fase $\mathbf{V}_\varphi$.

Supóngase ahora que se conecta el generador a una carga con factor de potencia en atraso. Debido a que la carga está en atraso, la corriente pico ocurrirá a un ángulo *atrás* del voltaje pico. Este efecto se muestra en la figura 5-8*b*.

La corriente que fluye en los devanados del estator produce un campo magnético propio. Este campo magnético estatórico se llama $\mathbf{B}_S$ y su dirección está dada por la regla de la mano derecha, según se muestra en la figura 5-8*c*. El campo magnético del estator $\mathbf{B}_S$ produce un voltaje propio en el estator, denominado $\mathbf{E}_{stat}$ en la figura.

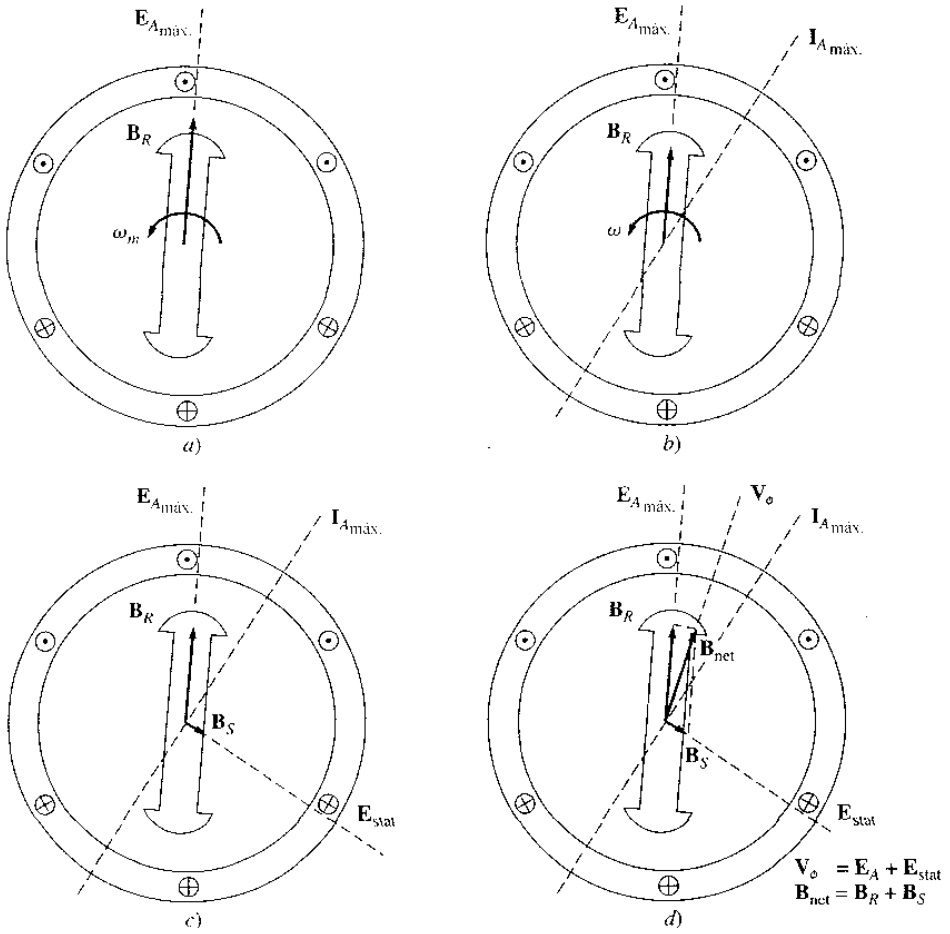


Figura 5-8
Desarrollo de un modelo para la reacción de inducido: *a)* un campo magnético rotacional produce el voltaje interno generado $\mathbf{E}_A$. *b)* El voltaje resultante produce un *flujo de corriente* en atraso cuando se conecta a una carga con factor de potencia en atraso. *c)* La corriente estatórica produce su propio campo magnético $\mathbf{B}_S$, el cual produce su propio voltaje $\mathbf{E}_{\text{stat}}$ en los devanados estatóricos de la máquina. *d)* El campo $\mathbf{B}_S$ se suma a $\mathbf{B}_R$ y se transforma en $\mathbf{B}_{\text{net}}$. El voltaje $\mathbf{E}_{\text{stat}}$ se suma a $\mathbf{E}_A$ y producen $V\phi$ de salida de fase.

Con dos voltajes presentes en los devanados estatóricos, el voltaje total de una fase es la *suma* del voltaje interno generado $\mathbf{E}_A$ y el voltaje de reacción del inducido $\mathbf{E}_{\text{stat}}$:

$$\mathbf{V}_\phi = \mathbf{E}_A + \mathbf{E}_{\text{stat}} \tag{5-4}$$

El campo magnético $\mathbf{B}_{\text{net}}$ es la suma de los campos magnéticos del rotor y el estator:

$$\mathbf{B}_{\text{net}} = \mathbf{B}_R + \mathbf{B}_S \tag{5-5}$$

Puesto que los ángulos de $\mathbf{E}_A$ y $\mathbf{B}_R$ son iguales y los ángulos de $\mathbf{E}_{stat}$ y $\mathbf{B}_S$ también son iguales, el campo magnético resultante $\mathbf{B}_{net}$ coincidirá con el voltaje neto $\mathbf{V}_\phi$. Los voltajes y corrientes resultantes se muestran en la figura 5-8*d*.

¿Cómo se pueden modelar los efectos de la reacción de inducido en el voltaje de fase? Primero, nótese que el voltaje $\mathbf{E}_{stat}$ está un ángulo de 90° atrás del plano de la corriente máxima $\mathbf{I}_A$. Segundo, el voltaje $\mathbf{E}_{stat}$ es directamente proporcional a la corriente $\mathbf{I}_A$. Si X es una constante de proporcionalidad, *el voltaje de reacción de inducido puede expresarse como*

$$\mathbf{E}_{stat} = -jX\mathbf{I}_A \tag{5-6}$$

El voltaje en una fase es entonces

$$\boxed{\mathbf{V}_\phi = \mathbf{E}_A - jX\mathbf{I}_A} \tag{5-7}$$

Obsérvese el circuito de la figura 5-9. La ley de voltajes de Kirchhoff para este circuito es

$$\mathbf{V}_\phi = \mathbf{E}_A - jX\mathbf{I}_A \tag{5-8}$$

Ecuación igual a la que describe el voltaje de la reacción del inducido. Entonces, el voltaje de reacción del inducido se puede modelar mediante una inductancia en serie con el voltaje interno generado.

Además de los efectos de la reacción del inducido, los devanados del estator tienen una autoinductancia y una resistencia. Si llamamos L_A la autoinductancia del estator (y X_A a su correspondiente reactancia), mientras que la resistencia del estator es llamada R_A, la diferencia total entre $\mathbf{E}_A$ y $\mathbf{V}_\phi$ está dada por

$$\mathbf{V}_\phi = \mathbf{E}_A - jX\mathbf{I}_A - jX_A\mathbf{I}_A - R_A\mathbf{I}_A \tag{5-9}$$

Los efectos de la reacción del inducido y la autoinductancia de la máquina son representados por reactancias, y es costumbre combinarlas en una sola llamada *reactancia sincrónica* de la máquina:

$$X_S = X + X_A \tag{5-10}$$

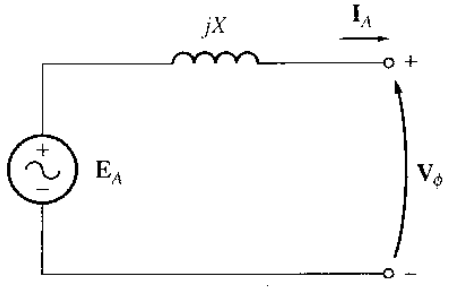


Figura 5-9
Circuito sencillo (*véase* texto).

La ecuación final que describe a $\mathbf{V}_\phi$ es

$$\boxed{\mathbf{V}_\phi = \mathbf{E}_A - jX_S\mathbf{I}_A - R_A\mathbf{I}_A} \tag{5-11}$$

Es posible esquematizar el circuito equivalente de un generador sincrónico trifásico. El circuito equivalente completo de este generador se muestra en la figura 5-10, donde aparece una fuente dc de potencia alimentando el circuito de campo del rotor, modelado por la inductancia de la bobina y la resistencia en serie. En serie con R_F se encuentra una resistencia ajustable R_{adj} que controla el flujo de la corriente de campo. El resto del circuito equivalente consta de los modelos para cada fase. Cada fase tiene un voltaje interno generado con una inductancia en serie X_S (resultado de la suma de la reactancia del inducido y la autoinductancia de la bobina) y una resistencia en serie R_A. Aunque los voltajes y las corrientes de las tres fases están desfasados 120°, en lo demás éstas son idénticas.

Estas tres fases se pueden conectar bien sea en Y o en Δ, como se muestra en la figura 5-11. Si se conectan en Y, el voltaje en los terminales V_T estará relacionado con el voltaje de fase por

$$V_T = \sqrt{3}V_\phi \tag{5-12}$$

Si las bobinas se conectan en Δ,

$$V_T = V_\phi \tag{5-13}$$

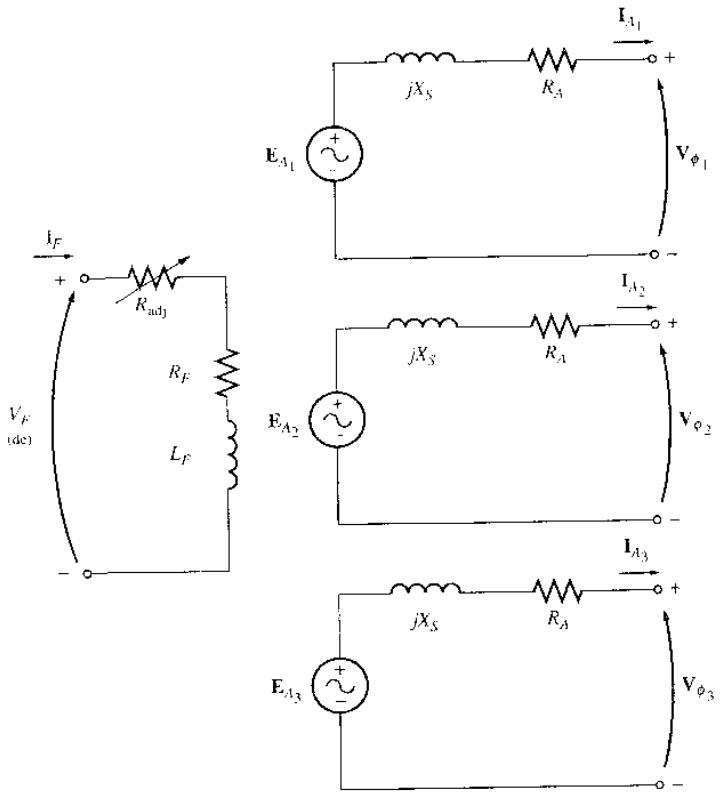


Figura 5-10
Circuito equivalente completo de un generador sincrónico trifásico.

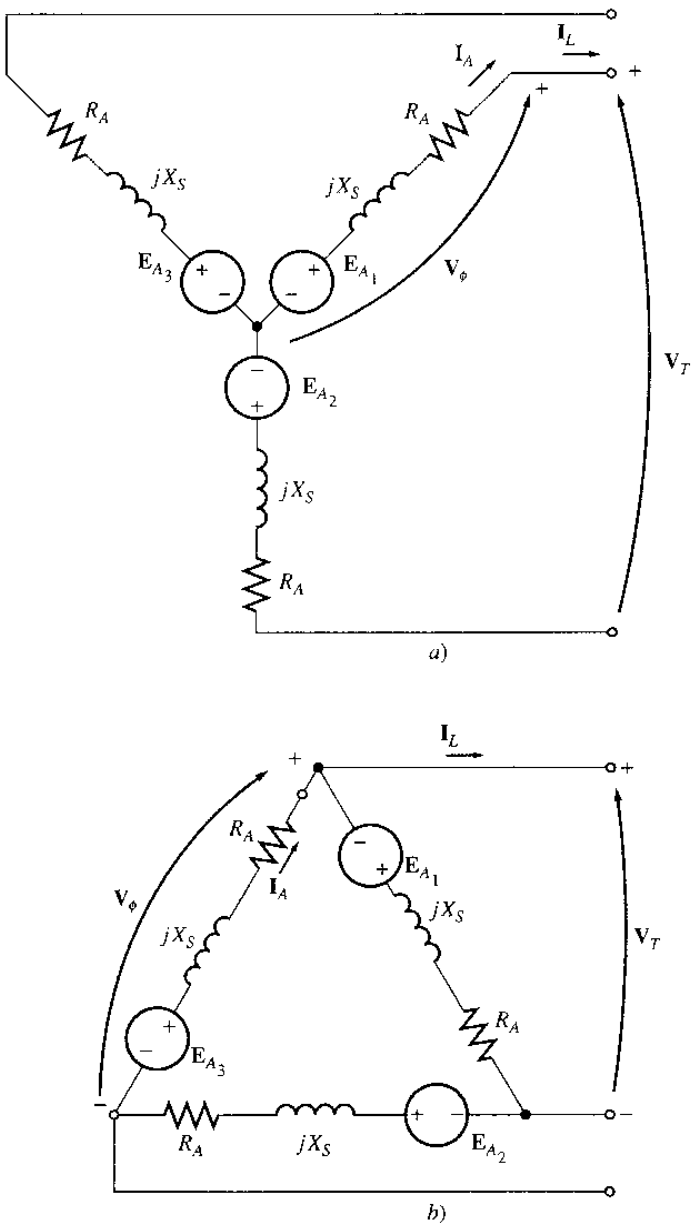


Figura 5-11
Circuito equivalente del generador conectado en *a*) Y y *b*) en Δ.

El hecho de que las tres fases de los generadores sincrónicos sean idénticas en todos los aspectos, excepto en el ángulo de fase, conduce a utilizar normalmente el *circuito equivalente por fase.* El circuito equivalente por fase de esta máquina se muestra en la figura 5-12. Se debe tener en cuenta un factor importante al utilizar el circuito equivalente por fase: las tres fases tienen igual voltaje y corriente *sólo* cuando las cargas conectadas a ellas están *balanceadas.* Si las cargas sobre el generador no están balanceadas, se requieren técnicas de análisis más sofisticadas que están fuera del alcance de este libro.

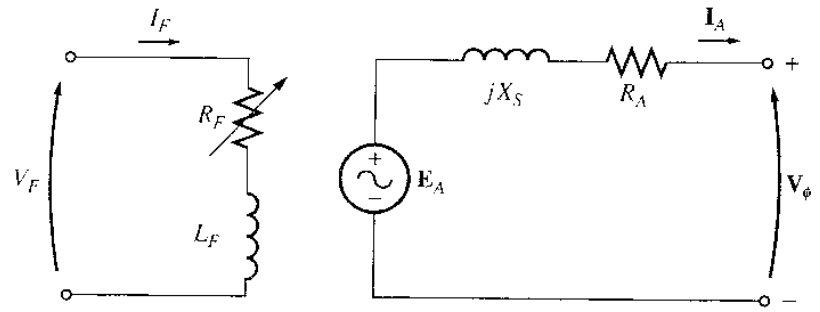


Figura 5-12
Circuito equivalente por fase de un generador sincrónico. La resistencia interna del circuito de campo y la resistencia externa variable se han combinado en una sola resistencia R_F.

5-5 DIAGRAMA FASORIAL DE UN GENERADOR SINCRÓNICO

Debido a que los voltajes en un generador sincrónico son alternos, usualmente se expresan como fasores. Puesto que los fasores tienen magnitud y ángulo, la relación entre ellos debe ser expresada por un dibujo bidimensional. Cuando los voltajes en una fase ($\mathbf{E}_A$, $\mathbf{V}_\phi$, $jX_S\mathbf{I}_A$ y $R_A\mathbf{I}_A$) y la corriente $\mathbf{I}_A$ en la fase se grafican de tal forma que muestren las relaciones entre ellos, el dibujo resultante se llama *diagrama fasorial.*

Por ejemplo, la figura 5-13 muestra esas relaciones cuando el generador está alimentando una carga cuyo factor de potencia es igual a la unidad (carga puramente resistiva). En la ecuación (5-11), el voltaje total $\mathbf{E}_A$ difiere del voltaje en los terminales de la fase $\mathbf{V}_\phi$ por las caídas de voltaje resistiva e inductiva. Todos los voltajes y corrientes están referenciados a $\mathbf{V}_\phi$, el cual se asume arbitrariamente con ángulo de 0°.

Este diagrama fasorial se puede comparar con los diagramas fasoriales de generadores que operan con factores de potencia en atraso y en adelanto. La figura 5-14 muestra estos diagramas fasoriales. Nótese que *para un voltaje de fase y una corriente del inducido dados,* se requiere mayor voltaje interno generado $\mathbf{E}_A$ para cargas en atraso que para cargas en adelanto. Entonces, se requiere mayor corriente de campo con cargas en atraso para mantener el mismo voltaje en los terminales porque,

$$E_A = K\phi\omega \tag{5-1}$$

y ω debe ser constante para mantener constante la frecuencia.

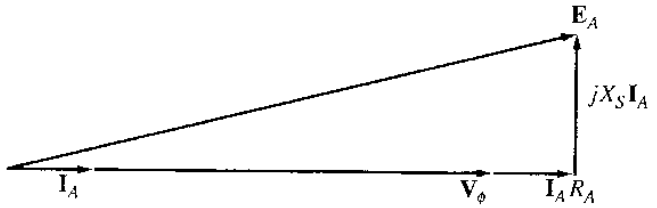


Figura 5-13
Diagrama fasorial de un generador sincrónico con factor de potencia unitario.

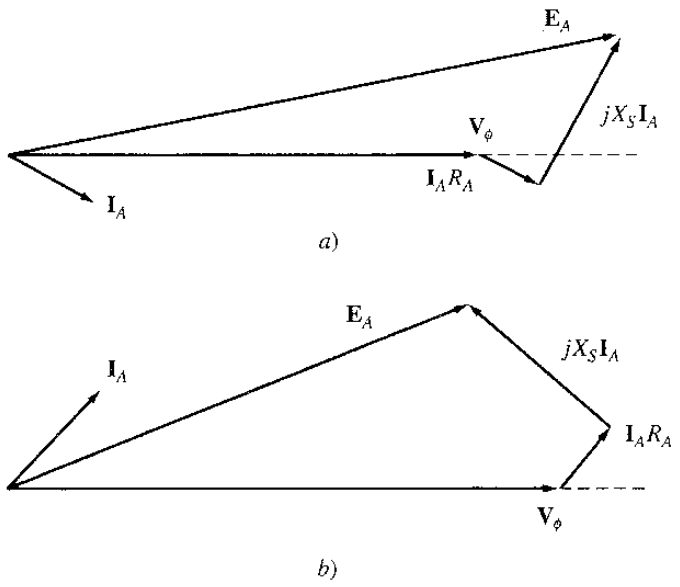


Figura 5-14
Diagrama fasorial de un generador sincrónico con factor de potencia *a)* en atraso y *b) en* adelanto.

Alternativamente, *para una corriente de campo y una magnitud de corriente de carga dadas, el voltaje en los terminales es menor para cargas en atraso y mayor para cargas en adelanto.*

En las máquinas sincrónicas reales, dado que la reactancia sincrónica es mucho mayor que la resistencia del devanado R_A, ésta se desprecia con frecuencia en el estudio *cualitativo* de las variaciones de voltaje. Para hallar resultados numéricos exactos, se debe considerar R_A.

5-6 POTENCIA Y PAR EN LOS GENERADORES SINCRÓNICOS

Un generador sincrónico es una máquina sincrónica utilizada como generador para convertir la potencia mecánica en potencia eléctrica trifásica. La fuente de potencia mecánica, el *motor primario,* puede ser un motor diesel, una turbina de vapor, una turbina hidráulica o un equipo similar. Cualquiera que sea la fuente, debe cumplir la propiedad básica de que su velocidad sea casi constante, independientemente de la demanda de potencia. Si esto no se cumple, la frecuencia resultante del sistema de potencia podría presentar fallas.

No toda la potencia mecánica que entra al generador sincrónico se convierte en potencia eléctrica a la salida de la máquina. La diferencia entre la potencia de salida y la de entrada representa las pérdidas de la máquina. La figura 5-15 muestra un diagrama de flujo de potencia para un generador sincrónico. La potencia mecánica de entrada es la potencia al eje en el generador $P_{\text{in}} = \tau_{\text{app}}\, \omega_m$, mientras que la potencia mecánica convertida internamente en eléctrica está dada por

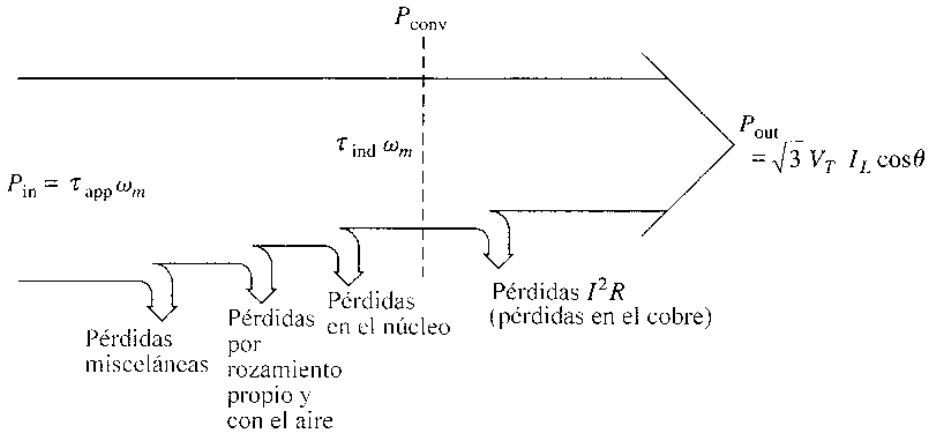


Figura 5-15
Diagrama de flujo de potencia en un generador sincrónico.

$$P_{conv} = \tau_{ind}\omega_m \tag{5-14}$$

$$= 3E_A I_A \cos \gamma \tag{5-15}$$

donde γ es el ángulo entre $\mathbf{E}_A$ e $\mathbf{I}_A$. La diferencia entre la potencia de entrada al generador y la potencia convertida en el generador representa las pérdidas mecánicas, en el núcleo, y las pérdidas misceláneas de la máquina.

La potencia eléctrica real de salida del generador sincrónico se puede expresar en cantidades de línea a línea como

$$P_{out} = \sqrt{3}V_T I_L \cos \theta \tag{5-16}$$

y en cantidades de fase como

$$P_{out} = 3V_\phi I_A \cos \theta \tag{5-17}$$

La potencia reactiva de salida puede ser expresada en cantidades de línea a línea como

$$Q_{out} = \sqrt{3}V_T I_L \operatorname{sen} \theta \tag{5-18}$$

o en cantidades de fase como

$$Q_{out} = 3V_\phi I_A \operatorname{sen} \theta \tag{5-19}$$

Si se ignora la resistencia del inducido R_A (puesto que $X_S >> R_A$), se puede deducir una ecuación muy útil para aproximar la potencia de salida del generador. Para obtener esta ecuación, es preciso examinar el diagrama fasorial de la figura 5-16, que muestra un diagrama fasorial sim-

plificado de un generador en el cual se ha ignorado la resistencia estatórica. Nótese que el segmento vertical *bc* se puede expresar como $E_A \operatorname{sen} \delta$ o como $X_S I_A \cos \theta$. Por tanto,

$$I_A \cos \theta = \frac{E_A \operatorname{sen} \delta}{X_S}$$

al sustituir esta expresión en la ecuación (5-17) se obtiene

$$\boxed{P = \frac{3V_\phi E_A \operatorname{sen} \delta}{X_S}} \tag{5-20}$$

Puesto que en la ecuación (5-20) se supuso que el valor de las resistencias era cero, no hay pérdidas eléctricas en este generador, y esta ecuación es igual para P_{conv} y P_{out}.

La ecuación (5-20) muestra que la potencia producida por un generador sincrónico depende del ángulo δ entre $\mathbf{V}_\phi$ y $\mathbf{E}_A$. El ángulo δ se conoce como *ángulo de par* de la máquina. Nótese también que la máxima potencia que puede suministrar el generador ocurre cuando $\delta = 90°$. En $\delta = 90°$, sen $\delta = 1$ y

$$P_{máx.} = \frac{3V_\phi E_A}{X_S} \tag{5-21}$$

La máxima potencia indicada por esta ecuación se llama *límite de estabilidad estática* del generador. Normalmente, los generadores reales nunca llegan a estar demasiado cerca de este límite. Ángulos de par a plena carga entre 15° a 20° son los más típicos en las máquinas reales.

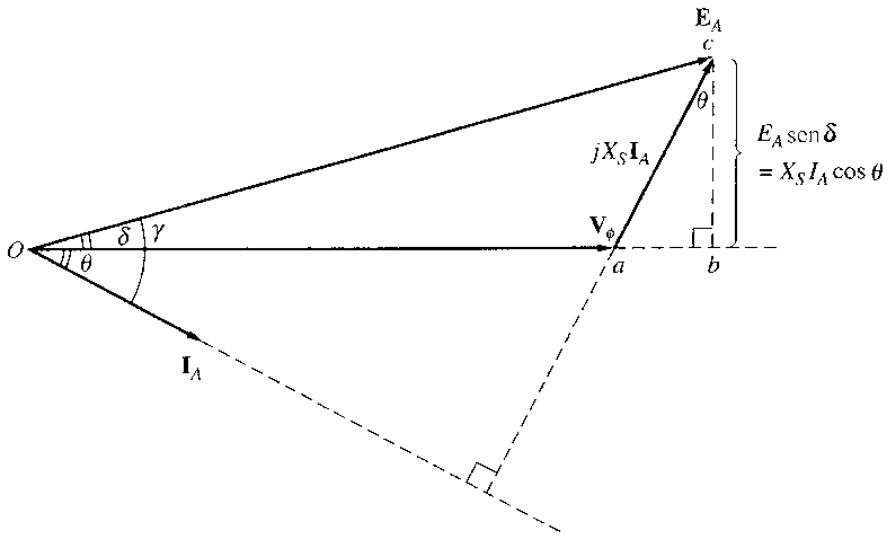


Figura 5-16
Diagrama fasorial simplificado donde se ha ignorado la resistencia del inducido.

Examínense de nuevo las ecuaciones (5-17), (5-19) y (5-20). Si V_ϕ es constante, la *potencia real de salida es directamente proporcional* a las cantidades $I_A \cos\theta$ y E_A sen δ, y la potencia reactiva de salida es directamente proporcional a la cantidad I_A sen θ. Estos datos son útiles para dibujar los diagramas fasoriales de los generadores sincrónicos cuando la carga varía.

Del capítulo 4, el par inducido en este generador se puede expresar como

$$\tau_{\text{ind}} = k\mathbf{B}_R \times \mathbf{B}_S \tag{4-58}$$

o como

$$\tau_{\text{ind}} = k\mathbf{B}_R \times \mathbf{B}_{\text{net}} \tag{4-60}$$

La magnitud de la ecuación (4-60) puede ser expresada como

$$\tau_{\text{ind}} = kB_R B_{\text{net}} \operatorname{sen}\delta \tag{4-61}$$

donde δ es el ángulo entre los campos magnéticos del rotor y el neto (también llamado *ángulo de par*). Puesto que $\mathbf{B}_R$ produce al voltaje $\mathbf{E}_A$ y $\mathbf{B}_{\text{net}}$ produce al voltaje V_ϕ, el ángulo δ entre $\mathbf{E}_A$ y V_ϕ es igual al ángulo δ entre $\mathbf{B}_R$ y $\mathbf{B}_{\text{net}}$.

Una expresión alternativa para el par inducido en un generador sincrónico se puede deducir de la ecuación (5-20). Debido a que $P_{\text{conv}} = \tau_{\text{ind}}\omega_m$, el par inducido se puede expresar como

$$\boxed{\tau_{\text{ind}} = \frac{3V_\phi E_A \operatorname{sen}\delta}{\omega_m X_S}} \tag{5-22}$$

Esta expresión describe el par inducido en términos de cantidades eléctricas, mientras que la ecuación (4-60) da la misma información en términos de cantidades magnéticas.

5-7 MEDICIÓN DE LOS PARÁMETROS DEL MODELO DE GENERADOR SINCRÓNICO

El circuito equivalente de un generador sincrónico que se ha derivado contiene tres cantidades que deben determinarse para describir completamente el comportamiento de un generador sincrónico real.

1. La relación entre flujo y corriente de campo (y por tanto entre la corriente de campo y E_A)
2. La reactancia sincrónica
3. La resistencia del inducido

Esta sección describe una técnica sencilla para determinar estas cantidades en un generador sincrónico.

El primer paso del proceso consiste en realizar la *prueba de circuito abierto* del generador. Para llevarla a cabo, se hace girar el generador a su velocidad nominal desconectando todos los

terminales de cualquier carga y se coloca la corriente de campo en cero. Entonces se incrementa gradualmente la corriente de campo en pasos y se mide el voltaje en los terminales en cada paso durante la prueba. Con los terminales abiertos $I_A = 0$ por lo que E_A es igual a V_ϕ. Con esta información es posible elaborar una gráfica de E_A o V_T *contra* I_F. Este dibujo es llamado *característica de circuito abierto* (OCC) del generador, que permite encontrar en el generador el voltaje interno generado para una corriente de campo dada. La figura 5-17*a* muestra una característica típica de éstas. Nótese que en principio la curva es casi perfectamente lineal hasta observar una saturación a altas corrientes de campo. Dado que el hierro no saturado en el marco de la máquina sincrónica tiene una reluctancia varios miles de veces menor que la reluctancia del entrehierro, al principio casi *toda* la fuerza magnetomotriz se ejerce a través del entrehierro y el incremento en el flujo resultante es lineal. Cuando finalmente se satura el hierro, su reluctancia se incrementa en forma dramática; el flujo se incrementa mucho más despacio cuando se incrementa la fuerza magnetomotriz. La porción lineal de una OCC se llama *línea de entrehierro* de la característica.

El segundo paso del proceso es llevar a cabo la *prueba de cortocircuito*. Para esta prueba, se ajusta la corriente de campo nuevamente en cero y se cortocircuitan los terminales del generador por medio de un grupo de amperímetros. Luego, cuando se incrementa la corriente de campo, se mide la corriente del inducido I_A o la corriente de línea I_L. La característica de corriente del inducido contra la corriente de campo se llama *característica de cortocircuito* (SCC) y se muestra en la figura 5-17*b*. En esencia, esta característica es una línea recta. Para entender por qué es una línea recta, obsérvese el circuito equivalente de la figura 5-12 cuando los terminales de la máquina están cortocircuitados. Tal circuito se muestra en la figura 5-18*a*. Nótese que cuando los terminales están cortocircuitados, la corriente del inducido $\mathbf{I}_A$ está dada por

$$\mathbf{I}_A = \frac{\mathbf{E}_A}{R_A + jX_S} \tag{5-23}$$

y su magnitud está dada por

$$I_A = \frac{E_A}{\sqrt{R_A^2 + X_S^2}} \tag{5-24}$$

El diagrama fasorial resultante se muestra en la figura 5-18*b* y los campos magnéticos correspondientes se muestran en la figura 5-18*c*. Puesto que $\mathbf{B}_S$ casi anula a $\mathbf{B}_R$, el campo magnético neto $\mathbf{B}_{net}$ es *muy* pequeño (correspondiente únicamente a las caídas internas resistiva e inductiva). Dado que el campo magnético neto de la máquina es tan pequeño, la máquina no se satura y la SCC es lineal.

Para entender la información proporcionada por estas dos características nótese que, cuando $\mathbf{V}_\phi$ igual a cero en la figura 5-18, *la impedancia interna de la máquina* está dada por

$$Z_S = \sqrt{R_A^2 + X_S^2} = \frac{E_A}{I_A} \tag{5-25}$$

Puesto que $X_S >> R_A$, esta ecuación se reduce a

$$X_S \approx \frac{E_A}{I_A} = \frac{V_{\phi,oc}}{I_A} \tag{5-26}$$

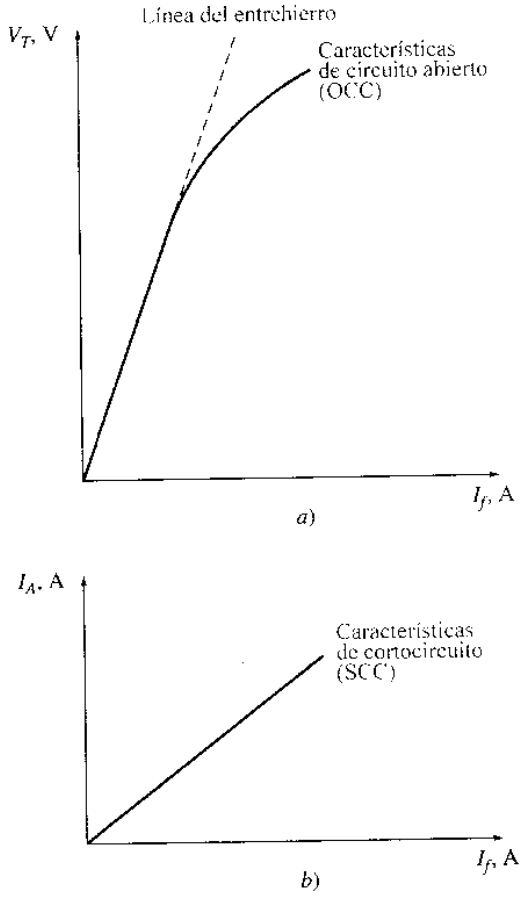


Figura 5-17
a) Característica de circuito abierto (OCC) de un generador sincrónico. *b*) Característica de cortocircuito (SCC) de un generador sincrónico.

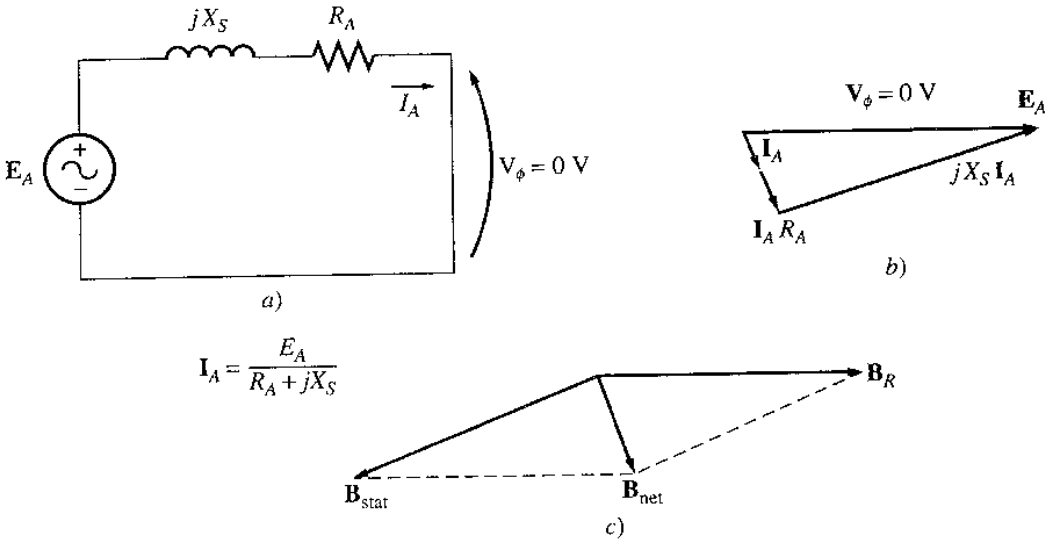


Figura 5-18
a) Circuito equivalente de un generador sincrónico durante la prueba de cortocircuito. *b*) Diagrama fasorial resultante. *c*) Campos magnéticos durante la prueba de cortocircuito.

Si E_A e I_A son conocidos para una situación dada, se puede hallar la reactancia sincrónica X_S.

Un método *aproximado* para determinar la reactancia sincrónica X_S para una corriente de campo dada es:

1. Obtenga el voltaje interno generado E_A de la característica OCC para esa corriente de campo.
2. Obtenga la corriente de cortocircuito $I_{A,SC}$ para esa corriente de campo de la característica SCC.
3. Encuentre X_S aplicando la ecuación (5-26).

Sin embargo, este método presenta una dificultad. El voltaje interno generado E_A proviene de la OCC, cuando la máquina está parcialmente *saturada* por grandes corrientes de campo, mientras que I_A se toma de la SCC, cuando la máquina *no se encuentra saturada* para todas las corrientes de campo. Entonces, para corrientes de campo más altas, la E_A tomada de la OCC a una corriente de campo dada *no* es igual a la E_A en la misma corriente de campo bajo condiciones de cortocircuito; debido a esta diferencia, el valor resultante de X_S es aproximado.

No obstante, la respuesta hallada por este método es correcta hasta el punto de saturación, de modo que, la *reactancia sincrónica no saturada* $X_{S,u}$ de la máquina se puede encontrar aplicando simplemente la ecuación (5-26) para toda corriente de campo en la porción lineal (o línea de entrehierro) de la curva OCC.

Puesto que el valor aproximado de la reactancia sincrónica varía con el grado de saturación de la OCC, el valor de la reactancia sincrónica utilizada en un ejercicio dado debe ser el calculado para el valor aproximado de la carga sobre la máquina. Una gráfica de la reactancia sincrónica aproximada como función de la corriente de campo se muestra en la figura 5-19.

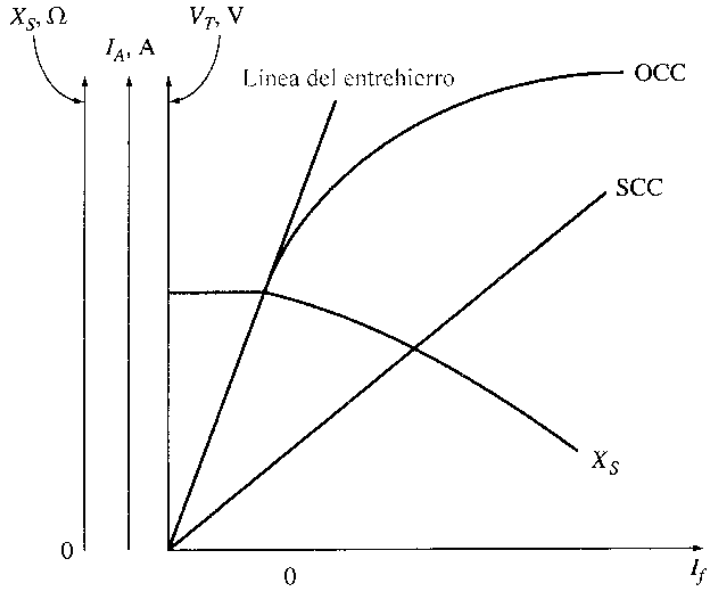


Figura 5-19
Dibujo de la reactancia sincrónica aproximada de un generador sincrónico como función de la corriente de campo de la máquina. El valor constante de reactancia encontrado para bajos valores de corriente de campo es la reactancia sincrónica *no saturada* de la máquina.

Para obtener una estimación más exacta de la reactancia sincrónica saturada, se puede remitir a la sección 5-3 de la referencia 2.

Si es importante conocer tanto la resistencia de un devanado como su reactancia sincrónica, la resistencia puede aproximarse aplicando una tensión dc a los devanados, mientras la máquina está estacionaria, y midiendo el flujo de corriente resultante. Debido a que se utiliza de un voltaje dc, la reactancia de los devanados es cero durante el proceso de medida.

Esta técnica no es del todo exacta ya que la resistencia ac será un poco mayor que la resistencia dc (como resultado del efecto pelicular a altas frecuencias). El valor medido de la resistencia puede introducirse en la ecuación (5-26) para mejorar el valor estimado de X_S, si se desea (tal mejoramiento no es de mucha ayuda en el cálculo aproximado pues la saturación causa un error mucho mayor en el cálculo de X_S que el cometido al ignorar R_A).

Relación de cortocircuito

Otro parámetro utilizado para describir los generadores sincrónicos es la relación de cortocircuito. La *relación de cortocircuito* dc un generador se define como la relación de la *corriente de campo requerida para el voltaje nominal de circuito abierto y la corriente decampo requerida para la corriente nominal del inducido en cortocircuito.* Se puede demostrar que esta cantidad es el inverso del valor o por unidad de la reactancia sincrónica saturada aproximada, calculada mediante la ecuación (5-26).

Aunque la relación de cortocircuito no aporta información sobre el generador distinta de la conocida a partir de la reactancia sincrónica saturada, es importante saber qué es ya que este término se utiliza ocasionalmente en la industria.

Ejemplo 5-1 Al probar un generador sincrónico de 200 kVA, 480 V, 50 Hz, conectado en Y, con una corriente nominal de campo de 5 A, se obtuvieron los siguientes datos:

1. $V_{T,OC}$ a la corriente nominal I_F fue medido como 540 V.
2. $I_{L,SC}$ a la corriente nominal I_F fue 300 A.
3. Cuando se aplicó un voltaje de 10 V dc a dos de los terminales, el valor de la corriente fue 25 A.

Encuentre los valores de la resistencia del inducido y la reactancia sincrónica aproximada en ohm que se podrían utilizar en el modelo de generador en condiciones nominales.

Solución. Dado que el generador descrito está conectado en Y, la corriente directa aplicada en la prueba de resistencia fluye a través de dos devanados. Entonces, la resistencia está dada por

$$2R_A = \frac{V_{DC}}{I_{DC}}$$

$$R_A = \frac{V_{DC}}{2I_{DC}} = \frac{10\text{ V}}{(2)(25\text{ A})} = 0.2\ \Omega$$

El voltaje interno generado a corriente de campo nominal es

$$E_A = V_{\phi,OC} = \frac{V_T}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{540\text{ V}}{\sqrt{3}} = 311.8\text{ V}$$

La corriente de cortocircuito I_A es igual a la corriente de línea puesto que el generador está conectado en Y:

$$I_{A,SC} = I_{L,SC} = 300 \text{ A}$$

Entonces, la reactancia sincrónica a la corriente de campo nominal se puede calcular a partir de la ecuación (5-25):

$$\sqrt{R_A^2 + X_S^2} = \frac{E_A}{I_A} \tag{5-25}$$

$$\sqrt{(0.2\ \Omega)_A^2 + X_S^2} = \frac{311.8 \text{ V}}{300 \text{ A}}$$

$$\sqrt{(0.2\ \Omega)_A^2 + X_S^2} = 1.039\ \Omega$$

$$0.04 + X_S^2 = 1.08$$

$$X_S^2 = 1.04$$

$$X_S = 1.02\ \Omega$$

¿Qué efecto produjo la inclusión de R_A en el valor estimado de X_S? No mucho. Si se evalúa X_S por la ecuación (5-26), el resultado es

$$X_S = \frac{E_A}{I_A} = \frac{311.8 \text{ V}}{300 \text{ A}} = 1.04\ \Omega$$

Puesto que el error en X_S, debido al haber ignorado a R_A, es mucho menor que el error debido a los efectos de la saturación, la ecuación (5-26) se utiliza en cálculos aproximados.

El circuito equivalente por fase resultante se muestra en la figura 5-20. ●

5-8 EL GENERADOR SINCRÓNICO OPERANDO SOLO

El comportamiento de un generador sincrónico bajo carga varía bastante dependiendo del factor de potencia de la carga y de si el generador opera solo o en paralelo con otros generadores sincrónicos. En esta sección, se estudiará el comportamiento del generador sincrónico operando solo. En la sección 5-9 se examinará el comportamiento de los generadores sicrónicos operando en paralelo.

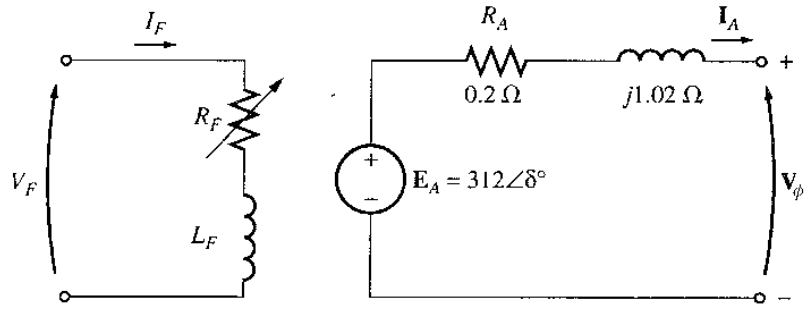


Figura 5-20
Circuito equivalente por fase del generador del ejemplo 5-1.

En esta sección, los conceptos se ilustrarán con diagramas fasoriales simplificados, ignorando el efecto de R_A. En algunos de los ejemplos numéricos se incluirá la resistencia R_A.

Mientras no se indique lo contrario, en esta sección se supondrá constante la velocidad del generador, y todas las características de los terminales serán dibujadas suponiendo que la velocidad es constante. También se supone constante el flujo del rotor en los generadores, a menos que su corriente de campo sea cambiada explícitamente.

Efecto de los cambios de carga sobre un generador sincrónico que opera solo

Para entender las características de operación de un generador sincrónico cuando se encuentra funcionando solo, es preciso examinar un generador alimentando una carga. La figura 5-21 muestra el diagrama de un único generador que alimenta a una carga. ¿Qué ocurre cuando se incrementa la carga en el generador?

Un incremento de carga es un incremento en la potencia real o la reactiva suministrada por el generador. Tal incremento de carga aumenta la corriente tomada del generador. Debido a que no se ha cambiado la resistencia de campo, la corriente de campo es constante y por tanto, el flujo ϕ es constante. Puesto que el motor primario también mantiene constante su velocidad ω, la *magnitud del voltaje interno generado* $E_A = K\phi\,\omega$ *es constante*.

Si E_A es constante, ¿qué varía cuando cambia la carga? Para averiguarlo se elaboran diagramas fasoriales que muestren el incremento de carga, teniendo en cuenta las restricciones indicadas.

Primero se examina el generador que opera con factor de potencia en atraso. Si se adiciona más carga con el *mismo factor de potencia*, $|\mathbf{I}_A|$ se incrementa pero permanece al mismo ángulo θ con respecto a V_ϕ, como antes. Entonces, el voltaje de reacción del inducido $jX_S\mathbf{I}_A$ es mayor que antes pero tiene el mismo ángulo. Ahora, puesto que

$$\mathbf{E}_A = \mathbf{V}_\phi + jX_S\mathbf{I}_A$$

$jX_S\mathbf{I}_A$ debe extenderse entre $\mathbf{V}_\phi$ a un ángulo de 0° y $\mathbf{E}_A$, el cual está limitado a la misma magnitud de antes del incremento de la carga. Si se representan estas limitaciones en un diagrama fasorial, hay un solo punto y únicamente uno en el cual el voltaje de reacción del inducido puede ser paralelo a su posición original mientras se incrementa su tamaño. La figura 5-22*a* muestra la gráfica resultante.

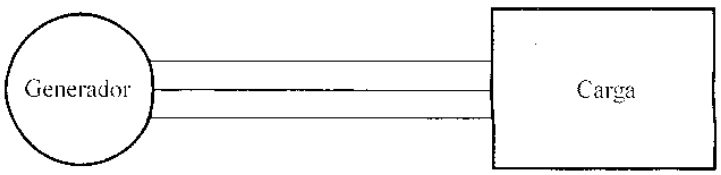


Figura 5-21
Generador único que alimenta una carga.

Si se cumplen estas restricciones, se observa que cuando la carga se incrementa, el voltaje $\mathbf{V}_\phi$ decrece abruptamente.

Si ahora se carga el generador con cargas cuyo factor de potencia es la unidad, ¿qué ocurre si se adicionan nuevas cargas con el mismo factor de potencia? Con las mismas restricciones anteriores, se puede ver que esta vez $\mathbf{V}_\phi$ decrece tan sólo ligeramente (*véase* figura 5-22*b*).

Por último se carga el generador con cargas cuyo factor de potencia esté en adelanto. Si se adicionan nuevas cargas con el mismo factor de potencia, esta vez el voltaje de reacción del inducido es diferente de su valor previo y $\mathbf{V}_\phi$ *se incrementa* realmente (*véase* figura 5-22*c*). En este último caso, un incremento de carga en el generador produce un incremento en el voltaje de sus terminales. Este resultado no es lo que se esperaría con base en la instuición solamente.

Las conclusiones generales de este análisis sobre el comportamiento de los generadores sincrónicos son:

1. Si se adicionan cargas en atraso (+Q o cargas de potencia reactiva inductiva) al generador, $\mathbf{V}_\varphi$ y el voltaje en los terminales V_T decrecen significativamente.
2. Si se adicionan cargas de factor de potencia unitario (cargas no reactivas) al generador, se presenta una ligera disminución en $\mathbf{V}_\phi$ y en el voltaje de los terminales.
3. Si se adicionan al generador cargas con factor de potencia en adelanto (–Q o cargas de potencia reactiva capacitiva), $\mathbf{V}_\phi$ y el voltaje en los terminales se incrementan.

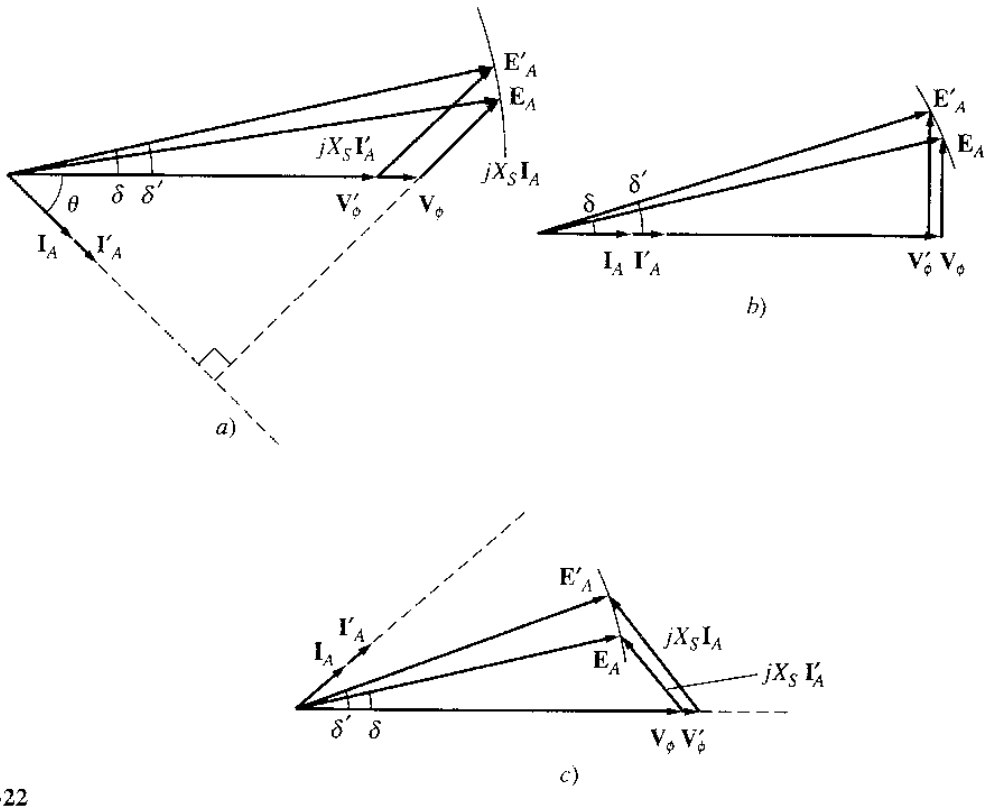


Figura 5-22
Efecto del incremento de carga sobre un generador a factor de potencia constante, en el voltaje en los terminales. *a*) Factor de potencia en atraso, *b*) factor de potencia unitario, *c*) factor de potencia en adelanto.

Una manera conveniente de comparar el comportamiento de los voltajes de dos generadores es mediante su *regulación de voltaje*. La regulación de voltaje (VR) del generador se define por la ecuación

$$\text{VR} = \frac{V_{nl} - V_{fl}}{V_{fl}} \times 100\% \tag{4-67}$$

donde V_{nl} es el voltaje del generador en vacío y V_{fl} es el voltaje a plena carga del generador. Un generador sincrónico que opera con factor de potencia en atraso tiene una regulación de voltaje positiva muy grande; si opera a factor de potencia unitario, tiene una regulación de voltaje positiva pequeña, y si opera a factor de potencia en adelanto tiene, con frecuencia, regulación de voltaje negativa.

Normalmente se desea conservar constante el voltaje que se suministra a la carga aunque la carga en sí varíe. ¿Cómo pueden corregirse las variaciones del voltaje en los terminales para ese efecto? El método obvio es variar la magnitud de $\mathbf{E}_A$ para compensar los cambios de carga, recordando que $E_A = K\phi\,\omega$. Puesto que la frecuencia no debe variar en un sistema normal, E_A se debe controlar variando el flujo de la máquina.

Por ejemplo, si se adiciona una carga en atraso al generador, el voltaje en los terminales caerá como se mostró anteriormente. Para restablecerlo a su nivel previo, se disminuye la resistencia R_F. Si R_F decrece, la corriente de campo se incrementa.

Un incremento en I_F eleva el flujo, que a su vez incrementa E_A, un aumento en E_A eleva los voltajes de fase y los de los terminales del generador. Esta idea se puede resumir como sigue:

1. Disminuyendo la resistencia del campo del generador se incrementa su corriente de campo.
2. Un incremento en la corriente de campo incrementa el flujo en la máquina.
3. Un incremento en el flujo incrementa el voltaje interno generado $E_A = K\phi\,\omega$.
4. Un incremento en E_A incrementa $\mathbf{V}_\phi$ y el voltaje de los terminales del generador.

El proceso puede invertirse para disminuir el voltaje de los terminales. Es posible regular el voltaje en los terminales del generador, a través de una serie de cambios de carga, ajustando simplemente la corriente de campo.

Ejemplos

Los tres ejemplos siguientes ilustran cálculos sencillos que incluyen voltajes, corrientes y flujos de potencia en los generadores sincrónicos. El primer ejercicio incluye la resistencia del inducido R_A en los cálculos, en tanto que los dos siguientes la ignoran. Una parte del primer ejemplo plantea la pregunta *¿Cómo debe ajustarse la corriente de campo de un generador para conservar constante V_T cuando varía la carga*? Por otro lado, una parte del segundo ejemplo plantea la pregunta *Si la carga cambia y se deja el campo libre, ¿qué ocurre con el voltaje en los terminales? Se* podría comparar el comportamiento de los generadores calculado en estos dos ejercicios para corroborar si concuerda con los argumentos cualitativos de esta sección. Finalmente, el tercer ejemplo ilustra la utilización del programa MATLAB para deducir las características en los terminales del generador sincrónico.

Ejemplo 5-2 Un generador sincrónico de 480 V, 60 Hz, de cuatro polos, conectado en Δ tiene una OCC como se muestra en la figura 5-23*a*. Este generador tiene una reactancia sincrónica de 0.1 Ω y resistencia del inducido de 0.015 Ω. A plena carga la máquina suministra 1200 A con factor de potencia de 0.8 en atraso. A plena carga las pérdidas por rozamiento propio y por rozamiento con el aire son 40 kW, y las pérdidas en el núcleo son 30 kW. Ignore cualquier pérdida en el circuito de campo.

a) ¿Cuál es la velocidad de rotación de este generador?
b) ¿Cuánta corriente de campo debe suministrarse al generador para que el voltaje en los terminales sea 480 V en vacío?
c) Si el generador se conecta a una carga que toma 1200 A con factor de potencia 0.8 en atraso, ¿cuánta corriente de campo se requerirá para que el voltaje de los terminales se mantenga igual a 480 V?
d) ¿Cuánta potencia suministra ahora el generador? ¿Cuánta potencia suministra al generador el motor primario? ¿Cuál es la eficiencia total de esta máquina?
e) Si se desconectara súbitamente la carga del generador ¿qué ocurriría con el voltaje en sus terminales?
f) Finalmente, si el generador está conectado a una carga que consume 1200 A con factor de potencia 0.8 en *adelanto*, ¿cuánta corriente de campo se requerirá para conservar V_T en 480 V?

Solución. Este generador sincrónico está conectado en Δ de modo que su voltaje de fase es igual a su voltaje de línea $V_\phi = V_T$, mientras que su corriente de fase está relacionada a la de línea por la ecuación $I_L = \sqrt{3} I_\phi$.

a) La relación entre la frecuencia eléctrica producida por un generador sincrónico y la velocidad de rotación del eje está dada por la ecuación (4-34):

$$f_e = \frac{n_m P}{120} \tag{4-34}$$

Entonces

$$n_m = \frac{120 f_e}{P}$$

$$= \frac{120(50 \text{ Hz})}{6 \text{ polos}} = 1000 \text{ r/min}$$

b) En esta máquina $V_\phi = V_T$. Puesto que el generador está descargado, $I_A = 0$ y $E_A = V_\phi$. Entonces, $V_T = V_\phi = E_A = 480$ V y, de la característica de circuito abierto, $I_F = 4.5$ A.
c) Si el generador está suministrando 1200 A, la corriente del inducido en la máquina es

$$I_A = \frac{1200 \text{ A}}{\sqrt{3}} = 692.8 \text{ A}$$

El diagrama fasorial de este generador se muestra en la figura 5-23*b*. Si el voltaje de los terminales se ajusta a 480 V, la magnitud del voltaje interno generado E_A está dada por

$$\begin{aligned} \mathrm{E}_A &= \mathrm{V}_\phi + R_A \mathrm{I}_A + jX_S \mathrm{I}_A \\ &= 480 \angle 0° \text{ V} + (0.015 \ \Omega)(692.8 \angle -36.87° \text{ A}) + (j0.1 \ \Omega)(692.8 \angle -36.87° \text{ A}) \\ &= 480 \angle 0° \text{ V} + 10.39 \angle -36.87° \text{ V} + 69.28 \angle 53.13° \text{ V} \\ &= 529.9 + j49.2 \text{ V} = 532 \angle 5.3° \text{ V} \end{aligned}$$

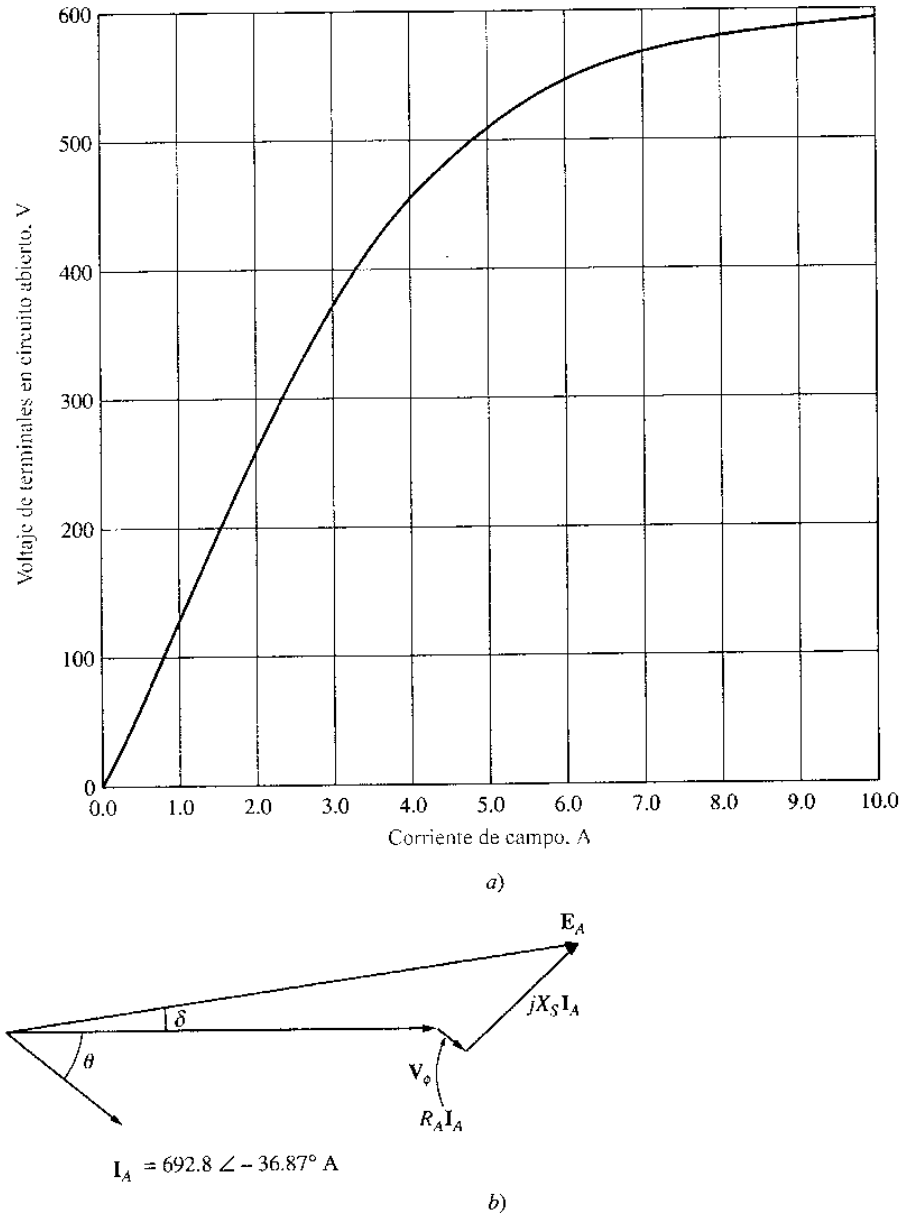


Figura 5-23
a) Característica de circuito abierto del generador del ejemplo 5-2. *b*) Diagrama fasorial del generador del ejemplo 5-2.

Para mantener en 480 V el voltaje de los terminales, E_A debe ser ajustado a 532 V. De la figura 5-23, la corriente de campo requerida es 5.7 A.

d) La potencia que el generador suministra ahora se puede hallar aplicando la ecuación (5-16):

$$\begin{aligned} P_{\text{out}} &= \sqrt{3} V_T I_L \cos\theta \\ &= \sqrt{3}(480\text{ V})(1200\text{ A})\cos 36.87° \\ &= 798\text{ kW} \end{aligned} \tag{5-16}$$

Para determinar la potencia de entrada al generador se utiliza el diagrama de flujo de potencia (figura 5-15). En el diagrama de flujo de potencia, la potencia mecánica de entrada está dada por

$$P_{\text{in}} = P_{\text{out}} + P_{\text{pérd. elec.}} + P_{\text{pérd. núcleo}} + P_{\text{pérd. mecánica}} + P_{\text{pérd. dispersas}}$$

Las pérdidas misceláneas no están especificadas aquí por lo cual serán ignoradas. En este generador, las pérdidas eléctricas son

$$\begin{aligned} P_{\text{pérd. elec.}} &= 3I_A^2 R_A \\ &= 3(692.8\text{ A})^2(0.015\ \Omega) = 21.6\text{ kW} \end{aligned}$$

Dado que las pérdidas en el núcleo son 30 kW y las de fricción propia y fricción con el aire son 40 kW, la potencia total de entrada al generador es

$$P_{\text{in}} = 798\text{ kW} + 21.6\text{ kW} + 30\text{ kW} + 40\text{ kW} = 889.6\text{ kW}$$

Entonces la eficiencia de la máquina es

$$\eta = \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} \times 100\% = \frac{798\text{ kW}}{889.6\text{ kW}} \times 100\% = 89.75\%$$

e) Si se desconectara repentinamente la carga del generador, la corriente $\mathbf{I}_A$ caería a cero y $\mathbf{E}_A = \mathbf{V}_\phi$. Puesto que la corriente de campo no ha variado, $|\mathbf{E}_A|$ no varía y $\mathbf{V}_\phi$ y V_T deben incrementarse para igualar a $\mathbf{E}_A$. De esta manera, si la carga cayera súbitamente, el voltaje en los terminales del generador se elevaría a 532 V.

f) Si se cargara el generador con 1200 A, el factor de potencia fuera 0.8 en adelanto, y el voltaje en los terminales fuera 480 V, el voltaje interno generado debería ser

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_A &= \mathbf{V}_\phi + R_A\mathbf{I}_A + jX_S\mathbf{I}_A \\ &= 480\angle 0°\text{ V} + (0.015\ \Omega)(692.8\angle 36.87°\text{ A}) + (j0.1\ \Omega)(692.8\angle 36.87°\text{ A}) \\ &= 480\angle 0°\text{ V} + 10.39\angle 36.87°\text{ V} + 69.28\angle 126.87°\text{ V} \\ &= 446.7 + j61.7\text{ V} = 451\angle 7.1°\text{ V} \end{aligned}$$

Por tanto, el voltaje interno generado E_A se debe ajustar para proveer 451 V, si V_T debe permanecer en 480 V. Utilizando la característica de circuito abierto, la corriente de campo debería ser ajustada a 4.1 A. ●

¿Qué tipo de carga (en adelanto o en atraso) requeriría una mayor corriente de campo para mantener el voltaje nominal? ¿Qué tipo de carga (en adelanto o en atraso) impondría mayor esfuerzo térmico al generador? ¿Por qué?

Ejemplo 5-3 Un generador sincrónico de 480 V, 50 Hz, de seis polos, conectado en Y tiene una reactancia sincrónica por fase de 1.0 Ω. Su corriente de inducido a plena carga es 60 A con factor de potencia de 0.8 en atraso. Las pérdidas del generador por rozamiento propio y por rozamiento con el aire son 1.5 kW y las pérdidas en el núcleo son de 1.0 kW a 60 Hz a plena carga. Puesto que la resistencia del inducido se ignora, se supone que las pérdidas I^2R son despreciables. La corriente de campo ha sido ajustada tal que el voltaje en los terminales en vacío es 480 V.

a) ¿Cuál es la velocidad de rotación del generador?

b) ¿Cuál es el voltaje en los terminales del generador?, si se cumple lo siguiente:

1. Está cargado con la corriente nominal a factor de potencia de 0.8 en atraso.
2. Está cargado con la corriente nominal a factor de potencia unitario.
3. Está cargado con la corriente nominal a factor de potencia de 0.8 en adelanto.

c) ¿Cuál es la eficiencia del generador (ignorando las pérdidas eléctricas desconocidas) cuando está operando a corriente nominal con factor de potencia de 0.8 en atraso?
d) ¿Cuánto par debe ser aplicado al eje por el motor primario a plena carga? ¿Qué tan grande es el par opositor inducido?
e) ¿Cuál es la regulación de voltaje de este generador con factores de potencia de 0.8 en atraso, 1.0 y 0.8 en adelanto?

Solución. Dado que el generador está conectado en Y su voltaje de fase está dado por $V_\phi = V_T/\sqrt{3}$. Esto significa que cuando V_T se ajusta a 480 V, $V_\phi = 277$ V. La corriente de campo ha sido fijada tal que $V_{T,nl} = 480$ V y entonces $V_\phi = 277$ V. En *vacío* la corriente del inducido es cero y el voltaje de reacción del inducido y la caída de voltaje $I_A R_A$ son cero. Puesto que $\mathbf{I}_A = 0$, el voltaje interno generado es $E_A = V_\phi = 277$ V. El voltaje interno generado $E_A (= K\phi\omega)$ varía sólo cuando cambia la corriente de campo. Ya que el ejercicio establece que la corriente de campo se ajusta inicialmente y luego se deja fija, la magnitud del voltaje interno generado es $E_A = 277$ V y no cambiará en este ejemplo.

a) La velocidad de rotación del generador sincrónico en revoluciones por minuto está dada por la ecuación (4-34):

$$f_e = \frac{n_m P}{120} \tag{4-34}$$

Entonces,

$$n_m = \frac{120 f_e}{P}$$

$$= \frac{120(50\text{ Hz})}{6\text{ polos}} = 1000\text{ r/min}$$

Alternativamente, la velocidad expresada en radianes por segundo es

$$\omega_m = (1000\text{ r/min})\left(\frac{1\text{ min}}{60\text{ s}}\right)\left(\frac{2\pi\text{ rad}}{1\text{r}}\right)$$

$$= 104.7\text{ rad/s}$$

b) 1. Si el generador está cargado con corriente nominal a 0.8 de factor de potencia en atraso, el diagrama fasorial resultante se muestra en la figura 5-24*a*. En este diagrama V_ϕ está a 0°, la magnitud de $\mathbf{E}_A$ es 277 V y la cantidad $jX_S\mathbf{I}_A$ es

$$jX_S\mathbf{I}_A = \text{j}(1.0\ \Omega)(60\angle -36.87°\text{ A}) = 60\angle 53.13°\text{ V}$$

Las dos cantidades desconocidas en el diagrama fasorial son la magnitud de V_ϕ y el ángulo δ de $\mathbf{E}_A$. Para encontrar estos valores, el método más sencillo es construir un triángulo rectángulo en el diagrama fasorial, como se muestra en la figura. En la figura 5-24*a*, del triángulo rectángulo se obtiene

$$E_A^2 = (V_\phi + X_S I_A \operatorname{sen}\theta)^2 + (X_S I_A \cos\theta)^2$$

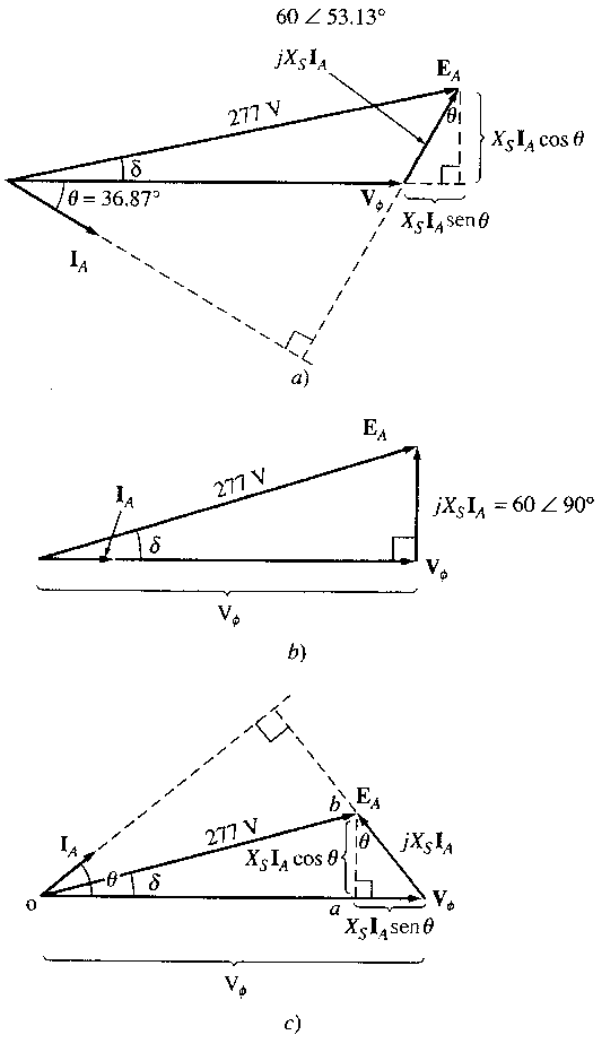


Figura 5-24
Diagrama fasorial del generador del ejemplo 5-3. *a*) Factor de potencia en atraso. *b*) factor de potencia unitario. *c*) Factor de potencia en adelanto.

Entonces, el voltaje de fase a carga nominal y factor de potencia de 0.8 en atraso es

$$(277\text{ V})^2 = [V_\phi + (1.0\ \Omega)(60\text{ A})\operatorname{sen}36.87°]^2 + [(1.0\ \Omega)(60\text{ A})\cos 36.87°]^2$$
$$76{,}729 = (V_\phi + 36)^2 + 2304$$
$$74{,}425 = (V_\phi + 36)^2$$
$$272.8 = V_\phi + 36$$
$$V_\phi = 236.8\text{ V}$$

Puesto que el generador está conectado en Y, $V_T = \sqrt{3}V_\phi = 410$ V.

2. Si el generador está cargado con corriente nominal a factor de potencia unitario, el diagrama fasorial será el de la figura 5-24*b*. Para encontrar V_φ se resuelve el triángulo rectángulo

$$E_A^2 = V_\phi^2 + (X_S I_A)^2$$
$$(277\ \text{V})^2 = V_\phi^2 + [(1.0\ \Omega)(60\ \text{A})]^2$$
$$76{,}729 = V_\phi^2 + 3600$$
$$V_\phi^2 = 73{,}129$$
$$V_\phi = 270.4\ \text{V}$$

Entonces $V_T = \sqrt{3} V_\varphi = 468.4$ V.

3. Cuando el generador está cargado con corriente nominal a factor de potencia de 0.8 en adelanto, el diagrama fasorial resultante es el que se muestra en la figura 5-24*c*. Para encontrar V_φ en esta situación, se construye el triángulo *OAB* mostrado en la figura. La ecuación resultante es

$$E_A^2 = (V_\phi - X_S I_A)^2 + (X_S I_A \cos\theta)^2$$

Entonces, el voltaje de fase con carga nominal a factor de potencia 0.8 en adelanto es

$$(277\ \text{V})^2 = [V_\phi - (1.0\ \Omega)(60\ \text{A})\ \text{sen}36.87°]^2 + [(1.0\ \Omega)(60\ \text{A})\cos 36.87°]^2$$
$$76{,}729 = (V_\phi - 36)^2 + 2304$$
$$74{,}425 = (V_\phi - 36)^2$$
$$272.8 = V_\phi - 36$$
$$V_\phi = 308.8\ \text{V}$$

Puesto que el generador está conectado en Y, $V_T = \sqrt{3}\ V_\phi = 535$ V.

c) La potencia de salida de este generador a 60 A y factor de potencia 0.8 en atraso es

$$P_{\text{out}} = 3V_\phi I_A \cos\theta$$
$$= 3(236.8\ \text{V})(60\ \text{A})(0.8) = 34.1\ \text{kW}$$

La potencia mecánica de entrada está dada por

$$P_{\text{in}} = P_{\text{out}} + P_{\text{pérd. elec.}} + P_{\text{pérd. núcleo}} + P_{\text{pérd. mec.}}$$
$$= 34.1\ \text{kW} + 0 + 1.0\ \text{kW} + 1.5\ \text{kW} = 36.6\ \text{kW}$$

La eficiencia del generador es

$$\eta = \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} \times 100\% = \frac{34.1\ \text{kW}}{36.6\ \text{kW}} \times 100\% = 93.2\%$$

d) El par de entrada al generador está dado por la ecuación

$$P_{\text{in}} = \tau_{\text{app}}\omega_{\text{m}}$$

entonces

$$\tau_{\text{app}} = \frac{P_{\text{in}}}{\omega_m} = \frac{36.6\text{ kW}}{125.7\text{ rad/s}} = 291.2\text{ N} \cdot \text{m}$$

El par opositor inducido está dado por

$$P_{\text{conv}} = \tau_{\text{app}}\omega_{\text{m}}$$

entonces

$$\tau_{\text{ind}} = \frac{P_{\text{conv}}}{\omega_V} = \frac{34.1\text{ kW}}{125.7\text{ rad/s}} = 271.3\text{ N} \cdot \text{m}$$

e) La regulación de voltaje del generador está definida como

$$\text{VR} = \frac{V_{\text{nl}} - V_{\text{fl}}}{V_{\text{fl}}} \times 100\% \qquad (4\text{-}67)$$

De esta definición, la regulación de voltaje para los casos de factor de potencia en atraso, unitario y en adelanto es

1. Caso de factor de potencia en atraso: $\text{VR} = \dfrac{480\text{ V} - 410\text{ V}}{410\text{ V}} \times 100\% = 17.1\%$

2. Caso de factor de potencia unitario: $\text{VR} = \dfrac{480\text{ V} - 468\text{ V}}{468\text{ V}} \times 100\% = 2.6\%$

3. Caso de factor de potencia en adelanto: $\text{VR} = \dfrac{480\text{ V} - 535\text{ V}}{535\text{ V}} \times 100\% = -10.3\%$ ●

En el ejemplo 5-3, las cargas en atraso originaron una caída de voltaje en los terminales, las cargas con factor de potencia unitario causaron un pequeño efecto en V_T y las cargas con factor de potencia en adelanto ocasionaron un incremento en el voltaje de los terminales.

Ejemplo 5-4 Si el generador del ejemplo 5-3 está operando en vacío con un voltaje de 480 V en los terminales, grafique la característica de los terminales (voltaje en los terminales contra la corriente de línea) de este generador cuando su corriente del inducido varía de vacío a plena carga a un factor de potencia de *a*) 0.8 en atraso y *b*) 0.8 en adelanto. Suponga que la corriente de campo permanece constante todo el tiempo.

Solución. La característica de los terminales del generador es un diagrama de su voltaje en terminales contra la corriente de línea. Puesto que el generador está conectado en Y, su voltaje de fase está dado por $V_\phi = V_T/\sqrt{3}$. Si se ajusta V_T a 480 V en condiciones de vacío, entonces $V_\phi = E_A = 277$ V. Puesto que la corriente de campo permanece constante, E_A permanecerá en 277 V todo el tiempo. La corriente de salida I_L de este generador será igual a su corriente de inducido I_A debido a que está conectado en Y.

a) Si el generador está cargado con una corriente con factor de potencia 0.8 en atraso, el diagrama fasorial resultante es el mostrado en la figura 5-24*a*. En este diagrama fasorial V_ϕ está a 0°, la magnitud de $\mathbf{E}_A$ es 277 V y la cantidad $jX_S\mathbf{I}_A$ se extiende entre V_ϕ y $\mathbf{E}_A$, como se muestra.

$$\text{VR} = \frac{480\text{ V} - 535\text{ V}}{535\text{ V}} \times 100\% = -10.3\%$$

Las dos cantidades desconocidas en el diagrama fasorial son la magnitud de V_ϕ y el ángulo δ de $\mathbf{E}_A$. Para encontrar V_ϕ, el método más fácil es construir un triángulo rectángulo en el diagrama fasorial, como muestra la figura. En la figura 5-24*a*, del triángulo rectángulo

$$E_A^2 = (V_\phi + X_S I_A \operatorname{sen}\theta)^2 + (X_S I_A \cos\theta)^2$$

Esta ecuación puede ser utilizada para solucionar V_ϕ como función de la corriente I_A:

$$V_\phi = \sqrt{E_A^2 - (X_S I_A \cos\theta)^2} - X_S I_A \operatorname{sen}\theta$$

Se puede utilizar un archivo sencillo m del MATLAB para calcular V_ϕ (y por consiguiente V_T) como una función de la corriente. Tal archivo m se muestra a continuación:

```
% Archivo M:term char_a.m.
% Archivo M para dibujar la característica en terminales del
% generador del ejemplo 5-4 con una carga con un PF de 0.8

% Primero, inicie las amplitudes delas corrientes (21 valores
% en el rango 0-60 A)
i_a = (0:1:20) * 3

Ahora inicie los demás valores
v_phase = zeros (1,21);
e_a = 277.0;
x_s = 1.0;
theta = 36.87 * (pi/180);   %     Convertido a radianes

% Ahora calcule v_phase para cada nivel de corrriente
for ii = 1:21
v_phase (ii) = sqrt (e_a^2 - (x_s * i_a(ii) * cos(theta))^2) ...
      - (x^s * i_a(ii) * sin(theta));
end

% Calcule el voltaje en terminales de los voltajes de fase
v_t = v_phase * sqrt (3);
% Dibuje la característica en terminales, recordando que
% la corriente de línea es igual a i_a
plot (i_a, v_t, 'Color' 'k', 'Linewidth', 2.0);
xlabel ('Corriente de línea (A)', 'Fontweight', 'Bold');
```

```
y label ('Voltaje en terminales (V)', 'Fontweight', 'Bold');
title' característica en terminales para una carga con un PF
de 0.8 en atraso, ...
   'Fontweight', 'Bold').
grid on;
axis ([0 60 400 550]);
```

El dibujo resultante cuando se ejecuta este archivo m se muestra en la figura 5-25*a*.

b) Si el generador es cargado con corriente en adelanto de factor de potencia de 0.8 en adelanto, el diagrama fasorial resultante es el mostrado en la figura 5-24*c*. Para encontrar V_ϕ, el método más simple es construir un triángulo rectángulo en el diagrama fasorial, como muestra la figura. En la figura 5-24*c*, del triángulo rectángulo se obtiene

$$E_A^2 = (V_\phi - X_S I_A \operatorname{sen}\theta)^2 + (X_S I_A \cos\theta)^2$$

Esta ecuación se puede utilizar para encontrar $V\phi$ como función de la corriente I_A:

$$V_\phi = \sqrt{E_A^2 - (X_S I_A \cos\theta)^2} + X_S I_A \operatorname{sen}\theta$$

Esta ecuación se puede utilizar para calcular y graficar la característica en los terminales de manera similar a aquella del literal *a*) anterior. La característica en los terminales resultante se muestra en la figura 5-25*b*. ●

5-9 OPERACIÓN EN PARALELO DE GENERADORES AC

En el mundo actual es muy raro que sólo un generador suministre su propia carga, independiente de otros generadores. Tal situación se encuentra en algunas aplicaciones que se salen de lo normal, como en la generación de emergencia. En todas las aplicaciones usuales de los generadores, más de un generador operan en paralelo para suministrar la potencia demandada por las cargas. Un ejemplo extremo de esta situación es la red de potencia de los Estados Unidos en la cual literalmente miles de generadores comparten la carga del sistema.

¿Por qué operan en paralelo los generadores sincrónicos? Existen varias ventajas para tal operación:

1. Varios generadores pueden suministrar más carga que una sola máquina.
2. Al tener muchos generadores se incrementa la confiabilidad del sistema puesto que la falla de uno cualquiera de ellos no causa la pérdida de la totalidad de la carga.
3. Al tener muchos generadores operando en paralelo es posible retirar uno o varios de ellos para efectuar mantenimiento preventivo.
4. Si se utiliza un solo generador y éste no se encuentra operando cerca de plena carga, será relativamente ineficiente. Sin embargo, al emplear varias máquinas pequeñas es posible operar sólo una fracción de ellas. Las que operan lo hacen a cargas cerca de la plena carga y, por tanto con más eficiencia.

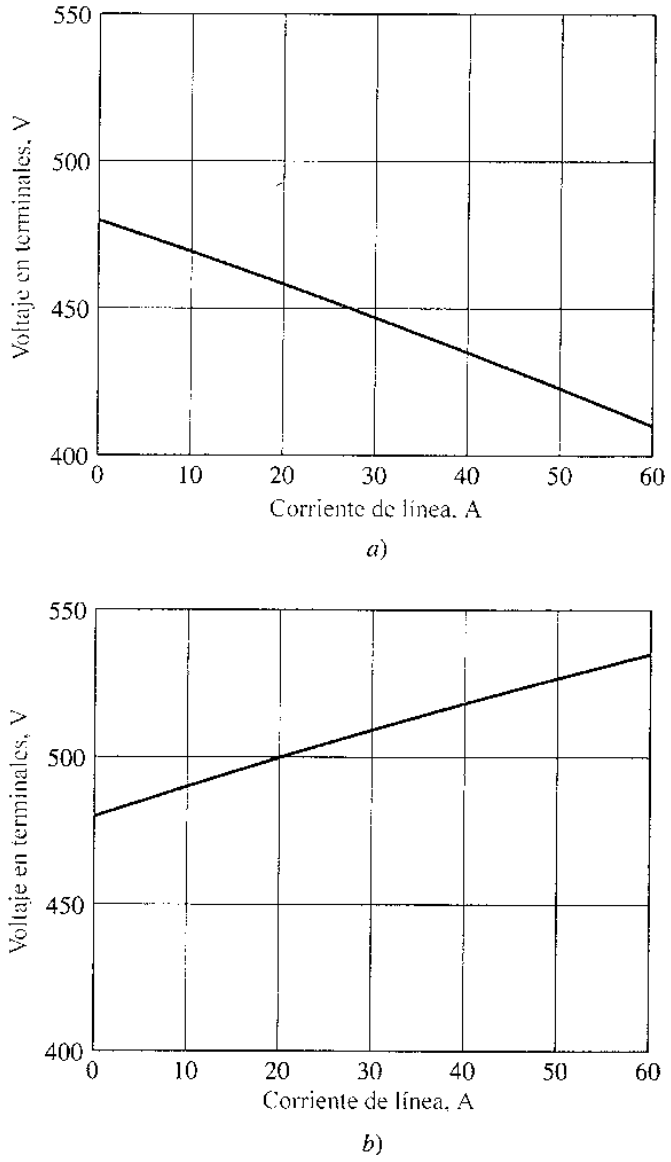


Figura 5-25
a) Características de los terminales para el generador del ejemplo 5-4 con carga del factor de potencia de 0.8 en atraso. b) Características de los terminales del generador con carga de factor de potencia de 0.8 en adelanto.

En esta sección se investigan los requerimientos para emparalelar generadores ac y observar el comportamiento de los generadores sincrónicos cuando operan en paralelo.

Condiciones de puesta en paralelo

La figura 5-26 muestra un generador sincrónico G_1 que suministra potencia a una carga, otro generador G_2 que se puede emparalelar con G_1 cerrando el interruptor S_1. ¿Qué condiciones deben cumplirse antes de cerrar el interruptor y conectar los dos generadores?

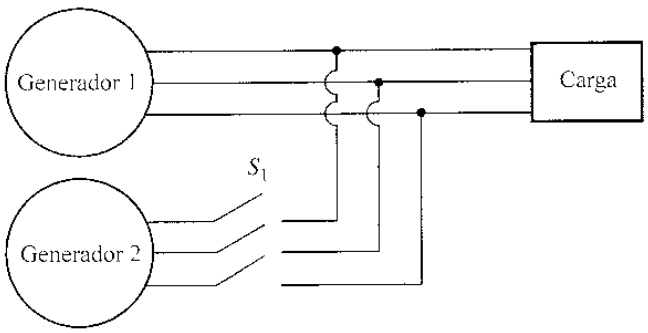


Figura 5-26
Generador que se emparalela a un sistema de potencia en funcionamiento.

Si se cierra arbitrariamente el interruptor en cualquier momento, los generadores están sujetos a daños severos y la carga puede perder potencia. Si los voltajes no son exactamente iguales en los conductores conectados conjuntamente, habrá un flujo de corriente *muy* grande cuando el interruptor se cierre. Para evitar este problema, *la magnitud y el ángulo de fase del voltaje* de cada una de las tres fases deben ser *exactamente* iguales a las del conductor al cual se está conectando. En otras palabras, en la fase *a* el voltaje debe ser *exactamente* igual al voltaje de la fase *a'* y así sucesivamente para las fases *b-b'* y *c-c'*. Para llevar a cabo este emparejamiento, deben cumplirse las siguientes *condiciones de puesta en paralelo:*

1. Los *voltajes* rms de *línea* de los dos generadores deben ser iguales.
2. Los dos generadores deben tener la misma *secuencia de fases.*
3. Los ángulos de fase de las dos fases *a* deben ser iguales.
4. La frecuencia del nuevo generador, llamado *en aproximación*, debe ser ligeramente mayor que la frecuencia del sistema en operación.

Estas condiciones de emparalelamiento requieren alguna explicación. La condición 1 es obvia pues para que dos grupos de voltajes sean idénticos, deben tener la misma magnitud rms. Los voltajes en las fases *a* y *a'* serán completamente idénticos todo el tiempo si sus magnitudes y ángulos son iguales, lo cual explica la condición 3.

La condición 2 afirma que la secuencia en la cual los voltajes de fase alcanzan su valor máximo en los dos generadores es igual. Si la secuencia de fases es diferente (como se muestra en la figura 5-27*a*), aunque un par de voltajes (los de las fases *a*) estén en fase, los otros dos pares de voltajes están desfasados 120°. Si se conectaran en la misma forma los generadores no habría problema con la fase *a*, pero en las fases *b* y *c* podrían fluir muy altas corrientes, que averiarían ambas máquinas. Para corregir el problema de secuencia de fases se conmutan dos cualesquiera de las tres fases de una de las máquinas.

Si las frecuencias de los generadores no son muy cercanas cuando se conectan entre sí, ocurrirán grandes transitorios de potencia hasta que los generadores se estabilicen a una frecuencia común. Las frecuencias de las dos máquinas deben ser casi iguales pero no exactamente iguales. Ellas diferirán una pequeña cantidad tal que los ángulos de fase de la máquina en aproxima-

ción cambiarán con lentitud respecto de los ángulos de fase del sistema en funcionamiento. De esta forma, los ángulos entre los voltajes pueden ser observados y el interruptor S_1 puede cerrarse cuando los sistemas estén exactamente en fase.

Procedimiento general para poner generadores en paralelo

Si el generador G_2 se va a conectar al sistema en funcionamiento mostrado en la figura 5-27, para llevar a cabo el emparalelamiento deben darse los siguientes pasos.

Primero, utilizando voltímetros, debe ajustarse la corriente de campo del generador en aproximación hasta que el voltaje en los terminales de éste sea igual al voltaje de línea del sistema que se encuentra funcionando.

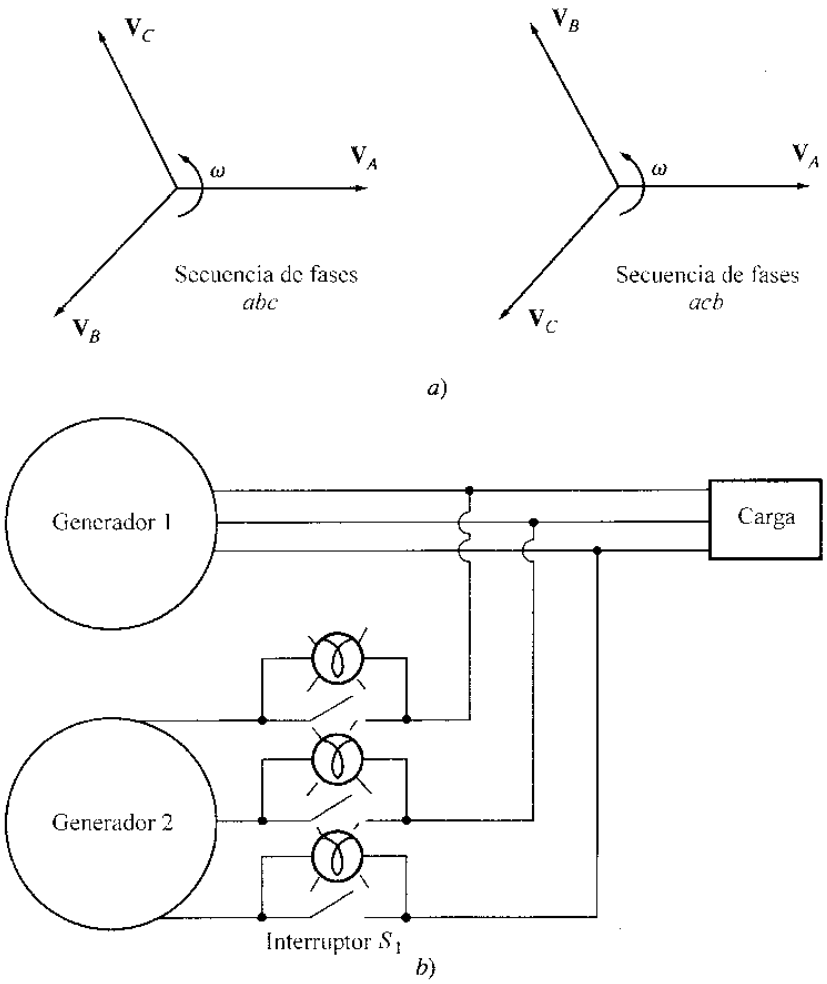


Figura 5-27
a) Las dos secuencias de fase posibles de un sistema trifásico. *b*) Método de las tres lámparas para comprobar la secuencia de fases.

Segundo, se debe comparar la secuencia de fases del generador en aproximación con la secuencia de fases del sistema en funcionamiento. La comprobación de la secuencia puede llevarse a cabo de varias maneras. Una forma de ellas consiste en conectar alternadamente un pequeño motor de inducción a los terminales de cada uno de los dos generadores. Si el motor gira en la misma dirección en ambas ocasiones, la secuencia de fases es igual para los dos generadores; si el motor gira en sentidos contrarios, la secuencia de fases difiere y deben invertirse dos de los conductores del generador en aproximación.

Otra forma de comprobar la secuencia de fases es el *método de las tres lámparas.* En este método, se conectan tres lámparas a través de los terminales abiertos del interruptor que conecta el generador al sistema, como muestra la figura 5-27*b*. Como la fase cambia entre los dos sistemas, las lámparas lucirán primero brillantes (gran diferencia de fase) y luego se oscurecerán (pequeña diferencia de fase). *Si las tres lámparas se iluminan y se oscurecen al mismo tiempo, entonces los sistemas tienen la misma secuencia de fases;* si las lámparas brillan sucesivamente, los sistemas tienen secuencias de fase opuestas y debe invertirse una de ellas.

Después se ajusta la frecuencia del generador en aproximación para hacerla ligeramente mayor que la del sistema en operación. Esto se logra primero observando el frecuencímetro hasta que las frecuencias estén muy cercanas y luego se observan los cambios de fase entre los dos sistemas. El generador en aproximación se ajusta a una frecuencia ligeramente más alta tal que cuando sea conectado se incorpore a la línea suministrando potencia como generador en lugar de consumirla como motor (este punto se explicará posteriormente).

Una vez que las frecuencias sean casi iguales, los voltajes en los dos sistemas cambiarán la fase con respecto al otro muy lentamente. Se observan los cambios de fase y, cuando los ángulos sean iguales, se cierra el interruptor de interconexión de los dos sistemas.

¿Cuándo puede decirse que los dos sistemas están en fase? Una manera sencilla es observar las tres lámparas ya descritas en el análisis de la secuencia de fases. Cuando las tres lámparas se apagan al tiempo, la diferencia de voltaje a través de ellas es cero y los sistemas están en fase. Este simple esquema funciona, pero no es muy exacto. Un método más preciso consiste en emplear un sincronoscopio. Un *sincronoscopio* es un aparato que mide la diferencia de ángulo de fase entre las fases *a* de los dos sistemas. La figura 5-28 muestra la parte frontal de un sincronoscopio. El dial muestra la diferencia entre las dos fases *a*; el cero (que significa posición en fase) se indica en la parte superior y 180° en la inferior. Puesto que las frecuencias de los dos sistemas son ligeramente diferentes, el ángulo de fase en el medidor cambia con lentitud. Si el generador o el sistema en aproximación es más rápido que el sistema en funcionamiento (situación deseada), entonces el ángulo de fase aumenta y la aguja del sincronoscopio rota en sentido de las manecillas del reloj. Si la máquina en aproximación es más lenta, la aguja rota en sentido contrario a las manecillas del reloj. Cuando la aguja del sincronoscopio está en posición vertical, los voltajes están en fase y el interruptor puede cerrarse para interconectar los sistemas.

Nótese sin embargo que un *sincronoscopio verifica las relaciones en una sola fase,* Pero no da información acerca de la secuencia de fases.

En generadores más grandes de sistemas de potencia, el proceso completo de puesta en paralelo de un nuevo generador a la línea está automatizado, y lo realiza un computador. Para generadores más pequeños, sin embargo, el operador ejecuta los pasos de puesta en paralelo descritos antes.

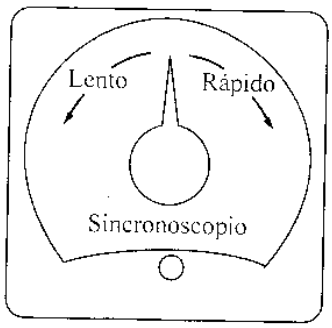


Figura 5-28
Un sincronoscopio.

Características de frecuencia-potencia y voltaje-potencia reactiva en un generador sincrónico

Todos los generadores son accionados por un *motor primario,* que es la fuente de potencia mecánica del generador. El tipo de motor primario más común es la turbina de vapor pero también se utilizan motores diesel, turbinas de gas, turbinas hidráulicas e incluso, turbinas de viento.

Independientemente de la fuente original de potencia, todos los motores primarios tienden a comportarse de manera similar: cuando la potencia tomada de ellos se incrementa, decrece la velocidad a la cual giran. Como esta disminución de velocidad no es lineal en general, usualmente se incluye alguna forma de mecanismo gobernador para hacerla lineal con el incremento de potencia demandada.

Cualquiera que sea el mecanismo gobernador presente en el motor primario, siempre se ajusta para suministrar una característica de caída suave con el incremento de la carga. La caída de velocidad (SD) de un motor primario se define mediante la ecuación

$$\boxed{\text{SD} = \frac{n_{\text{nl}} - n_{\text{fl}}}{n_{\text{fl}}} \times 100\%} \tag{5-27}$$

donde n_{nl} es la velocidad del motor primario en vacío y n_{fl} es su velocidad a plena carga. La mayoría de los motores primarios tienen una caída de velocidad de 2 a 4%, según la ecuación (5-27). Además, la mayoría de los gobernadores tienen algún tipo de ajuste del punto fijado para permitir que varíe la velocidad de vacío de la turbina. La figura 5-29 muestra un esquema típico de la característica velocidad-potencia del motor primario.

Puesto que la velocidad del eje está relacionada con la frecuencia eléctrica resultante por la ecuación (4-34)

$$f_e = \frac{n_m P}{120} \tag{4-34}$$

la potencia de salida de un generador sincrónico está relacionada con su frecuencia. La figura 5-29*b* muestra un ejemplo de la característica frecuencia contra potencia. Las características de frecuencia-potencia de este tipo cumplen un papel esencial en la operación en paralelo de los generadores sincrónicos.

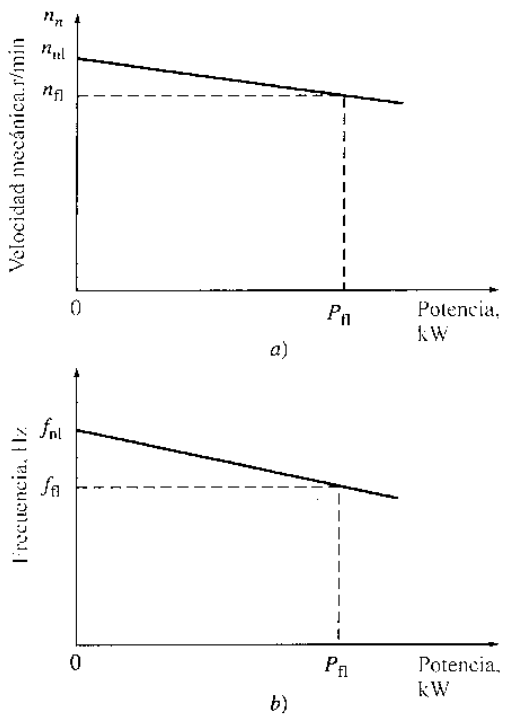


Figura 5-29
a) Curva de velocidad-potencia para un motor primario típico. *b*) Curva de frecuencia resultante-potencia del generador.

La relación entre frecuencia y potencia puede describirse cuantitativamente por la ecuación

$$\boxed{P = s_P(f_{nl} - f_{sis})} \tag{5-28}$$

donde P = potencia de salida del generador
f_{nl} = frecuencia del generador en vacío
f_{sis} = frecuencia de operación del sistema
s_P = pendiente de la curva, en kW/Hz o MW/Hz

Se puede deducir una relación similar para la potencia reactiva Q y el voltaje en los terminales V_T. Como se estudió antes, cuando se adiciona una carga en atraso a un generador sincrónico, cae su voltaje en los terminales. Por el contrario, cuando se adiciona una carga en adelanto a un generador sincrónico, se incrementa su voltaje en los terminales. Es posible elaborar un diagrama del voltaje en los terminales contra la potencia reactiva; tal diagrama tiene una característica de caída como la mostrada en la figura 5-30. Esta característica no es intrínsecamente lineal pero muchos reguladores de voltaje de generadores incluyen un dispositivo para volverla lineal. La curva característica puede desplazarse hacia arriba o hacia abajo cambiando el punto de ajuste del voltaje en los terminales en vacío del regulador de voltaje. Como en el caso de la característica frecuencia-potencia, esta curva juega un papel importante en la operación de los generadores sincrónicos en paralelo.

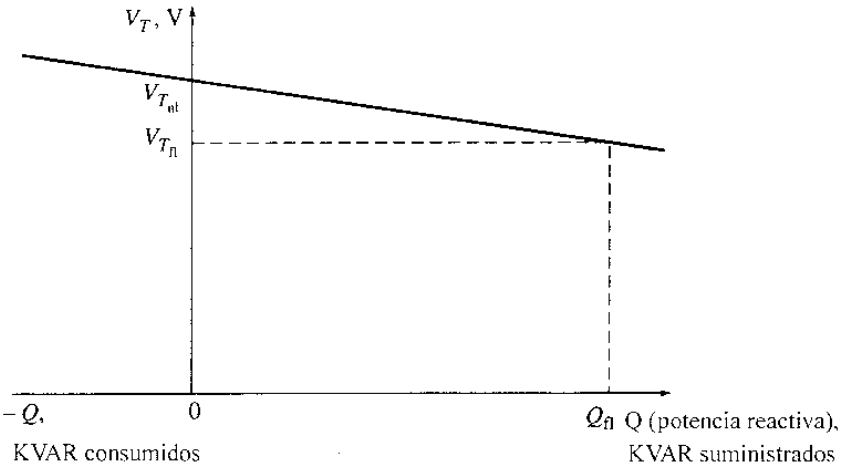


Figura 5-30
Curva de voltaje en terminales (V_T) contra potencia reactiva (Q) para un generador sincrónico.

La relación entre voltaje en los terminales y potencia reactiva se puede expresar por una ecuación similar a la relación frecuencia–potencia [ecuación (5-28)], si el regulador de voltaje produce una salida lineal con los cambios de la potencia reactiva.

Es importante tener en cuenta que cuando está operando un único generador, la potencia real P y la potencia reactiva Q suministradas por el generador serán la cantidad demandada por la carga conectada al generador (las potencias P y Q suministradas no pueden ser controladas por los controles del generador). Entonces, para una potencia real dada, los puntos de ajuste del gobernador controlan la frecuencia de operación del generador f_e y para cada potencia reactiva dada, la corriente de campo controla el voltaje en los terminales del generador V_T.

Ejemplo 5-5 La figura 5-31 muestra un generador que alimenta una carga. Se va a conectar una segunda carga en paralelo con la primera. El generador tiene una frecuencia de operación en vacío de 61.0 Hz y una pendiente s_P de 1 MW/Hz. La carga 1 consume una potencia real de 1000 kW con factor de potencia 0.8 en atraso, mientras que la carga 2 consume una potencia real de 800 kW con factor de potencia 0.707 en atraso.

a) Antes de cerrar el interruptor, ¿cuál es la frecuencia de operación del sistema?
b) Después de conectar la carga 2, ¿cuál es la frecuencia de operación del sistema?
c) Después de conectar la carga 2, ¿qué acción podría realizar un operador para restablecer la frecuencia del sistema a 60 Hz?

Solución. Este ejercicio establece que la pendiente de la característica del generador es 1 MW/Hz y que su frecuencia de operación en vacío es 61 Hz. Entonces, la potencia producida por el generador está dada por

$$P = s_P(f_{nl} - f_{sis}) \tag{5-28}$$

entonces

$$f_{sis} = f_{nl} - \frac{P}{s_P}$$

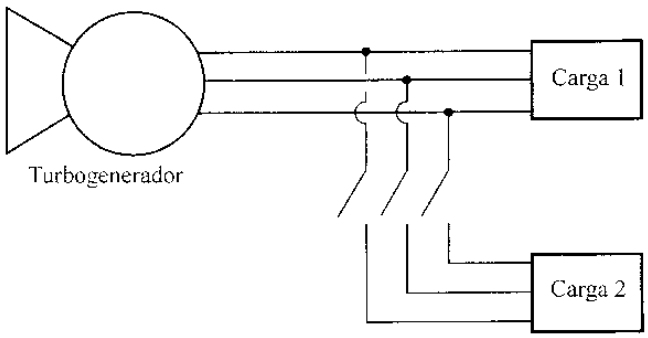


Figura 5-31
Sistema de potencia del ejemplo 5-5.

a) La frecuencia inicial del sistema está dada por

$$f_{sis} = f_{nl} - \frac{P}{s_P}$$

$$= 61 \text{ Hz} - \frac{1000 \text{ kW}}{1 \text{ MW/Hz}} = 61 \text{ Hz} - 1 \text{ Hz} = 60 \text{ Hz}$$

b) Después de que se conecta la carga 2,

$$f_{sis} = f_{nl} - \frac{P}{s_P}$$

$$= 61 \text{ Hz} - \frac{1800 \text{ kW}}{1 \text{ MW/Hz}} = 61 \text{ Hz} - 1.8 \text{ Hz} = 59.2 \text{ Hz}$$

c) Después de conectada la carga, la frecuencia del sistema cae a 59.2 Hz. Para restablecer el sistema a su frecuencia propia de operación, el operador debería incrementar los puntos de fijación de operación en vacío en 0.8 Hz, a 61.8 Hz. Esta acción restablecerá la frecuencia del sistema a 60 Hz. ●

Para resumir, cuando un solo generador alimenta un sistema de cargas, entonces

1. Las potencias real y reactiva suministradas por el generador serán la cantidad demandada por la carga conectada.
2. Los puntos de ajuste del gobernador del generador controlarán la frecuencia de operación del sistema de potencia.
3. La corriente de campo (o los puntos de ajuste de campo del regulador) controla el voltaje en los terminales del sistema de potencia.

Ésta es la situación de los generadores que operan aisladamente en ambientes lejanos.

Operación de generadores en paralelo con grandes sistemas de potencia

Cuando se conecta un generador sincrónico a un sistema de potencia, con frecuencia es tan grande que *nada* de lo que haga el operador del generador tendrá mucho efecto en dicho sistema de potencia. Un ejemplo de esta situación es la conexión de un generador a la red de potencia de los Estados Unidos. La red de potencia de los Estados Unidos es tan grande que ninguna operación razonable realizada en un generador puede causar un cambio observable en la frecuencia de toda la red.

Este hecho se idealiza en el concepto de barraje infinito. Un *barraje infinito* es un sistema de potencia tan grande que su voltaje y frecuencia no varían, independientemente de cuánta potencia real o reactiva se está tomando de él o está suministrando. En la figura 5-32*a* se muestra la característica potencia–frecuencia de tal sistema y, en la 5-32*b*, la característica potencia reactiva–voltaje.

Para entender el comportamiento de un generador conectado a tan gran sistema, es preciso examinar un sistema que consta de un generador y un barraje infinito en paralelo, utilizado para alimentar una carga. Se supone que el motor primario del generador posee un mecanismo gobernador, pero el campo se controla manualmente mediante una resistencia.

Dado que es más fácil explicar la operación del generador sin considerar un regulador automático de la corriente de campo, este análisis ignora las ligeras diferencias causadas por el regulador de campo cuando esté presente. La figura 5-33*a* muestra tal sistema.

Cuando se conecta un generador en paralelo con otro o con un gran sistema, *la frecuencia y el voltaje en los terminales de todas las máquinas deben ser iguales*, puesto que sus conductores de salida están unidos unos a otros. Entonces, sus características potencia real-frecuencia y potencia reactiva–voltaje pueden graficarse espalda con espalda, con un eje vertical común. Este diagrama, a veces llamado informalmente *diagrama de casa*, se muestra en la figura 5-33*b*.

Si el generador se emparaleló con el barraje infinito de acuerdo con el proceso antes descrito, estará en esencia "flotando" sobre la línea y suministrando una pequeña cantidad de potencia real y poca o ninguna potencia reactiva. Esta situación se muestra en la figura 5-34.

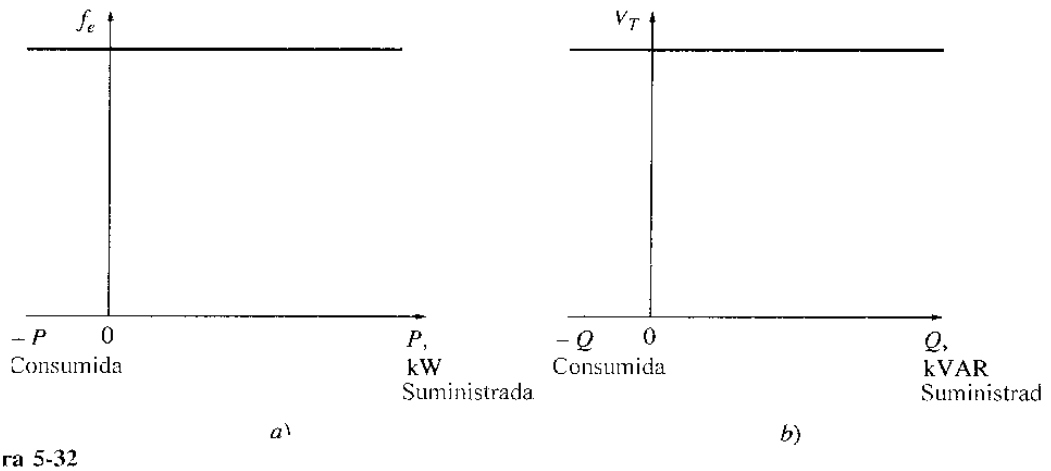


Figura 5-32
Curvas para un barraje infinito: *a*) frecuencia contra potencia. *b*) Voltaje en los terminales contra potencia reactiva.

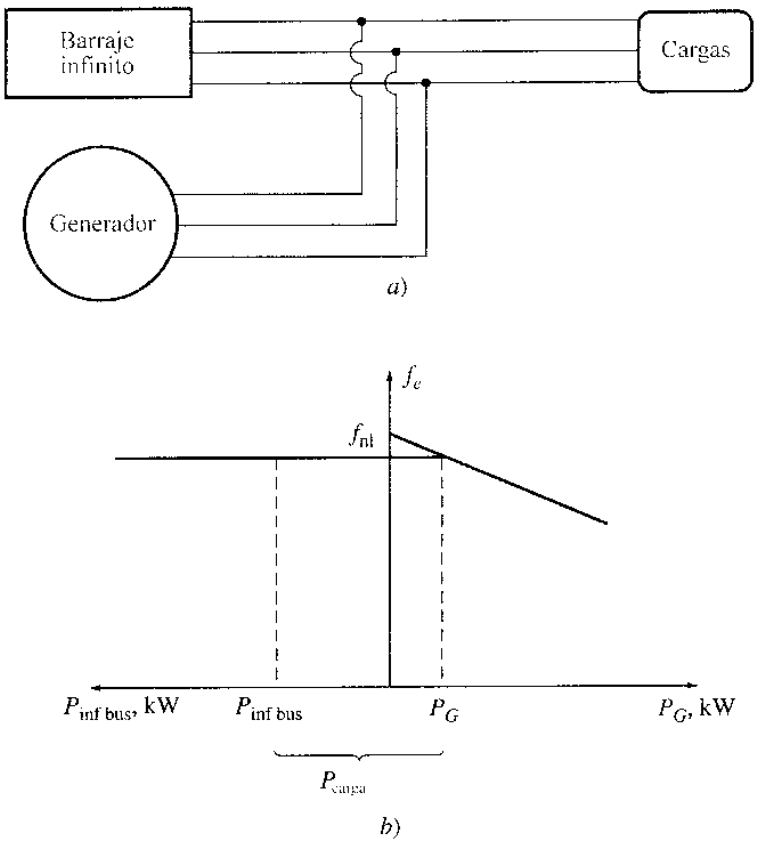


Figura 5-33
a) Generador sincrónico operando en paralelo con un barraje infinito. *b*) Diagrama de frecuencia–potencia (o *diagrama de casa*) para un generador sincrónico en paralelo con un barraje infinito.

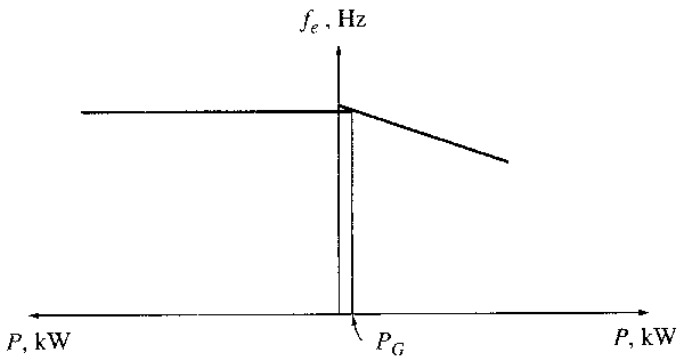


Figura 5-34
Diagrama de frecuencia–potencia en el momento justo de puesta en paralelo.

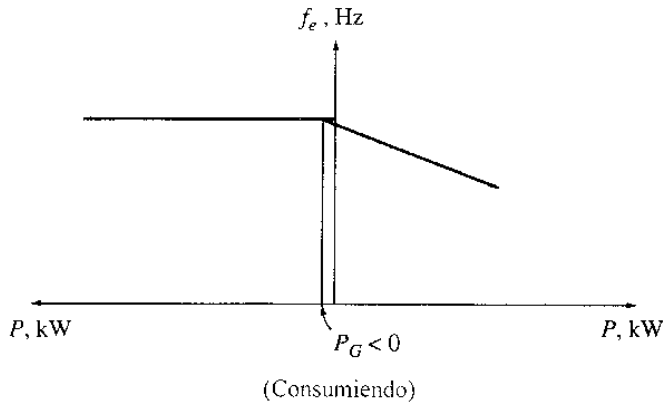


Figura 5-35
Diagrama de frecuencia-potencia, si la frecuencia de vacío del generador antes de la puesta en paralelo fuese ligeramente *menor* que la frecuencia del sistema.

Supóngase que el generador se pone en paralelo con la línea pero en lugar de que su frecuencia fuera ligeramente superior a la del sistema en funcionamiento, estaba ligeramente por debajo de ella. En este caso, cuando se completa la puesta en paralelo, la situación resultante se muestra en la figura 5-35. Nótese que la frecuencia de operación en vacío del generador es menor que la del sistema en operación. A esta frecuencia, la potencia suministrada por el generador es negativa. En otras palabras, cuando la frecuencia del generador en vacío es menor que la del sistema en operación, el generador consume potencia eléctrica y gira como motor. Para asegurarse de que el generador conectado a la línea suministre potencia en lugar de consumirla, la frecuencia de la máquina que entra está ajustada a un valor mayor que la del sistema en operación. *Muchos generadores reales tienen disparadores de potencia inversa conectados a ellos, por tanto es imperativo que sean emparalelados con su frecuencia mayor que la del sistema en operación. Si tal generador arranca alguna vez consumiendo potencia, será desconectado de la línea automáticamente.*

Conectado el generador, ¿qué ocurre cuando se incrementa el punto de calibración de su gobernador? El efecto de este incremento es desplazar hacia arriba la frecuencia de vacío del generador. Puesto que la frecuencia del sistema no varía (la frecuencia de un barraje infinito no puede ser cambiada), la potencia suministrada por el generador se incrementa. Esto se muestra en el diagrama de casa de la figura 5-36*a* y en el diagrama fasorial de la figura 5-36*b*. En el diagrama fasorial, nótese que E_A sen δ (el cual es proporcional a la potencia suministrada, mientras V_T sea constante) ha sido incrementado, mientras la magnitud de E_A (= $k\phi\omega$) permanece constante, puesto que tanto la corriente I_F como la velocidad de rotación ω no varían. Como los puntos de ajuste del gobernador han sido incrementados aún más, la frecuencia de vacío aumenta y por tanto también se incrementa la potencia suministrada por el generador. Como la potencia de salida aumenta, E_A permanece invariable mientras que E_A sen δ se incrementa aún más.

¿Qué ocurre en este sistema si la potencia de salida del generador se incrementa hasta exceder la potencia consumida por la carga? Si esto ocurre, la potencia extra generada fluye hacia el barraje infinito. Por definición, el barraje infinito puede suministrar o consumir cualquier cantidad de potencia sin experimentar cambios en la frecuencia, de modo que la potencia extra es consumida.

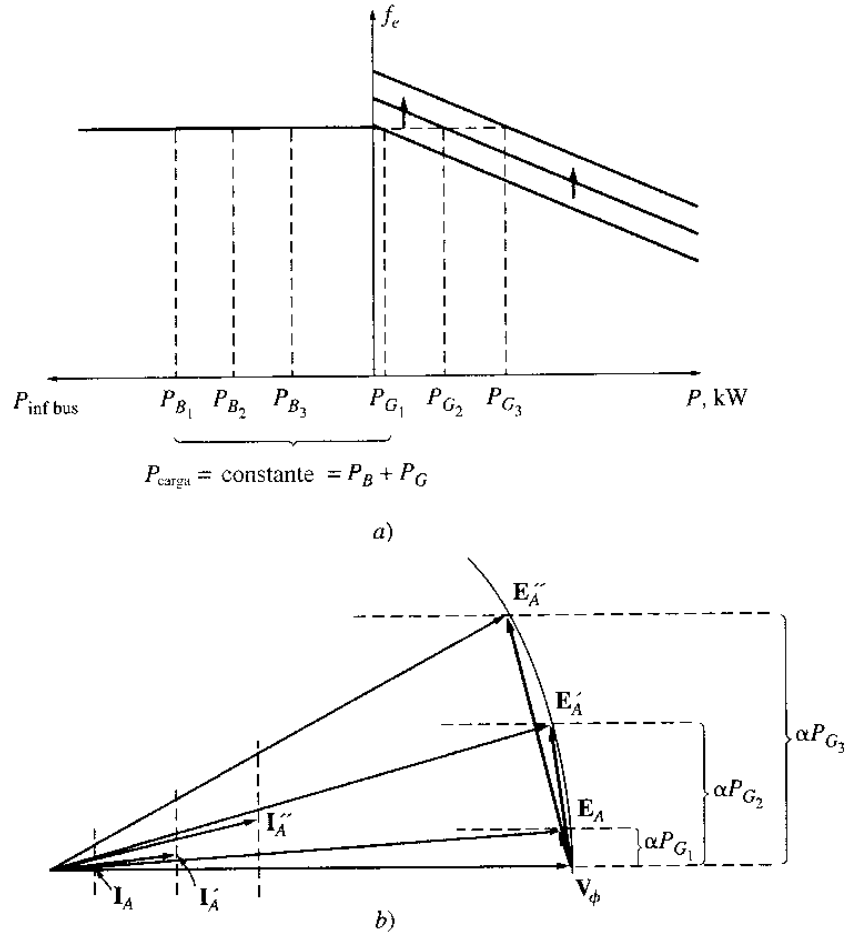


Figura 5-36
Efecto de incrementar los puntos de ajuste del gobernador en *a*) el diagrama de casa; *b*) el diagrama fasorial.

Después de ajustar la potencia real del generador al valor deseado, el diagrama fasorial del generador será como el de la figura 5-36*b*. Nótese que esta vez el generador opera a un factor de potencia ligeramente en adelanto, y suministra potencia reactiva negativa. Por otra parte, se puede decir que el generador está consumiendo energía reactiva. ¿Cómo puede ajustarse el generador de modo que suministre potencia reactiva Q al sistema? Esto puede lograrse ajustando la corriente de campo de la máquina. Para entender la razón de que esto sea cierto, es necesario considerar las restricciones de operación del generador en estas circunstancias.

La primera restricción sobre el generador es que *la potencia debe permanecer constante* cuando I_f varía. La potencia en el generador está dada por la ecuación $P_{\text{in}} = \tau_{\text{ind}} \omega_m$. Ahora, el motor primario de un generador sincrónico tiene una característica par-velocidad fijada por un punto de ajuste dado del gobernador. Esta curva cambia sólo cuando se modifica el punto de ajuste del gobernador. Puesto que el generador está unido a un barraje infinito, su velocidad *no puede* cambiar. Si la velocidad del generador no cambia y los puntos de ajuste del gobernador no han sido variados, la potencia suministrada por el generador debe permanecer constante.

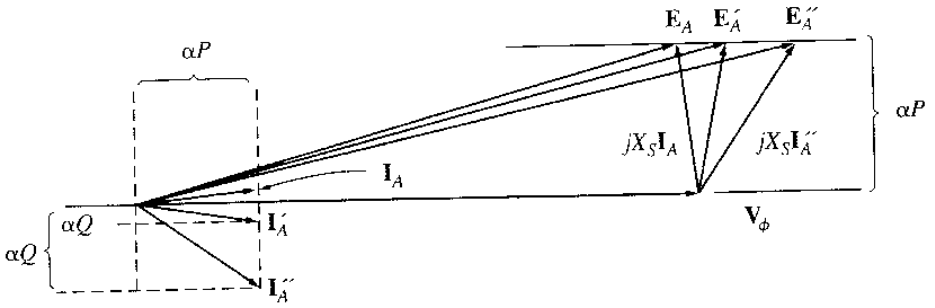


Figura 5-37
Efecto de incrementar la corriente de campo del generador en el diagrama fasorial de la máquina.

Si la potencia suministrada es constante, mientras varía la corriente de campo, no pueden cambiar las distancias proporcionales a la potencia en el diagrama fasorial ($I_A \cos \theta$ y $E_A \operatorname{sen} \delta$). Cuando se incrementa la corriente de campo, el flujo ϕ se incrementa y entonces E_A ($= K\phi \uparrow \omega$) se incrementa. Si E_A aumenta pero $E_A \operatorname{sen} \delta$ debe permanecer constante, entonces el fasor $\mathbf{E}_A$ debe deslizarse a lo largo de la línea de potencia constante, como muestra la figura 5-37. Puesto que $\mathbf{V}_\phi$ es constante, el ángulo de $jX_S\mathbf{I}_A$ cambia como se muestra y, por tanto, cambian el ángulo y la magnitud de $\mathbf{I}_A$. Nótese que como resultado, se incrementa la distancia proporcional a Q ($I_A \operatorname{sen} \theta$). En otras palabras, *incrementando la corriente de campo en un generador sincrónico que opera en paralelo con un barraje infinito, se incrementa la potencia reactiva de salida del generador.*

Para resumir, cuando un generador está operando en paralelo con un barraje infinito:

1. La frecuencia y el voltaje en los terminales del generador son controlados por el sistema al cual está conectado.
2. Los puntos de ajuste del gobernador del generador controlan la potencia real suministrada por el generador al sistema.
3. La corriente de campo del generador controla la potencia reactiva suministrada por el generador al sistema.

Esta situación es el reflejo de cómo operan los generadores reales cuando se encuentran conectados a un sistema de potencia muy grande.

Operación de generadores en paralelo con otros de igual tamaño

Cuando un generador opera solo, las potencias real y reactiva (P y Q) suministradas por el generador son constantes y deben ser iguales a las demandadas por la carga, y la frecuencia y el voltaje en terminales varían de acuerdo con los puntos de ajuste del gobernador y la corriente de campo. Cuando un generador opera en paralelo con un barraje infinito, éste determina que la frecuencia y el voltaje en los terminales sean constantes, y las potencias real y reactiva

varían de acuerdo con los puntos de ajuste del gobernador y la corriente de campo. ¿Qué ocurre cuando un generador sincrónico no se conecta en paralelo con un barraje infinito sino con otro generador de igual tamaño? ¿Cuál será el efecto de cambiar los puntos de ajuste del gobernador y las corrientes de campo?

Si un generador se conecta en paralelo con otro de igual tamaño, el sistema resultante se muestra en la figura 5-38*a*. En este sistema, la restricción básica es que *la suma de las potencias real y reactiva suministradas por los dos generadores debe ser igual a las potencias P y Q demandadas por la carga.* La frecuencia del sistema y la potencia de un generador no están restringidas a ser constantes. El diagrama potencia–frecuencia para tal sistema, inmediatamente después que G_2 ha sido puesto en paralelo con la línea, se muestra en la figura 5-38*b*. Aquí, la potencia total P_{tot} (la cual es igual a P_{carga}) está dada por

$$P_{tot} = P_{carga} = P_{G1} + P_{G2} \tag{5-29a}$$

y la potencia reactiva por

$$Q_{tot} = Q_{carga} = Q_{G1} + Q_{G2} \tag{5-29b}$$

¿Qué ocurre si se incrementa la calibración en los puntos de ajuste del gobernador de G_2? Cuando los puntos de ajuste del gobernador de G_2 aumentan, la curva potencia-frecuencia de G_2 se desplaza hacia arriba, como se muestra en la figura 5-38*c*. Recuerde que la potencia total suministrada a la carga no debe cambiar. A la frecuencia original f_1, la potencia suministrada por G_1 y G_2 será ahora mayor que la potencia demandada por la carga; entonces, el sistema no puede continuar operando a la misma frecuencia de antes. En efecto, hay una sola frecuencia a la cual la suma de las potencias de salida de los dos generadores es igual a P_{carga}.

Esta frecuencia f_2 es mayor que la frecuencia original de operación del sistema. A esa frecuencia, G_2 suministra más potencia que antes, y G_1 suministra menos.

Por tanto, cuando dos generadores operan conjuntamente, un ajuste que incremente los puntos de calibración del gobernador en uno de ellos

1. *Incrementa la frecuencia del sistema.*
2. *Incrementa la potencia suministrada por ese generador mientras reduce la potencia suministrada por el otro.*

¿Qué ocurre si se aumenta la corriente de campo de G_2? El comportamiento resultante es análogo a la situación de potencia real y se muestra en la figura 5-38*d*. Cuando dos generadores operan conjuntamente y se incrementa la corriente de campo de G_2,

1. *Se incrementa el voltaje en los terminales del sistema.*
2. *Se incrementa la potencia reactiva Q suministrada por ese generador, mientras que disminuye la potencia reactiva suministrada por el otro generador.*

Si se conocen las pendientes y las frecuencias de vacío de las curvas de caída de velocidad del generador (frecuencia-potencia), las potencias suministradas por cada generador y la fre-

cuencia resultante del sistema se pueden determinar cuantitativamente. El ejemplo 5-6 muestra la manera de lograrlo.

Ejemplo 5-6 La figura 5-38*a* muestra dos generadores que alimentan una carga. El generador 1 tiene una frecuencia de vacío de 61.5 Hz y una pendiente S_{P1} de 1 MW/Hz. El generador 2 tiene una frecuencia de vacío de 61.0 Hz y pendiente S_{P2} de 1 MW/Hz. Los dos generadores están suministrando potencia a una carga real total de 2.5 MW con factor de potencia 0.8 en atraso. El diagrama de casa potencia-frecuencia resultante del sistema se muestra en la figura 5-39.

a) ¿A qué frecuencia se encuentra operando el sistema y cuánta potencia es suministrada por cada uno de los dos generadores?
b) Si se conecta una carga adicional de 1 MW al sistema de potencia, ¿cuál sería la nueva frecuencia del sistema y cuánta potencia suministrarían los generadores G_1 y G_2?
c) Con la configuración del sistema del literal *b*), ¿cuáles serán la frecuencia del sistema y las potencias de los generadores si los puntos de ajuste del gobernador G_2 se incrementan en 0.5 Hz?

Solución. La potencia producida por un generador sincrónico con una pendiente dada y frecuencia de vacío está dada por la ecuación (5-28):

$$\begin{aligned} P_1 &= s_{P1}(f_{\text{nl},1} - f_{\text{sis}}) \\ &= s_{P2}(f_{\text{nl},2} - f_{\text{sis}}) \end{aligned}$$

Puesto que la potencia total suministrada por los generadores debe ser igual a la potencia consumida por las cargas,

$$P_{\text{carga}} = P_1 - P_2$$

Estas ecuaciones se pueden utilizar para responder a las preguntas formuladas.

a) En el primer caso, ambos generadores tienen una pendiente de 1 MW/Hz, y G_1 tiene una frecuencia de vacío de 61.5 Hz mientras que G_2 tiene una frecuencia de vacío de 61.0 Hz. La carga total es 2.5 MW. Entonces, la frecuencia del sistema se puede encontrar como sigue:

$$\begin{aligned} P_{\text{carga}} &= P_1 + P_2 \\ &= s_{P1}(f_{\text{nl},1} - f_{\text{sis}}) + s_{P2}(f_{\text{nl},2} - f_{\text{sis}}) \\ 2.5\text{ MW} &= (1\text{ MW/Hz})(61.5\text{ Hz} - f_{\text{sis}}) + (1\text{ MW/Hz})(61\text{ Hz} - f_{\text{sis}}) \\ &= 61.5\text{ MW} - (1\text{ MW/Hz})f_{\text{sis}} + 61\text{ MW} - (1\text{ MW/Hz})f_{\text{sis}} \\ &= 122.5\text{ MW} - (2\text{ MW/Hz})f_{\text{sis}} \\ f_{\text{sis}} &= \frac{122.5\text{ MW} - 2.5\text{ MW}}{(2\text{MW/Hz})} = 60.0\text{ Hz} \end{aligned}$$

Las potencias resultantes suministradas por los dos generadores son

$$\begin{aligned} P_1 &= s_{P1}(f_{\text{nl},1} - f_{\text{sis}}) \\ &= (1\text{ MW/Hz})(61.5\text{ Hz} - 60.0\text{ Hz}) = 1.5\text{ MW} \\ P_2 &= s_{P2}(f_{\text{nl},2} - f_{\text{sis}}) \\ &= (1\text{ MW/Hz})(61.0\text{ Hz} - 60.0\text{ Hz}) = 1\text{ MW} \end{aligned}$$

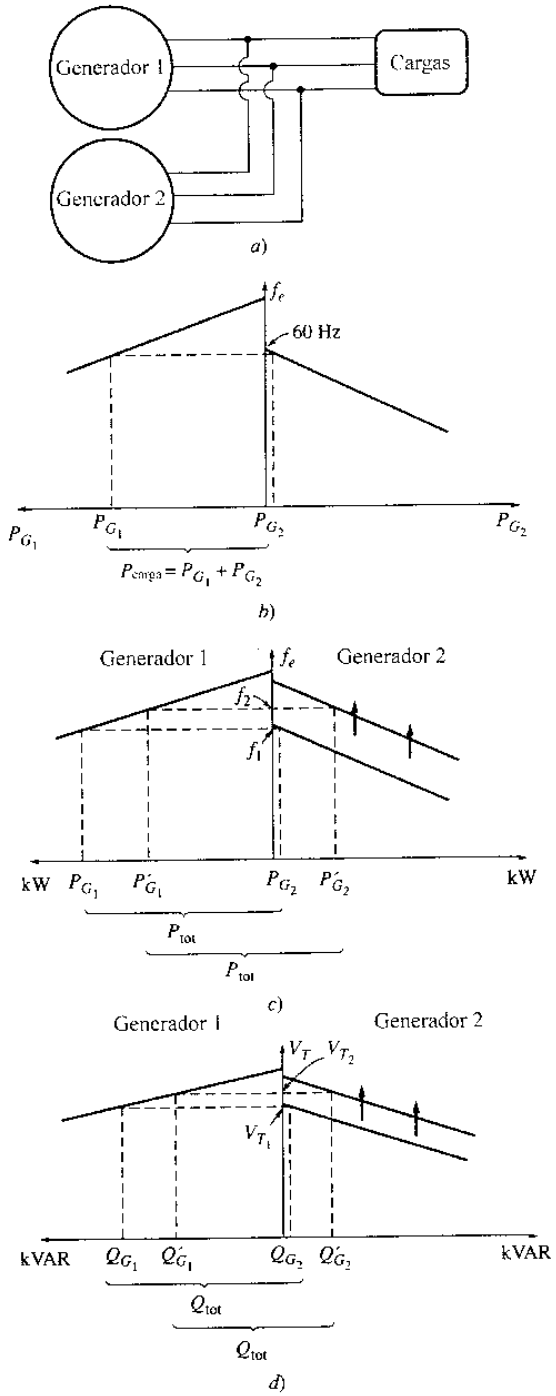


Figura 5-38
a) Generador conectado en paralelo con otra máquina de igual tamaño. *b*) Diagrama de casa correspondiente, en el momento en el que el generador 2 es puesto en paralelo con el sistema. *c*) Efecto de aumentar los puntos de ajuste del gobernador del generador 2 en la operación del sistema. *d*) Efecto de incrementar la corriente de campo del generador 2, en la operación del sistema.

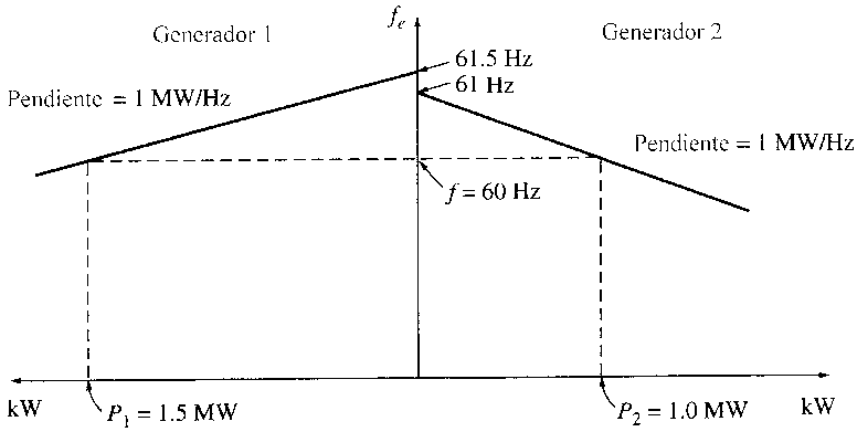


Figura 5-39
Diagrama de casa para el sistema del ejemplo 5-6.

b) Cuando se incrementa la carga en 1 MW, la carga total es 3.5 MW. La nueva frecuencia del sistema está dada ahora por

$$\begin{aligned} P_{\text{carga}} &= s_{P1}(f_{\text{nl},1} - f_{\text{sis}}) + s_{P2}(f_{\text{nl},2} - f_{\text{sis}}) \\ 3.5\text{ MW} &= (1\text{ MW/Hz})(61.5\text{ Hz} - f_{\text{sis}}) + (1\text{ MW/Hz})(61\text{ Hz} - f_{\text{sis}}) \\ &= 61.5\text{ MW} - (1\text{ MW/Hz})f_{\text{sis}} + 61\text{ MW} - (1\text{ MW/Hz})f_{\text{sis}} \\ &= 122.5\text{ MW} - (2\text{ MW/Hz})f_{\text{sis}} \\ f_{\text{sis}} &= \frac{122.5\text{ MW} - 3.5\text{ MW}}{(2\text{MW/Hz})} = 59.5\text{ Hz} \end{aligned}$$

Las potencias resultantes son

$$\begin{aligned} P_1 &= s_{P1}(f_{\text{nl},1} - f_{\text{sis}}) \\ &= (1\text{ MW/Hz})(61.5\text{ Hz} - 59.5\text{ Hz}) = 2.0\text{ MW} \\ P_2 &= s_{P2}(f_{\text{nl},2} - f_{\text{sis}}) \\ &= (1\text{ MW/Hz})(61.0\text{ Hz} - 59.5\text{ Hz}) = 1.5\text{ MW} \end{aligned}$$

c) Si los puntos de ajuste en vacío del gobernador de G_2 se incrementan en 0.5 Hz, la nueva frecuencia del sistema es

$$\begin{aligned} P_{\text{carga}} &= s_{P1}(f_{\text{nl},1} - f_{\text{sis}}) + s_{P2}(f_{\text{nl},2} - f_{\text{sis}}) \\ 3.5\text{ MW} &= (1\text{ MW/Hz})(61.5\text{ Hz} - f_{\text{sis}}) + (1\text{ MW/Hz})(61.5\text{ Hz} - f_{\text{sis}}) \\ &= 123\text{ MW} - (2\text{ MW/Hz})f_{\text{sis}} \\ f_{\text{sis}} &= \frac{123\text{ MW} - 3.5\text{ MW}}{(2\text{MW/Hz})} = 59.75\text{ Hz} \end{aligned}$$

Las potencias resultantes son

$$\begin{aligned} P_1 = P_2 &= s_{P1}(f_{\text{nl},1} - f_{\text{sis}}) \\ &= (1\text{ MW/Hz})(61.5\text{ Hz} - 59.75\text{ Hz}) = 1.75\text{ MW} \end{aligned}$$

Nótese que la frecuencia del sistema subió, la potencia suministrada por el generador G_2 se elevó y la potencia suministrada por el generador G_1 bajó. ●

Cuando dos generadores de tamaño similar están operando en paralelo, un cambio en los puntos de ajuste en el gobernador de uno de ellos cambia tanto la frecuencia del sistema como la repartición de potencia entre ellos. Sería deseable ajustar sólo una de estas cantidades a la vez. ¿Cómo puede ser ajustada la repartición de potencias del sistema independientemente de la frecuencia del sistema y viceversa?

La respuesta es muy sencilla. Un incremento en los puntos de ajuste del gobernador de un generador incrementa la potencia en esa máquina y la frecuencia del sistema. Una disminución en los puntos de ajuste en el gobernador de uno de los generadores disminuye la potencia de esa máquina y la frecuencia del sistema. Entonces, para ajustar la repartición de potencias sin cambiar la frecuencia del sistema, se *incrementan los puntos de ajuste del gobernador de uno de los generadores y se disminuyen simultáneamente los del gobernador del otro generador* (*véase* figura 5-40*a*). Del mismo modo, *para ajustar la frecuencia del sistema sin cambiar la repartición de potencias, se aumentan o se disminuyen simultáneamente los puntos de ajuste de ambos gobernadores* (*véase* figura 5-40*b*).

Los ajustes de potencia reactiva y del voltaje en los terminales funcionan de manera análoga. Para cambiar la repartición de potencias sin variar V_T, se *aumenta simultáneamente la corriente de campo en un generador y se disminuye la corriente de campo del otro* (*véase* figura 5-40*c*). Para cambiar el voltaje en los terminales sin afectar la repartición de potencia reactiva, *se aumentan o se disminuyen simultáneamente ambas corrientes de campo* (*véase* figura 5-40*d*).

Para resumir, en el caso de dos generadores que operan conjuntamente:

1. El sistema está restringido porque la potencia total suministrada conjuntamente por los dos generadores debe ser igual a la cantidad consumida por la carga. Ni f_{sis} ni V_T están forzados a permanecer constantes.
2. Para ajustar la repartición de potencia real entre los generadores sin cambiar f_{sis}, se incrementan los puntos de ajuste del gobernador de uno de los generadores mientras se disminuyen los del otro gobernador. La máquina cuyos puntos de ajuste en el gobernador fueron aumentados, tomára más cantidad de carga.
3. Para ajustar f_{sis} sin cambiar la repartición de potencia real, se aumentan o se disminuyen simultáneamente los puntos de ajuste del gobernador en ambos generadores.
4. Para ajustar la distribución de potencia reactiva entre generadores sin cambiar V_T, aumenta la corriente de campo de uno de los generadores mientras se disminuye la corriente de campo del otro. La máquina cuya corriente de campo fue aumentada tomará más cantidad de la carga reactiva.
5. Para ajustar V_T sin cambiar la repartición de potencia reactiva, simultáneamente se aumentan o se disminuyen las corrientes de campo de los dos generadores.

Es muy importante que cualquier generador sincrónico que opere en paralelo con otros generadores tenga una característica *descendente* de frecuencia-potencia. Si dos generadores tienen características planas o casi planas, la repartición de potencia entre ellos puede variar

ampliamente con los más mínimos cambios en la velocidad de vacío. Este problema se ilustra en la figura 5-41. Nótese que así sean muy pequeños los cambios en f_{nl} en uno de los generadores, se podrían causar fuertes diferencias en la distribución de potencia. Para asegurar un buen control de la distribución de potencia entre los generadores, éstos deberán tener caídas de velocidad dentro de un rango de 2 a 5%.

5-10 TRANSITORIOS EN LOS GENERADORES SINCRÓNICOS

Cuando el par al eje o la carga de salida sobre el generador cambian de repente, ocurre siempre un transitorio de duración finita antes que el generador retorne a su estado estacionario. Por ejemplo, cuando un generador sincrónico se pone en paralelo con un sistema de potencia en funcionamiento, al comienzo aquél gira más rápidamente y posee mayor frecuencia que el sistema de potencia. Una vez puestos en paralelo, hay un periodo transitorio antes que el generador se estabilice y trabaje a la misma frecuencia de la línea, mientras suministra una pequeña cantidad de potencia a la carga.

Para ilustrar esta situación, remítase a la figura 5-42. La figura 5-42*a* muestra los campos magnéticos y el diagrama fasorial del generador en el momento justo antes de ser emparalelado con el sistema de potencia. Aquí, el generador en aproximación no está suministrando carga, su corriente estatórica es cero, $\mathbf{E}_A = \mathbf{V}_\phi$ y, $\mathbf{B}_R = \mathbf{B}_{net}$.

En el momento exacto de $t = 0$, se cierra el interruptor que conecta el generador al sistema de potencia ocasionando un flujo de corriente estatórica. Puesto que el rotor del generador aún está girando con velocidad mayor que la del sistema de potencia, continúa moviéndose adelante del voltaje del sistema $V\phi$. El par inducido sobre el eje del generador está dado por

$$\tau_{ind} = k\mathbf{B}_R \times \mathbf{B}_{net} \tag{4-60}$$

La dirección de este par es opuesta a la dirección del movimiento y se incrementa cuando aumenta el ángulo de fase entre $\mathbf{B}_R$ y $\mathbf{B}_{net}$ (o $\mathbf{E}_A$ y $\mathbf{V}_\phi$). Este par *opuesto a la dirección del movimiento* disminuye la velocidad del generador hasta hacerlo girar finalmente a velocidad sincrónica con el resto del sistema de potencia.

De manera similar, si el generador estuviera girando a *menor* velocidad que la sincrónica cuando se pone en paralelo con el sistema de potencia, el rotor quedaría atrás de los campos magnéticos netos y se induciría un par *en la dirección del movimiento* sobre el eje de la máquina. Este par aumentaría la velocidad del rotor hasta que éste gire de nuevo a la velocidad sincrónica.

Estabilidad transitoria de generadores sincrónicos

Anteriormente se estudió que el límite de estabilidad estática de un generador sincrónico es la máxima potencia que el generador puede suministrar en cualquier circunstancia. La máxima potencia que el generador puede suministrar está dada por la ecuación (5-21):

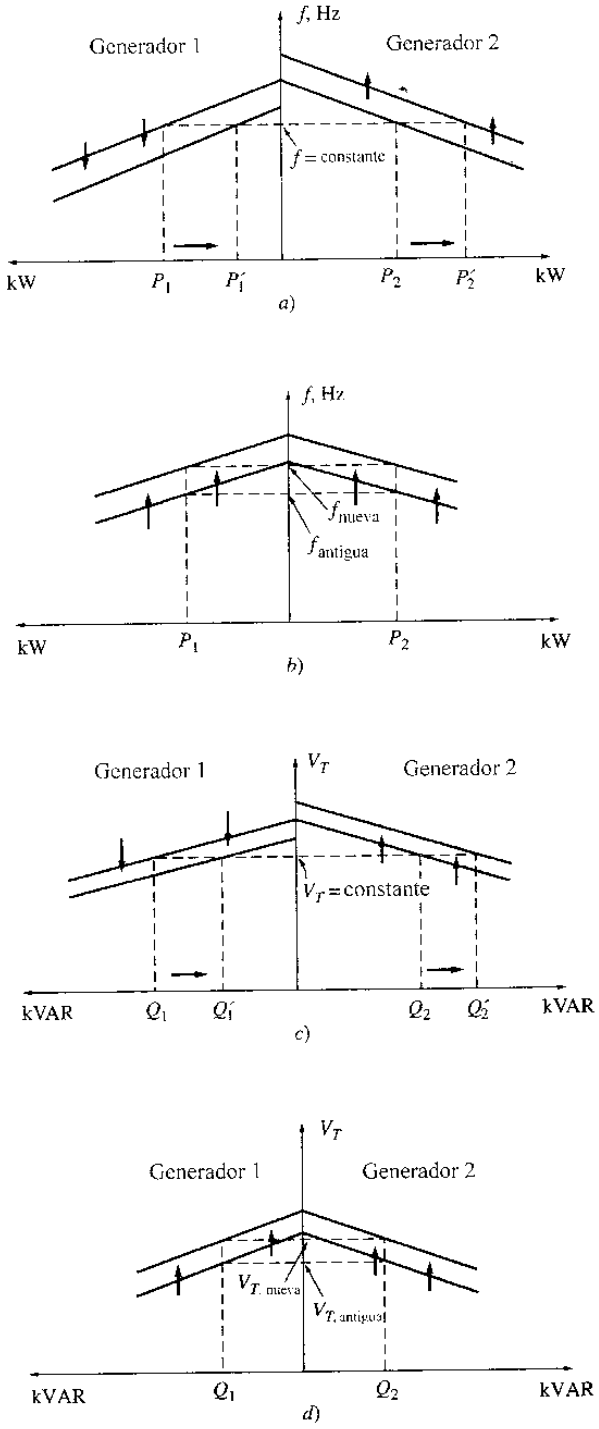


Figura 5-40
a) Cambio en la distribución de potencia sin afectar la frecuencia del sistema. *b)* Cambio en la frecuencia del sistema sin afectar la distribución de potencia. *c)* Cambio en la distribución de potencia reactiva sin afectar el voltaje en los terminales. *d)* Cambio en el voltaje en terminales sin afectar la distribución de potencia reactiva.

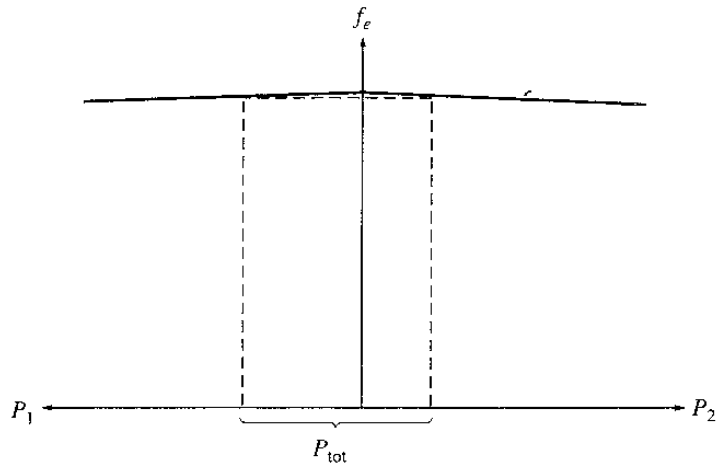


Figura 5-41
Dos generadores sincrónicos con característica frecuencia-potencia plana. Un cambio muy pequeño en la frecuencia de vacío de una de estas máquinas podría causar enormes cambios en la distribución de potencia.

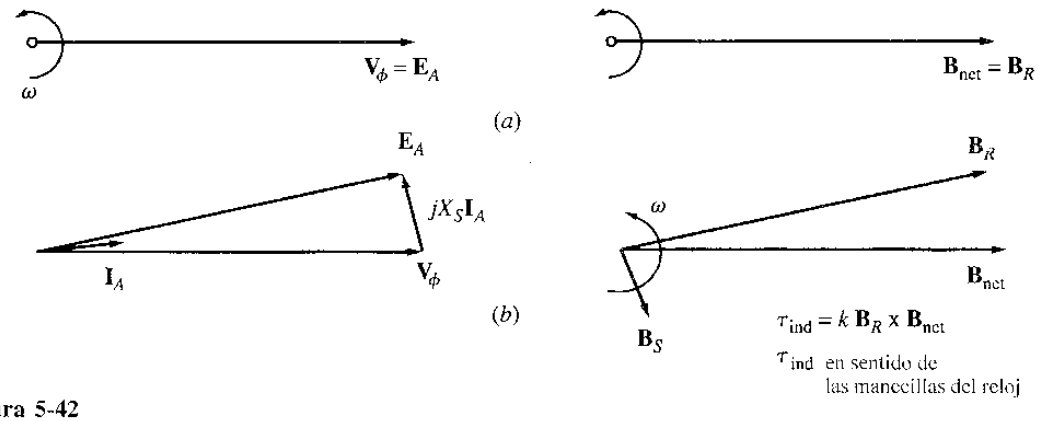


Figura 5-42
a) Diagrama fasorial y campos magnéticos de un generador en el momento de ser emparalelado con un gran sistema de potencia. *b)* Diagrama fasorial y diagrama de casa poco después del evento del literal *a*). Aquí, el rotor se ha movido hacia delante de los campos magnéticos netos, produciendo un par en sentido de las manecillas del reloj. Este par disminuye la velocidad del rotor, hasta la velocidad sincrónica del sistema de potencia.

$$P_{máx.} = \frac{3V_\phi E_A}{X_S} \tag{5-21}$$

y el par máximo correspondiente es

$$\tau_{máx.} = \frac{3V_\phi E_A}{\omega X_S} \tag{5-30}$$

En teoría, un generador estaría en capacidad de suministrar hasta esta cantidad de potencia y par antes que se torne inestable. En la práctica, sin embargo, la máxima carga que puede suministrar un generador está restringida a un nivel mucho menor por su *límite de estabilidad dinámica.*

Para entender la razón de esta limitante, considérese de nuevo el generador de la figura 5-42. Cuando se aplica de repente una carga al generador, el eje de éste comienza a disminuir la velocidad como se describió antes hasta que $\tau_{ind} = \tau_{carga}$ a la velocidad sincrónica del sistema de potencia. No obstante, debido a que el rotor del generador tiene gran cantidad de inercia, su ángulo de par δ se amplía bastante con relación a la posición de estado estacionario y se sitúa gradualmente en una oscilación amortiguada, como se muestra en la figura 5-43. La forma exacta de la oscilación amortiguada se puede determinar resolviendo una ecuación diferencial no lineal que no está dentro del alcance de este libro. Para mayor información, *véase* la referencia 4, páginas 300-308.

El punto importante de la figura 5-43 es que *si en cualquier momento de la respuesta transitoria, el par instantáneo excede* $\tau_{máx}$, *el generador sincrónico será inestable*. El tamaño de la oscilación depende de qué tan repentinamente se adicione la carga al generador sincrónico. Si la adición de carga es muy espaciada, la máquina casi podría ser capaz de alcanzar el límite de estabilidad estática. Así mismo, si la carga se adiciona de repente, la máquina sólo será estable hasta un límite mucho menor, el cual es muy complicado de calcular. Para cargas repentinas, el límite de estabilidad dinámica puede ser menor que la mitad del límite de estabilidad estática.

Transitorios por cortocircuito en generadores sincrónicos

La condición transitoria más severa que puede ocurrir en un generador sincrónico es la situación en la cual los tres terminales del generador son cortocircuitados de repente. Tal corto en un sistema de potencia se llama *falla*. En un generador sincrónico cortocircuitado presentes varias componentes de corriente que, se describirán más adelante. Los mismos efectos ocurren en transitorios menos severos, como los cambios de carga, pero son mucho más obvios en caso de un cortocircuito.

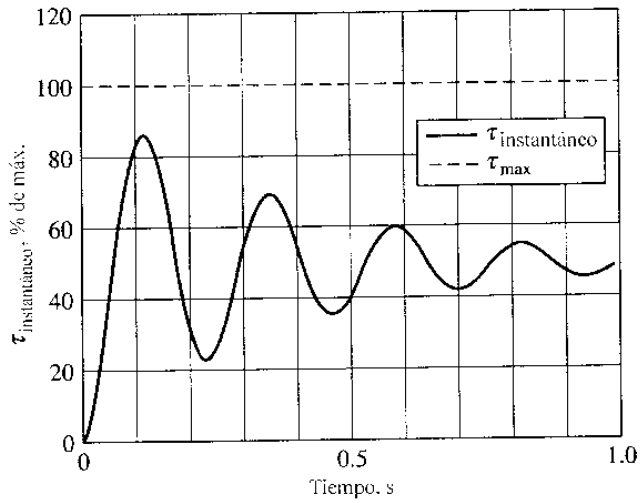


Figura 5-43
Respuesta dinámica cuando se adiciona de repente una gran carga a un generador sincrónico.

Cuando ocurre una falla en un generador sincrónico, el flujo de corriente resultante en las fases del generador se muestra en la figura 5-44. En cada fase la corriente, mostrada en la figura 5-42, se puede representar como una componente dc transitoria sumada en la parte superior de una componente simétrica ac. Esta componente simétrica ac sola, se muestra en la figura 5-45.

Antes de la falla, sólo están presentes voltajes y corrientes ac dentro del generador, mientras que después de la falla se encuentran presentes tanto corrientes ac como dc. ¿De dónde provienen las corrientes dc en este caso? Recuérdese que el generador sincrónico es básicamente inductivo: modelado por un voltaje interno generado en serie con una reactancia sincrónica. Recuérdese también que *la corriente no puede cambiar instantáneamente en una inductancia.* Cuando ocurre la falla, la componente ac de la corriente salta a un valor muy grande, pero la corriente total no puede cambiar en ese instante. La componente dc de la corriente es tan grande que la *suma* de las componentes ac y dc en el instante después de la falla iguala a la corriente que fluye en el instante anterior a la falla. Puesto que los valores instantáneos de la corriente en el momento de la falla son diferentes en cada fase, la magnitud de la componente dc de la corriente será diferente en cada una de ellas.

Estas componentes dc de la corriente decaen con rapidez, pero promedian en principio de 50 a 60% del flujo de corriente ac en el instante posterior a la ocurrencia de la falla. La corriente total inicial es típicamente 1.5 ó 1.6 veces la componente ac tomada sola.

La componente simétrica ac de la corriente se muestra en la figura 5-45. Puede ser dividida aproximadamente en tres periodos. Durante el primer ciclo o algo más, luego de la ocurrencia de la falla, la corriente ac es muy grande y decae con rapidez. Este periodo es llamado *periodo subtransitorio.* Al finalizar este periodo, la corriente continúa decayendo con más lentitud hasta alcanzar su estado estacionario. El periodo durante el cual la corriente decae con más lentitud se llama periodo transitorio, y el tiempo posterior, cuando alcanza el estado estacionario, se conoce como *periodo de estado estacionario.*

Si la magnitud rms de la componente ac de la corriente se grafica como función del tiempo sobre una escala semilogarítmica, es posible observar los tres periodos de la corriente de falla. Este diagrama se muestra en la figura 5-46. En tal gráfica es posible determinar las constantes de tiempo de las caídas en cada periodo.

La corriente rms ac que fluye en el generador durante el periodo subtransitorio se llama *corriente subtransitoria* y se denota por el símbolo I''. Esta corriente es causada por los devanados de amortiguación de los generadores sincrónicos (*véase* el capítulo 6, en donde se analizan los devanados de amortiguación). La constante de tiempo de la corriente subtransitoria se simboliza como T'', y se puede determinar de la pendiente de la corriente subtransitoria en el dibujo de la figura 5-46. Con frecuencia esta corriente es 10 veces el tamaño de la corriente de falla de estado estacionario.

La corriente rms ac que fluye en el generador durante el periodo transitorio es llamada *corriente transitoria* y se denota por el símbolo I'. Causada por una componente dc de la corriente inducida en *el circuito de campo* en el momento del corto, esta corriente de campo aumenta el voltaje interno generado y causa una corriente de falla incrementada. Puesto que la constante de tiempo del circuito dc de campo es mucho mayor que la constante de tiempo de los devanados de amortiguación, el periodo transitorio termina mucho después que el periodo subtransitorio. Esta constante de tiempo está denotada por el símbolo T'. La corriente rms promedio durante el periodo transitorio es con frecuencia cinco veces la corriente de falla de estado estacionario.

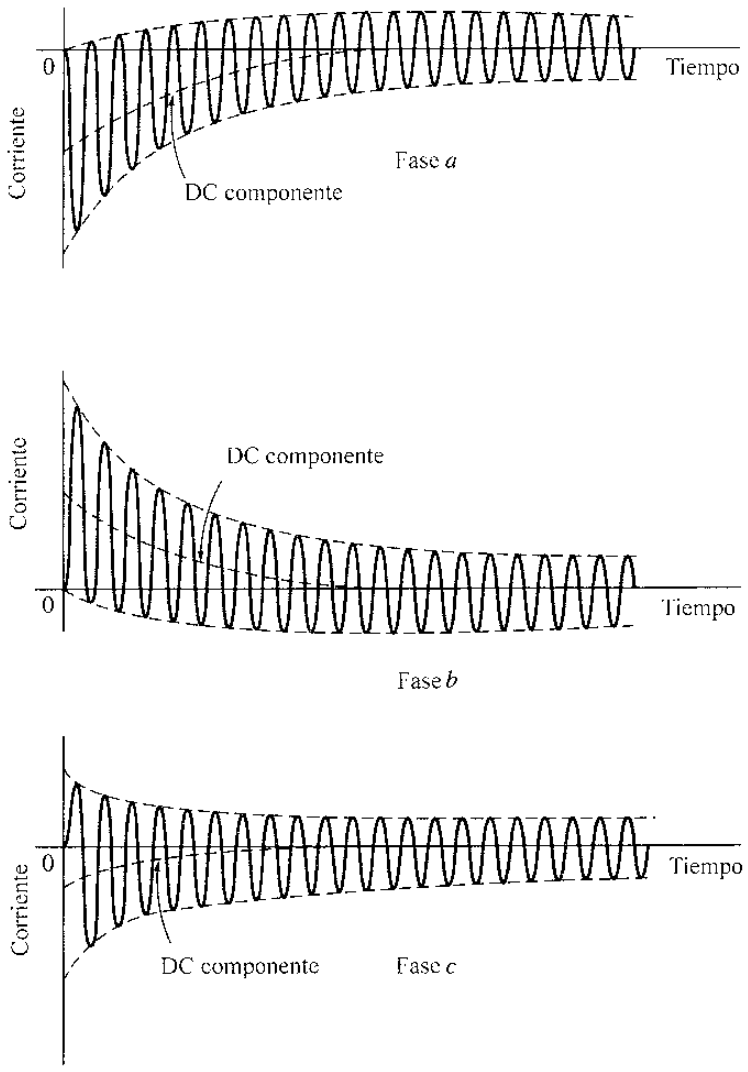


Figura 5-44
Corrientes totales de falla como función del tiempo durante una falla trifásica en los terminales de un generador sincrónico.

Después del periodo transitorio, la corriente de falla alcanza el estado estacionario. La corriente de estado estacionario durante una falla se denota por el símbolo I_{ss} y está dada aproximadamente por la componente de frecuencia fundamental del voltaje interno generado E_A dentro de la máquina, dividida por su reactancia sincrónica

$$I_{ss} = \frac{E_A}{X_S} \quad \text{estado estacionario} \tag{5-31}$$

La magnitud rms de la corriente ac de falla en un generador sincrónico varía continuamente como función del tiempo. Si I'' es la componente subtransitoria de la corriente en el instante de la falla, I' es la componente transitoria de la corriente en el instante de la falla e I_{SS} la corriente de falla de estado estacionario, entonces la magnitud rms de la corriente en cualquier tiempo después de la ocurrencia de la falla en los terminales del generador es

$$I(t) = (I'' - I')e^{-t/T''} + (I' - I_{ss})e^{-t/T'} + I_{ss} \tag{5-32}$$

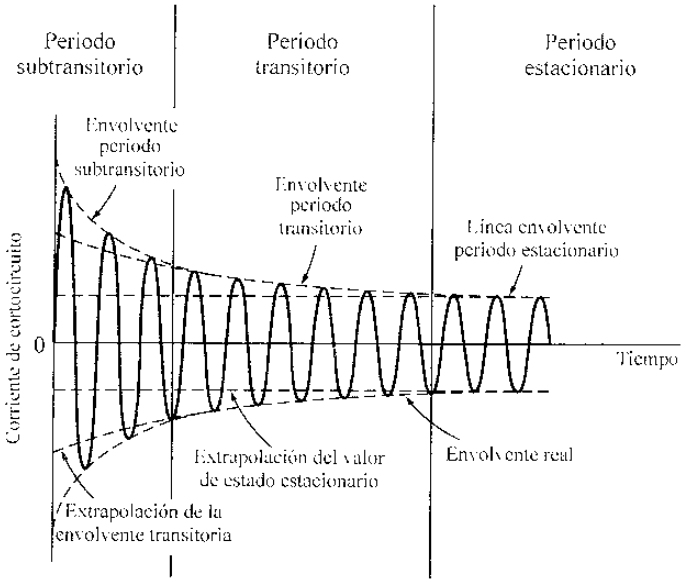


Figura 5-45
Componente simétrica ac de la corriente de falla.

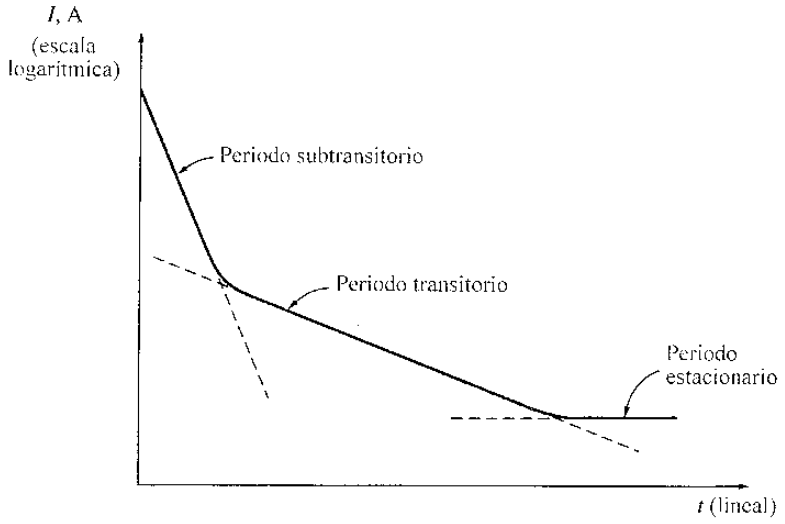


Figura 5-46
Gráfica semilogarítmica de la magnitud de la componente ac de la corriente de falla como función del tiempo. Las constantes de tiempo subtransitoria y transitoria del generador se pueden determinar a partir de la gráfica.

Es costumbre definir las reactancias subtransitoria y transitoria para una máquina sincrónica como una manera conveniente de describir las componentes subtransitoria y transitoria de la corriente de falla. La *reactancia subtransitoria* de un generador sincrónico se define como la relación entre la componente fundamental del voltaje interno generado y la componente subtransitoria de la corriente al comienzo de la falla. Está dada por

$$X'' = \frac{E_A}{I''} \quad \text{subtransitorio} \tag{5-33}$$

Del mismo modo, la *reactancia transitoria* de un generador sincrónico está definida como la relación entre la componente fundamental de E_A y la componente transitoria de la corriente I' al comienzo de la falla. Este valor de corriente se encuentra extrapolando la región subtransitoria hasta el tiempo cero en la figura 5-46:

$$X' = \frac{E_A}{I'} \quad \text{transitorio} \tag{5-34}$$

Para efectos de dimensionar el equipo de protección, con frecuencia se supone que la corriente subtransitoria es E_A / X'', y que la corriente transitoria es E_A/X', puesto que éstos son los máximos valores que toman las respectivas corrientes.

Nótese que el análisis precedente sobre las fallas supone que se cortocircuitaron simultáneamente las tres fases. Si la falla no involucra las tres fases por igual, se requieren métodos más complejos de análisis para entenderla. Estos métodos (conocidos como de componentes simétricas) no forman parte del alcance de este libro.

Ejemplo 5-7 Un generador sincrónico trifásico de 100 MVA, 13.5 kV 60Hz, onectado en Y, está operando a voltaje nominal en vacío cuando se produce una falla trifásica en sus terminales. Las reactancias por unidad sobre su propia base son

$$X_S = 1.0 \qquad X' = 0.25 \qquad X'' = 0.12$$

y sus constantes de tiempo son

$$T' = 1.10\,\text{s} \qquad T'' = 0.04\,\text{s}$$

La componente dc inicial en esta máquina promedia el 50% de la componente ac inicial.

a) ¿Cuál es la componente ac de corriente en este generador en el instante siguiente a la ocurrencia de la falla?
b) ¿Cuál es la corriente total (ac más dc) que fluye en el generador justamente después que ocurre la falla?
c) ¿Cuál será la componente ac de la corriente después de dos ciclos? ¿Después de 5 s?

Solución. La corriente base en este generador está dada por la ecuación

$$I_{L,\text{base}} = \frac{S_{\text{base}}}{\sqrt{3}\, V_{L,\text{base}}} \tag{2-95}$$

$$= \frac{100\,\text{MVA}}{\sqrt{3}(13.8\,\text{kV})} = 4184\,\text{A}$$

Las corrientes subtransitoria, transitoria y de estado estacionario por unidad y en amperios son

$$I'' = \frac{E_A}{X''} = \frac{1.0}{0.12} = 8.333$$
$$= (8.333)(4184 \text{ A}) = 34{,}900 \text{ A}$$
$$I' = \frac{E_A}{X'} = \frac{1.0}{0.25} = 4.00$$
$$= (4.00)(4184 \text{ A}) = 16{,}700 \text{ A}$$
$$I_{ss} = \frac{E_A}{X'} = \frac{1.0}{1.0} = 1.00$$
$$= (1.00)(4184 \text{ A}) = 4184 \text{ A}$$

a) La componente ac inicial de la corriente es $I'' = 34{,}900$ A.

b) La corriente total (ac más dc) al comienzo de la falla es

$$I_{\text{tot}} = 1.5\, I'' = 52{,}350 \text{ A}$$

c) La componente ac de la corriente como función del tiempo está dada por la ecuación (5-32)

$$I(t) = (I'' - I')e^{-t/T''} + (I' - I_{ss})e^{-t/T'} + I_{ss} \qquad (5\text{-}32)$$
$$= 18{,}200e^{-t/0.04\text{ s}} + 12{,}516e^{-t/1.1\text{ s}} + 4184 \text{ A}$$

A los dos ciclos, $t = 1/30$ s, la corriente total es

$$I\left(\frac{1}{30}\right) = 7910 \text{ A} + 12{,}142 \text{ A} + 4184 \text{ A} = 24{,}236 \text{ A}$$

Después de dos ciclos, la componente transitoria de la corriente es la más grande y esta vez está dentro del periodo transitorio del cortocircuito. A los 5 s, la corriente ha bajado a

$$I(5) = 0 \text{ A} + 133 \text{ A} + 4184 \text{ A} = 4317 \text{ A}$$

Ésta forma parte del periodo de estado estacionario del cortocircuito.

5-11 VALORES NOMINALES EN LOS GENERADORES SINCRÓNICOS

Existen ciertos límites básicos de la velocidad y la potencia que pueden obtenerse de un generador sincrónico. Estos límites se expresan como *valores nominales* de la máquina. El propósito de los valores nominales es proteger el generador del daño que pudiera ocasionarle una operación inadecuada. Para este fin, cada máquina tiene un número de valores nominales indicados en la placa de características fijada en ella.

Los valores nominales típicos de una máquina sincrónica son el *voltaje,* la *frecuencia,* la *velocidad,* la *potencia aparente (kilovoltamperes),* el *factor de potencia,* la *corriente de campo* y el *factor de servicio.* Estos valores nominales y las relaciones entre ellos se estudiarán en las siguientes secciones.

Voltaje, velocidad y frecuencia nominales

La frecuencia nominal de un generador sincrónico depende del sistema de potencia al cual está conectado. Las frecuencias comúnmente utilizadas hoy día en los sistemas de potencia son 50 Hz (en Europa, Asia, etc.), 60 Hz (en las Américas) y 400 Hz (en aplicaciones especiales y de control). Una vez se conozca la frecuencia, hay únicamente una velocidad de rotación posible para un número de polos dados. La relación fija entre la frecuencia y la velocidad está dada por la ecuación (4-34):

$$f_e = \frac{n_m P}{120} \tag{4-34}$$

como se describió anteriormente.

Quizá el valor nominal más obvio es el voltaje de operación al cual se diseña el generador. El voltaje de generación depende del flujo, la velocidad de rotación y la construcción mecánica de la máquina. Para un tamaño de estructura mecánica y velocidad dadas, cuanto mayor sea el voltaje deseado, mayor será el flujo requerido en la máquina. Sin embargo, el flujo no puede ser incrementado indefinidamente ya que hay siempre un máximo permisible de corriente de campo.

Otra consideración para fijar el máximo voltaje admisible es el punto de ruptura del aislamiento de los devanados (los voltajes normales de operación no deben estar muy cercanos al valor del punto de ruptura de su aislamiento).

¿Es posible operar a una frecuencia diferente un generador dimensionado para operar a cierta frecuencia? Por ejemplo, ¿es posible operar un generador de 60 Hz a 50 Hz? La respuesta es un sí *moderado,* si se cumplen ciertas condiciones. Básicamente, el problema es que hay un máximo flujo alcanzable en toda máquina y, puesto que $E_A = K\phi\omega$, el máximo E_A disponible cambia cuando cambia la velocidad. Específicamente, si un generador de 60 Hz se va a operar a 50 Hz, el voltaje de operación debe reducirse a 50, 60 u 83.3% de su valor original. El efecto opuesto ocurre cuando un generador de 50 Hz se opera a 60 Hz.

Valores nominales de potencia aparente y factor de potencia

Existen dos factores que determinan los límites de potencia de las máquinas eléctricas. Uno es el par mecánico aplicado al eje de la máquina y el otro es el calentamiento de los devanados de la máquina. En todos los motores y generadores sincrónicos prácticos, el eje tiene suficiente capacidad mecánica para manejar mucho mayor potencia de estado estacionario que la de dimensionamiento nominal de la máquina; en consecuencia los límites prácticos de estado estacionario están dados por el calentamiento de los devanados.

Hay dos devanados en un generador sincrónico y cada uno de ellos debe ser protegido de sobrecalentamiento. Estos dos devanados son el del inducido (armadura) y el de campo. La máxima corriente aceptable del inducido fija la potencia nominal aparente del generador puesto que la potencia aparente S está dada por

$$S = 3V_\phi I_A \tag{5-35}$$

Si se conoce el voltaje nominal, la máxima corriente aceptable del inducido, determina los kilovoltamperes del generador:

$$S_{\text{nominal}} = 3V_{\phi,\text{nominal}} I_{A,\text{máx.}} \tag{5-36}$$

$$S_{\text{nominal}} = \sqrt{3}V_{L,\text{nominal}} I_{L,\text{máx.}} \tag{5-37}$$

Es importante tener en cuenta que para el calentamiento de los devanados del inducido, no es importante *el factor de potencia de la corriente del inducido.* El efecto de calentamiento por pérdidas en el cobre del estator está dado por

$$P_{\text{SCL}} = 3I_A^2 R_A \tag{5-38}$$

y es independiente del ángulo de la corriente con respecto al voltaje $\mathbf{V}_\varphi$. Debido a que el ángulo de la corriente es irrelevante para el calentamiento del inducido, estas máquinas están dimensionadas en kilovoltamperes en vez de kilowatts.

El otro devanado que nos concierne es el de campo. Las pérdidas en el cobre del devanado de campo están dadas por

$$P_{\text{RCL}} = I_F^2 R_F \tag{5-39}$$

tal que el máximo calentamiento permisible fija una máxima corriente de campo en la máquina. Puesto que $E_A = K\phi\,\omega$ ésta fija el máximo tamaño aceptable de E_A.

El efecto de tener una máxima I_F y un E_A máximo, se traduce directamente en una restricción sobre el mínimo factor de potencia aceptable del generador cuando se encuentra operando a los kilovoltamperes nominales. La figura 5-47 muestra el diagrama fasorial de un generador sincrónico en que el voltaje y la corriente del inducido son nominales. La corriente puede asumir diferentes ángulos, como se muestra. El voltaje interno generado $\mathbf{E}_A$ es la suma de $\mathbf{V}_\varphi$ más $jX_S\mathbf{I}_A$. Nótese que para algunos de los posibles ángulos de la corriente, el voltaje requerido E_A excede $E_{A,\text{máx.}}$. Si el generador fuera operado a la corriente nominal del inducido y estos factores de potencia, el devanado de campo se quemaría.

El ángulo de $\mathbf{I}_A$, que requiere el máximo posible $\mathbf{E}_A$ mientras $\mathbf{V}_\varphi$ permanece en el valor nominal, da el factor de potencia nominal del generador. Es posible operar el generador a un factor de potencia más bajo (más en atraso) que el nominal, sólo si se restringen los kilovoltamperes suministrados por el generador.

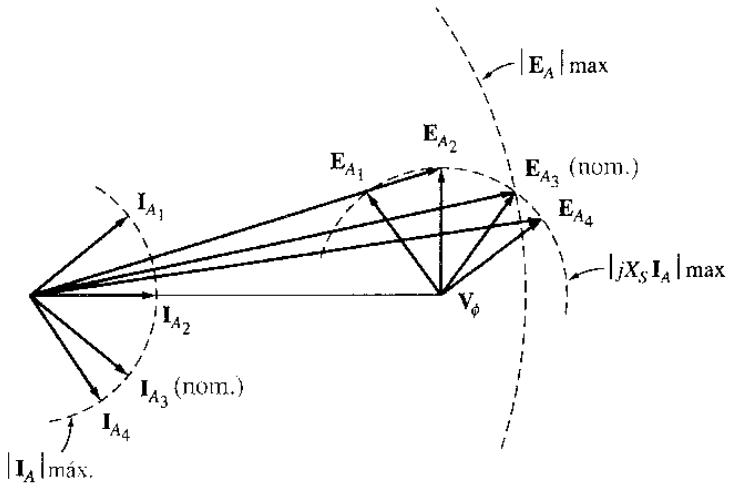


Figura 5-47
Forma como el límite de la corriente del campo rotor fija el factor de potencia nominal de un generador.

Curvas de capacidad del generador sincrónico

El límite de calentamiento del rotor y del estator, junto con cualquier limitante externa al generador, pueden ser expresados en forma gráfica por un *diagrama de capacidad*. Un diagrama de capacidad es un dibujo de la potencia compleja $S = P + jQ$ derivado del diagrama fasorial del generador, suponiendo que $\mathbf{V}_\phi$ es constante en el voltaje nominal de la máquina.

La figura 5-48*a* muestra el diagrama fasorial de un generador sincrónico que opera a un factor de potencia en atraso y voltaje nominal. Se dibuja un conjunto de ejes ortogonal sobre el diagrama con su origen en el extremo de $\mathbf{V}_\phi$ y unidades de volts. En este diagrama, el segmento vertical AB tiene una longitud $X_S I_A \cos\theta$ y el segmento horizontal OA tiene una longitud $X_S I_A$ sen θ.

La potencia real de salida del generador está dada por

$$P = 3V_\phi I_A \cos\theta \tag{5-17}$$

la potencia reactiva de salida está dada por

$$Q = 3V_\phi I_A \operatorname{sen}\theta \tag{5-19}$$

y la potencia aparente de salida está dada por

$$S = 3V_\phi I_A \tag{5-35}$$

por tanto, los ejes vertical y horizontal de la figura pueden ser recalibrados en términos de las potencias real y reactiva (figura 5-48*b*). El factor de conversión para cambiar la escala de los ejes de volts a voltamperes (unidades de potencia) es $3\ V_\varphi / X_S$:

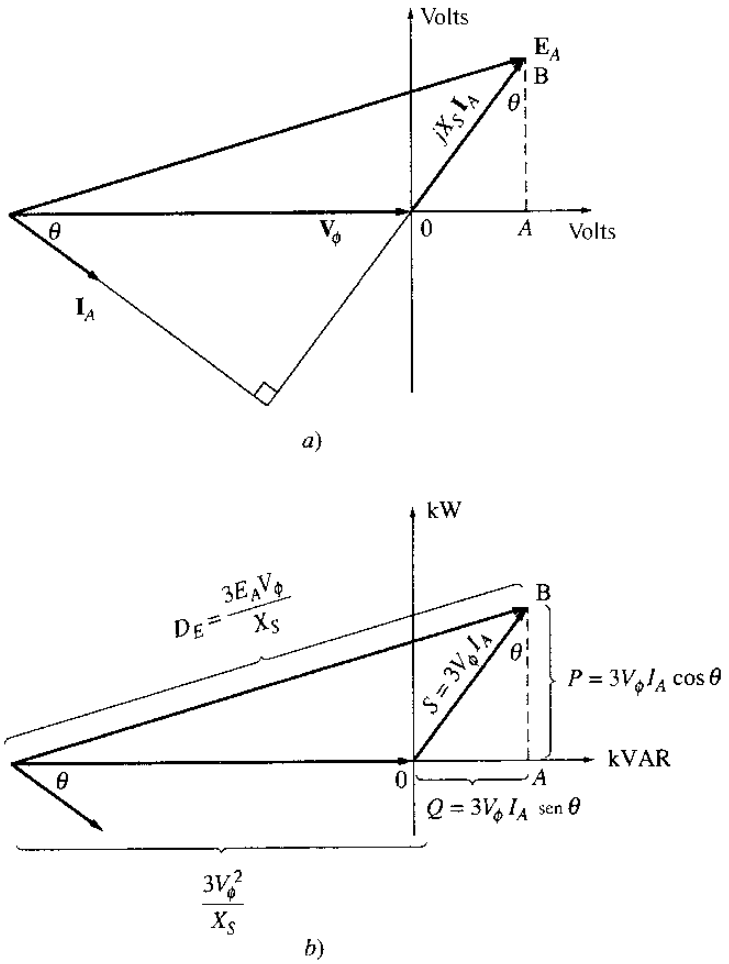


Figura 5-48
Derivación de la curva de capacidad de un generador sincrónico. *a*) Diagrama fasorial del generador. *b*) Unidades correspondientes de potencia.

$$P = 3V_\phi I_A \cos\theta = \frac{3V_\phi}{X_S}(X_S I_A \cos\theta) \tag{5-40}$$

y

$$Q = 3V_\phi I_A \operatorname{sen}\theta = \frac{3V_\phi}{X_S}(X_S I_A \operatorname{sen}\theta) \tag{5-41}$$

En los ejes de voltaje, el origen del diagrama fasorial está en $-V_\phi$ sobre el eje horizontal, de modo que el origen del diagrama de potencia está en

$$\begin{aligned} Q &= \frac{3V_\phi}{X_S}(-V_\phi) \\ &= -\frac{3V_\phi^2}{X_S} \end{aligned} \tag{5-42}$$

La corriente de campo es proporcional al flujo de la máquina y éste es proporcional a $E_A = K\phi\omega$. La longitud correspondiente a E_A sobre el diagrama de potencia es

$$D_E = -\frac{3E_A V_\phi}{X_S} \tag{5-43}$$

La corriente del inducido $\boldsymbol{I}_A$ es proporcional a $X_S \boldsymbol{I}_A$ y, la longitud correspondiente a $X_S I_A$ sobre el diagrama de potencia es $3V_\phi \boldsymbol{I}_A$.

La curva final de capacidad del generador sincrónico se muestra en la figura 5-49. Es un dibujo de P contra Q, en que la potencia real P está sobre el eje horizontal y la potencia reactiva Q sobre el eje vertical. Las líneas de corriente del inducido I_A constante aparecen como líneas de $S = 3V_\phi I_A$, las cuales son círculos concéntricos alrededor del origen. Las líneas de corriente de campo constante corresponden a líneas de E_A constante, las cuales se muestran como círculos de magnitud $3\,E_A\,V_\phi/X_S$ centrados en el punto

$$Q = -\frac{3V_\phi^2}{X_S} \tag{5-42}$$

El límite de la corriente del inducido aparece como el círculo correspondiente a la corriente nominal $\boldsymbol{I}_A$ o a los kilovoltamperes nominales, y el límite de la corriente de campo aparece como el círculo correspondiente a I_F o E_A nominales. *Cualquier punto situado entre ambos círculos es un punto de operación segura para el generador.*

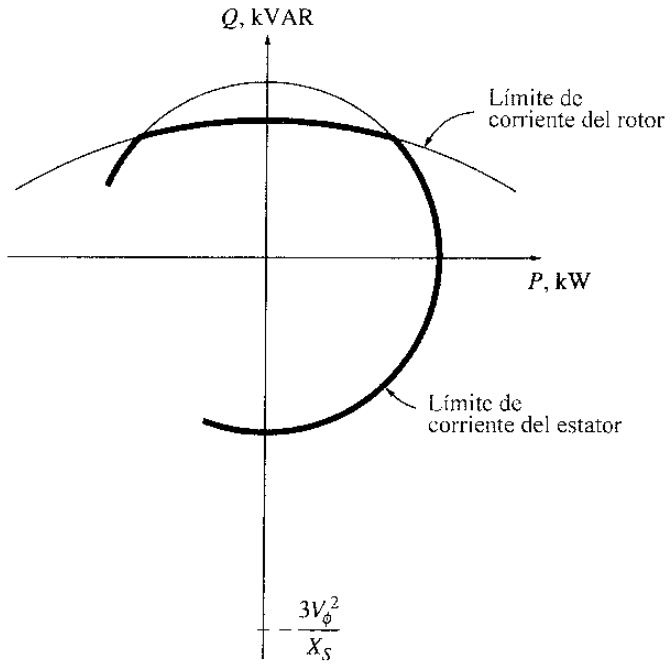


Figura 5-49
Curva de capacidad del generador.

También es posible mostrar otras restricciones en el diagrama, tales como la máxima potencia del motor primario y el límite de estabilidad estática. En la figura 5-50 se muestra una curva de capacidad que refleja también la máxima potencia del motor primario.

Ejemplo 5-8 Un generador sincrónico de seis polos, 480 V, 50 Hz, conectado en Y, está dimensionado en 50 kVA y 0.8 de factor de potencia en atraso. Tiene una reactancia sincrónica de 1.0 Ω por fase. Supóngase que este generador está conectado a una turbina de vapor capaz de suministrar hasta 45 kW. Las pérdidas por rozamiento propio y rozamiento con el aire son 1.5 kW, y las pérdidas en el cobre son 1.0 kW.

a) Dibuje la curva de capacidad de este generador, incluido el límite de potencia del motor primario.
b) ¿Puede este generador suministrar una corriente de línea de 56 A con factor de potencia 0.7 en atraso? Explique la respuesta.
c) ¿Cuál es la máxima cantidad de potencia reactiva que puede producir este generador?
d) Si el generador suministra 30 kW de potencia real, ¿cuál es la máxima cantidad de potencia reactiva que puede ser suministrada simultáneamente?

Solución. La corriente máxima del generador se puede hallar de la ecuación (5-36):

$$S_{\text{nom.}} = 3V_{\phi,\text{nom.}} I_{\text{A,máx}} \tag{5-36}$$

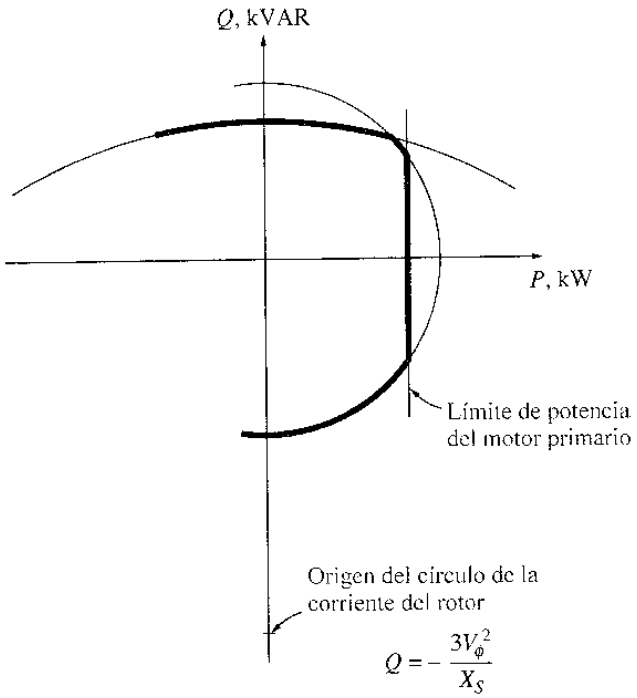


Figura 5- 50
Diagrama de capacidad que muestra el límite de potencia del motor primario.

El voltaje V_ϕ de esta máquina es

$$V_\phi = \frac{V_T}{\sqrt{3}} = \frac{480\ \text{V}}{\sqrt{3}} = 277\ \text{V}$$

la máxima corriente del inducido es

$$I_{A,\text{máx.}} = \frac{S_{\text{nom}}}{3V_\phi} = \frac{50\ \text{kVA}}{3(277\ \text{V})} = 60\ \text{A}$$

Con esta información, es posible responder las preguntas planteadas.

a) La potencia aparente máxima permisible es 50 kVA, la cual especifica la máxima corriente del inducido para operación segura. El centro de los círculos de E_A está en

$$Q = -\frac{3V_\phi^2}{X_S} \tag{5-42}$$

$$= -\frac{3(277\ \text{V})^2}{1.0\ \Omega} = -230\ \text{kVAR}$$

El máximo tamaño de E_A está dado por

$$\begin{aligned} \mathrm{E}_A &= \mathrm{V}_\phi + jX_S\mathrm{I}_A \\ &= 277\angle 0^\circ\ \text{V} + (j1.0\ \Omega)(60\angle -36.87^\circ\ \text{A}) \\ &= 313 + j48\ \text{V} = 317\angle 8.7^\circ\ \text{V} \end{aligned}$$

La magnitud de la distancia proporcional a E_A es

$$D_E = \frac{3E_AV_\phi}{X_S} \tag{5-43}$$

$$= \frac{3(317\ \text{V})(277\ \text{V})}{1.0\ \Omega} = 263\ \text{kVAR}$$

La máxima potencia de salida disponible con 45 kW de potencia en el motor primario es aproximadamente

$$\begin{aligned} P_{\text{máx., out}} &= P_{\text{máx., in}} - P_{\text{pérd. mec.}} - P_{\text{pérd. núcleo}} \\ &= 45\ \text{kW} - 1.5\ \text{kW} - 1.0\ \text{kW} = 42.5\ \text{kW} \end{aligned}$$

(Este valor es aproximado debido a que no se consideraron las pérdidas I^2R y las pérdidas por dispersión.) El diagrama de capacidad resultante se muestra en la figura 5-51.

b) Una corriente de 56 A con factor de potencia de 0.7 en atraso produce una potencia real de

$$\begin{aligned} P &= 3V_\phi I_A \cos\theta \\ &= 3(277\ \text{V})(56\ \text{A})(0.7) = 32.6\ \text{kW} \end{aligned}$$

y una potencia reactiva de

$$\begin{aligned} Q &= 3V_\phi I_A \operatorname{sen}\theta \\ &= 3(277\ \text{V})(56\ \text{A})(0.714) = 33.2\ \text{kVAR} \end{aligned}$$

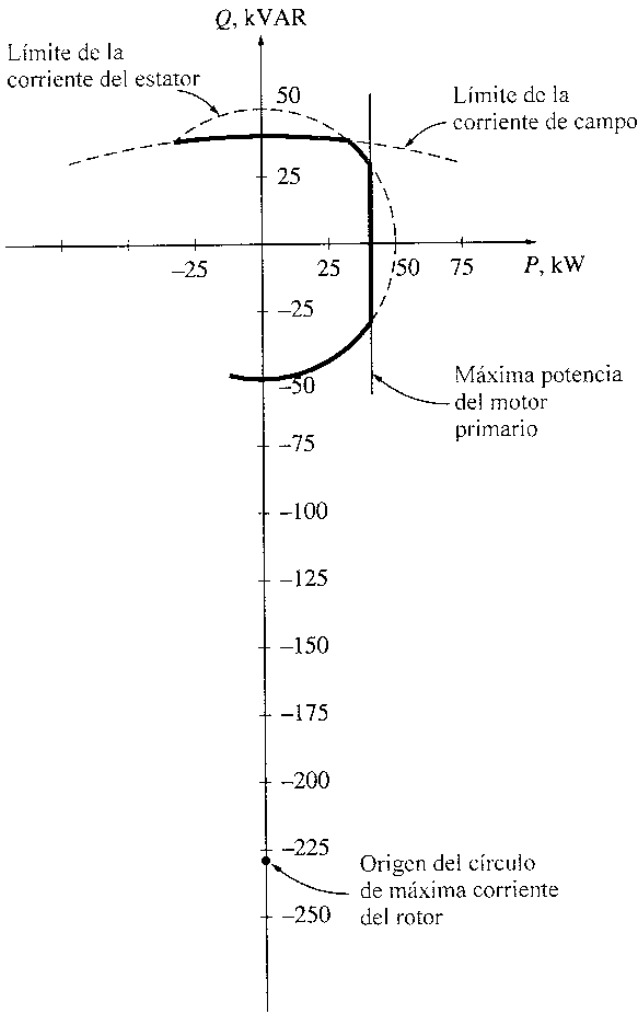


Figura 5-51
Diagrama de capacidad para el generador del ejemplo 5-8.

El diagrama de capacidad muestra que es seguro dentro de la curva de máxima I_A, pero fuera de la curva de I_F; por tanto, este punto *no* es una condición de operación segura.

c) Cuando la potencia real suministrada por el generador es cero, la potencia reactiva que puede suministrar el generador será máxima. Este punto está justamente en el pico de la curva de capacidad. La potencia reactiva Q que puede suministrar el generador es

$$Q = 263 \text{ kVAR} - 230 \text{ kVAR} = 33 \text{ kVAR}$$

d) Si el generador está suministrando 30 kW de potencia real, la máxima potencia reactiva que puede suministrar es 31.5 kVAR. Este valor se puede encontrar colocando el diagrama de capacidad en 30 kW, y siguiendo la línea de kilowatts constantes hasta llegar a una limitante. El factor limitante en este caso es la corriente de campo; el inducido estará seguro hasta 39.8 kVAR. ●

Operación de corta duración y factor de servicio

La limitación más importante en la operación de estado estacionario de un generador sincrónico es el calentamiento de los devanados del inducido y de campo. En general el límite de calentamiento ocurre en un punto mucho menor que el correspondiente a las máximas potencias magnética y mecánica que puede suministrar el generador. De hecho, un generador sincrónico típico es capaz de suministrar hasta el 300% de su potencia nominal durante cierto tiempo (hasta que sus devanados se queman). Esta capacidad de suministrar potencia por encima de su valor nominal se utiliza para alimentar momentáneamente picos transitorios de potencia durante el arranque de motores y transitorios similares de carga.

También es posible utilizar un generador durante largos periodos a potencias que exceden los valores nominales, mientras los devanados no se calienten demasiado antes de remover el exceso de carga. Por ejemplo, un generador que suministre 1 MW indefinidamente podría suministrar 1.5 MW durante 1 minuto sin daño grave, y más bajos niveles de potencia, durante periodos progresivamente mayores. De todas maneras, la carga debe removerse al final o los devanados se sobrecalentarán. Cuanto más alta sea la potencia sobre el valor nominal, más corto será el tiempo que puede tolerarla la máquina.

La elevación máxima de temperatura que puede soportar la máquina depende de la *clase de aislamiento* de sus devanados. Hay cuatro clases estándar de aislamientos: A, B, F y H. Aunque exista una variación en la temperatura aceptable, dependiendo de la construcción particular de la máquina y del método para medir la temperatura, estas clases corresponden generalmente a elevaciones de temperatura de 60, 80, 105 y 125 °C, respectivamente, sobre la temperatura ambiente. Cuanto mayor sea la clase de aislamiento de una máquina dada, mayor es la potencia que puede suministrar sin sobrecalentamiento de sus devanados.

El sobrecalentamiento de los devanados es un problema muy *grave* en un motor o un generador. Una vieja regla empírica indicaba que por cada 10 °C de elevación de temperatura por encima de la nominal del devanado, la vida media de la máquina se reducía en la mitad. Los materiales de aislamiento modernos son menos susceptibles de ruptura que los de antes, pero las elevaciones de temperatura aún acortan dramáticamente sus vidas. Por esta razón una máquina sincrónica no debe sobrecargarse a menos que sea necesario.

Una pregunta relacionada con el problema de sobrecalentamiento es ¿qué tan bien se conoce el requerimiento de potencia de una máquina? Antes de la instalación, con frecuencia sólo hay estimativos aproximados de la carga. Por tanto, las máquinas de uso general tienen usualmente un *factor de servicio* definido como la relación entre la potencia máxima verdadera de la máquina, y su potencia nominal de placa. Un generador con un factor de servicio de 1.15 puede ser operado indefinidamente sin daño a 115% de la carga nominal. El factor de servicio de una máquina provee un margen de error en caso de que las cargas sean estimadas equivocadamente.

5-12 RESUMEN

Un generador sincrónico es un dispositivo para convertir potencia mecánica de un motor primario en potencia eléctrica ac de voltaje y frecuencia específicos. El término *sincrónico* se refiere al hecho de que la frecuencia eléctrica de esta máquina está confinada o sincronizada con su tasa

mecánica de rotación del eje. El generador sincrónico se utiliza para producir la gran mayoría de potencia eléctrica utilizada en todo el mundo.

El voltaje interno generado en esta máquina depende de la tasa de rotación del eje y de la magnitud del flujo de campo. El voltaje de fase de la máquina difiere del voltaje interno generado por efecto de la reacción del inducido en el generador y por la resistencia y reactancia internas de los devanados del inducido. El voltaje en los terminales del generador será igual al voltaje de fase o está relacionado a éste por $\sqrt{3}$ dependiendo de si la conexión de la máquina es Δ o es Y.

La forma de operación de un generador sincrónico en un sistema real de potencia depende de sus limitantes. Cuando un generador opera sólo, las potencias real y reactiva que deben ser suministradas están determinadas por la carga impuesta y los puntos de ajuste del gobernador y la corriente de campo controlan la frecuencia y el voltaje en los terminales, respectivamente. Cuando el generador está conectado a un barraje infinito, su frecuencia y voltaje son constantes, de tal forma que los puntos de ajuste del gobernador y la corriente de campo controlan el flujo de potencia real y reactiva del generador. En los sistemas reales que contienen generadores de aproximadamente igual tamaño, los puntos de ajuste del gobernador afectan tanto a la frecuencia como al flujo de potencia, y la corriente de campo afecta tanto al voltaje en los terminales como al flujo de potencia reactiva.

La capacidad de un generador sincrónico para producir potencia eléctrica está limitada en principio por el calentamiento interno de la máquina. Cuando se sobrecalientan los devanados del generador, la vida de la máquina puede acortarse bastante. Puesto que el generador tiene dos devanados diferentes (el del inducido y el de campo), también tiene dos restricciones separadas. El calentamiento máximo permisible en los devanados del inducido establece los kilovoltamperes máximos admisibles de la máquina, y el máximo calentamiento permisible en los devanados de campo establece el máximo tamaño de E_A. Los tamaños máximos de E_A e I_A juntos establecen el factor de potencia nominal del generador.

PREGUNTAS Y TEMAS DE ANÁLISIS

5-1 ¿Por qué está confinada la frecuencia de un generador sincrónico a la tasa de rotación de su eje?

5-2 ¿Por qué cae abruptamente el voltaje de un alternador cuando se le aplica una carga con un factor de potencia en atraso?

5-3 ¿Por qué se eleva el voltaje de un alternador cuando se le aplica una carga con factor de potencia en adelanto?

5-4 Dibuje los diagramas fasoriales y las relaciones de campo magnético para un generador sincrónico que opera *a*) con factor de potencia unitario, *b*) con factor de potencia en atraso, *c*) con factor de potencia en adelanto.

5-5 Explique con exactitud cómo pueden determinarse en un generador sincrónico la impedancia sincrónica y la resistencia del inducido.

5-6 ¿Por qué se debe reducir la potencia de un generador de 60 Hz si se va a operar a 50 Hz? ¿En cuánto se debe disminuir?

5-7 ¿Se esperaría que un generador de 400 Hz fuera más grande o más pequeño que un generador de 60 Hz de la misma potencia y voltaje nominales? Explique la respuesta.

5-8 ¿Qué condiciones son necesarias para emparalelar dos generadores sincrónicos?

5-9 ¿Por qué un generador en aproximación a un sistema de potencia debe ser emparalelado a una frecuencia mayor que la del sistema en operación?

5-10 ¿Qué es un barraje infinito? ¿Qué restricciones le impone a un generador emparalelado con él?

5-11 ¿Cómo puede ser controlada la repartición de potencia real entre dos generadores sin afectar la frecuencia del sistema? ¿Cómo se puede controlar la repartición de potencia reactiva entre dos generadores sin afectar el voltaje en los terminales del sistema?

5-12 ¿Cómo puede ajustarse la frecuencia de un gran sistema de potencia sin afectar la distribución de potencia entre los generadores del sistema?

5-13 ¿Cómo se pueden ampliar los conceptos de la sección 5-9 para calcular la frecuencia del sistema y la distribución de potencia entre tres o más generadores que operan en paralelo?

5-14 ¿Por qué el sobrecalentamiento es un asunto tan grave para un generador?

5-15 Explique en detalle el concepto que hay detrás de las curvas de capacidad.

5-16 ¿Qué son los valores de corta duración? ¿Por qué son importantes en la operación regular de los generadores?

EJERCICIOS

5-1 En un sitio de Europa es necesario suministrar 30 kW de potencia a 60 Hz. Las únicas fuentes de potencia disponibles operan a 50 Hz. Se decidió generar la potencia por medio de un grupo motor-generador consistente en un motor sincrónico que acciona a un generador sincrónico. ¿Cuántos polos debería tener cada una de las dos máquinas para convertir la potencia de 50 Hz en potencia de 60 Hz?

5-2 Un generador sincrónico de 480 V, 200 kVA, factor de potencia de 0.8 en atraso, 60 Hz, dos polos, conectado en Y, tiene una reactancia sincrónica de 0.25 Ω y una resistencia del inducido de 0.04 Ω. A 60 Hz, sus pérdidas por fricción propia y con el aire son 6 kW y sus pérdidas en el núcleo son 4 kW. El circuito de campo tiene un voltaje de de 200 V y la I_F máxima es 10 A. La resistencia del circuito de campo es ajustable en un rango de 20 a 200Ω. La OCC del generador se muestra en la figura P5-1.

a) ¿Cuánta corriente de campo se requiere para que V_T sea igual a 480 V cuando el generador opera en vacío?

b) ¿Cuál es el voltaje interno generado en esta máquina en condiciones nominales?

c) ¿Cuánta corriente de campo se requiere para que V_T sea igual a 480 V cuando el generador está operando en condiciones nominales?

d) ¿Cuánta potencia y par debe ser capaz de suministrar el motor primario del generador?

e) Construya la curva de capacidad para este generador.

5-3 Suponga que la corriente de campo del generador del ejercicio 5-2 ha sido ajustada a 4.5A.

a) ¿Cuál será el voltaje en los terminales del generador si está conectado a una carga en Δ con una impedancia de $5 \angle 30°\ \Omega$?

b) Dibuje el diagrama fasorial de este generador.

c) ¿Cuál es la eficiencia del generador en estas condiciones?

d) Suponga ahora que otra carga en Δ, idéntica, se emparalela con la primera. ¿Qué ocurre en el diagrama fasorial del generador?

e) ¿Cuál es el nuevo voltaje en terminales después de adicionar la carga?

f) ¿Qué debe hacerse para restablecer el voltaje en terminales a su valor original?

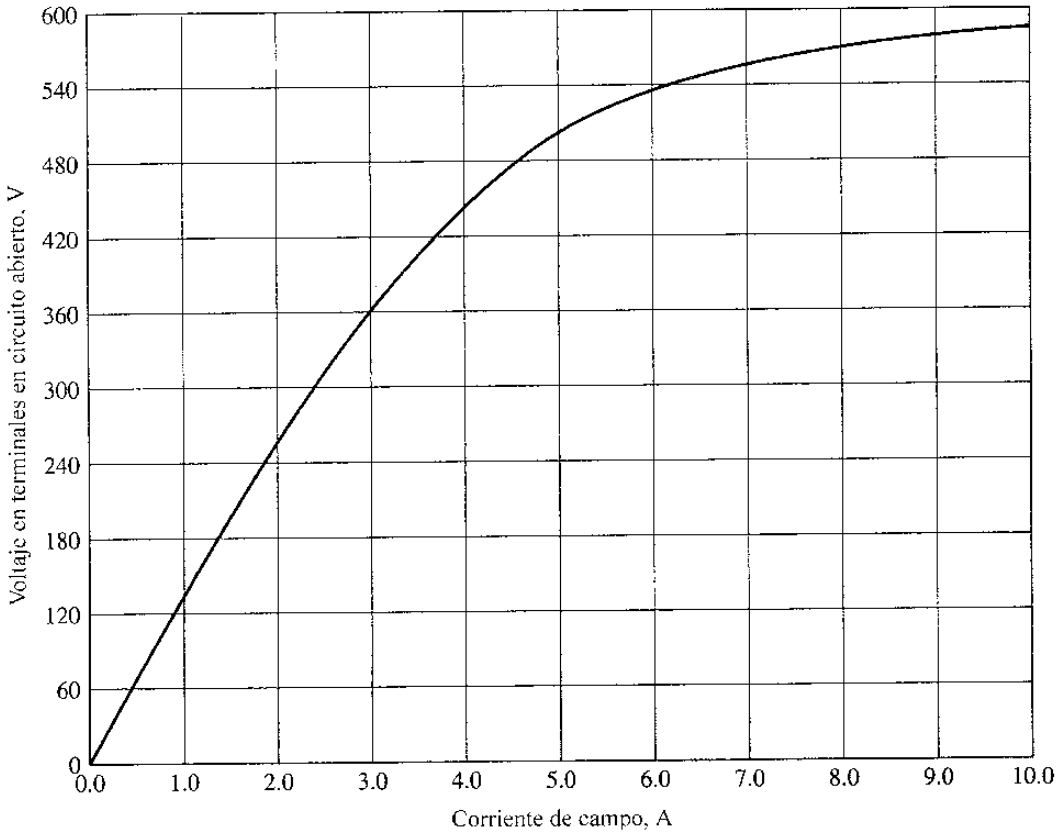


Figura P5-1
Característica de circuito abierto del generador del ejercicio 5-2.

5-4 Suponga que la corriente de campo del generador del ejercicio 5-2 se ajusta para alcanzar el voltaje nominal (480 V) en condiciones de plena carga para cada una de las siguientes preguntas.

a) ¿Cuál es la eficiencia del generador a carga nominal?

b) ¿Cuál es la regulación de voltaje del generador si está cargado a los kilovoltamperes nominales con cargas de factor de potencia de 0.8 en atraso?

c) ¿Cuál es la regulación de voltaje del generador si se carga a los kilovoltamperes nominales con cargas de factor de potencia de 0.8 en adelanto?

d) ¿Cuál es la regulación de voltaje del generador si se carga a los kilovoltamperes nominales con cargas de factor de potencia unitario?

e) Utilice el MATLAB para graficar el voltaje en los terminales del generador como función de la carga para los tres factores de potencia.

5-5 Suponga que la corriente de campo del generador del ejercicio 5-2 ha sido ajustada de modo que suministre el voltaje nominal cuando se carga con la corriente nominal a factor de potencia unitario.

a) ¿Cuál es el ángulo δ del par del generador cuando suministra corriente nominal a factor de potencia unitario?

b) ¿Qué tan próximo al límite de estabilidad estática de la máquina se encuentra el generador cuando funciona a plena carga con factor de potencia unitario?

5-6 Un generador de 480 V, 400 kVA, factor de potencia de 0.85 en atraso, 50 Hz, cuatro polos, conectado en Δ, es accionado por un motor diesel de 500 HP y se utiliza como generador de soporte o generador de emergencia. Esta máquina también puede ser emparalelada con la fuente de potencia normal (un sistema de potencia muy grande) si se desea.

a) ¿Cuáles son las condiciones requeridas para emparalelar el generador de emergencia con el sistema de potencia existente? ¿Cuál es la tasa de rotación del eje después del emparalelamiento?

b) Si el generador está conectado al sistema de potencia e inicialmente flota sobre la línea, dibuje los campos magnéticos resultantes y el diagrama fasorial.

c) Si se incrementa el ajuste del gobernador del motor diesel, muestre qué ocurre en el generador mediante los diagramas de casa y diagramas fasoriales. ¿Cuánta potencia reactiva suministra el generador?

d) Con el generador diesel suministrando potencia real al sistema de potencia, ¿qué ocurre al generador cuando su corriente de campo aumenta y disminuye? Muestre este comportamiento con diagramas fasoriales y con diagramas de casa.

5-7 Un generador de turbina de vapor de 13.5 kV, 20 MVA, factor de potencia de 0.8 en atraso, 60 Hz, bipolar, conectado en Y, tiene una reactancia sincrónica de 5.0 Ω por fase y resistencia del inducido de 0.5 Ω por fase. Este generador está operando en paralelo con un gran sistema de potencia (barraje infinito).

a) ¿Cuál es la magnitud de E_A en condiciones nominales?

b) ¿Cuál es el ángulo de par del generador en condiciones nominales?

c) Si la corriente de campo es constante, ¿cuál es la máxima potencia posible de salida del generador? ¿Cuánta reserva de potencia o de par debe tener este generador a plena carga?

d) A la potencia absoluta máxima posible, ¿cuánta potencia reactiva estará generando o consumiendo este generador? Dibuje el diagrama fasorial correspondiente (suponga que I_F no ha sido cambiada aún).

5-8 El motor primario de un generador sincrónico trifásico de 480 V, 200 kW, dos polos, 50 Hz, tiene una velocidad de vacío de 3040 r/min y una velocidad a plena carga de 2975 r/min. Está operando en paralelo con un generador sincrónico de 480 V, 150 kW, cuatro polos, 50 Hz, cuyo motor primario tiene una velocidad de vacío de 1500 r/min y una velocidad a plena carga de 1485 r/min. Las cargas alimentadas por los dos generadores consisten en 200 kW con factor de potencia de 0.85 en atraso.

a) Calcule las caídas de velocidad del generador 1 y del generador 2.

b) Encuentre la frecuencia de operación del sistema de potencia.

c) Encuentre la potencia que está siendo suministrada por cada uno de los generadores en este sistema.

d) Si V_T es 460 V, ¿qué deben hacer los operadores de los generadores para corregir el bajo voltaje en terminales?

5-9 Tres generadores sincrónicos físicamente idénticos están operando en paralelo. Todos están dimensionados para una carga nominal plena de 3 MW con factor de potencia de 0.8 en atraso. La frecuencia de vacío del generador A es 61 Hz y su caída de velocidad es 3.4%. La frecuencia de vacío del generador B es 61.5 Hz y su caída de velocidad es de 3%. La frecuencia de vacío del generador C es de 60.5 Hz y su caída de velocidad es 2.6%.

a) Si este sistema de potencia alimenta una carga total de 7 MW ¿cuál será la frecuencia del sistema y cómo se distribuirá la potencia entre los tres generadores?

b) Elabore un diagrama que muestre la potencia suministrada por cada generador como función de la potencia total suministrada a todas las cargas (se puede utilizar el MATLAB para elaborar esta gráfica). ¿A qué carga excede uno de los generadores su potencia nominal? ¿Cuál de los generadores excede su potencia nominal primero?

c) ¿Es aceptable la distribución de potencia del literal? Explique la respuesta.

d) ¿Qué acción podría tomar un operador para mejorar la distribución de potencia real entre los generadores?

5-10 Un molino de papel tiene instalados tres generadores de vapor (calderas) para proveer vapor al proceso y para utilizar algunos de sus productos de desecho como fuente de energía. Como hay capacidad extra, el molino tiene instalados tres turbogeneradores de 5 MW para aprovechar esta situación. Cada generador tiene 4160 V, 6250 kVA, factor de potencia de 0.85 en atraso, dos polos, conexión Y, con reactancia sincrónica de 0.75 Ω y resistencia del inducido de 0.04 Ω. Los generadores 1 y 2 tienen una característica potencia-frecuencia con pendiente S_p de 2.5 MW/Hz y el generador 3 tiene una pendiente de 3 MW/Hz.

a) Si la frecuencia de vacío de cada uno de los tres generadores se ajusta a 61 Hz, ¿cuánta potencia estarán suministrando cada una de las tres máquinas cuando la frecuencia del sistema sea 60 Hz?

b) ¿Cuál es la potencia máxima que pueden suministrar los tres generadores en esta condición sin exceder el valor nominal de alguno de ellos? ¿A qué frecuencia ocurrirá esta limitante? ¿Cuánta potencia suministra cada generador en este punto?

c) ¿Qué debería hacerse para que los tres generadores suministraran sus potencias real y reactiva nominales a una frecuencia total de 60 Hz?

d) ¿Cuáles serán los voltajes en los terminales de los tres generadores en esta condición?

Los ejercicios 5-11 a 5-21 se refieren a un generador sincrónico de cuatro polos, conectado en Y, dimensionado para 300 kVA, 480 V, 60 Hz y factor de potencia de 0.85 en atraso. Su resistencia del inducido R_A es 0.04 Ω. Las pérdidas en el núcleo de este generador en condiciones nominales son 10 kW y las pérdidas por rozamiento propio y con el aire son 13 kW. Las características de circuito abierto y de cortocircuito se muestran en la figura P5-2.

5-11 *a*) ¿Cuál es la reactancia sincrónica saturada de este generador en condiciones nominales?

b) ¿Cuál es la reactancia sincrónica no saturada de este generador?

c) Dibuje la reactancia sincrónica saturada de este generador como función de la carga.

5-12 *a*) ¿Cuáles son los valores nominales de corriente y voltaje interno generado en este aparato?

b) ¿Qué corriente de campo requiere este generador para operar a voltaje, corriente y factor de potencia nominales?

5-13 ¿Cuál es la regulación de voltaje de este generador a corriente y factor de potencia nominales?

5-14 Si este generador opera en condiciones nominales y se quita la carga de repente, ¿cuál será el voltaje en los terminales?

5-15 ¿Cuáles son las pérdidas eléctricas en este generador en condiciones nominales?

5-16 Si esta máquina opera en condiciones nominales, ¿qué par de entrada debe aplicarse al eje de éste generador? Exprese su respuesta en newton-metro y en libras-pie.

5-17 ¿Cuál es el ángulo δ del par de este generador en condiciones nominales?

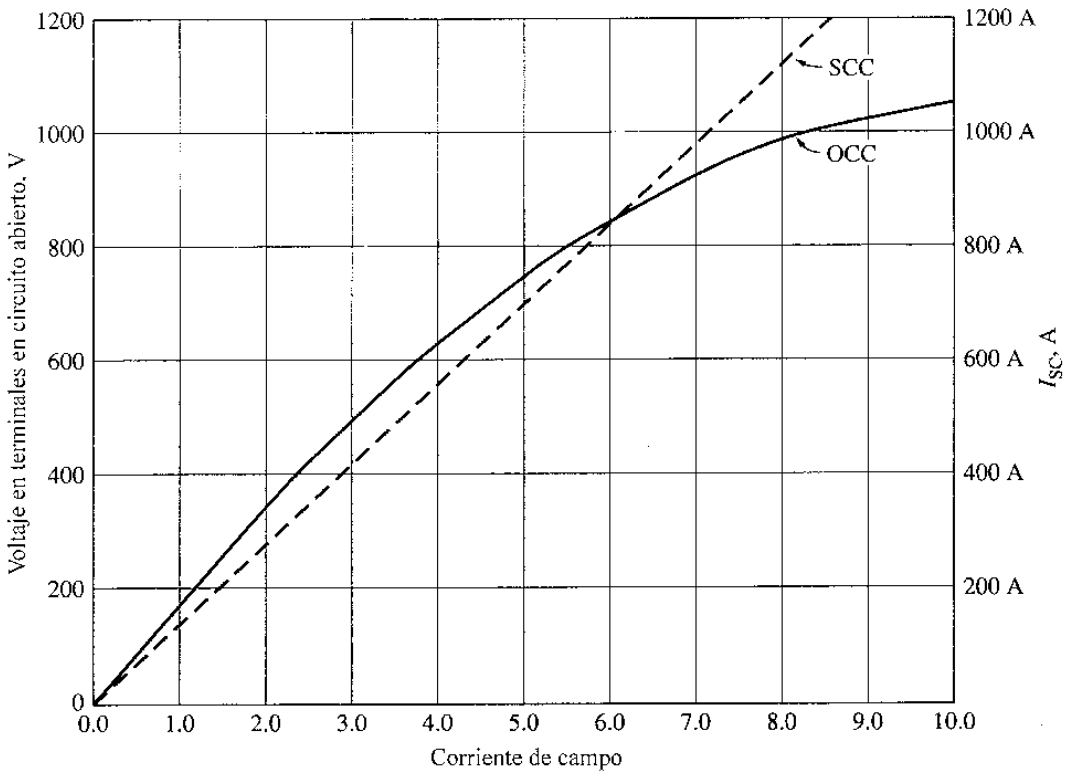


Figura P5-2
Características OCC y SCC para el generador de los ejercicios 5-11 a 5-21.

5-18 Suponga que la corriente de campo del generador se ajusta para suministrar 480 V en condiciones nominales. ¿Cuál es el límite de estabilidad estática de este generador? (*sugerencia*. Se puede ignorar R_A para facilitar el cálculo) ¿Qué tan cerca está la condición de plena carga de este generador al límite de estabilidad estática?

5-19 Suponga que la corriente de campo del generador se ajusta para suministrar 480 V en condiciones nominales. Dibuje la potencia suministrada por el generador como función del ángulo del par Δ (*sugerencia*. Se puede ignorar R_A para facilitar el cálculo).

5-20 Suponga que la corriente de campo del generador se ajusta de modo que el generador suministre voltaje nominal a la corriente de carga y factor de potencia nominales. Si la corriente de campo y la magnitud de la corriente de carga se mantienen constantes, ¿cómo cambiará el voltaje en terminales cuando varía el factor de potencia de 0.85 en atraso a 0.85 en adelanto? Haga un dibujo del voltaje en terminales contra el ángulo de la impedancia de la carga que está siendo alimentada por este generador.

5-21 Suponga que el generador está conectado a un barraje infinito de 480 V y que su corriente de campo se ha ajustado de modo tal que suministre potencia y factor de potencia nominales al barraje. Se puede ignorar la resistencia del inducido R_A para responder las siguientes preguntas:

a) ¿Qué ocurriría a las potencias real y reactiva suministradas por el generador, si el flujo de campo se redujera en 5%?

b) Dibuje la potencia real suministrada por este generador como función del flujo ϕ cuando éste varía entre 75% y 100% del flujo en condiciones nominales.

c) Dibuje la potencia reactiva suministrada por este generador como función del flujo ϕ cuando éste varía entre 75% y 100% del flujo en condiciones nominales.

d) Dibuje la corriente suministrada por este generador como función del flujo ϕ cuando éste varía entre 75% y 100% del flujo en condiciones nominales.

5-22 Un generador sincrónico de 100 MVA, 11.5 kV, factor de potencia de 0.8 en atraso, dos polos, conectado en Y, tiene una reactancia sincrónica en por unidad de 0.8 y una resistencia del inducido en por unidad de 0.012.

a) ¿Cuáles son, en ohms, su reactancia sincrónica y su resistencia del inducido?

b) Cuál es la magnitud del voltaje interno generado E_A en condiciones nominales? ¿Cuál es el ángulo del par δ en estas condiciones?

c) Ignorando las pérdidas en el generador, ¿qué par debe aplicar a su eje el motor primario a plena carga?

5-23 Un generador sincrónico trifásico conectado en Y está dimensionado para 120 MVA, 13.8 kV, factor de potencia de 0.85 en atraso y 60 Hz. Su reactancia sincrónica es 0.7 Ω y su resistencia puede ser ignorada.

a) ¿Cuál es su regulación de voltaje?

b) ¿Cuáles serían el voltaje y potencia aparente nominales de este generador si fuera operado a 50 Hz con las mismas pérdidas en el inducido y el campo que cuando tenía 60 Hz?

c) ¿Cuál sería la regulación de voltaje del generador a 50 Hz?

5-24 Dos generadores sincrónicos idénticos de 300 kVA, 480 V, están conectados en paralelo para alimentar una carga. Los motores primarios de los dos generadores tienen diferentes características de caída de velocidad. Cuando las corrientes de campo de los dos generadores son iguales, uno suministra 200 A a factor de potencia de 0.9 en atraso mientras el otro suministra 180 A a factor de potencia de 0.75 en atraso.

a) ¿Cuáles son las potencias real y reactiva suministradas por cada generador a la carga?

b) ¿Cuál es el factor de potencia total de la carga?

c) ¿En qué dirección debe ajustarse la corriente de campo de cada generador para que operen al mismo factor de potencia?

5-25 Una estación de generación para un sistema de potencia consta de cuatro generadores sincrónicos de 120 MVA, 15 kV, factor de potencia de 0.85 en atraso, idénticas características de caída de velocidad, los cuales operan en paralelo. Los gobernadores de los motores primarios se ajustan para producir una caída de 3 Hz desde vacío hasta plena carga. Tres de estos generadores están suministrando cada uno 75 MW estacionarios a 60 Hz, mientras que el cuarto generador (llamado *generador oscilante)* maneja todos los cambios por incremento de carga en el sistema y mantiene la frecuencia de éste en 60 Hz.

a) En un instante dado, las cargas totales del sistema son 260 MW a una frecuencia de 60 Hz. ¿Cuáles son las frecuencias de vacío de cada generador del sistema?

b) Si la carga del sistema se aumenta a 290 MW y los puntos de ajuste del gobernador del generador no se cambian, ¿cuál será la nueva frecuencia del sistema?

c) ¿A qué frecuencia debe ajustarse la frecuencia de vacío del generador oscilante para restablecer la frecuencia del sistema a 60 Hz?

d) Si el sistema está operando en las condiciones del literal *c*), ¿qué ocurriría si el generador oscilante saliera de la línea (desconectado de la línea de potencia)?

5-26 Suponga que usted es un ingeniero que está planeando una nueva estación de cogeneración eléctrica para una planta con exceso de vapor para proceso. Usted puede escoger dos turbogeneradores de 10 MW o un solo turbogenerador de 20 MW. ¿Cuáles son las ventajas y desventajas de cada elección?

5-27 Un generador sincrónico trifásico de 25 MVA, 13.8 kV, dos polos, 60 Hz, conectado en Y, fue probado mediante la prueba de circuito abierto y se extrapoló su voltaje de entrehierro con los siguientes resultados:

Prueba de circuito abierto

Corriente de campo, A	320	365	380	475	570
Voltaje de línea, kV	13.0	13.8	14.1	15.2	16.0
Voltaje de entrehierro extrapolado, kV	15.4	17.5	18.3	22.8	27.4

La prueba de cortocircuito arrojó los siguientes resultados:

Prueba de cortocircuito

Corriente de campo, A	320	365	380	475	570
Corriente del inducido, A	1040	1190	1240	1550	1885

La resistencia del entrehierro es 0.24 Ω por fase.

a) Encuentre la reactancia sincrónica no saturada de este generador, en ohms por fase y en por unidad.

b) Encuentre la reactancia sincrónica saturada aproximada X_S a una corriente de campo de 380 A. Exprese la respuesta tanto en ohms por fase como en por unidad.

c) Encuentre la reactancia sincrónica saturada aproximada a una corriente de campo de 475 A. Exprese la respuesta tanto en ohms por fase como en por unidad.

d) Encuentre la relación de cortocircuito para este generador.

5-28 Un generador sincrónico de 100 MVA, 16 kV, factor de potencia de 0.8 en atraso, conectado en Y, tiene una resistencia del inducido despreciable y reactancia sincrónica de 0.7 por unidad. El generador está conectado en paralelo con un barraje infinito de 60 Hz, 16 kV, que es capaz de suministrar o consumir cualquier cantidad de potencia real o reactiva sin experimentar cambio en la frecuencia o en el voltaje en los terminales.

a) ¿Cuál es la reactancia sincrónica del generador en ohms?

b) ¿Cuál es el voltaje interno generado $\mathbf{E}_A$ de este aparato en condiciones nominales?

c) ¿Cuál es la corriente del inducido $\mathbf{I}_A$ en esta máquina en condiciones nominales?

d) Suponga que el generador está operando inicialmente en condiciones nominales. Si se reduce el voltaje interno generado $\mathbf{E}_A$ en 5%, ¿cuál será la nueva corriente $\mathbf{I}_A$ del inducido?

e) Repita el literal *d*) para reducciones de 10, 15, 20 y 25% de $\mathbf{E}_A$.

f) Dibuje la magnitud de la corriente del inducido I_A como función de E_A (si desea, puede utilizar el MATLAB para elaborar esta gráfica).

REFERENCIAS

1. Chaston, A. N. *Electric Machinery.* Reston, Va.: Reston Publishing, 1986.
2. Del Toro, V. *Electric Machines and Power Systems.* Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall, 1985.
3. Fitzgerald, A. E., and C. Kingsley, Jr. *Electric Machinery.* New York: McGraw-Hill, 1952.
4. Fitzgerald, A. E., C. Kingsley, Jr. , and S. D. Umans. *Electric Machinery,* 5th ed., New York: McGraw-Hill, 1990.
5. Kosow, Irving L. *Electric Machinery and Transformers.* Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall, 1972.
6. Liwschitz-Garik, Michael, and Clide Whipple. *Alternating-Current Machinery.* Princetown, N. J. : Van Nostrand, 1961.
7. McPherson, George. *An Introduction to Electrical Machines and Transformers.* New York: Wiley, 1981.
8. Slemon, G. R., and A. Straughen. *Electrical Machines.* Reading Mass.: Addison-Wesley, 1980.
9. Werninck, E. H. (ed.). *Electric Motor Handbook.* London: McGraw-Hill, 1978.

CAPÍTULO 6

MOTORES SINCRÓNICOS

Los motores sincrónicos son máquinas sincrónicas utilizadas para convertir potencia eléctrica en potencia mecánica. Este capítulo explora la operación básica de los motores sincrónicos y relaciona su comportamiento con el de los generadores sincrónicos.

6-1 PRINCIPIOS BÁSICOS DE OPERACIÓN DE MOTORES

Para entender el concepto básico de un motor sincrónico, *véase* la figura 6-1 que muestra un motor sincrónico de dos polos. La corriente de campo I_F del motor produce un campo magnético de estado estacionario $\mathbf{B}_R$. Un conjunto trifásico de voltajes se aplica al estator de la máquina, que produce un flujo de corriente trifásica en los devanados.

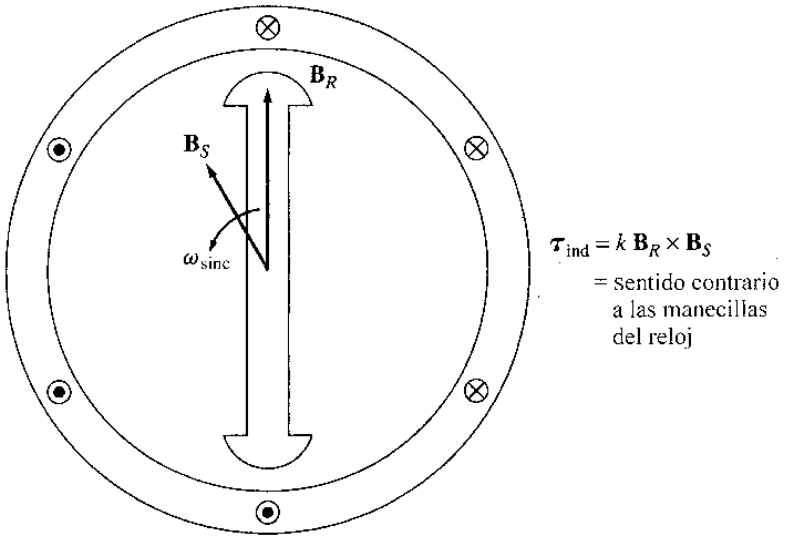


Figura 6-1
Motor sincrónico de dos polos.

Como se estudió en el capítulo 4, un conjunto trifásico de corrientes en el devanado del inducido produce un campo magnético uniforme rotacional $\mathbf{B}_S$. Entonces, hay dos campos magnéticos presentes en la máquina, y *el campo rotórico tenderá a alinearse con el campo estatórico* así como dos barras magnéticas tenderán a alinearse si se colocan una cerca de la otra. Puesto que el campo magnético del estator es rotante, el campo magnético del rotor (y el rotor en sí mismo) tratará constantemente de emparejarse con él. Cuanto mayor sea el ángulo entre los dos campos magnéticos (hasta cierto máximo), mayor es el par sobre el rotor de la máquina. El principio básico de operación del motor sincrónico es que el rotor "persigue" el campo magnético rotante del estator alrededor de un círculo sin emparejarse del todo con él.

Puesto que un motor sincrónico es físicamente igual a un generador sincrónico, todas las ecuaciones básicas de velocidad, potencia y par de los capítulos 4 y 5 se aplican también a los motores sincrónicos.

Circuito equivalente de un motor sincrónico

Un motor sincrónico es igual en todos los aspectos a un generador sincrónico, excepto en que la dirección del flujo de potencia en la máquina es invertida. Puesto que la dirección del flujo de potencia en la máquina está invertida, cabe esperar que también se invierta la dirección del flujo de corriente en el estator del motor. El circuito equivalente de un motor sincrónico es exactamente igual al del generador sincrónico, *excepto* que la dirección de referencia de $\mathbf{I}_A$ está *invertida*. El circuito equivalente completo resultante se muestra en la figura 6-2*a*; en la figura 6-2*b*, el circuito equivalente por fase. Las tres fases del circuito equivalente pueden estar conectadas en Y o en Δ.

Debido al cambio de dirección de $\mathbf{I}_A$, cambia también la ecuación correspondiente a la ley de voltajes de Kirchhoff para el circuito equivalente. Según esta ley, para el nuevo circuito equivalente se obtiene

$$\boxed{\mathbf{V}_\phi = \mathbf{E}_A + jX_S\mathbf{I}_A + R_A\mathbf{I}_A} \tag{6-1}$$

o

$$\boxed{\mathbf{E}_A = \mathbf{V}_\phi - jX_S\mathbf{I}_A - R_A\mathbf{I}_A} \tag{6-2}$$

Esta ecuación es exactamente igual a la del generador, excepto que se ha cambiado el signo del término de corriente.

El motor sincrónico desde la perspectiva de campo magnético

Para comenzar a entender la operación de un motor sincrónico, es preciso dar otra mirada al generador sincrónico conectado a un barraje infinito. El generador tiene un motor primario que gira su eje, causando su rotación. El par aplicado τ_{app} desde el motor primario tiene la misma dirección del movimiento debido a que el motor primario hace que el generador rote, en primera instancia.

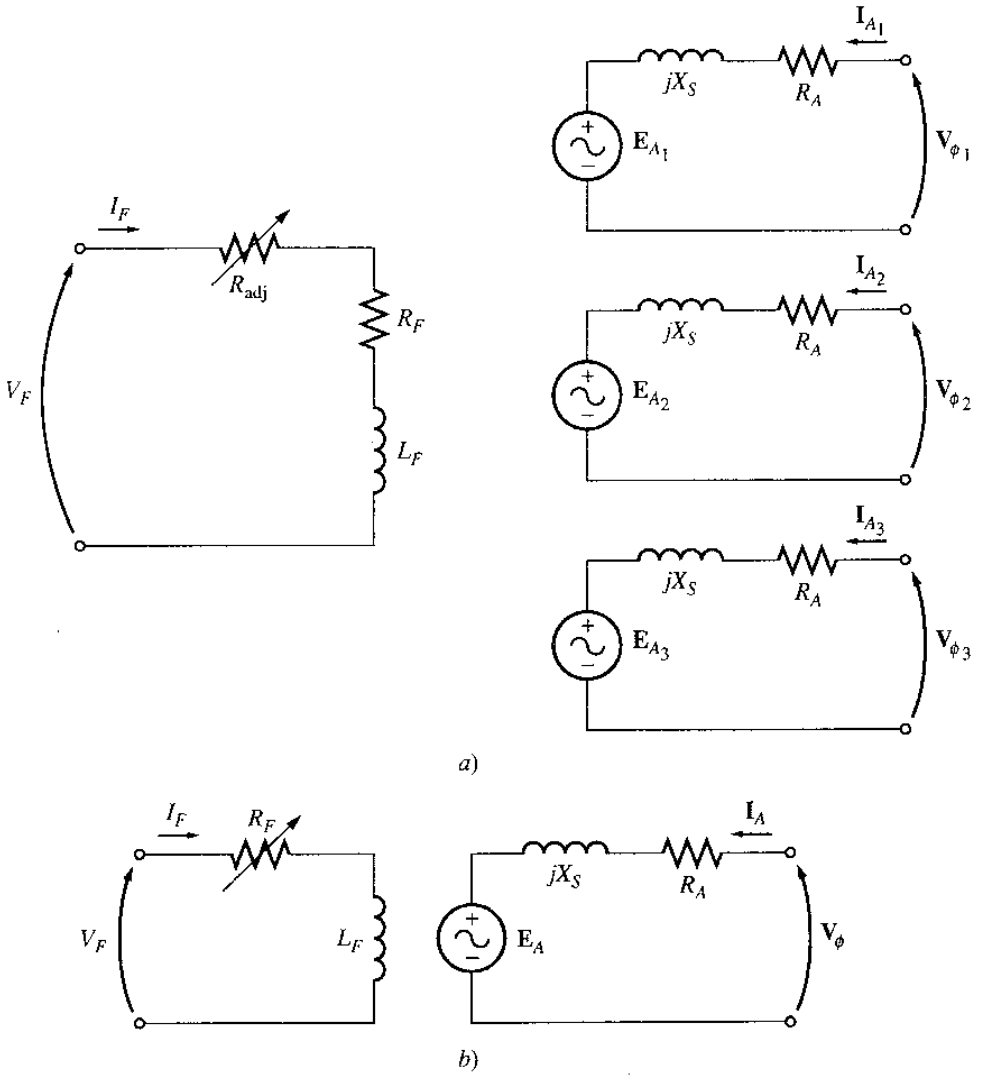


Figura 6-2
a) Circuito equivalente completo de un motor síncrónico trifásico. *b*) Circuito equivalente por fase.

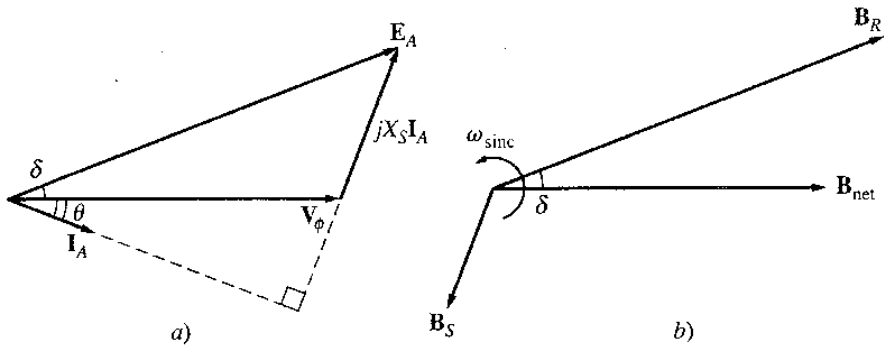


Figura 6-3
a) Diagrama fasorial de un generador síncrónico que opera a factor de potencia en atraso. *b*) Diagrama de campo magnético.

El diagrama fasorial del generador operando con una gran corriente de campo se muestra en la figura 6-3*a*; el diagrama del campo magnético correspondiente se muestra en la figura 6-3*b*. Como se describió anteriormente, $\mathbf{B}_R$ corresponde a (produce) $\mathbf{E}_A$, $\mathbf{B}_{net}$ corresponde a (produce) $\mathbf{V}_\phi$ y $\mathbf{B}_S$ corresponde a $\mathbf{E}_{stat}$ $(= -jX_S\mathbf{I}_A)$. En la figura, la rotación del diagrama fasorial y del diagrama del campo magnético se produce en sentido contrario a las manecillas del reloj, siguiendo la convención matemática estándar de incremento de ángulo.

El par inducido en el generador se puede encontrar a partir del diagrama de campo magnético correspondiente. De las ecuaciones (4-60) y (4-61), el par inducido está dado por

$$\tau_{ind} = k\mathbf{B}_R \times \mathbf{B}_{net} \tag{4-60}$$

o

$$\tau_{ind} = kB_R B_{net} \operatorname{sen}\delta \tag{4-61}$$

Nótese que, partiendo del diagrama del campo magnético, *el par inducido en esta máquina está en sentido de las manecillas del reloj*, opuesto a la dirección de rotación. En otras palabras, el par inducido en el generador es un par contrario, opuesto a la rotación causada por el par externo aplicado τ_{app}.

Suponga que en lugar de girar el eje en la dirección del movimiento, el motor primario pierde potencia de súbito y comienza a frenar al eje de la máquina. ¿Qué ocurre ahora a la máquina? El rotor se retrasa debido al obstáculo en su eje y queda detrás del campo magnético neto de la máquina (*véase* figura 6-4*a*). Como el rotor, y por tanto $\mathbf{B}_R$, se retrasa y queda detrás de $\mathbf{B}_{net}$, la operación de la máquina cambia de repente. Por la ecuación (4-60), cuando $\mathbf{B}_R$ está detrás de $\mathbf{B}_{net}$, la dirección del par inducido se invierte y va en sentido contrario a las manecillas del reloj. En otras palabras, el par de la máquina sigue ahora la dirección del movimiento y la máquina está actuando como motor. El ángulo δ del par creciente resulta en un par cada vez más grande que sigue la dirección de rotación hasta que, con el tiempo, el par inducido del motor iguala al par de carga sobre su eje. En este punto, la máquina operará de nuevo en estado estacionario y a velocidad sincrónica, pero ahora como motor.

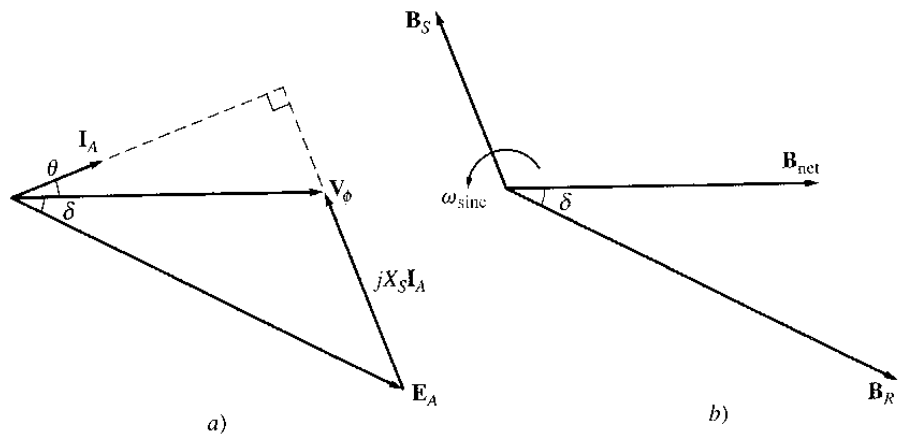


Figura 6-4
a) Diagrama fasorial de un motor sincrónico. b) Diagrama del campo magnético correspondiente.

El diagrama fasorial correspondiente a la operación como generador se muestra en la figura 6-3*a;* el correspondiente a la operación como motor, en la figura 6-4*a*. La razón por la que la cantidad $jX_S\mathbf{I}_A$ apunta desde $\mathbf{V}_\phi$ hacia $\mathbf{E}_A$ en el generador y desde $\mathbf{E}_A$ hacia $\mathbf{V}_\phi$ en el motor es que la dirección de referencia de $\mathbf{I}_A$ se invirtió en la definición del circuito equivalente del motor. La diferencia básica entre la operación del motor y el generador en las máquinas sincrónicas puede verse en un diagrama de campo magnético o en el diagrama fasorial. En *un generador,* $\mathbf{E}_A$ está delante de $\mathbf{V}_\phi$ y $\mathbf{B}_R$ está delante de $\mathbf{B}_{net}$. En *un motor*, $\mathbf{E}_A$ está detrás de $\mathbf{V}_\phi$ y $\mathbf{B}_R$ está detrás de $\mathbf{B}_{net}$. En un motor, el par inducido sigue la dirección del movimiento; en un generador, el par inducido es un par contrario, opuesto a la dirección del movimiento.

6-2 OPERACIÓN DE ESTADO ESTACIONARIO DEL MOTOR SINCRÓNICO

Esta sección explora el comportamiento de los motores sincrónicos en condiciones variables de carga y corriente de campo, así como el interrogante de la corrección del factor de potencia con motores sincrónicos. Para simplificar, el siguiente análisis ignorará la resistencia del inducido de los motores. Sin embargo, R_A será considerada en algunos de los cálculos numéricos trabajados.

Curva característica de par-velocidad en el motor sincrónico

Los motores sincrónicos suministran potencia a cargas que son básicamente dispositivos de velocidad constante. Al estar conectados a sistemas de potencia *mucho más* grandes que los motores individuales, los sistemas de potencia aparecen como barrajes infinitos frente a los motores. Esto significa que el voltaje en los terminales y la frecuencia del sistema serán constantes, independientemente de la cantidad de potencia tomada por el motor. La velocidad de rotación del motor está asociada a la frecuencia eléctrica aplicada, de modo que la velocidad del motor será constante, independientemente de la carga. La curva característica resultante par-velocidad se muestra en la figura 6-5. La velocidad de estado estacionario del motor es constante desde vacío hasta el par máximo que puede suministrar el motor, tal que la regulación de velocidad de este motor [ecuación (4-68)] es 0%. La ecuación del par es

$$\tau_{ind} = kB_R B_{net} \operatorname{sen}\delta \tag{4-61}$$

o

$$\boxed{\tau_{ind} = \frac{3V_\phi E_A \operatorname{sen}\delta}{\omega_m X_S}} \tag{5-22}$$

El par máximo ocurre cuando $\delta = 90°$. Sin embargo, los pares normales de plena carga son mucho menores que aquéllos. En efecto, el par máximo puede triplicar el par de plena carga de la máquina.

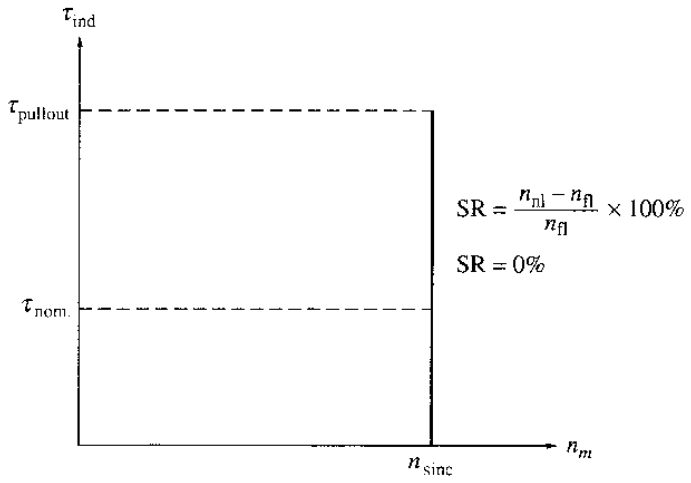


Figura 6-5
Característica par-velocidad de un motor sincrónico. Puesto que la velocidad del motor es constante, su regulación de velocidad es cero.

Cuando el par aplicado en el eje de un motor sincrónico excede el par máximo, el rotor no puede permanecer más enlazado a los campos magnéticos estatórico y neto. En cambio, el rotor comienza a disminuir la velocidad frente a ellos. Como el rotor disminuye la velocidad, el campo magnético estatórico se entrecruza con él repetidamente, y la dirección del par inducido en el rotor se invierte con cada paso. El enorme par resultante oscila primero en una forma y luego en otra causando que el motor entero vibre con fuerza. La pérdida de sincronización después que se ha excedido el par máximo, se conoce como *deslizamiento de polos*.

El par máximo del motor está dado por

$$\tau_{máx.} = kB_R B_{net} \tag{6-3}$$

o

$$\tau_{máx.} = \frac{3V_\phi E_A}{\omega_m X_S} \tag{6-4}$$

Estas ecuaciones indican que cuanto mayor sea la corriente de campo (y por tanto E_A), *mayor será el máximo par del motor.* Por tanto, hay una ventaja en la estabilidad, si se opera el motor con una gran corriente de campo o un gran E_A.

Efecto de los cambios de carga en un motor sincrónico

Si se fija una carga al eje de un motor sincrónico, éste desarrollará suficiente par para mantenerse girando a la velocidad sincrónica junto con su carga. ¿Qué ocurre en un motor sincrónico cuando la carga cambia?

Para responder este interrogante es preciso examinar un motor sincrónico que opera inicialmente con un factor de potencia en adelanto, como se muestra en la figura 6-6. Si la carga sobre el eje del motor se incrementa, el rotor disminuirá su velocidad al comienzo. Cuando eso ocurre, el ángulo de par δ llega a ser mayor, y aumenta el par inducido. Con el tiempo, el incremento del par inducido acelera el rotor y el motor gira de nuevo con velocidad sincrónica, pero con un ángulo de par δ mayor.

¿Qué apariencia toma el diagrama fasorial durante este proceso? Para responder este interrogante es necesario examinar las restricciones sobre la máquina durante un cambio de carga. La figura 6-6*a* muestra el diagrama fasorial del motor antes que se incrementen las cargas. El voltaje interno generado E_A es igual a $K\phi\,\omega$ y por tanto, depende *sólo* de la corriente de campo y de la velocidad de la máquina. La velocidad está restringida a permanecer constante debido a la fuente de potencia de entrada y, puesto que no se ha tocado el circuito del campo, la corriente de campo también es constante. Entonces, $|\mathbf{E}_A|$ *debe ser constante cuando cambia la carga.* Las distancias proporcionales a la potencia (E_A sen δ e $I_A \cos\theta$) se incrementarán, pero la magnitud de $\mathbf{E}_A$ debe permanecer constante. Cuando la carga se incrementa, $\mathbf{E}_A$ se mueve hacia abajo, como se observa en la figura 6-6*b*. Como $\mathbf{E}_A$ se mueve hacia abajo cada vez más, la cantidad $jX_S\mathbf{I}_A$ debe incrementarse para alcanzar desde la punta de $\mathbf{E}_A$ a $\mathbf{V}_\phi$, y entonces la corriente del inducido $\mathbf{I}_A$ también se incrementa. Nótese que el ángulo θ del factor de potencia también cambia, y es cada vez menor cuando está en adelanto y luego cada vez mayor cuando está en atraso.

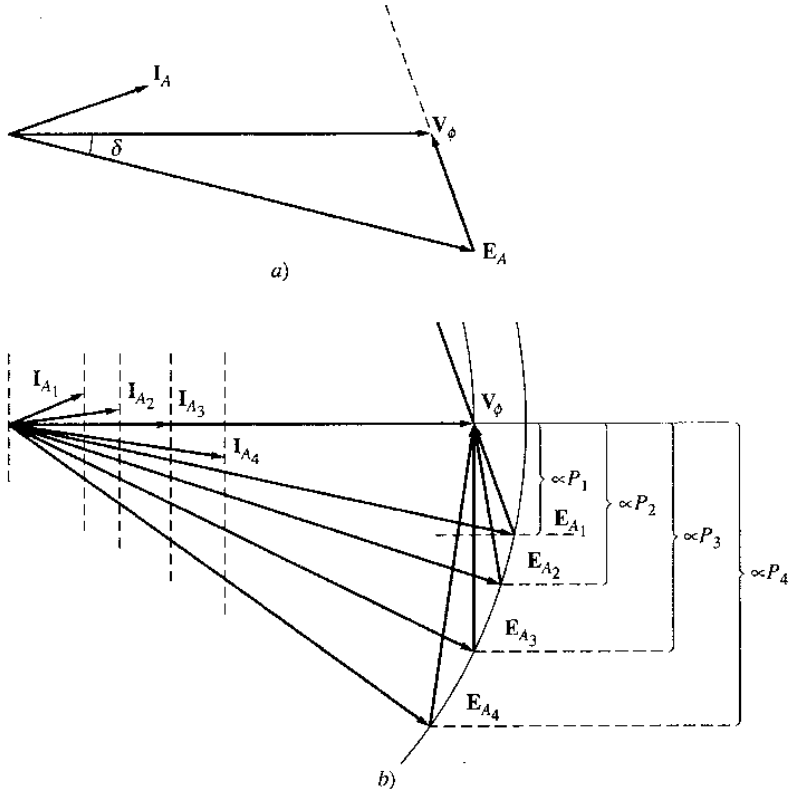


Figura 6-6
a) Diagrama fasorial de un motor que opera con factor de potencia en adelanto. *b*) Efecto de incrementar la carga en la operación de un motor sincrónico.

Ejemplo 6-1 Una máquina sincrónica de 208 V, 45 kVA, factor de potencia 0.8 en adelanto 60 Hz, y conectada en Δ, tiene una reactancia sincrónica de 2.5 Ω. La resistencia del inducido es despreciable. Sus pérdidas por rozamiento propio y con el aire son 1.5 kW, y sus pérdidas en el núcleo son 1.0 kW. Inicialmente, el eje está suministrando una carga de 15 hp y el factor de potencia del motor es 0.8 en adelanto.

a) Dibuje el diagrama fasorial de este motor y encuentre los valores de $\mathbf{I}_A$, I_L y $\mathbf{E}_A$.
b) Suponga que la carga al eje se incrementa a 30 hp. Dibuje el comportamiento del diagrama fasorial en respuesta a este cambio.
c) Encuentre $\mathbf{I}_A$, I_L y $\mathbf{E}_A$ después del cambio en la carga. ¿Cuál es el nuevo factor de potencia?

Solución

a) Al comienzo la potencia de salida del motor es 15 hp, que corresponde a una salida

$$P_{\text{out}} = (15 \text{ hp})(0.746 \text{ KW/hp}) = 11.19 \text{ kW}$$

Entonces la potencia eléctrica suministrada a la máquina es

$$\begin{aligned} P_{\text{in}} &= P_{\text{out}} + P_{\text{pérd. méc.}} + P_{\text{pérd. núcleo}} + P_{\text{pérd. eléc.}} \\ &= 11.19 \text{ kW} + 1.5 \text{ kW} + 1.0 \text{ kW} + 0 \text{ kW} = 13.69 \text{ kW} \end{aligned}$$

Puesto que el factor de potencia del motor es 0.80 en adelanto, el flujo de corriente de línea resultante es

$$\begin{aligned} I_L &= \frac{P_{\text{in}}}{\sqrt{3} V_T \cos \theta} \\ &= \frac{13.69 \text{ kW}}{\sqrt{3}(208 \text{ V})(0.80)} = 47.5 \text{ A} \end{aligned}$$

y la corriente del inducido es $I_L / \sqrt{3}$, con factor de potencia 0.8 en adelanto, lo cual da como resultado

$$\mathbf{I}_A = 27.4 \angle 36.87° \text{ A}$$

Para encontrar $\mathbf{E}_A$ se aplica la ley de voltajes de Kirchhoff [ecuación (6-2)]:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_A &= \mathbf{V}_\phi - jX_S\mathbf{I}_A \\ &= 208 \angle 0° \text{ V} - (j2.5 \ \Omega)(27.4 \angle 36.87° \text{ A}) \\ &= 208 \angle 0° \text{ V} - 68.5 \angle 126.87° \text{ V} \\ &= 249.1 - j54.8 \text{ V} = 255 \angle -12.4° \text{ V} \end{aligned}$$

El diagrama fasorial resultante se muestra en la figura 6-7*a*.

b) Como la potencia sobre el eje se incrementa a 30 hp, el eje disminuye su velocidad momentáneamente y el voltaje interno generado $\mathbf{E}_A$ se mueve a un ángulo δ mayor mientras mantiene la magnitud constante. El diagrama fasorial resultante se muestra en la figura 6-7*b*.

c) Después que cambia la carga, la potencia eléctrica de entrada a la máquina es

$$\begin{aligned} P_{\text{in}} &= P_{\text{out}} + P_{\text{pérd. méc.}} + P_{\text{pérd. núcleo}} + P_{\text{pérd. eléc.}} \\ &= (30 \text{ hp})(0.746 \text{ kW/hp}) + 1.5 \text{ kW} + 1.0 \text{ kW} + 0 \text{ kW} \\ &= 24.88 \text{ kW} \end{aligned}$$

De la ecuación para potencia en términos del ángulo de par [ecuación (5-20)], es posible encontrar la magnitud del ángulo δ (recuerde que la magnitud de $\mathbf{E}_A$ es constante):

$$P = \frac{3V_\phi E_A \operatorname{sen} \delta}{X_S} \tag{5-20}$$

entonces

$$\begin{aligned} \delta &= \operatorname{sen}^{-1} \frac{X_S P}{3V_\phi E_A} \\ &= \operatorname{sen}^{-1} \frac{(2.5\ \Omega)(24.88 \text{ kW})}{3(208 \text{ V})(255 \text{ V})} \\ &= \operatorname{sen}^{-1} 0.391 = 23° \end{aligned}$$

El voltaje interno generado es $\mathbf{E}_A = 355 \angle -23°$ V. Entonces, $\mathbf{I}_A$ estará dada por

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_A &= \frac{\mathbf{V}_\phi - \mathbf{E}_A}{jX_S} \\ &= \frac{208 \angle 0° \text{ V} - 255 \angle -23° \text{ V}}{j2.5\ \Omega} \\ &= \frac{103.1 \angle 105° \text{ V}}{j2.5\ \Omega} = 41.2 \angle 15° \text{ A} \end{aligned}$$

c I_L será

$$I_L = \sqrt{3} I_A = 71.4 \text{ A}$$

El factor de potencia final será cos (–15°) ó 0.966 en adelanto. ●

Efecto de los cambios en la corriente de campo de un motor sincrónico

Se ha estudiado cómo afecta al motor sincrónico un cambio en la carga sobre su eje. En los motores sincrónicos existe otra magnitud que puede ajustarse con facilidad: la corriente de campo. ¿Qué efecto tiene un cambio en la corriente de campo sobre un motor sincrónico?

Para averiguarlo, observe la figura 6-8*a*, muestra un motor sincrónico operando inicialmente a un factor de potencia en atraso. Ahora incrementamos su corriente de campo para ver qué ocurre al motor. Nótese que *un incremento en la corriente de campo incrementa la magnitud de*

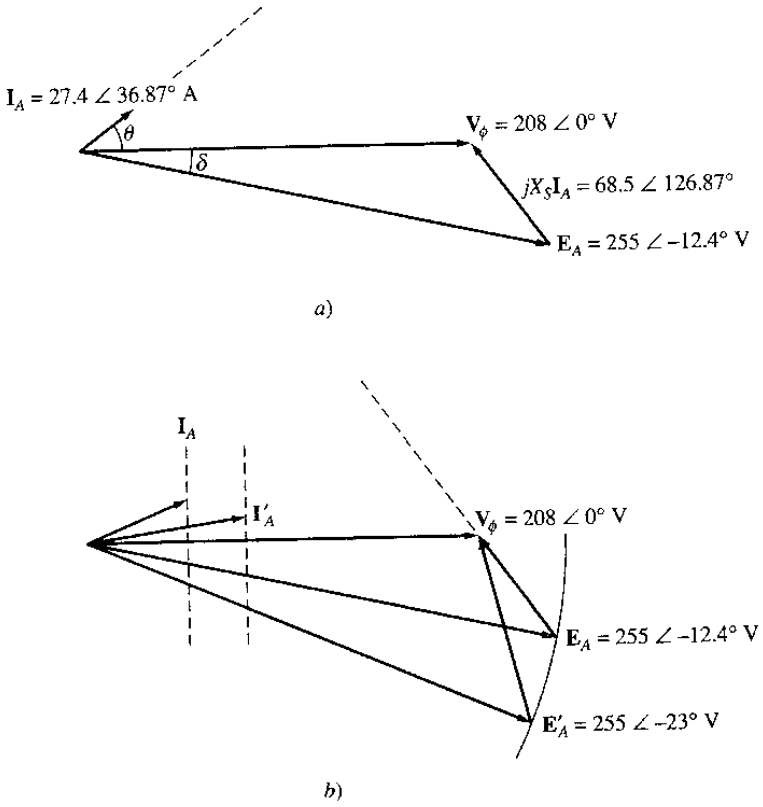


Figura 6-7
a) Diagrama fasorial del motor del ejemplo 6-1*a*. *b*) Diagrama fasorial del motor del ejemplo 6-1*b*.

$\mathbf{E}_A$ *pero no afecta la potencia real suministrada por el motor.* La potencia suministrada por el motor cambia únicamente cuando cambia el par de carga aplicado al eje. Puesto que un cambio en I_F no afecta la velocidad del eje n_m, y dado que la carga impuesta al eje no cambia, la potencia real suministrada no cambia. Claro está que V_T también es constante ya que se mantiene constante la fuente de potencia que alimenta al motor. Por tanto, las distancias proporcionales a la potencia en el diagrama fasorial (E_A sen δ e $I_A$cos θ) deben ser constantes. Cuando se incrementa la corriente de campo, debe incrementarse $\mathbf{E}_A$, pero esto sólo puede hacerse cuando se desliza sobre la línea de potencia constante. La figura 6-8*b* muestra este efecto.

Nótese que como se aumenta el valor de $\mathbf{E}_A$, la magnitud de la corriente del inducido $\mathbf{I}_A$ primero disminuye y luego se incrementa de nuevo. Si el valor de $\mathbf{E}_A$ es bajo, la corriente del inducido está en atraso y el motor es una carga inductiva que está actuando como una combinación resistivo-inductiva que consume potencia reactiva Q. En la medida en que la corriente de campo aumenta, la corriente del inducido se alinea con $\mathbf{V}_\phi$ y el motor se torna resistivo. A medida que aumenta la corriente de campo, la corriente del inducido llega a ponerse en adelanto y el motor se convierte en una carga capacitiva que estará actuando ahora como una combinación capacitivo-resistiva, y consume potencia reactiva negativa $-Q$ o, alternativamente, suministra potencia reactiva Q al sistema.

La figura 6-9 muestra un gráfico de I_A contra I_F para un motor sincrónico. Tal dibujo es llamado *curva en V del motor sincrónico*, por su forma en V. Aparecen varias curvas en V, correspondientes a diferentes niveles de potencia real. En cada curva, la mínima corriente del inducido ocurre a factor de potencia unidad, cuando sólo se suministra potencia real al motor. En cualquier otro punto de la curva, se está suministrando potencia reactiva al motor o éste está suministrándola. Para corrientes de campo *menores* que el valor mínimo dado I_A, la corriente del inducido está en atraso, y consume Q. Para corrientes del inducido *mayores* que el valor mínimo dado I_A, la corriente del inducido está en adelanto, y suministra Q al sistema de potencia como lo haría un condensador. Entonces, controlando la corriente de campo de un motor sincrónico, puede controlarse la *potencia reactiva* suministrada o consumida por el sistema de potencia.

Cuando la proyección del fasor $\mathbf{E}_A$ sobre $\mathbf{V}_\phi$ ($E_A \cos \delta$) es más corta que el mismo $\mathbf{V}_\phi$, el motor sincrónico tiene corriente en atraso y consume Q. Puesto que en esta situación la corriente de campo es pequeña, se dice que el motor está *subexcitado*. Por otro lado, cuando la proyección de $\mathbf{E}_A$ sobre $\mathbf{V}_\phi$ es *mayor* que el mismo $\mathbf{V}_\phi$, el motor sincrónico tiene corriente en adelanto y suministra Q al sistema de potencia. Puesto que la corriente de campo en esta situación es grande, se dice que el motor está *sobreexcitado*. La figura 6-10 muestra los diagramas fasoriales que ilustran estos conceptos.

Ejemplo 6-2 El motor sincrónico de 208 V, 45 kVA, factor de potencia 0,8 en adelanto 60 Hz y conectado en Δ, del ejemplo anterior, está suministrando una carga de 15 hp con un factor de potencia inicial de 0.85 en atraso. La corriente de campo I_F en estas condiciones es 4.0 A.

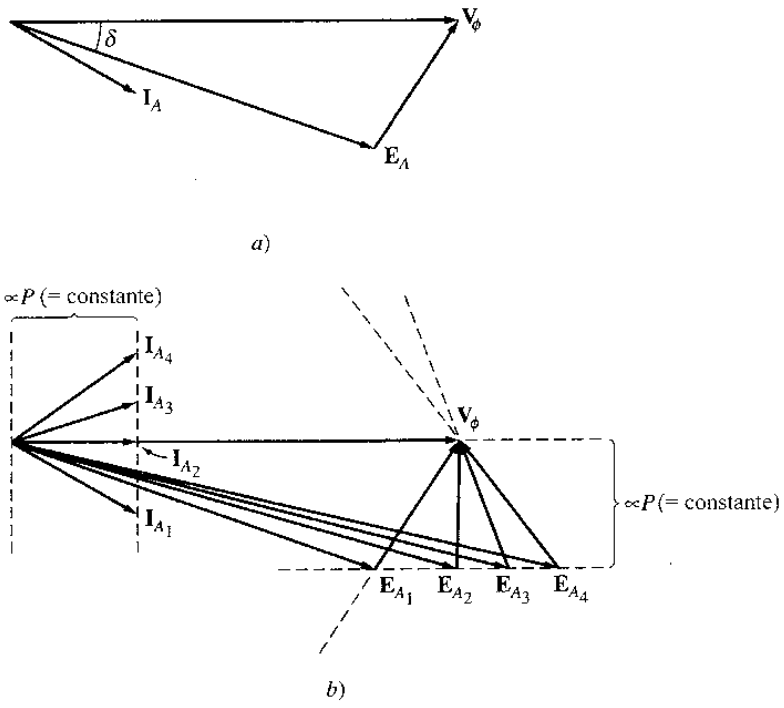


Figura 6-8
a) Motor sincrónico operando a factor de potencia en atraso. *b*) Efecto de aumentar la corriente de campo sobre la operación del motor.

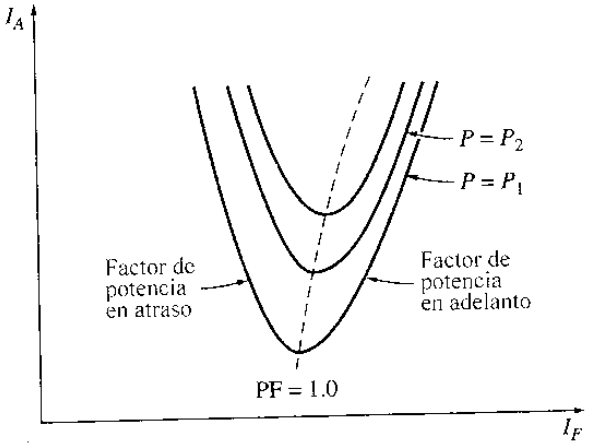


Figura 6-9
Curvas en V de motor síncrónico.

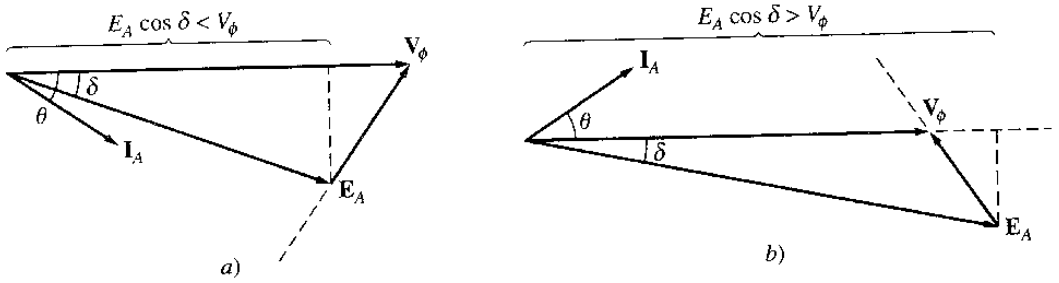


Figura 6-10
a) Diagrama fasorial de un motor síncrónico *subexcitado*. *b*) Diagrama fasorial de un motor síncrónico *sobreexcitado*.

a) Dibuje el diagrama fasorial inicial del motor y encuentre los valores de $\mathbf{I}_A$ y $\mathbf{E}_A$.
b) Si se aumenta el flujo del motor en un 25%, dibuje el nuevo diagrama fasorial. ¿Cuál es ahora el valor de $\mathbf{E}_A$, $\mathbf{I}_A$ y el factor de potencia del motor?
c) Suponga que el flujo en el motor varía linealmente con la corriente de campo I_F. Elabore una gráfica de I_A contra I_F para el motor síncrónico con carga de 15 hp.

Solución

a) Del ejemplo anterior, la potencia eléctrica de entrada con todas las pérdidas incluidas es $P_{in} = 13.69$ kW. Puesto que el factor de potencia del motor es 0.85 en atraso, el flujo de corriente del inducido resultante es

$$I_A = \frac{P_{in}}{3V_\phi \cos \theta}$$

$$= \frac{13.69 \text{ kW}}{3(208 \text{ V})(0.85)} = 25.8 \text{ A}$$

El ángulo θ es $\cos^{-1}0.85 = 31.8°$, por lo cual el fasor de la corriente I_A es igual a

$$\mathbf{I}_A = 25.8 \angle -31.8° \text{ A}$$

Para encontrar $\mathbf{E}_A$, se aplica la ley de voltajes de Kirchhoff [ecuación (6-2)]:

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_A &= \mathbf{V}_\phi - jX_S\mathbf{I}_A \\ &= 208 \angle 0° \text{ V} - (j2.5\ \Omega)(25.8 \angle -31.8° \text{ A}) \\ &= 208 \angle 0° \text{ V} - 64.5 \angle 58.2° \text{ V} \\ &= 182 \angle -17.5° \text{ V}\end{aligned}$$

El diagrama fasorial resultante se muestra en la figura 6-11, junto con los resultados del literal *b*).

b) Si se aumenta el flujo ϕ en 25% entonces $E_A = K\phi\,\omega$ se incrementa también en 25%:

$$E_{A2} = 1.25\,E_{A1} = 1.25(182 \text{ V}) = 227.5 \text{ V}$$

Sin embargo, la potencia suministrada a la carga debe permanecer constante. Puesto que la distancia E_A sen δ es proporcional a la potencia, tal distancia debe ser constante en el diagrama fasorial desde el nivel del flujo original hasta el nuevo nivel del flujo. Entonces,

$$E_{A1} \operatorname{sen} \delta_1 = E_{A2} \operatorname{sen} \delta_2$$

$$\begin{aligned}\delta_2 &= \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{E_{A1}}{E_{A2}} \operatorname{sen} \delta_1\right) \\ &= \operatorname{sen}^{-1}\left[\frac{182 \text{ V}}{227.5 \text{ V}} \operatorname{sen}(-17.5°)\right] = -13.9°\end{aligned}$$

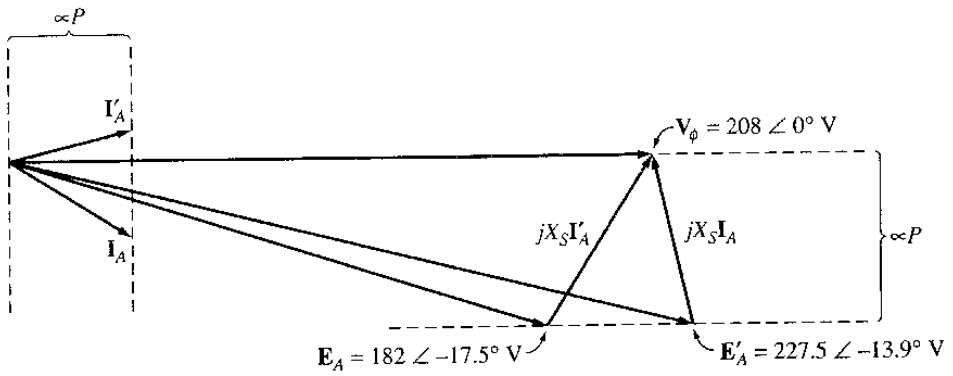


Figura 6-11
Diagrama fasorial del motor del ejemplo 6-2.

La corriente del inducido se puede encontrar ahora mediante la ley de voltajes de Kirchhoff:

$$\mathbf{I}_{A2} = \frac{\mathbf{V}_\phi - \mathbf{E}_{A2}}{jX_S}$$

$$\mathbf{I}_A = \frac{208 \angle 0° \text{ V} - 227.5 \angle -13.9° \text{ V}}{j2.5\ \Omega}$$

$$= \frac{56.2 \angle 103.2° \text{ V}}{j2.5\ \Omega} = 22.5 \angle 13.2° \text{ A}$$

Finalmente, el factor de potencia del motor es

$$\text{PF} = \cos(13.2°) = 0.974 \text{ en adelanto}$$

El diagrama fasorial resultante se muestra también en la figura 6-11.

c) Puesto que se supone que el flujo varía linealmente con la corriente de campo, E_A también variará linealmente con ella. Puesto que E_A es 182 V para una corriente de 4.0 A, E_A se puede encontrar para cualquier corriente de campo, de la relación

$$\frac{E_{A2}}{182 \text{ V}} = \frac{I_{F2}}{4.0 \text{ A}}$$

o

$$E_{A2} = 45.5\, I_{F2} \tag{6-5}$$

El ángulo de par δ para cualquier corriente de campo dada se puede encontrar partiendo del hecho que la potencia suministrada a la carga debe permanecer constante:

$$E_{A1} \operatorname{sen} \delta_1 = E_{A2} \operatorname{sen} \delta_2$$

entonces

$$\delta_2 = \operatorname{sen}^{-1} \left(\frac{E_{A1}}{E_{A2}} \operatorname{sen} \delta_1 \right) \tag{6-6}$$

Estos dos conjuntos de información dan el fasor de voltaje $\mathbf{E}_A$. Una vez hallada $\mathbf{E}_A$, la nueva corriente del inducido se puede calcular utilizando la ley de voltajes de Kirchhoff:

$$\mathbf{I}_{A2} = \frac{\mathbf{V}_\phi - \mathbf{E}_{A2}}{jX_S} \tag{6-7}$$

A continuación se muestra un archivo-m de MATLAB para calcular y graficar I_A contra I_F utilizando las ecuaciones (6-5) a (6-7)

```
% Archivo m: v_ curve.m
% El archivo m dibuja la corriente de armadura contra la corriente
  de campo para el motor sincrónico del ejemplo 6-2
```

```
% Primero, iniciar los valores de la corriente de campo
% (21 valores en el rango 3.8 - 5.8 A.)
i_f = (38:1:58) / 10;

% Ahora inicie los demás valores
I_a = zeros (1,21);        % Crear el espacio para la matriz i_a
X_s = 2.5;                 % Reactancia sincrónica
V_phase = 208;             % voltaje de fase a 0 grados
Delta1 = 17.5 * pi/180;    % delta 1 en radianes
E_a1 = 182 * (cos(delta1) +j * sin(delta1));

Calcule la corriente de armadura para cada valor
For ii = 1:21
   % Calcule la magnitud de e_a2
   e_a2 = 45.5 * i_f(ii);

   % Calcule delta2
   delta 2 = asin ( abs (e_a1) / abs(e_a2) * sin (delta1) );

   % Calcule el fasor c-a2
   e_a2 = e_a2 * (cos(delta2) + j * sin(delta2));

   % Calcule i_a
   i_a(ii) = ( v_phase - e_a2 ) / ( j * x_s);
end

% Dibuje la curva en V
plo(i_f, abs (i_a), 'Color','k', 'Linewidth', 2.0);
xlabel ('Field Current (A),'Fontweigh', 'Bold');
ylabel ('Armature Current (A)','Fontweight', 'Bold');
title ('curva en V del motor sincrónico', 'Fontweight', 'Bold');
grid on;
```

La gráfica producida por este archivo se muestra en la figura 6-12. Nótese que para una corriente de campo de 4.0 A, la corriente del inducido es 25.8 A. Este resultado concuerda con el del literal *a*) de este ejemplo. ●

El motor sincrónico y la corrección del factor de potencia

La figura 6-13 muestra un barraje infinito cuya salida está conectada a través de una línea de transmisión a una planta industrial ubicada en un punto distante. La planta industrial mostrada consta de tres cargas. Dos de ellas son motores de inducción con factores de potencia en atraso; la tercera es un motor sincrónico con factor de potencia variable.

¿Cómo aprovechar la capacidad para fijar el factor de potencia de una de las cargas en el sistema de potencia? Para responder este interrogante es preciso examinar el siguiente ejercicio

de ejemplo. (*Nota*: En el apéndice A se repasan a las ecuaciones de potencia trifásica y su utilización. Algunos lectores quizá deseen consultarlo cuando estudien este ejercicio.)

Ejemplo 6-3 El barraje infinito de la figura 6-13 opera a 480 V. La carga 1 es un motor de inducción que consume 100 kW con factor de potencia 0.78 en atraso, y la carga 2 es un motor de inducción que consume 200 kW con factor de potencia 0.8 en atraso y la carga 3 es un motor sincrónico cuyo consumo de potencia real es 150 kW.

a) Si se ajusta el motor sincrónico para operar a un factor de potencia de 0.85 en atraso, ¿cuál es la corriente en la línea de transmisión del sistema?

b) Si se ajusta el motor sincrónico para operar a factor de potencia 0.85 en adelanto, ¿cuál es la corriente en la línea de transmisión del sistema?

c) Suponga que las pérdidas en la línea de transmisión están dadas por

$$P_{LL} = 3I_L^2 R_L \quad \text{pérdidas en la línea}$$

donde LL representa las pérdidas en la línea. ¿Cómo se comparan las pérdidas de transmisión en los dos casos?

Solución

a) En el primer caso, la potencia real de la carga es 100 kW, y la potencia reactiva de la carga 1 es

$$\begin{aligned} Q_1 &= P_1 \tan \theta \\ &= (100 \text{ kW}) \tan (\cos^{-1} 0.78) = (100 \text{ kW}) \tan 38.7^\circ \\ &= 80.2 \text{ kVAR} \end{aligned}$$

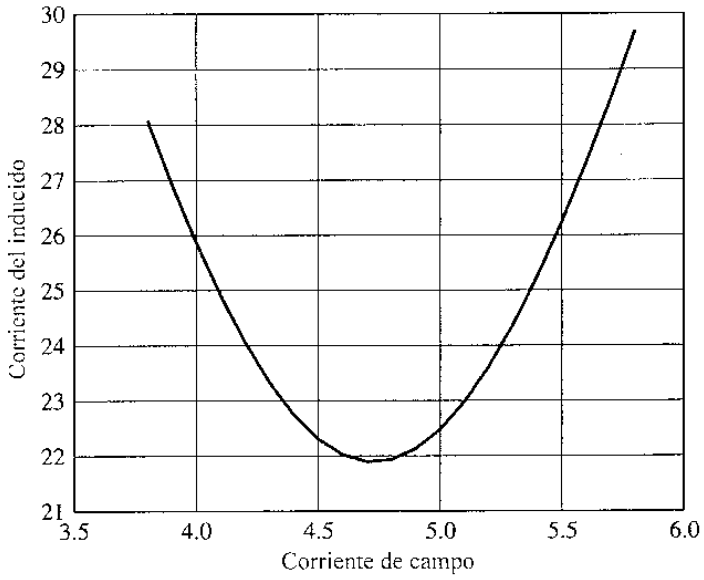


Figura 6-12
Curva en V correspondiente al motor sincrónico del ejemplo 6-2.

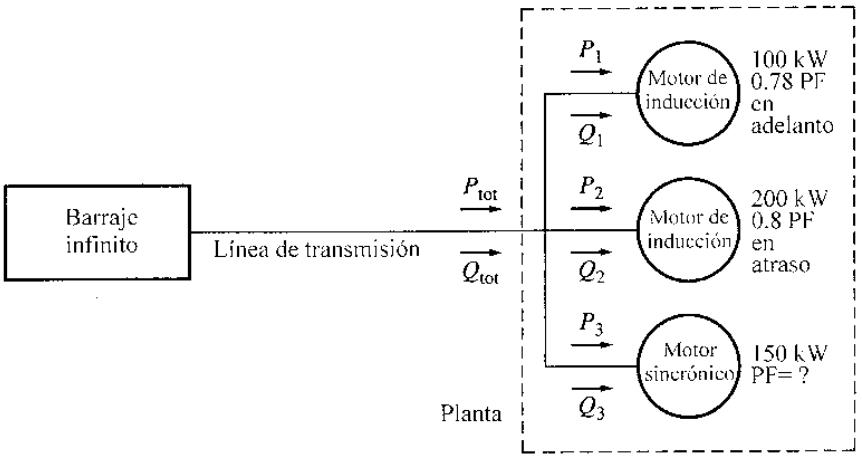


Figura 6-13
Sistema de potencia sencillo consistente en un barraje infinito que alimenta una planta industrial a través de una línea de transmisión.

La potencia real de la carga 2 es 200 kW, y su potencia reactiva es

$$\begin{aligned} Q_2 &= P_2 \tan \theta \\ &= (200 \text{ kW}) \tan (\cos^{-1} 0.80) = (200 \text{ kW}) \tan 36.87^\circ \\ &= 150 \text{ kVAR} \end{aligned}$$

La potencia real de la carga 3 es 150 kW, y la potencia reactiva de la carga 3 es

$$\begin{aligned} Q_3 &= P_3 \tan \theta \\ &= (150 \text{ kW}) \tan (\cos^{-1} 0.85) = (150 \text{ kW}) \tan 31.8^\circ \\ &= 93 \text{ kVAR} \end{aligned}$$

Entonces, la carga real total es

$$\begin{aligned} P_{tot} &= P_1 + P_2 + P_3 \\ &= 100 \text{ kW} + 200 \text{ kW} + 150 \text{ kW} = 450 \text{ kW} \end{aligned}$$

y la carga reactiva total es

$$\begin{aligned} Q_{tot} &= Q_1 + Q_2 + Q_3 \\ &= 80.2 \text{ kVAR} + 150 \text{ kVAR} + 93 \text{ kVAR} = 323.2 \text{ kVAR} \end{aligned}$$

El factor de potencia equivalente del sistema es

$$\begin{aligned} \text{PF} = \cos \theta &= \cos \left(\tan^{-1} \frac{Q}{P} \right) = \cos \left(\tan^{-1} \frac{323.2 \text{ kVAR}}{450 \text{ kW}} \right) \\ &= \cos 35.7^\circ = 0.812 \text{ en atraso} \end{aligned}$$

Finalmente, la corriente de línea está dada por

$$I_L = \frac{P_{tot}}{\sqrt{3}V_L \cos\theta} = \frac{450\text{ kW}}{\sqrt{3}(480\text{ V})(0.812)} = 667\text{ A}$$

b) Las potencias real y reactiva de las cargas 1 y 2 no varían, así como tampoco la potencia real de la carga 3. La potencia reactiva de la carga 3 es

$$\begin{aligned} Q_3 &= P_3 \tan\theta \\ &= (150\text{ kW}) \tan(-\cos^{-1} 0.85) = (150\text{ kW}) \tan(-31.8°) \\ &= -93\text{ kVAR} \end{aligned}$$

Entonces, la carga real total es

$$\begin{aligned} P_{tot} &= P_1 + P_2 + P_3 \\ &= 100\text{ kW} + 200\text{ kW} + 150\text{ kW} = 450\text{ kW} \end{aligned}$$

y la carga reactiva total es

$$\begin{aligned} Q_{tot} &= Q_1 + Q_2 + Q_3 \\ &= 80.2\text{ kVAR} + 150\text{ kVAR} - 93\text{ kVAR} = 137.2\text{ kVAR} \end{aligned}$$

El factor de potencia equivalente del sistema es

$$\begin{aligned} \text{PF} = \cos\theta &= \cos\left(\tan^{-1}\frac{Q}{P}\right) = \cos\left(\tan^{-1}\frac{137.2\text{ kVAR}}{450\text{ kW}}\right) \\ &= \cos 16.96° = 0.957 \text{ en atraso} \end{aligned}$$

Finalmente, la corriente de línea está dada por

$$I_L = \frac{P_{tot}}{\sqrt{3}V_L \cos\theta} = \frac{450\text{ kW}}{\sqrt{3}(480\text{ V})(0.957)} = 566\text{ A}$$

c) Las pérdidas de transmisión en el primer caso son

$$P_{LL} = 3I_L^2 R_L = 3(667\text{ A})^2 R_L = 1{,}344{,}700\, R_L$$

Las pérdidas de transmisión en el segundo caso son

$$P_{LL} = 3I^2{}_L R_L = 3(566\text{ A})^2 R_L = 961{,}070\, R_L$$

Nótese que en el segundo caso, las pérdidas por transmisión son 28% menos que en el primer caso, mientras que la potencia suministrada a las tres cargas es la misma. ●

Como se observó en el ejemplo anterior, la capacidad para ajustar el factor de potencia de una o más de las cargas del sistema de potencia puede afectar significativamente la eficiencia en la operación del sistema de potencia. Cuanto más pequeño sea el factor de potencia de un sistema, mayores son las pérdidas en las líneas de potencia que lo alimentan. La mayoría de las cargas de los sistemas de potencia típicos son los motores de inducción; en consecuencia, los sistemas de potencia tienen casi invariablemente factores de potencia en atraso. Tener una o más cargas en adelanto (motores sincrónicos sobreexcitados) en el sistema puede ser útil por las siguientes razones:

1. Una carga en adelanto puede suministrar alguna potencia reactiva Q a cargas cercanas en atraso, en lugar de que ésta provenga del generador. Puesto que la potencia reactiva no tiene que viajar por líneas de transmisión de alta resistencia, la corriente de transmisión se reduce y las pérdidas del sistema de potencia son mucho menores (esto se demostró en el ejemplo anterior).
2. Puesto que las líneas de transmisión portan menos corriente, pueden ser menores para un flujo dado de potencia nominal. El equipo utilizado para una corriente nominal menor reduce bastante el costo de un sistema de potencia.
3. Además, el requerimiento de un motor sincrónico que opere con un factor de potencia en adelanto significa que el motor debe girar *sobreexcitado*. Este modo de operación incrementa el par máximo del motor y reduce la posibilidad de exceder por accidente el par máximo del mismo.

La utilización de motores sincrónicos u otros equipos para incrementar el factor de potencia total del sistema de potencia se llama *corrección del factor de potencia*. Puesto que un motor sincrónico puede facilitar la corrección del factor de potencia y ayudar a bajar costos del sistema de potencia, muchas cargas que pueden aceptar un motor de velocidad constante (aunque no lo *necesiten* siempre), se accionan con motores sincrónicos. No obstante que un motor sincrónico puede costar más que uno de inducción, individualmente hablando, la capacidad de operación de un motor sincrónico a factores de potencia en adelanto para corregir el factor de potencia ahorra dinero a las plantas industriales. Debido a estas razones se compran y utilizan motores sincrónicos.

En una planta, cualquier motor sincrónico se opera sobreexcitado para corregir el factor de potencia e incrementar su par máximo. Sin embargo, operar un motor sincrónico sobreexcitado requiere corriente de campo y flujo elevados lo cual causa calentamiento significativo en el rotor. El operador debe tener cuidado de no sobrecalentar los devanados de campo excediendo su corriente nominal.

Condensador o capacitor sincrónico

Un motor sincrónico adquirido para accionar una carga puede operar sobreexcitado para suministrar potencia reactiva Q a un sistema de potencia. En efecto, en el pasado, a veces se adquirían motores sincrónicos y se utilizaban sin carga *simplemente para corregir el factor de potencia.* En la figura 6-14 se muestra el diagrama fasorial de un motor sincrónico que opera sobreexcitado en vacío.

Figura 6-14
Diagrama fasorial de un *capacitor* o *condensador sincrónico.*

Puesto que el motor no está suministrando potencia, las distancias proporcionales a la potencia (E_A sen δ e I_A cos θ) son cero. Como la ley de voltajes de Kirchhoff para un motor sincrónico es

$$\mathbf{V}_\phi = \mathbf{E}_A + jX_S\mathbf{I}_A \qquad (6\text{-}1)$$

la cantidad $jX_S\mathbf{I}_A$ apunta hacia la izquierda y la corriente del inducido $\mathbf{I}_A$ apunta directamente hacia arriba. Si se examina $\mathbf{V}_\phi$ e $\mathbf{I}_A$, la relación voltaje-corriente entre ellos parece la de un condensador. Un motor sincrónico sobreexcitado en vacío parece un gran condensador para el sistema de potencia.

Algunos motores sincrónicos solían ser vendidos sólo para corregir el factor de potencia. Estas máquinas tenían ejes que no salían del marco del motor (ninguna carga podía ser conectada a ellos aunque se quisiera). Tales motores sincrónicos de utilización especial se llamaron con frecuencia *condensadores* o *capacitores sincrónicos.*

En la figura 6-15*a* se muestra la curva en V para un capacitor sincrónico. Puesto que la potencia real suministrada a la máquina es cero (excepto por las pérdidas), a factor de potencia unitaria, la corriente $I_A = 0$. Cuando la corriente de campo aumenta por encima de ese punto, la corriente de línea (y la potencia reactiva suministrada por el motor) aumenta de manera aproximadamente lineal hasta que se alcanza la saturación. El diagrama fasorial de la figura 6-15*b* muestra el efecto de aumentar la corriente de campo en el motor.

En la actualidad los capacitores estáticos convencionales son más económicos (en costo y utilización) que los capacitores sincrónicos. Sin embargo, algunas plantas industriales antiguas aún pueden utilizar capacitores sincrónicos.

6-3 ARRANQUE DE MOTORES SINCRÓNICOS

La sección 6-2 explicó el comportamiento de un motor sincrónico en condiciones de estado estacionario. En esa sección se supuso que el motor estaba siempre en movimiento a *velocidad sincrónica.* Lo que aún no ha sido considerado es la pregunta ¿cómo obtuvo el motor su velocidad sincrónica?

Para entender la naturaleza del problema del arranque, es necesario remitirse a la figura 6-16. Esta figura muestra un motor sincrónico de 60 Hz en el momento en que se aplica potencia a sus devanados. El rotor del motor está estacionario y, por tanto el campo magnético $\mathbf{B}_R$ es

estacionario. El campo magnético del estator $\mathbf{B}_S$ comienza a girar dentro del motor a velocidad sincrónica.

La figura 6-16*a* muestra la máquina en el tiempo $t = 0$ s, cuando $\mathbf{B}_R$ y $\mathbf{B}_S$ están exactamente alineadas. De la ecuación de par inducido

$$\tau_{\text{ind}} = k\mathbf{B}_R \times \mathbf{B}_S \tag{4-58}$$

el par inducido sobre el eje del rotor es cero. La figura 6-16*b* muestra la situación en $t = 1/240$ s. En tan corto tiempo el rotor casi no se ha movido, pero el campo magnético del estator apunta ahora hacia la izquierda. De la ecuación de par inducido, el par sobre el eje del rotor se ejerce ahora *en sentido contrario a las manecillas del reloj*. La figura 6-16*c* muestra la situación en tiempo t = 1/120 s. En este punto, $\mathbf{B}_R$ y $\mathbf{B}_S$ apuntan en direcciones opuestas y el par inducido $\boldsymbol{\tau}_{\text{ind}}$ de nuevo es igual a cero. En $t = 3/240$ s, el campo magnético del estator apunta hacia la derecha, y el par resultante está en *sentido de las manecillas del reloj.*

Finalmente, en $t = 1/60$ s, el campo magnético del estator se alinea de nuevo con el campo magnético del rotor y el par inducido $\boldsymbol{\tau}_{\text{ind}} = 0$. Durante un ciclo eléctrico, el par se ejerció primero en sentido contrario a las manecillas del reloj y luego en sentido de ellas, y el par promedio en el ciclo completo fue cero. Lo que ocurre al motor es que vibra con fuerza en cada ciclo eléctrico y al final se sobrecalienta.

Tal método de arranque del motor sincrónico no es muy satisfactorio: los directores tienden a fruncir el ceño ante los empleados que queman un equipo costoso. Entonces, ¿cómo se puede arrancar un motor sincrónico?

Existen tres métodos básicos para el arranque seguro de un motor sincrónico.

1. *Reducir la velocidad del campo magnético del estator* a un valor suficientemente bajo para que el rotor pueda acelerar y se enlace con él durante medio ciclo de rotación del campo magnético. Esto se puede llevar a cabo reduciendo la frecuencia de la potencia eléctrica aplicada.
2. *Utilizar un motor primario externo* para acelerar al motor sincrónico hasta la velocidad de sincronismo, pasar por el proceso de entrada en sincronismo y convertir la máquina al instante en un generador. Entonces, apagando o desconectando el motor primario, la máquina sincrónica se transformará en un motor.

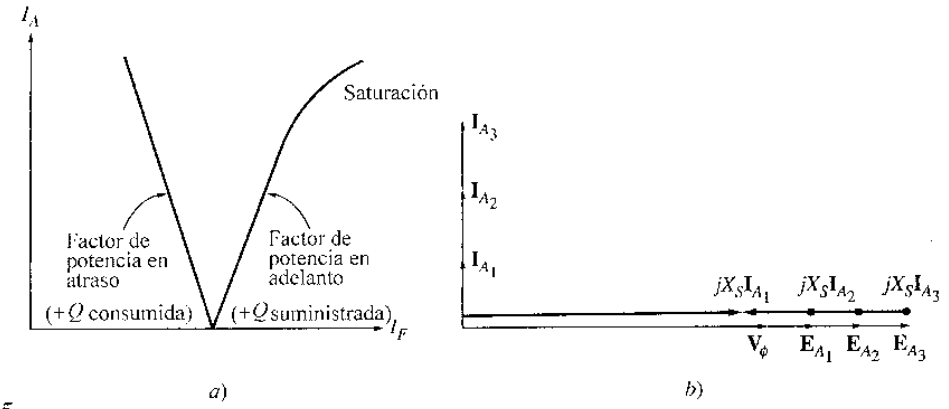


Figura 6-15
a) Curva en V de un capacitor sincrónico. *b*) Diagrama fasorial correspondiente de la máquina.

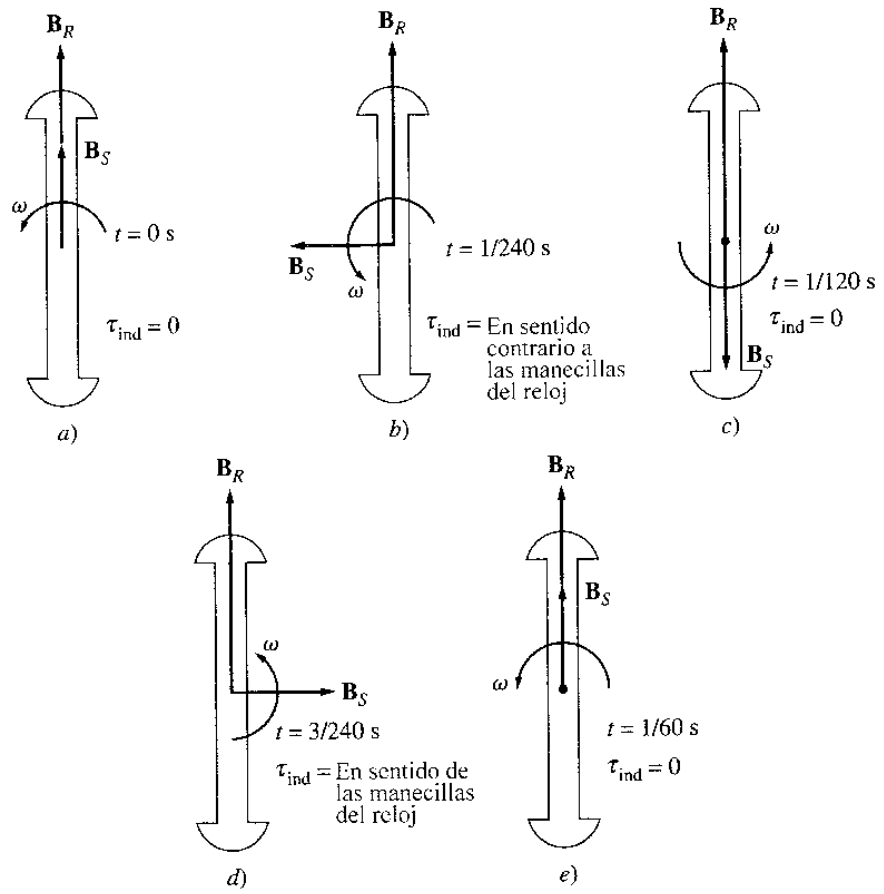


Figura 6-16
Problemas de arranque en un motor sincrónico: el par alterna con rapidez en magnitud y dirección, de modo que el par neto de arranque es cero.

3. *Utiliza devanados de amortiguación.* La función de los devanados de amortiguación y su utilización en el motor se explicarán más adelante.

Cada uno de estos métodos de arranque del motor sincrónico se describen a continuación.

Arranque del motor reduciendo la frecuencia eléctrica

Si el campo magnético del estator de un motor sincrónico rota a una velocidad suficientemente baja, no habrá dificultad para que el rotor acelere y se enlace con el campo magnético del estator. La velocidad de los campos magnéticos estatóricos se puede aumentar entonces hasta la velocidad de operación, incrementando gradualmente f_e hasta su valor normal de 50 ó 60 Hz.

Este método de arranque de los motores sincrónicos tiene gran sentido pero también tiene un problema grave: ¿de dónde se obtiene la frecuencia eléctrica variable? Los sistemas normales de potencia se regulan cuidadosamente a 50 ó 60 Hz por lo que, hasta hace poco, cualquier fuente

de voltaje de frecuencia variable debía provenir de un generador específico. Tal situación no era práctica, excepto en algunas circunstancias excepcionales.

Hoy día las cosas son diferentes. El capítulo 3 describió los rectificadores-inversores y los cicloconvertidores, que pueden utilizarse para convertir una entrada de frecuencia constante a cualquier frecuencia de salida deseada. El desarrollo de tales accionamientos de estado sólido y frecuencia variable modernos posibilita el control continuo de la frecuencia eléctrica aplicada al motor en todo el rango desde una fracción de Hz hasta la frecuencia nominal más elevada. Si tal unidad controladora de frecuencia variable se incluye en un circuito motor-control para controlar la velocidad, entonces es muy fácil poner en marcha los motores sincrónicos: simplemente se ajusta la frecuencia a un valor muy bajo para el arranque y luego se eleva hasta la frecuencia de operación deseada para el funcionamiento normal.

Cuando se opera un motor sincrónico a una velocidad más baja que la nominal, su voltaje interno generado $E_A = K\phi\omega$ será menor que el normal. Si E_A se reduce en magnitud, debe reducirse el voltaje aplicado a los terminales del motor para mantener la corriente del estator en niveles seguros. En todo controlador de frecuencia variable o circuito arrancador de frecuencia variable, el voltaje debe variar casi linealmente con la frecuencia aplicada.

Para aprender más acerca de las unidades de control de estado sólido para motores, remítase al capítulo 3 y la referencia 9.

Arranque del motor mediante un motor primario externo

El segundo método para arrancar un motor sincrónico consiste en fijarle un motor externo de arranque y llevar la máquina sincrónica hasta su velocidad plena con ese motor. Entonces, la máquina sincrónica puede ser emparalelada con su sistema de potencia como un generador, y el motor de arranque puede desacoplarse del eje de la máquina. Desconectado el motor de arranque, el eje de la máquina se desacelera, el campo magnético del rotor $\mathbf{B}_R$ queda atrás de $\mathbf{B}_{net}$ y la máquina sincrónica comienza a actuar como motor. Una vez completo el emparalelamiento, el motor sincrónico se puede cargar de manera normal.

Este procedimiento completo no es tan absurdo como parece pues muchos motores sincrónicos forman parte de conjuntos motor-generador y, en estos conjuntos, la otra máquina puede servir como motor de arranque de la máquina sincrónica. Además, el motor de arranque sólo necesita vencer la inercia de la máquina sincrónica en vacío, sin carga impuesta hasta que el motor se emparalele con sistema de potencia. Puesto que únicamente debe ser vencida la inercia del motor, el motor de arranque puede tener una capacidad *mucho menor* que la del motor sincrónico que arranca.

Dado que la mayoría de los motores sincrónicos tienen sistemas de excitación sin escobillas montados en sus ejes, con frecuencia es posible utilizar esos excitadores como motores de arranque.

Para muchos motores sincrónicos de mediana y gran potencia, la única solución posible puede ser un motor externo de arranque o arrancador que utiliza el excitador ya que los sistemas de potencia a los que están unidos no están en capacidad de soportar las corrientes de arranque requeridas al utilizar la técnica de los devanados de amortiguación que se describe a continuación.

Arranque de motores utilizando devanados de amortiguación

Definitivamente la técnica más popular para el arranque de motores sincrónicos es emplear *devanados de amortiguación* o *devanados amortiguadores*. Estos devanados son barras especiales dispuestas en ranuras labradas en la cara del rotor del motor sincrónico y cortocircuitadas en cada extremo por un gran *anillo de cortocircuitado*. La figura 6-17 muestra una cara polar con un grupo de devanados de amortiguación; los devanados de amortiguación aparecen en las figuras 5-2 y 5-4.

Para entender la función de un grupo de devanados de amortiguación en un motor sincrónico, es preciso examinar el rotor de dos polos salientes estilizado de la figura 6-18. Este rotor muestra un devanado de amortiguación con las barras de cortocircuitado en los extremos de las dos caras polares conectadas por alambres (ésta no es del todo la forma normal de construcción de las máquinas, pero sirve a la perfección para ilustrar lo referente a estos devanados).

Suponga en principio que el *devanado principal del campo rotor está desconectado* y que al estator de la máquina se aplica un conjunto trifásico de voltajes. Cuando se aplica primero la potencia en $t = 0$ s, suponga que el campo magnético $\mathbf{B}_S$ es vertical como se muestra en la figura 6-19*a*. Puesto que el barrido de $\mathbf{B}_S$ va en dirección contraria a las manecillas del reloj, induce un voltaje en los devanados amortiguadores, dado por la ecuación (1-45):

$$e_{\text{ind}} = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \bullet \mathbf{l} \tag{1-45}$$

donde $\mathbf{v}$ = velocidad de la barra *relativa al campo magnético*
$\mathbf{B}$ = vector de densidad de flujo magnético
$\mathbf{l}$ = longitud del conductor en el campo magnético.

En la parte superior del rotor, las barras están moviéndose hacia la derecha *con relación al campo magnético,* de modo que la dirección resultante del voltaje inducido apunta hacia fuera de la página. Así mismo, el voltaje inducido en las barras de la parte inferior apunta hacia dentro de la página. Estos voltajes producen un flujo de corriente hacia fuera de las barras de la parte superior y hacia dentro de ellas en la parte inferior, lo que origina un campo magnético $\mathbf{B}_W$ que apunta hacia la derecha. De la ecuación de par inducido

$$\tau_{\text{ind}} = k\mathbf{B}_W \times \mathbf{B}_S$$

el par resultante sobre las barras (y el rotor) se ejerce *en sentido contrario a las manecillas del reloj.*

La figura 6-19*b* muestra la situación en $t = 1/240$ s. Aquí, el campo magnético del estator ha rotado 90° mientras el rotor apenas si se ha movido (simplemente no puede acelerar en tan corto tiempo). En este punto, el voltaje inducido en los devanados de amortiguación es cero puesto que $\mathbf{v}$ es paralelo a $\mathbf{B}$. Sin voltaje inducido no hay corriente en los devanados, y el par inducido es cero.

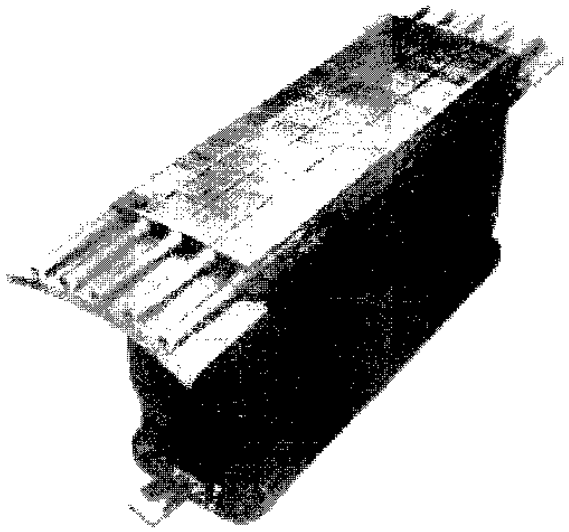


Figura 6-17
Polo del campo rotor de una máquina sincrónica que muestra los devanados amortiguadores en la cara polar (*cortesía de General Electric Company*).

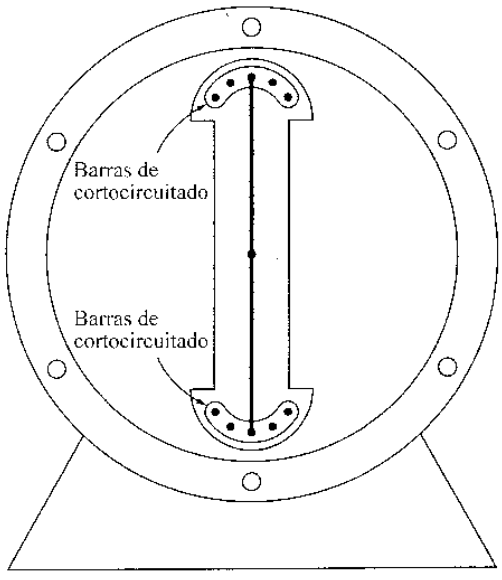


Figura 6-18
Diagrama simplificado de una máquina de dos polos salientes que muestra los devanados de amortiguación.

La figura 6-19*c* muestra la situación en t = 1/120 s. Ahora, el campo magnético del estator ha rotado 180° y el rotor aún no se ha movido. El voltaje inducido [dado por la ecuación (1-45)] en los devanados de amortiguación apunta hacia fuera de la página en las barras de la parte inferior y hacia dentro de la página, en las de la parte superior. El flujo de corriente resultante apunta hacia fuera de la página en las barras de la parte inferior y hacia dentro de la página, en las de la parte

superior, y causa un campo magnético $\mathbf{B}_W$ que apunta hacia la izquierda. El par inducido resultante dado por

$$\tau_{\text{ind}} = k\mathbf{B}_W \times \mathbf{B}_S$$

se ejerce en *sentido opuesto a las manecillas del reloj.*

Finalmente, la figura 6-19*d* muestra la situación en $t = 3/240$ s. Aquí, como en $t = 1/240$ s, el par inducido es cero.

Nótese que a veces el par inducido se ejerce en sentido contrario a las manecillas del reloj y a veces es esencialmente cero, pero *siempre es unidireccional.* Puesto que hay un par neto en una sola dirección, el rotor del motor se acelerará (esto es totalmente diferente de poner en marcha un motor sincrónico con su corriente normal de campo puesto que, en ese caso, el par primero se ejerce en sentido de las manecillas del reloj y luego en sentido contrario, tendiendo en promedio a cero. En este caso, el par se ejerce *siempre* en la misma dirección, de modo que hay un par promedio diferente de cero).

Aunque el rotor del motor se acelerará, nunca puede alcanzar la velocidad sincrónica, lo cual es fácil de comprender. Suponga que un rotor está girando a velocidad sincrónica. Entonces, la velocidad del campo magnético del estator $\mathbf{B}_S$ es igual a la del rotor, y *no hay movimiento relativo* entre $\mathbf{B}_S$ y el rotor. Si no hay movimiento relativo, el voltaje inducido en los devanados será cero, el flujo de corriente resultante será cero y el campo magnético del devanado será cero. Por tanto, no se ejercerá ningún par sobre el rotor para mantenerlo girando. Aunque un rotor no puede acelerar hasta alcanzar la velocidad sincrónica, se aproximará bastante a ella. Se aproxima tanto a n_{sinc} que puede generarse corriente normal de campo y el rotor girará al ritmo de los campos magnéticos del estator.

En una máquina real, los devanados de campo no están en circuito abierto durante el proceso de arranque. Si los devanados de campo estuvieran abiertos, se producirían muy altos voltajes en ellos durante el arranque. Si los devanados de campo están cortocircuitados durante el arranque, no se producen voltajes peligrosos y la corriente de campo inducida contribuye con par de arranque extra al motor.

En resumen, si una máquina tiene devanados de amortiguación, se puede arrancar con el siguiente procedimiento:

1. Desconecte los devanados de campo de su fuente de potencia dc y cortocircuítelos.
2. Aplique un voltaje trifásico al estator del motor y deje acelerar el rotor hasta cerca de la velocidad sincrónica. El motor no deberá tener carga en su eje para que su velocidad llegue a ser lo más cercana posible a la velocidad sincrónica n_{sinc}.
3. Conecte el circuito dc de campo a la fuente de potencia. Luego, el motor se pondrá a paso a la velocidad sincrónica y las cargas podrán ser acopladas a su eje.

Efecto de los devanados de amortiguación sobre la estabilidad del motor

Si se adicionan devanados de amortiguación a una máquina sincrónica para el arranque, se obtiene una ventaja gratuita: aumento en la estabilidad de la máquina. El campo magnético del

estator rota a velocidad constante n_{sinc}, que cambia sólo cuando varía la frecuencia del sistema. Si el rotor gira a n_{sinc}, los devanados de amortiguación no tienen voltaje inducido alguno. Si el rotor gira *más lento que* n_{sinc}, habrá movimiento relativo entre los campos magnéticos del rotor y del estator, y se inducirá un voltaje en los devanados. Este voltaje produce un flujo de corriente que, a su vez, produce un campo magnético. La interacción de los dos campos magnéticos produce un par que tiende a acelerar la máquina de nuevo. Si el rotor gira *más rápidamente* que el campo magnético del estator, se producirá un par que intenta frenar el rotor. En consecuencia, *el par producido por los devanados de amortiguación acelera las máquinas lentas y desacelera las rápidas.*

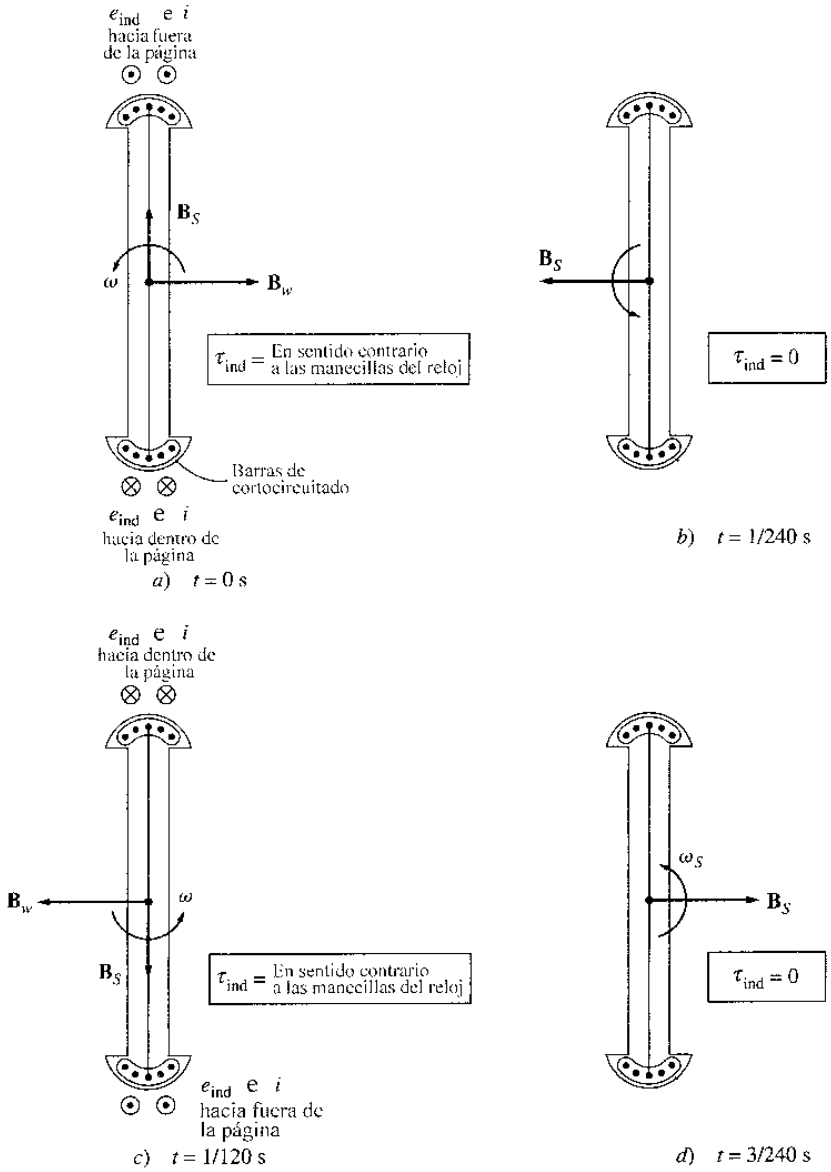


Figura 6-19
Desarrollo de un par unidireccional con devanados de amortiguación de un motor sincrónico.

Estos devanados tienden a atenuar la carga u otros transitorios en la máquina. Por esta razón los devanados de amortiguación también se denominan *devanados de atenuación*. Los devanados de amortiguación se utilizan también en generadores sincrónicos en los que cumplen una función de estabilización similar, cuando el generador está operando en paralelo con otros generadores sobre un barraje infinito. Si ocurre una variación en el par ejercido sobre el eje del generador, su rotor se aceleraría o desaceleraría momentáneamente; estos cambios son contrarrestados por los devanados de amortiguación. Los devanados de amortiguación mejorarán la estabilidad del sistema de potencia reduciendo la magnitud de los transitorios de potencia y de par.

Los devanados de amortiguación son responsables de la mayoría de la corriente subtransitoria en una máquina sincrónica en falla. Un cortocircuito en los terminales del generador es justamente otra forma de transitorio, y los devanados amortiguadores responden muy rápidamente a este fenómeno.

6-4 GENERADORES SINCRÓNICOS Y MOTORES SINCRÓNICOS

Un generador sincrónico es una máquina sincrónica que convierte potencia mecánica en potencia eléctrica, mientras que un motor sincrónico es una máquina sincrónica que convierte potencia eléctrica en potencia mecánica. De hecho, son iguales.

Una máquina sincrónica puede suministrar potencia real a un sistema de potencia o consumirla de éste, y puede suministrar potencia reactiva al sistema de potencia o consumirla de éste. Las cuatro combinaciones de flujo de potencias real y reactiva son posibles; la figura 6-20 muestra los diagramas fasoriales en estas condiciones.

En la figura nótese que

1. La característica distintiva de un generador sincrónico (suministra *P*) es que $\mathbf{E}_A$ *está adelante de* $\mathbf{V}_\phi$ mientras que para el motor $\mathbf{E}_A$ *está atrás de* $\mathbf{V}_\phi$.
2. La característica distintiva de una máquina que suministra potencia reactiva *Q* es que $\mathbf{E}_A \cos \delta > \mathbf{V}_\phi$ independientemente de si la máquina está actuando como generador o como motor. Si una máquina está consumiendo potencia reactiva *Q*, $\mathbf{E}_A \cos \delta < \mathbf{V}_\phi$.

6-5 VALORES NOMINALES EN LOS MOTORES SINCRÓNICOS

Puesto que los motores sincrónicos son físicamente iguales a los generadores sincrónicos, los valores nominales de las dos máquinas también son iguales. La única gran diferencia reside en que un valor alto de E_A produce un factor de potencia en *adelanto*, en lugar de uno en atraso, y en consecuencia, el efecto del límite de máxima corriente de campo se expresa como un valor nominal a un factor de potencia *en adelanto*. Así mismo, puesto que la salida de un motor sincrónico es potencia mecánica, el valor nominal de la potencia de un motor sincrónico está dado usualmente en caballos de potencia en lugar de kilowatios.

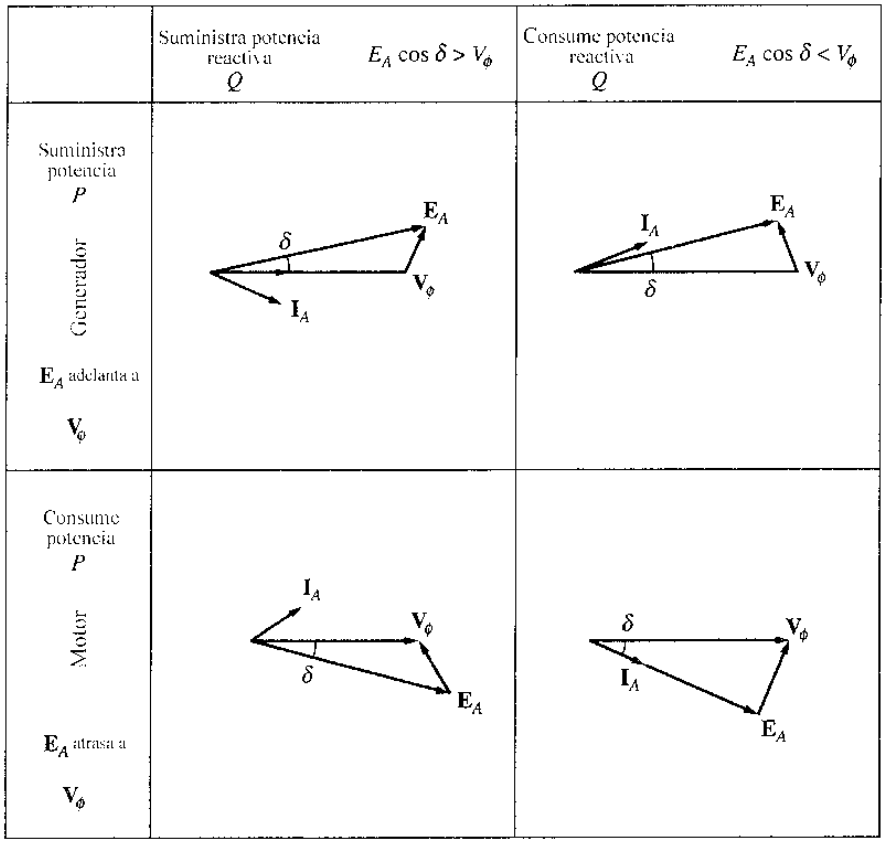


Figura 6-20
Diagramas fasoriales que muestran la generación y el consumo de potencia real P y de potencia reactiva Q por generadores y motores sincrónicos.

La figura 6-21 muestra la placa de características de un motor sincrónico de gran potencia. Además de la información mostrada en la figura, un motor sincrónico pequeño debería tener en su placa de características un valor de factor de servicio.

En general, los motores sincrónicos son más adaptables a aplicaciones de bajas velocidades y altas potencias que los motores de inducción (*véase* capítulo 7). Por tanto, son utilizados para cargas de baja velocidad y alta potencia.

6-6 RESUMEN

Un motor sincrónico es físicamente igual a un generador sincrónico, excepto porque la dirección del flujo de potencia real es inversa. Puesto que los motores sincrónicos están usualmente conectados a sistemas de potencia que contienen generadores mucho mayores que los motores, la frecuencia y el voltaje en los terminales de un motor sincrónico son fijos (esto es, el sistema de potencia aparece como un barraje infinito frente al motor).

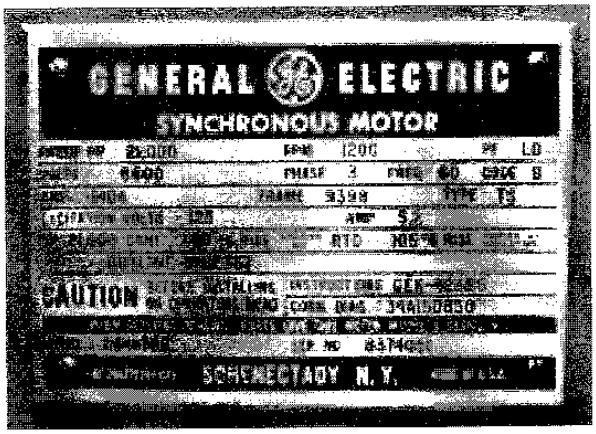


Figura 6-21
Placa de características típica de un motor sincrónico grande (*cortesía de General Electric Company*).

La velocidad de un motor sincrónico es constante desde vacío hasta la máxima carga posible sobre el motor. La velocidad de rotación es

$$n_m = n_{\text{sinc}} = \frac{120 f_e}{P}$$

La máxima potencia posible que puede producir una máquina es

$$P_{\text{máx.}} = \frac{3V_\phi E_A}{X_S} \tag{5-21}$$

Si se excede este valor, el rotor no estará en capacidad de permanecer ligado con los campos magnéticos del estator, y el motor *deslizará los polos.*

Si la corriente de campo de un motor sincrónico varía mientras permanece constante su carga al eje, la potencia reactiva suministrada o consumida por el motor variará. Si $E_A \cos \delta > V_\phi$, el motor suministrará potencia reactiva, mientras que si $E_A \cos \delta < V_\phi$, el motor consumirá potencia reactiva.

Un motor sincrónico no tiene par de arranque neto y por tanto no puede arrancar por sí solo. Existen tres técnicas para arrancar un motor sincrónico:

1. Reducir la frecuencia del estator a un nivel de arranque seguro.
2. Utilizar un motor primario externo.
3. Disponer devanados de amortiguación o atenuación en el motor para acelerarlo hasta una velocidad cercana a la de sincronismo antes de aplicar una corriente dc a los devanados de campo.

Si en el motor hay devanados de amortiguación, éstos incrementarán también la estabilidad del motor durante transitorios de carga.

PREGUNTAS Y TEMAS DE ANÁLISIS

6-1 ¿Cuál es la diferencia entre un motor sincrónico y un generador sincrónico?

6-2 ¿En qué consiste la regulación de velocidad en un motor sincrónico?

6-3 ¿Cuándo podría utilizarse un motor sincrónico aunque no se requiera su característica de velocidad constante?

6-4 ¿Por qué no puede arrancar por sí solo un motor sincrónico?

6-5 ¿Qué técnicas pueden emplearse para arrancar un motor sincrónico?

6-6 ¿Qué son devanados de amortiguación? ¿Por qué el par producido por ellos es unidireccional en el arranque, mientras que el par producido por el devanado principal del campo origina un par que alterna su dirección?

6-7 ¿Qué es un capacitor sincrónico? ¿Para qué se utiliza?

6-8 Explique mediante diagramas fasoriales qué ocurre a un motor sincrónico cuando varía su corriente de campo. Del diagrama fasorial derive la curva en V de un motor sincrónico.

6-9 ¿Cuándo existe más riesgo de sobrecalentamiento para el circuito de campo: operando a factor de potencia en adelanto o en atraso? Explique la respuesta utilizando diagramas fasoriales.

6-10 Un motor sincrónico está operando a una carga real fija y su corriente de campo aumenta. Si la corriente del inducido cae, ¿estaba el motor operando inicialmente a factor de potencia en atraso o en adelanto?

6-11 ¿Por qué se debe reducir el voltaje aplicado a un motor sincrónico para operar a frecuencias más bajas que la nominal?

EJERCICIOS

6-1 Un motor sincrónico de 480 V, 60 Hz y seis polos, toma 80 A de la línea a factor de potencia uno y plena carga. Si el motor no tiene pérdidas, responda las siguientes preguntas:

a) ¿Cuál es el par de salida de este motor? Exprese la respuesta en newton-metro y en libras-pie.

b) ¿Qué debe hacerse para cambiar el factor de potencia a 0.8 en adelanto? Explique su respuesta utilizando diagramas fasoriales.

c) ¿Cuál será la magnitud de la corriente de línea, si se ajusta el factor de potencia a 0.8 en adelanto?

6-2 Un motor sincrónico de 480 V, 60 Hz, 400 hp, factor de potencia 0.8 en adelanto, ocho polos, conectado en Δ, tiene una reactancia sincrónica de 1.0 Ω. La resistencia del inducido es despreciable. No tenga en cuenta el rozamiento ni el rozamiento con el aire, así como las pérdidas en el núcleo para los efectos de este ejercicio.

a) Si este motor está suministrando inicialmente 400 hp a factor de potencia 0.8 en atraso, ¿cuáles son las magnitudes y los ángulos de $\mathbf{E}_A$ e $\mathbf{I}_A$?

b) ¿Cuánto par está produciendo el motor? ¿Cuál es el ángulo δ del par? ¿Qué tan cerca está este valor del máximo par inducido posible del motor para este ajuste de corriente de campo?

c) Si $|\mathbf{E}_A|$ aumenta en 15%, ¿cuál es la nueva magnitud de la corriente del inducido? ¿Cuál es el nuevo factor de potencia del motor?

d) Calcule y dibuje la curva en V del motor, para esta condición de carga.

6-3 Un motor sincrónico de 2300 V, 2000 hp, factor de potencia 0.8 en adelanto, 60 Hz, dos polos, conectado en Y, tiene una reactancia sincrónica de 1.5 Ω y una resistencia del inducido de 0.2 Ω. A 60 Hz sus pérdidas por fricción propia y por rozamiento con el aire son 50 kW, y sus pérdidas en el núcleo son 40 kW. El circuito de campo tiene un voltaje dc de 200 V y la máxima corriente I_F es 10 A. La característica de circuito abierto de este motor se muestra en la figura P6-1. Responda las siguientes preguntas referentes a este motor, suponiendo que está alimentado por un barraje infinito.

a) ¿Cuánta corriente de campo se requerirá para que esta máquina opere con factor de potencia unitario cuando suministra su plena carga?

b) ¿Cuál es la eficiencia del motor a plena carga y factor de potencia unitario?

c) Si la corriente de campo aumenta 5%, ¿cuál sería el nuevo valor de la corriente del inducido? ¿Cuál sería el nuevo factor de potencia? ¿Cuánta potencia reactiva está consumiendo o suministrando el motor?

d) En teoría ¿cuál es el par máximo que esta máquina es capaz de suministrar a factor de potencia unitario? ¿A factor de potencia 0.8 en adelanto?

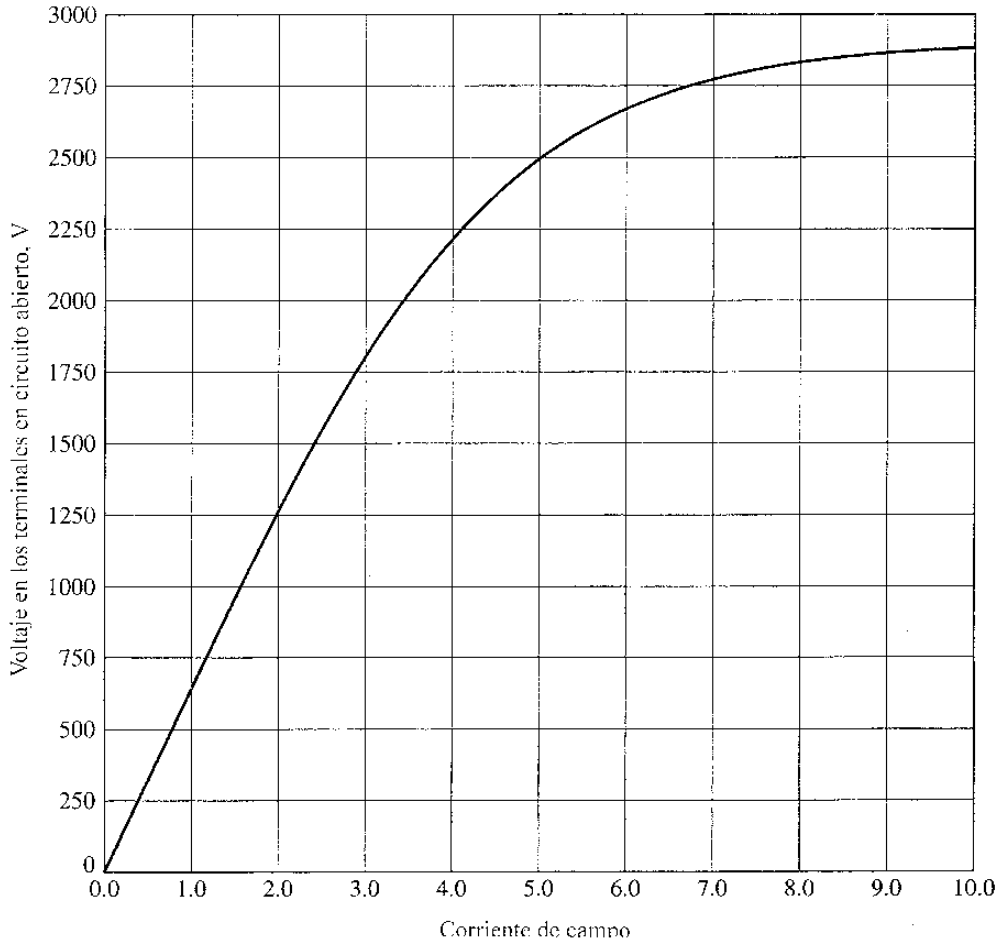


Figura P6-1
características de circuito abierto para el motor de los ejercicios 6-3 y 6-4.

6-4 Dibuje las curvas en V (I_A contra I_f) en condiciones de vacío, media carga y plena carga para el motor sincrónico del ejercicio 6-3 (una versión electrónica de las características de circuito abierto, figura P6-1 disponible en el sitio del libro en la Red, puede simplificar el cálculo requerido en este ejercicio. Usted también, puede suponer que R_A es despreciable para este cálculo).

6-5 Si un motor sincrónico de 60 Hz se va a operar a 50 Hz, su reactancia sincrónica ¿será igual a 60 Hz o cambiará? (Sugerencia: piense en la deducción de X_S.)

6-6 Un motor sincrónico de 480 V, 100 kW, factor de potencia 0.85 en adelanto, 50 Hz, seis polos, conectado en Y, tiene una reactancia sincrónica de 1.5 Ω. La resistencia del inducido, es despreciable. Las pérdidas rotacionales también son ignoradas. Este motor va a operar en un rango continuo de velocidades de 300 a 1000 r/min; los cambios de velocidad se llevarán a cabo mediante control de la frecuencia del sistema con un controlador de estado sólido.

a) ¿Sobre qué rango debe variarse la frecuencia de entrada para lograr este rango de control de velocidad?

b) ¿Cuál es el valor de E_A en las condiciones nominales del motor?

c) ¿Cuál es la máxima potencia que puede producir el motor a velocidad nominal con el E_A calculado en el literal *b)*?

d) ¿Cuál podría ser el mayor valor de E_A a 300 r/min?

e) Si que el voltaje aplicado V_ϕ se reduce en igual cantidad que E_A, ¿cuál es la máxima potencia que puede suministrar el motor a 300 r/min?

f) ¿Cómo se relacionan la capacidad en potencia con la velocidad en el motor sincrónico?

6-7 Un motor sincrónico de 208 V, conectado en Y está tomando 50 A a factor de potencia unitaria de un sistema de potencia de 208 V. Si la corriente de campo que fluye en estas condiciones es 2.7 A, la reactancia sincrónica es 0.8 Ω y la característica lineal es de circuito abierto:

a) Encuentre el ángulo del par δ.

b) ¿Cuánta corriente de campo se requerirá para que el motor opere a un factor de potencia de 0.78 en adelanto?

c) ¿Cuál es el nuevo ángulo del par en el literal *b)*?

6-8 Una máquina sincrónica tiene una reactancia sincrónica de 2.0 Ω por fase y la resistencia del inducido es 0.4 Ω por fase. Si $\mathbf{E}_A = 460\angle -8°$ V y $\mathbf{V}_\phi = 480\angle 0°$ V, ¿es esta máquina un motor o un generador? ¿Cuánta potencia P está consumiendo la máquina del sistema que la alimenta o cuánta potencia está suministrando a éste? ¿Cuánta potencia reactiva Q está consumiendo la máquina del sistema que la alimenta o cuánta potencia reactiva Q está suministrando a éste?

6-9 La figura P6-2 muestra un diagrama fasorial de un motor sincrónico que opera a factor de potencia en adelanto, sin considerar R_A. Para este motor, el ángulo del par está dado por

$$\tan \delta = \frac{X_S I_A \cos \theta}{V_\phi + X_S I_A \operatorname{sen} \theta}$$

$$\delta = \tan^{-1}\left(\frac{X_S I_A \cos \theta}{V_\phi + X_S I_A \operatorname{sen} \theta}\right)$$

Desarrolle una ecuación para el ángulo de par del motor sincrónico *si se incluye la resistencia del inducido.*

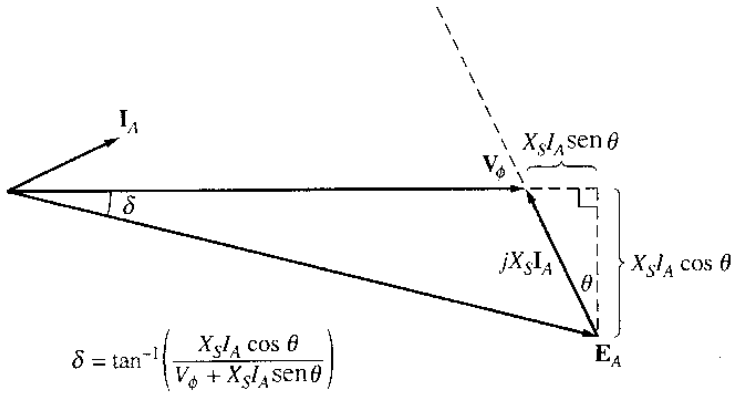


Figura P6-2
Diagrama fasorial de un motor con factor de potencia en adelanto.

6-10 Un generador sincrónico de 480 V, 375 kVA, factor de potencia 0.8 en atraso, conectado en Y, tiene una reactancia sincrónica de 0.4 Ω. La resistencia del inducido es despreciable. Este generador está suministrando potencia a un motor sincrónico de 480 V, 80 kW, factor de potencia 0.8 en adelanto, conectado en Y, con una reactancia sincrónica de 1.1 Ω. La resistencia del inducido es despreciable. El generador sincrónico se ajusta para que el voltaje de los terminales sea 480 V cuando el motor está tomando potencia nominal a factor de potencia unitario.

a) Calcule las magnitudes y los ángulos de $\mathbf{E}_A$ para las dos máquinas.

b) Si se aumenta el flujo del motor en 10%, ¿qué ocurre al voltaje en los terminales del sistema de potencia? ¿Cuál es su nuevo valor?

c) ¿Cuál es el factor de potencia del motor después de aumentar el flujo?

6-11 Un motor sincrónico de 2300 V, 400 hp, 60 Hz, ocho polos, conectado en Y, tiene un factor de potencia nominal de 0.85 en adelanto. A plena carga, la eficiencia es 85%. La resistencia del inducido es 0.4 Ω y la reactancia sincrónica es 4.4 Ω. Encuentre las siguientes magnitudes para esta máquina cuando está operando a plena carga:

a) Par de salida

b) Potencia de entrada

c) n_m

d) $\mathbf{E}_A$

e) $|\boldsymbol{I}_A|$

f) P_{conv}

g) $P_{\text{pérd. mec.}} + P_{\text{pérd. núcleo}} + P_{\text{pérd. dispersa}}$

6-12 El motor sincrónico conectado en Y cuya placa de características se muestra en la figura 6-21 tiene una reactancia sincrónica por unidad de 0.6 y una resistencia por unidad de 0.02.

a) ¿Cuál es la potencia nominal de entrada de este motor?

b) ¿Cuál es la magnitud de $\mathbf{E}_A$ en condiciones nominales?

c) Si la potencia de entrada de este motor es 10 MW, ¿cuál es la máxima potencia reactiva que puede suministrar simultáneamente el motor? ¿Es la corriente del inducido o la corriente del campo la que limita la potencia reactiva de salida?

d) ¿Cuánta potencia consume el circuito de campo en condiciones nominales?
e) ¿Cuál es la eficiencia del motor a plena carga?
f) ¿Cuál es el par de salida del motor en condiciones nominales? Exprese la respuesta en newton-metros y en libras-pie.

6-13 Un motor sincrónico de 440 V, trifásico, conectado en Y, tiene una reactancia sincrónica de 1.5 Ω por fase. La corriente de campo ha sido ajustada de modo que el ángulo del par δ es 28° cuando la potencia suministrada por el generador es 90 kW.
a) ¿Cuál es la magnitud del voltaje interno E_A generado en esta máquina?
b) ¿Cuáles son la magnitud y el ángulo de la corriente del inducido en la máquina? ¿Cuál es el factor de potencia del motor?
c) Si la corriente de campo permanece constante, ¿cuál es la potencia máxima absoluta que podría suministrar este motor?

6-14 Un motor sincrónico de 460 V, 200 kVA, factor de potencia 0.85 en adelanto, 400 Hz, ocho polos, conectado en Y, tiene reactancia sincrónica de 0.5 por unidad. La resistencia del inducido es despreciable. Ignore todas las pérdidas.
a) ¿Cuál es la velocidad de rotación de este motor?
b) ¿Cuál es el par de salida de este motor en condiciones nominales?
c) ¿Cuál es el voltaje interno generado de este motor en condiciones nominales?
d) Si la corriente de campo se mantiene en el valor presente en el motor, en las condiciones del literal *c*), ¿cuál es la máxima potencia de salida posible de la máquina?

6-15 Un motor sincrónico de 100 hp, 440 V, factor de potencia 0.8 en adelanto, conectado en Δ, tiene una resistencia del inducido de 0.22 Ω y reactancia sincrónica de 3.0 Ω. Su eficiencia a plena carga es 89%.
a) ¿Cuál es la potencia de entrada al motor en condiciones nominales?
b) ¿Cuál es la corriente de línea del motor en condiciones nominales? ¿Cuál es la corriente de fase del motor en condiciones nominales?
c) ¿Cuál es la potencia reactiva consumida o suministrada por el motor en condiciones nominales?
d) ¿Cuál es el voltaje interno generado $\mathbf{E}_A$ de este motor, en condiciones nominales?
e) ¿Cuáles son las pérdidas en el cobre del estator del motor en condiciones nominales?
f) ¿Cuál es el valor de P_{conv} en condiciones nominales?
g) Si E_A disminuye en 10%, ¿cuánta potencia reactiva será consumida o suministrada por el motor?

6-16 Responda las siguientes preguntas referentes a la máquina del ejercicio 6-15.
a) Si $\mathbf{E}_A = 430\angle 13.5°$ V y $\mathbf{V}_\phi = 440\angle 0°$ V, ¿está consumiendo potencia real del sistema de potencia o suministrándole potencia real? ¿Está consumiendo potencia reactiva del sistema de potencia o suministrándola a éste?
b) Calcule la potencia real P y la potencia reactiva Q suministrada o consumida por la máquina en las condiciones del literal *a*). ¿Está operando la máquina dentro de sus valores nominales en estas circunstancias?
c) Si $\mathbf{E}_A = 470\angle -12°$ V y $\mathbf{V}_\phi = 440\angle 0°$ V, ¿está consumiendo potencia real esta máquina o suministrándola al sistema de potencia? ¿Está consumiendo potencia reactiva del sistema o suministrándola al sistema de potencia?
d) Calcule las potencias real P y reactiva Q suministradas o consumidas por esta máquina, en las condiciones del literal *c*). ¿Está operando esta máquina dentro de sus valores nominales en estas circunstancias?

REFERENCIAS

1. Chaston, A. N. *Electric Machinery.* Reston, Va.: Reston Publishing, 1986.
2. Del Toro, V. *Electric Machines and Power Systems.* Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1985
3. Fitzgerald, A. E., and C. Kingsley, Jr. *Electric Machinery.* New York: McGraw-Hill, 1952.
4. Fitzgerald, A. E., C. Kingsley, Jr. , and S. D. Umans. *Electric Machinery,* 5 th ed. New York: McGraw-Hill, 1990.
5. Kosow, Irwing L. *Control of Electric Motors.* Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall, 1972.
6. Liwschitz-Garik, Michael, and Clyde Whipple. *Alternating-Current Machinery.* Princeton, N. J.: Van Nostrand, 1961.
7. Nasar, Syed A. (ed.). *Handbook of Electric Machines.* New York: McGraw-Hill, 1987.
8. Slemon, G. R., and A. Straughen. *Electric Machines.* Reading, Mass.: Addison-Wesley, 1980.
9. Vithayathil, Joseph. *Power Electronics: Principles and Applications.* New York: McGraw-Hill, 1995.
10. Werninck, E. H. (ed.). *Electric Motor Handbook.* London: McGraw-Hill, 1978.

CAPÍTULO 7

MOTORES DE INDUCCIÓN

En el capítulo pasado se estudió cómo los devanados de amortiguación de un motor sincrónico podían desarrollar un par de arranque sin necesidad de suministrarles una corriente de campo externa. En efecto, los devanados de amortiguación trabajan tan bien que un motor podría ser construido sin el circuito principal de campo dc del motor sincrónico completo. Una máquina que sólo tiene los devanados de amortiguación es llamada *máquina de inducción* porque el voltaje del rotor (que produce la corriente y el campo magnético del rotor) es *inducido* en los devanados del rotor en lugar de estar físicamente conectado a través de alambres. La característica distintiva de un motor de inducción es que *no se requiere corriente de campo dc* para operar la máquina.

Aunque se puede utilizar una máquina de inducción como motor o como generador, tiene muchas desventajas como generador y, por tanto, pocas veces se utiliza como tal. Por esta razón, las máquinas de inducción se refieren a los motores de inducción.

7-1 CONSTRUCCIÓN DEL MOTOR DE INDUCCIÓN

Un motor de inducción tiene físicamente el mismo estator que una máquina sincrónica, pero la construcción del rotor es diferente. Un estator típico de dos polos se muestra en la figura 7-1. Parece (y es) igual al estator de una máquina sincrónica. Hay dos tipos diferentes de rotores que pueden disponerse dentro del estator del motor de inducción. Uno de ellos se llama *rotor de jaula de ardilla* o simplemente rotor de jaula, mientras que el otro es llamado *rotor devanado.*

Las figuras 7-2 y 7-3 muestran rotores de motor de inducción, del tipo *jaula de ardilla.* Un rotor de esta clase consiste en una serie de barras conductoras dispuestas entre ranuras labradas en la cara del rotor y cortocircuitadas en cada extremo por *anillos de cortocircuitado.* Este diseño hace referencia a un rotor de jaula de ardilla debido a que los conductores examinados en sí mismos se parecerían a los de las ruedas de ejercicio de las ardillas o los hamsters.

El otro tipo de rotor es el rotor devanado. Un *rotor devanado* tiene un grupo completo de devanados trifásicos que son las imágenes especulares de los devanados del estator. Las fases de los devanados del rotor están conectadas usualmente en Y, y los extremos de los tres alambres del rotor están unidos a anillos rozantes dispuestos sobre el eje del rotor. Los devanados del rotor

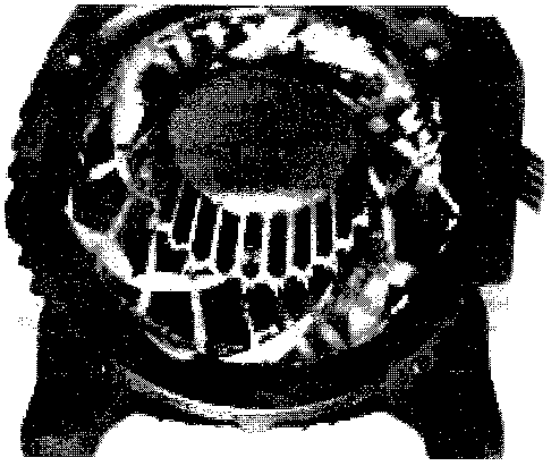


Figura 7-1
Estator de un motor de inducción típico, que muestra sus devanados (*cortesía de MagneTek, Inc.*).

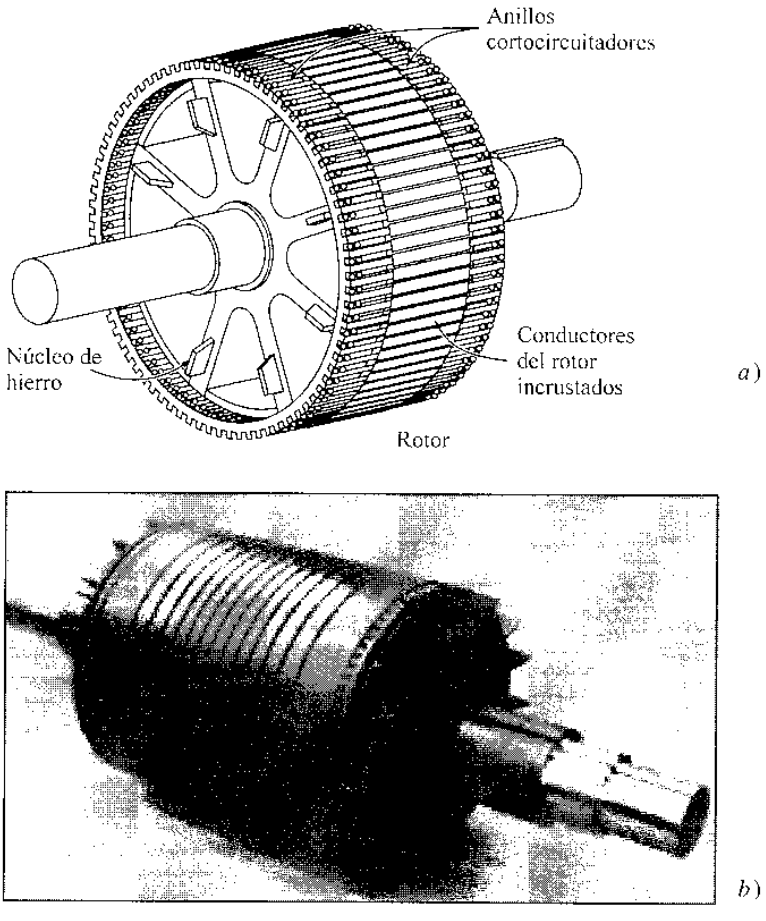
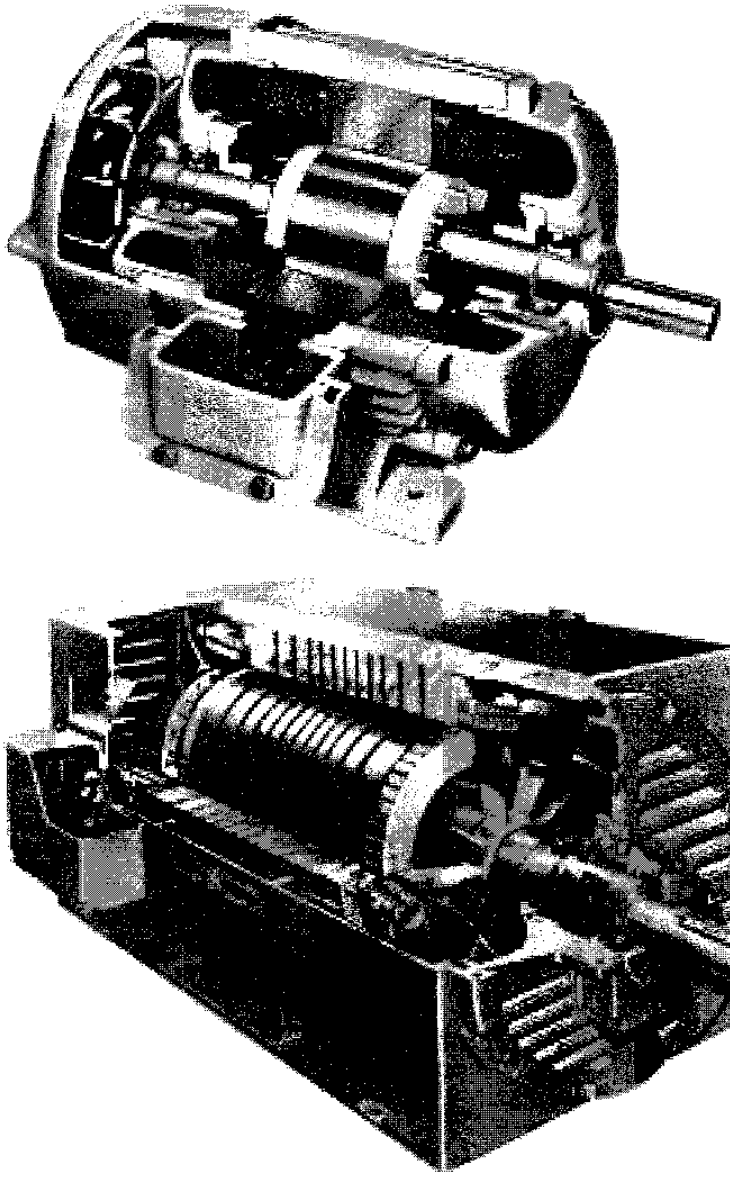


Figura 7-2
a) Dibujo de un rotor de jaula de ardilla. *b*) Rotor típico de jaula de ardilla (*cortesía de General Electric Company*).

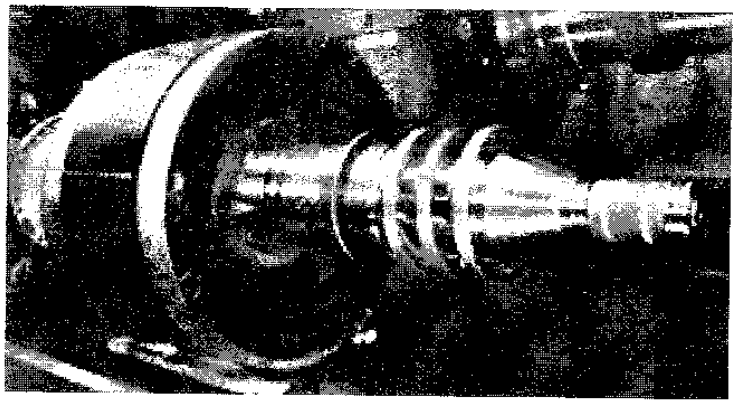


a)

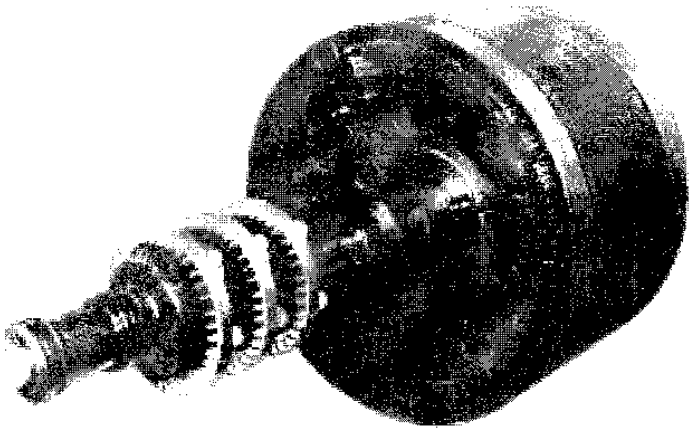
b)

Figura 7-3
a) Diagrama de corte de un motor de inducción pequeño, de jaula de ardilla típico (*cortesía de MagneTek, Inc.*) *b)* Diagrama de corte de un motor de inducción, grande, de jaula de ardilla típico (*cortesía de General Electric Company.*)

están cortocircuitados a través de escobillas montadas en los anillos rozantes. En los motores de inducción de rotor devanado, sus corrientes rotóricas son accesibles en las escobillas del estator, donde pueden ser examinadas y donde se puede insertar resistencia extra al circuito del rotor. Es posible obtener ventaja de este hecho para modificar la característica par–velocidad del motor. En la figura 7-4 se muestran dos rotores devanados; en la figura 7-5, un motor de inducción completo de rotor devanado.



a)



b)

Figura 7-4
Rotores devanados típicos, para motores de inducción. Nótense los anillos rozantes y las barras que conectan los devanados del rotor a los anillos rozantes (*cortesía de General Electric Company*).

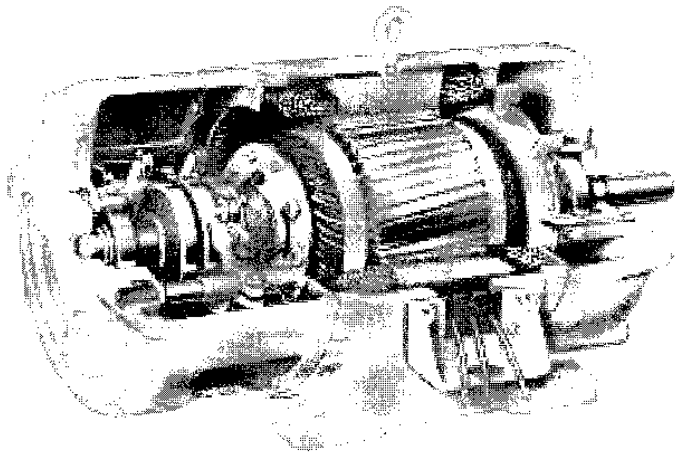


Figura 7-5
Diagrama de corte de un motor de inducción de rotor devanado. Nótense las escobillas y los anillos rozantes. Nótese también que los devanados del rotor son sesgados para eliminar armónicas de ranura (*cortesía de MagneTek, Inc.*).

Los motores de inducción de rotor devanado son más costosos que los de rotor de jaula de ardilla y requieren mucho más mantenimiento debido al desgaste asociado a sus escobillas y a sus anillos rozantes. Como resultado de ello, los motores de inducción de rotor devanado son poco utilizados.

7-2 CONCEPTOS BÁSICOS SOBRE MOTORES DE INDUCCIÓN

En esencia, la operación de los motores de inducción es igual a la de los devanados de amortiguación en los motores sincrónicos. En seguida se repasará la operación básica y se definirán algunos términos importantes de los motores de inducción.

Desarrollo del par inducido en un motor de inducción

La figura 7-6 muestra un motor de inducción de jaula de ardilla. Al aplicar al estator un conjunto trifásico de voltajes, un conjunto trifásico de corrientes estatóricas que producen un campo magnético $\mathbf{B}_S$ que rota en dirección contraria a las manecillas del reloj. La velocidad de rotación del campo magnético está dada por

$$n_{\text{sinc}} = \frac{120 f_e}{P} \tag{7-1}$$

donde f_e es la frecuencia del sistema, en hertz, y P es el número de polos de la máquina. Este campo magnético rotacional $\mathbf{B}_S$ pasa sobre las barras del rotor e induce voltaje en ellas.

El voltaje inducido en una barra determinada del rotor está dado por la ecuación

$$e_{\text{ind}} = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l} \tag{1-45}$$

donde $\mathbf{v}$ = velocidad de la barra, *relativa al campo magnético.*
$\mathbf{B}$ = vector de densidad de flujo magnético
$\mathbf{l}$ = longitud del conductor en el campo magnético

El movimiento *relativo* del rotor con respecto al campo magnético del estator produce voltaje inducido en una barra del rotor. La velocidad de las barras de la parte superior del rotor, con relación al campo magnético, tiende hacia la derecha de modo que el voltaje inducido en las barras superiores tiende hacia fuera de la página, mientras que el voltaje inducido en las barras inferiores tiende hacia dentro de la página. Esto origina un flujo de corriente hacia fuera en las barras superiores, y hacia dentro en las inferiores. Sin embargo, puesto que el conjunto del rotor es inductivo, la corriente pico del rotor queda en atraso con relación al voltaje pico del rotor (*véase* figura 7-6*b*). El flujo de corriente del rotor produce un campo magnético del rotor $\mathbf{B}_R$.

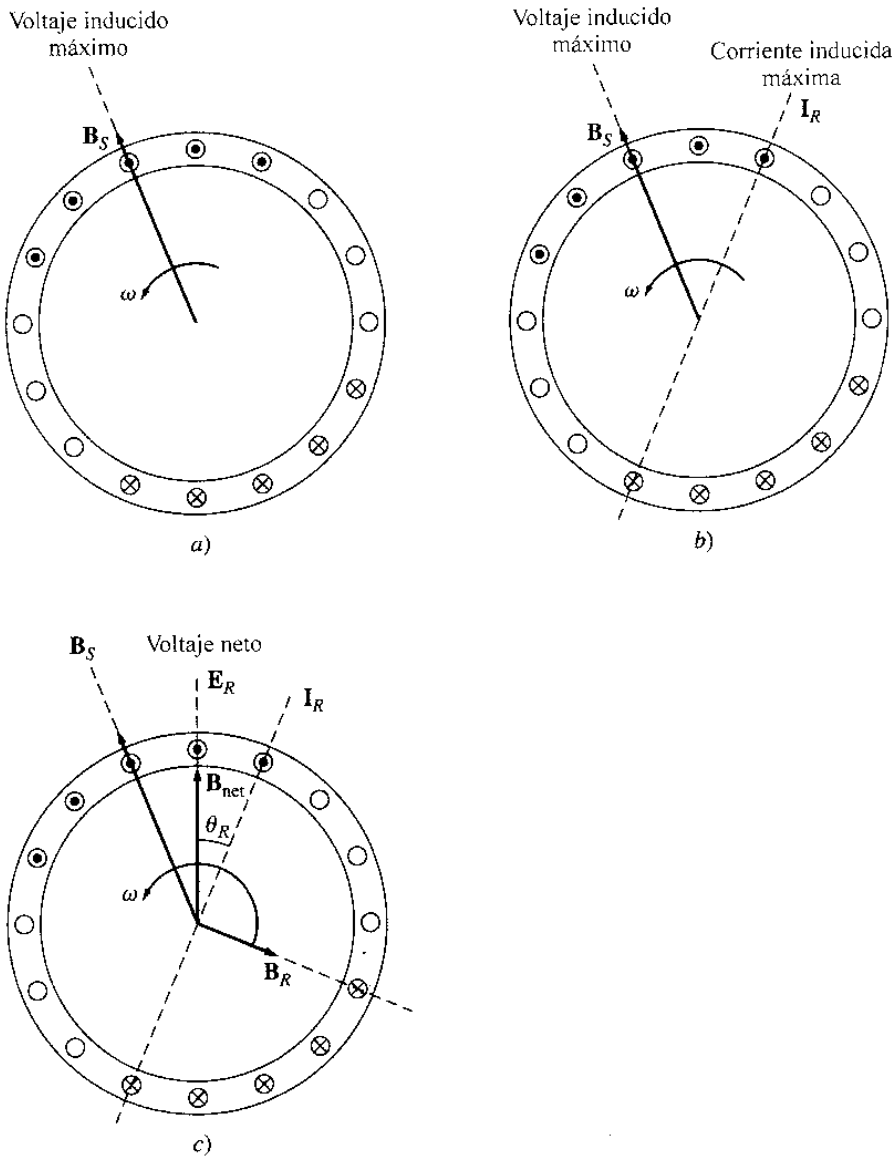


Figura 7-6
Desarrollo del par inducido en un motor de inducción. *a*) El campo rotacional del estator $\mathbf{B}_S$ induce voltaje en las barras del rotor; *b*) el voltaje del rotor produce un flujo de corriente en el rotor que atrasa el voltaje debido a la inductancia del mismo; *c*) la corriente del rotor produce un campo magnético en el rotor $\mathbf{B}_R$ que está a 90° detrás de ella, y $\mathbf{B}_R$ interactúa con $\mathbf{B}_{net}$ para producir en la máquina un par en sentido contrario a las manecillas del reloj.

Finalmente, puesto que el par inducido en la máquina está dado por

$$\tau_{ind} = k\mathbf{B}_R \times \mathbf{B}_S \tag{4-58}$$

la dirección del par resultante va en sentido contrario a las manecillas del reloj. Puesto que la dirección del par inducido en el rotor va en sentido contrario a las manecillas del reloj, el rotor se acelera en esa dirección.

Sin embargo, existe un límite superior finito para la velocidad del motor. Si el rotor del motor de inducción estuviera rotando a la *velocidad sincrónica,* las barras del rotor serían estacionarias *con respecto al campo magnético* y no habría voltaje inducido. Si e_{ind} fuera igual a 0, no habría corriente en el rotor ni tampoco campo magnético rotórico. Sin campo magnético rotórico, el par inducido sería cero y el rotor se frenaría como resultado de las pérdidas por rozamiento. En consecuencia, un motor de inducción puede acelerar hasta una velocidad cercana a la de sincronismo pero nunca puede alcanzarla par completo.

Nótese que en operación normal, *los campos magnéticos del rotor y el estator* $\mathbf{B}_R$ y $\mathbf{B}_S$ *rotan conjuntamente a velocidad sincrónica* n_{sinc}, *mientras que el rotor en sí gira a una velocidad menor.*

Concepto de deslizamiento del rotor

El voltaje inducido en una barra del rotor de un motor de inducción depende de la velocidad del rotor *con respecto a los campos magnéticos.* Puesto que el comportamiento de un motor de inducción depende del voltaje y la corriente del rotor, con frecuencia es más lógico hablar de su velocidad relativa. En general se utilizan dos términos para definir el movimiento relativo entre el rotor y los campos magnéticos. Uno de ellos es *la velocidad de deslizamiento*, definida como la diferencia entre la velocidad sincrónica y la velocidad del rotor:

$$\boxed{n_{des} = n_{sinc} - n_m} \tag{7-2}$$

donde n_{des} = velocidad de deslizamiento de la máquina
n_{sinc} = velocidad de los campos magnéticos
n_m = velocidad mecánica del eje del motor

El otro término utilizado para describir el movimiento relativo es el *deslizamiento*, el cual es la velocidad relativa expresada sobre una base en por unidad o en porcentaje. El deslizamiento está definido como

$$s = \frac{n_{des}}{n_{sinc}} (\times 100\%) \tag{7-3}$$

$$\boxed{s = \frac{n_{sinc} - n_m}{n_{sinc}} (\times 100\%)} \tag{7-4}$$

Esta ecuación también puede expresarse en términos de la velocidad angular ω (radianes por segundo) como

$$\boxed{s = \frac{\omega_{\text{sinc}} - \omega_m}{\omega_{\text{sinc}}} (\times 100\%)} \tag{7-5}$$

Nótese que si el rotor gira a la velocidad sincrónica, $s = 0$, mientras que si el rotor está estacionario, $s = 1$. Todas las velocidades normales de los motores caen dentro de estos dos límites.

Es posible expresar la velocidad mecánica del eje del rotor en términos de la velocidad sincrónica y el deslizamiento. Resolviendo las ecuaciones (7-4) y (7-5) para la velocidad mecánica se obtiene

$$\boxed{n_m = (1 - s)n_{\text{sinc}}} \tag{7-6}$$

o

$$\boxed{\omega_m = (1 - s)\omega_{\text{sinc}}} \tag{7-7}$$

Estas ecuaciones son útiles en la deducción del par del motor de inducción y en las relaciones de potencia.

Frecuencia eléctrica en el rotor

Un motor de inducción trabaja induciendo tensiones y corrientes en el rotor de la máquina; por esa razón, a veces se le llama *transformador rotante.* Como transformador, el primario (estator) induce un voltaje en el secundario (rotor) pero, *a diferencia del transformador,* la frecuencia secundaria no es necesariamente la misma que la frecuencia primaria.

Si el rotor de un motor está bloqueado tal que no puede moverse, el rotor tendrá la misma frecuencia que el estator. Por el contrario, si el rotor gira a velocidad sincrónica, la frecuencia en el rotor será cero. ¿Cuál será la frecuencia del rotor a una velocidad arbitraria de rotación?

A $n_m = 0$ r/min, la frecuencia del rotor es $f_r = f_e$, y el deslizamiento $s = 1$. A $n_m = n_{\text{sinc}}$, la frecuencia del rotor es $f_r = 0$ Hz y el deslizamiento es $s = 0$. Para cualquier velocidad intermedia, la frecuencia del rotor es directamente proporcional a la *diferencia* entre la velocidad del campo magnético n_{sinc} y la velocidad del rotor n_m. Puesto que el deslizamiento del rotor está definido como

$$s = \frac{n_{\text{sinc}} - n_m}{n_{\text{sinc}}} \tag{7-4}$$

la frecuencia del rotor puede ser expresada como

$$\boxed{f_r = sf_e} \tag{7-8}$$

Existen varias formas alternativas útiles de esta expresión. Una de las expresiones más comunes se obtiene sustituyendo la ecuación (7-4) del deslizamiento en la ecuación (7-8) y sustituyendo luego por n_{sinc} en el denominador de la expresión

$$f_r = \frac{n_{\text{sinc}} - n_m}{n_{\text{sinc}}} f_e$$

pero, $n_{sinc} = 120 f_e/P$ [de la ecuación (7-1)] tal que

$$f_r = (n_{sinc} - n_m)\frac{P}{120 f_e} f_e$$

Entonces

$$\boxed{f_r = \frac{P}{120}(n_{sinc} - n_m)} \tag{7-9}$$

Ejemplo 7-1 Un motor de inducción de 208V, 10 hp, cuatro polos, 60 Hz conectado en Y, tiene un deslizamiento de 5% a plena carga.

a) ¿Cuál es la velocidad sincrónica de este motor?
b) ¿Cuál es la velocidad del rotor de este motor, con carga nominal?
c) ¿Cuál es la frecuencia del rotor de este motor, con carga nominal?
d) ¿Cuál es el par al eje de este motor, con carga nominal?

Solución

a) La velocidad sincrónica del motor es

$$n_{sinc} = \frac{120 f_e}{P} \tag{7-1}$$
$$= \frac{120(60\text{ Hz})}{4\text{ polos}} = 1800\text{ r/min}$$

b) La velocidad del rotor del motor está dada por

$$n_m = (1 - s)n_{sinc} \tag{7-6}$$
$$= (1 - 0.95)(1800\text{ r/min}) = 1710\text{ r/min}$$

c) La frecuencia del rotor de este motor está dada por

$$f_r = sf_e = (0.05)(60\text{ Hz}) = 3\text{ Hz} \tag{7-8}$$

Alternativamente, la frecuencia se puede encontrar a partir de la ecuación (7-9):

$$f_r = \frac{P}{120}(n_{sinc} - n_m) \tag{7-9}$$
$$= \frac{4}{120}(1800\text{ r/min} - 1710\text{ r/min}) = 3\text{ Hz}$$

d) El par de carga aplicado al eje está dado por

$$\tau_{\text{carga}} = \frac{P_{\text{out}}}{\omega_m}$$
$$= \frac{(10 \text{ hp})(746 \text{ W/hp})}{(1710 \text{ r/min})(2\pi \text{ rad/r})(1 \text{ min/60 s})} = 41.7 \text{ N} \cdot \text{m}$$

El par de carga aplicado al eje en unidades inglesas está dado por la ecuación (1-17):

$$\tau_{\text{carga}} = \frac{5252P}{n}$$

donde τ está en libras-pie, P está en caballos de fuerza y n_m está en revoluciones por minuto. Entonces

$$\tau_{\text{carga}} = \frac{5252(10 \text{ hp})}{1710 \text{ r/min}} = 30.7 \text{ libra·pie}$$

7-3 CIRCUITO EQUIVALENTE DE UN MOTOR DE INDUCCIÓN

Para operar, un motor de inducción depende de la inducción de voltajes y corrientes en su circuito rotor desde el circuito del estator (acción transformadora). Debido a que la inducción de voltajes y corrientes en el circuito del rotor de un motor de inducción es en esencia una operación de transformación, el circuito equivalente de un motor de inducción se produce de forma muy similar al circuito equivalente de un transformador. Un motor de inducción es llamado *máquina de excitación única* (a diferencia de la máquina sincrónica de *excitación doble*) puesto que la potencia es suministrada sólo al circuito del estator. Dado que un motor de inducción no tiene circuito de campo independiente, su modelo no contendrá una fuente de voltaje interno como el voltaje interno generado $\mathbf{E}_A$ en una máquina sincrónica.

Es posible deducir un circuito equivalente de un motor de inducción a partir del conocimiento de los transformadores y de cuanto ya sabemos sobre la variación de la frecuencia del rotor con la velocidad en los motores de inducción. El modelo del motor de inducción será desarrollado comenzando por el modelo del transformador del capítulo 2 y decidiendo luego cómo tener en cuenta la frecuencia variable del rotor y otros efectos similares en los motores de inducción.

El modelo transformador de un motor de inducción

La figura 7-7 muestra un circuito equivalente transformador, por fase, el cual representa la operación de un motor de inducción. Como en cualquier transformador existe cierta resistencia y

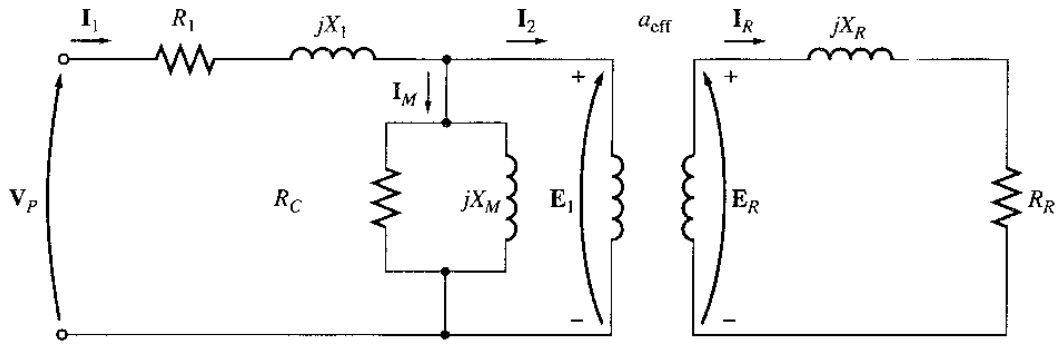


Figura 7-7
Modelo transformador de un motor de inducción con el rotor y el estator conectados por un transformador ideal de relación de vueltas a_{eff}.

autoinductancia en los devanados primarios (del estator), las cuales deben ser representadas en el circuito equivalente de la máquina. La resistencia del estator se llamará R_1 y la reactancia de dispersión será llamada X_1. Estas dos componentes aparecen justo a la entrada en el modelo de la máquina.

Así mismo, como cualquier transformador con núcleo de hierro, el flujo en la máquina está relacionado con la integral del voltaje aplicado $\mathbf{E}_1$. La curva de la fuerza magnetomotriz contra el flujo (curva de magnetización) para esta máquina es comparada a la curva similar para un transformador de potencia, en la figura 7-8. Nótese que la pendiente de la curva fuerza magnetomotriz-flujo del motor de inducción es mucho menos pronunciada que la curva de un buen transformador. Esto se debe a la existencia de un entrehierro en el motor de inducción, el cual aumenta grandemente la reactancia del camino del flujo y reduce, por tanto, el acoplamiento entre los devanados primario y secundario. Una mayor reluctancia ocasionada por el entrehierro significa que se requiere más alta corriente de magnetización para obtener un nivel de flujo dado. Entonces, la reactancia de magnetización X_M en el circuito equivalente tendrá mucho menor valor (o la susceptancia B_M tendrá mucho mayor valor) que en un transformador normal.

El voltaje primario interno del estator $\mathbf{E}_1$ está acoplado al secundario $\mathbf{E}_R$ por un transformador ideal con relación efectiva de vueltas a_{eff}. La relación efectiva de vueltas a_{eff} es fácil de determinar en un motor de rotor devanado –es básicamente la relación entre los conductores por fase del estator y los conductores por fase del rotor, modificada por las diferencias dadas por los factores de paso y de distribución*. En el caso de un motor de rotor de jaula de ardilla, es un tanto difícil ver con claridad a_{eff} debido a que no hay devanados distintos en este rotor. En todo caso, *hay* una relación efectiva de vueltas para el motor.

* *N del T.* El autor dedica su atención a los factores de paso y de distribución en el apéndice B.

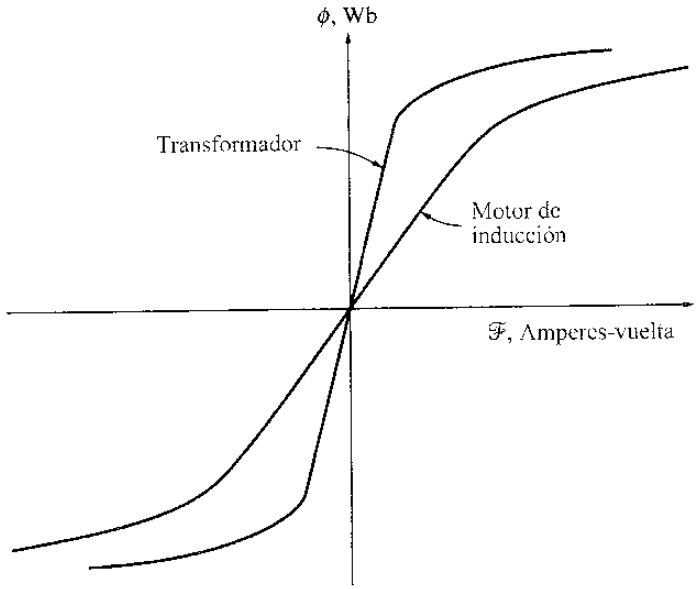


Figura 7-8
Curva de magnetización de un motor de inducción comparada con la de un transformador.

El voltaje $\mathbf{E}_R$ producido en el rotor ocasiona a su vez un flujo de corriente en el circuito rotor cortocircuitado (o secundario) de la máquina.

Las impedancias primarias y la corriente de magnetización del motor de inducción son muy similares a las componentes correspondientes en el circuito equivalente del transformador. Un circuito equivalente del motor de inducción difiere de un circuito equivalente del transformador en los efectos de variación de la frecuencia del rotor sobre el voltaje del rotor $\mathbf{E}_R$ y en las impedancias del rotor R_R y jX_R.

Circuito modelo del rotor

En un motor de inducción, cuando se aplica voltaje a las bobinas del estator, se induce un voltaje en los devanados del rotor de la máquina. En general, *cuanto mayor sea el movimiento relativo entre los campos magnéticos del rotor y del estator, mayor será el voltaje resultante en el rotor y la frecuencia del rotor.* El mayor movimiento relativo ocurre cuando el rotor se encuentra estacionario, condición llamada de *rotor detenido* o *rotor bloqueado, de modo* que en esta condición se inducen el máximo voltaje y la máxima frecuencia del rotor. El mínimo voltaje (0 V) y la mínima frecuencia (0 Hz) ocurren cuando el motor se mueve con la misma velocidad que el campo magnético del estator, caso en que no hay movimiento relativo. La magnitud y frecuencia del voltaje inducido en el rotor a cualquier velocidad entre estos extremos es *directamente proporcional al deslizamiento del rotor.* Entonces, si la magnitud del voltaje inducido del rotor en condiciones de rotor bloqueado se llama E_{R0}, la magnitud del voltaje inducido para cualquier deslizamiento estará dada por la ecuación

$$E_R = sE_{R_0} \tag{7-10}$$

y la frecuencia del voltaje inducido para cualquier valor de deslizamiento estará dada por la ecuación

$$f_r = sf_e \tag{7-8}$$

Este voltaje es inducido en un rotor que contiene tanto resistencia como reactancia. La resistencia del rotor R_R es constante (excepto por el efecto pelicular o superficial), independientemente del deslizamiento, mientras que la reactancia del rotor se afecta de manera más complicada por el deslizamiento.

La reactancia de un rotor de motor de inducción depende de la inductancia del rotor y de la frecuencia del voltaje y la corriente del rotor. Si la inductancia del rotor es L_R, la reactancia del rotor está dada por

$$X_R = \omega_r L_R = 2\pi f_r L_R$$

Por la ecuación (7-8), $f_r = sf_e$ tal que

$$\begin{aligned} X_R &= 2\pi s f_e L_R \\ &= s(2\pi f_e L_R) \\ &= sX_{R_0} \end{aligned} \tag{7-11}$$

donde X_{R_0} es la reactancia del rotor en estado bloqueado.

El circuito equivalente resultante del rotor se muestra en la figura 7-9. El flujo de corriente en el rotor se puede encontrar como

$$\mathbf{I}_R = \frac{\mathbf{E}_R}{R_R + jX_R}$$

$$\boxed{\mathbf{I}_R = \frac{\mathbf{E}_R}{R_R + jsX_{R_0}}} \tag{7-12}$$

o

$$\boxed{\mathbf{I}_R = \frac{\mathbf{E}_{R_0}}{R_R/s + jX_{R_0}}} \tag{7-13}$$

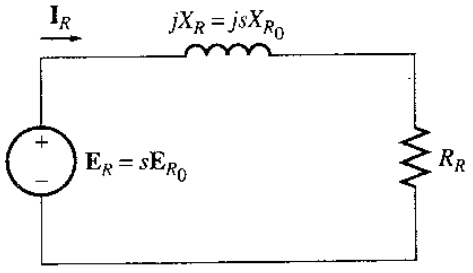


Figura 7-9
Circuito modelo del rotor de un motor de inducción.

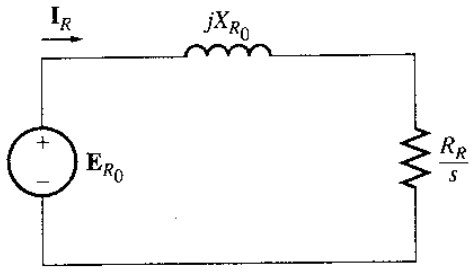


Figura 7-10
Circuito modelo del rotor con todos los efectos de frecuencia (deslizamiento) concentrados en la resistencia R_R.

Nótese, de la ecuación (7-13), que es posible tratar todos los efectos del rotor debidos a la variación de la velocidad rotórica como ocasionados por una *impedancia variable* alimentada con potencia desde una fuente de voltaje constante $\mathbf{E}_{R_0}$. La impedancia equivalente del rotor desde este punto de vista es

$$Z_{R,\text{eq}} = R_R/s + jX_{R_0} \tag{7-14}$$

y el circuito equivalente del rotor que utiliza esta convención se muestra en la figura 7-10. En el circuito equivalente de la figura 7-10, el voltaje del rotor es constante $\mathbf{E}_{R_0}$ V y la impedancia del rotor $Z_{R,\text{eq}}$ contiene todos los efectos de la variación del deslizamiento del rotor. Un dibujo del flujo de corriente en el rotor, como se dedujo en las ecuaciones (7-12) y (7-13), se muestra en la figura 7-11.

Nótese que para deslizamientos muy bajos, el término resistivo $R_R/s >> X_{R_0}$, tal que predomina la resistencia del rotor y la corriente rotórica, varía *linealmente* con el deslizamiento. En deslizamientos altos, X_{R_0} es mucho mayor que R_R/s, y la corriente del rotor se *aproxima al valor de estado estacionario* cuando el deslizamiento es muy grande.

Circuito equivalente final

Para producir el circuito equivalente por fase final de un motor de inducción, es necesario referir al lado del estator la parte del modelo correspondiente al rotor. El circuito modelo del rotor que será referido al lado del estator se muestra en la figura 7-10, el cual tiene todos los efectos de la variación de velocidad concentrados en el término de impedancia.

En un transformador normal los voltajes, las corrientes y las impedancias del lado secundario del aparato pueden ser referidas al lado primario mediante la relación de vueltas del transformador:

$$\mathbf{V}_P = \mathbf{V}'_S = a\mathbf{V}_S \tag{7-15}$$

$$\mathbf{I}_P = \mathbf{I}'_S = \frac{\mathbf{I}_S}{a} \tag{7-16}$$

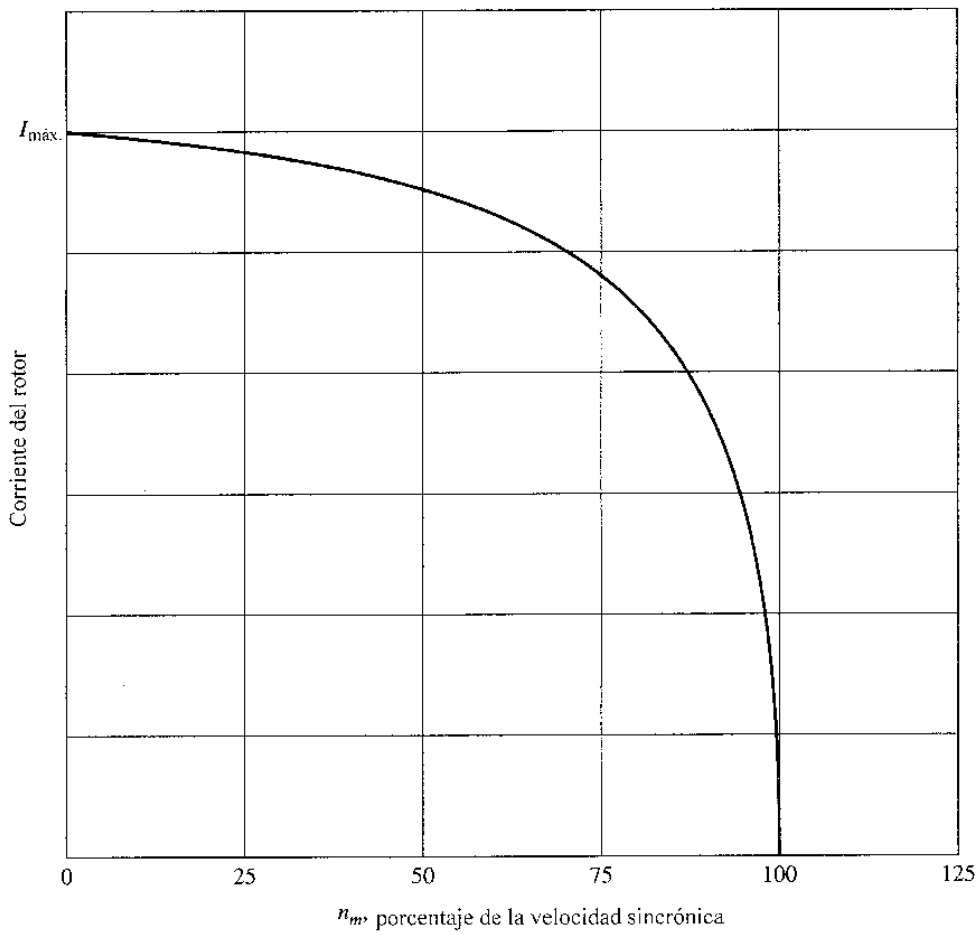


Figura 7-11
Corriente rotórica como función de la velocidad del rotor.

y

$$Z'_S = a^2 Z_S \tag{7-17}$$

donde el superíndice prima se aplica a los valores de voltaje, corriente e impedancia referidos.

Se puede hacer la misma clase de transformación para el circuito del rotor del motor de inducción. Si la relación efectiva de vueltas de un motor de inducción es a_{eff}, el voltaje transformado del rotor es

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{E}'_R = a_{\text{eff}} \mathbf{E}_{R_0} \tag{7-18}$$

la corriente rotórica es

$$\mathbf{I}_2 = \frac{\mathbf{I}_R}{a_{\text{eff}}} \tag{7-19}$$

y la impedancia rotórica es

$$Z_2 = a_{\text{eff}}^2 \left(\frac{R_R}{s} + jX_{R_0} \right) \tag{7-20}$$

Si definimos ahora

$$R_2 = a_{\text{eff}}^2 R_R \tag{7-21}$$

$$X_2 = a_{\text{eff}}^2 X_{R_0} \tag{7-22}$$

el circuito equivalente final por fase del motor de inducción corresponde al de la figura 7-12.

La resistencia rotórica R_R y la reactancia del rotor en estado bloqueado X_{R_0} son muy difíciles o imposibles de determinar de manera directa en los rotores de jaula de ardilla; así mismo, también es difícil obtener la relación de vueltas efectiva a_{eff} en los rotores de jaula de ardilla. Sin embargo, es posible hacer mediciones que darán directamente los *valores referidos de resistencia* R_2 *y de reactancia* X_2, aunque R_R, X_{R_0} y a_{eff} no se conozcan por separado. La sección 7.7 se dedicará a la medición de los parámetros del motor de inducción.

7-4 POTENCIA Y PAR EN LOS MOTORES DE INDUCCIÓN

Debido a que los motores de inducción son máquinas de excitación única, sus relaciones de potencia y par difieren bastante de las relaciones en las máquinas sincrónicas ya estudiadas. Esta sección repasa las relaciones de potencia y par en los motores de inducción.

Pérdidas y diagrama de flujo de potencia

Un motor de inducción se puede describir básicamente como un transformador rotante. Su entrada es un sistema trifásico de voltajes y corrientes. En un transformador normal, la salida es potencia eléctrica desde los devanados secundarios. Los devanados secundarios de un motor de inducción (el rotor) están cortocircuitados de tal forma que no existe salida eléctrica de los motores normales de inducción sino mecánica. La relación entre la potencia eléctrica de entrada y la potencia mecánica de salida de este motor se muestra en el diagrama de flujo de potencia de la figura 7-13.

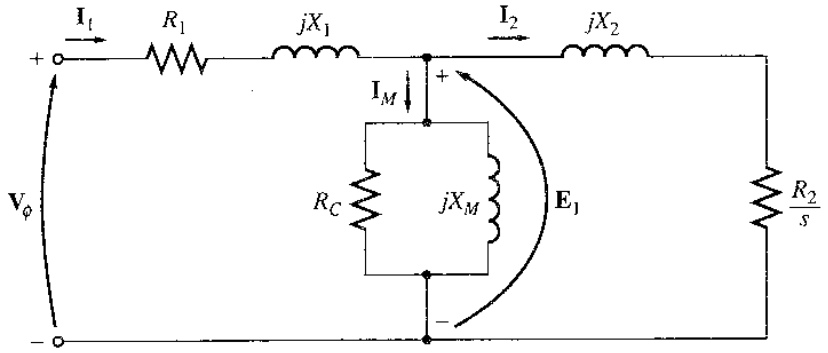


Figura 7-12
Circuito equivalente por fase en un motor de inducción.

La potencia de entrada al motor de inducción P_{in} se presenta en forma de voltajes y corrientes eléctricas trifásicas. Las primeras pérdidas encontradas en la máquina son I^2R en los devanados del estator (*pérdidas en el cobre del estator* P_{SCL}). Luego, alguna cantidad de potencia se pierde por histéresis y por corrientes parásitas en el estator ($P_{núcleo}$). La potencia remanente en este punto se transfiere al rotor de la máquina a través del entrehierro situado entre el rotor y el estator. Esta potencia es llamada *potencia en el entrehierro* P_{AG} de la máquina. Después que la potencia ha sido transferida al rotor, algo de ella se disipa como pérdidas I^2R (*pérdidas en el cobre del rotor* P_{RCL}) y la restante se convierte de potencia eléctrica en mecánica (P_{conv}).Por último, las pérdidas por rozamiento propio y por rozamiento con el aire ($P_{F\&W}$) y las pérdidas misceláneas P_{misc} se restan. La potencia restante es la de salida del motor P_{out}.

Las *pérdidas en el núcleo* no siempre aparecen en un diagrama de flujo de potencia en el punto mostrado en la figura 7-13. Debido a la naturaleza de las pérdidas en el núcleo, el lugar en el que sean tenidas en cuenta dentro de esta máquina es un tanto arbitrario. Las pérdidas en el núcleo de un motor de inducción corresponden en parte al circuito del estator y en parte al circuito del rotor. Puesto que un motor de inducción opera normalmente a una velocidad cercana a la velocidad sincrónica, el movimiento relativo de los campos magnéticos sobre la superficie del rotor es muy lento y las pérdidas en el núcleo del rotor son muy pequeñas comparadas con las pérdidas en el núcleo del estator. Puesto que la fracción más grande de las pérdidas en el núcleo proviene del circuito del estator, todas las pérdidas en el núcleo se agrupan en ese punto del diagrama. Estas pérdidas se representan en el circuito equivalente del motor de inducción por una resistencia R_C (o la conductancia G_C). Si las pérdidas en el núcleo están dadas por un número (X watts), en lugar de estar dadas como un elemento del circuito, se agrupan con frecuencia en conjunto con las pérdidas mecánicas y se restan en el punto del diagrama donde se localizan las pérdidas mecánicas.

Cuanto *mayor* sea la velocidad de un motor de inducción, *mayor* es su rozamiento propio y con el aire, así como mayores las pérdidas misceláneas. Por otra parte, cuanto *mayor* sea la velocidad del motor (hasta n_{sinc}), *menores* serán sus pérdidas en el núcleo. En consecuencia, a veces estas tres clases de pérdidas se agrupan y se denominan *pérdidas rotacionales*. Con frecuencia las pérdidas rotacionales completas de un motor se consideran constantes frente a la velocidad variable debido a que las pérdidas compuestas cambian en dirección opuesta al cambio de velocidad.

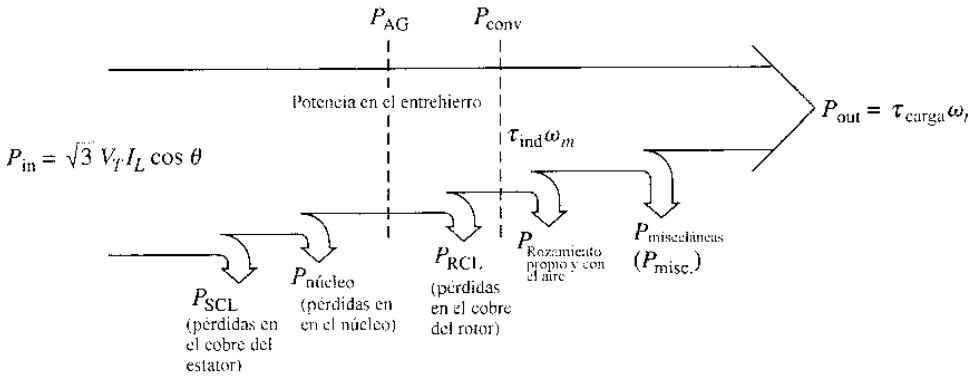


Figura 7-13
Diagrama de flujo de potencia de un motor de inducción.

Ejemplo 7-2 Un motor de inducción de 480 V, 60 Hz, 50 hp, trifásico, toma 60 A con un factor de potencia de 0.85 en atraso. Las pérdidas en el cobre del estator son 2 kW, y 700 W en el cobre del rotor. Las pérdidas por rozamiento propio y con el aire son 600 W, las pérdidas en el núcleo son 1800 W y las pérdidas misceláneas son despreciables. Encuentre las siguientes cantidades:

a) Potencia en el entrehierro P_{AG}
b) Potencia convertida P_{conv}
c) Potencia de salida P_{out}
d) Eficiencia del motor

Solución. Para responder estas preguntas, remítase al diagrama de flujo de potencia de un motor de inducción (figura 7-13).

a) La potencia en el entrehierro es la potencia de entrada menos las pérdidas en el estator I^2R. La potencia de entrada está dada por

$$\begin{aligned} P_{in} &= \sqrt{3} V_T I_L \cos \theta \\ &= \sqrt{3}(480 \text{ V})(60 \text{ A})(0.85) = 42.4 \text{ kW} \end{aligned}$$

En el diagrama de flujo de potencia, la potencia en el entrehierro está dada por

$$\begin{aligned} P_{AG} &= P_{in} - P_{SCL} - P_{núcleo} \\ &= 42.4 \text{ kW} - 2 \text{ kW} - 1.8 \text{ kW} = 38.6 \text{ kW} \end{aligned}$$

b) En el diagrama de flujo de potencia, la potencia eléctrica convertida en mecánica es

$$\begin{aligned} P_{conv} &= P_{AG} - P_{RCL} \\ &= 38.6 \text{ kW} - 700 \text{ W} = 37.9 \text{ kW} \end{aligned}$$

c) En el diagrama de flujo de potencia, la potencia de salida está dada por

$$\begin{aligned} P_{out} &= P_{conv} - P_{F\&W} - P_{misc} \\ &= 37.9 \text{ kW} - 600 \text{ W} - 0 \text{ W} = 37.3 \text{ kW} \end{aligned}$$

o, en caballos de potencia,

$$P_{out} = (37.3 \text{ kW}) \frac{1 \text{ hp}}{0.746 \text{ kW}} = 50 \text{ hp}$$

d) Entonces, la eficiencia del motor de inducción es

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{P_{out}}{P_{in}} \times 100\% \\ &= \frac{37.3 \text{ kW}}{42.4 \text{ kW}} \times 100\% = 88\% \end{aligned}$$

●

Potencia y par en un motor de inducción

La figura 7-12 muestra el circuito equivalente por fase en un motor de inducción. Si se examina con minuciosidad el circuito equivalente, se puede utilizar para deducir las ecuaciones de potencia y par que gobiernan la operación del motor.

La corriente de entrada a la fase del motor se puede hallar dividiendo el voltaje de entrada entre la impedancia total equivalente:

$$\mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{V}_\phi}{Z_{eq}} \tag{7-23}$$

donde

$$Z_{eq} = R_1 + jX_1 + \frac{1}{G_C - jB_M + \dfrac{1}{R_2/s + jX_2}} \tag{7-24}$$

Entonces pueden hallarse las pérdidas en el cobre del estator, las pérdidas en el núcleo y las pérdidas en el cobre del rotor. Las pérdidas en el cobre del estator durante las tres fases están dadas por

$$\boxed{P_{SCL} = 3I_1^2 R_1} \tag{7-25}$$

Las pérdidas en el núcleo están dadas por

$$\boxed{P_{\text{núcleo}} = 3E_1^2 G_C} \tag{7-26}$$

de modo que la potencia en el entrehierro puede encontrarse como

$$\boxed{P_{AG} = P_{in} - P_{SCL} - P_{\text{núcleo}}} \tag{7-27}$$

Observe con detenimiento el circuito equivalente del rotor. El *único* elemento del circuito equivalente donde puede ser consumida la potencia en el entrehierro es la resistencia R_2/s. Entonces, la *potencia en el entrehierro* también puede estar dada por

$$\boxed{P_{AG} = 3I_2^2 \frac{R_2}{s}} \tag{7-28}$$

Las pérdidas resistivas reales en el circuito rotor están dadas por la ecuación

$$P_{RCL} = 3I_R^2 R_R \tag{7-29}$$

Puesto que la potencia no se modifica cuando es referida a través de un transformador ideal, las pérdidas en el cobre del rotor pueden expresarse como

$$P_{RCL} = 3I_2^2 R_2 \tag{7-30}$$

Después que se han restado las pérdidas en el cobre del estator, las pérdidas en el núcleo y las pérdidas en el cobre del rotor de la potencia de entrada al motor, la potencia restante se convierte de potencia eléctrica en mecánica. Esta potencia convertida, que a veces se denomina *potencia mecánica desarrollada*, está dada por

$$\begin{aligned} P_{\text{conv}} &= P_{\text{AG}} - P_{\text{RCL}} \\ &= 3I_2^2 \frac{R_2}{s} - 3I_2^2 R_2 \\ &= 3I_2^2 R_2 \left(\frac{1}{s} - 1\right) \end{aligned}$$

$$\boxed{P_{\text{conv}} = 3I_2^2 R_2 \left(\frac{1-s}{s}\right)} \tag{7-31}$$

Nótese, ecuaciones (7-28) y (7-30), que las pérdidas en el cobre del rotor son iguales a la potencia en el entrehierro multiplicada por el deslizamiento:

$$P_{\text{RCL}} = sP_{\text{AG}} \tag{7-32}$$

Entonces, cuanto menor sea el deslizamiento en el motor, menores serán las pérdidas en el rotor de la máquina. Nótese también que si el rotor no está girando, el deslizamiento $s = 1$ y *la potencia en el entrehierro es consumida del todo en el rotor.* Esto es lógico puesto que si el rotor no está girando, la potencia de salida P_{out} $(= \tau_{\text{carga}} \omega_m)$ debe ser cero. Dado que $P_{\text{conv}} = P_{\text{AG}} - P_{\text{RCL}}$, se origina también otra relación entre la potencia en el entrehierro y la potencia eléctrica convertida en mecánica:

$$\begin{aligned} P_{\text{conv}} &= P_{\text{AG}} - P_{\text{RCL}} \\ &= P_{\text{AG}} - sP_{\text{AG}} \end{aligned}$$

$$\boxed{P_{\text{conv}} = (1-s)P_{\text{AG}}} \tag{7-33}$$

Por último si se conocen las pérdidas por rozamiento propio, con el aire y las pérdidas misceláneas se puede hallar la potencia de salida como

$$\boxed{P_{\text{out}} = P_{\text{conv}} - P_{\text{F\&W}} - P_{\text{misc}}} \tag{7-34}$$

El *par inducido* τ_{ind} en una máquina se definió como el par generado por la conversión de potencia interna eléctrica en mecánica. Este par difiere del par real disponible en los terminales del motor en una cantidad igual a los pares de rozamiento propio y rozamiento con el aire de la máquina. El par inducido está dado por la ecuación

$$\tau_{\text{ind}} = \frac{P_{\text{conv}}}{\omega_m} \tag{7-35}$$

Este par es llamado también *par desarrollado* de la máquina.

El par inducido de un motor de inducción se puede expresar en forma diferente. La ecuación (7-7) expresa la velocidad real en términos de la velocidad sincrónica y el deslizamiento, mientras

que la ecuación (7-33) expresa P_{conv} en términos de P_{AG} y del deslizamiento. Sustituyendo estas dos ecuaciones en la ecuación (7-35), se obtiene

$$\tau_{ind} = \frac{(1 - s)P_{AG}}{(1 - s)\omega_{sinc}}$$

$$\boxed{\tau_{ind} = \frac{P_{AG}}{\omega_{sinc}}} \tag{7-36}$$

La última ecuación es muy útil porque expresa el par inducido directamente en términos de la potencia en el entrehierro y de la *velocidad sincrónica*, que no varía. Conociendo P_{AG} se obtiene directamente τ_{ind}.

Separación de las pérdidas en el cobre del rotor y la potencia convertida, en el circuito equivalente del motor de inducción

En un motor de inducción, una parte de la potencia que llega a través del entrehierro se consume como pérdidas en el cobre del rotor y otra parte se convierte en potencia mecánica para accionar el eje del motor. Es posible separar los dos usos de la potencia en el entrehierro, e indicarlo por separado en el circuito equivalente del motor.

La ecuación (7-28) da una expresión de la potencia total en el entrehierro de un motor de inducción, mientras que la ecuación (7-30) da las pérdidas reales del rotor en el motor. La potencia en el entrehierro es la potencia que podría ser consumida en una resistencia de valor R_2/s, mientras que las pérdidas en el cobre del rotor son la potencia que podría ser consumida en una resistencia de valor R_2. La diferencia entre ellas es P_{conv}, que debe ser la potencia consumida en una resistencia de valor

$$R_{conv} = \frac{R_2}{s} - R_2 = R_2\left(\frac{1}{s} - 1\right)$$

$$\boxed{R_{conv} = R_2\left(\frac{1 - s}{s}\right)} \tag{7-37}$$

En la figura 7-14 se muestra el circuito equivalente por fase con las pérdidas en el cobre del rotor y la potencia eléctrica convertida en mecánica, separadas en distintos elementos.

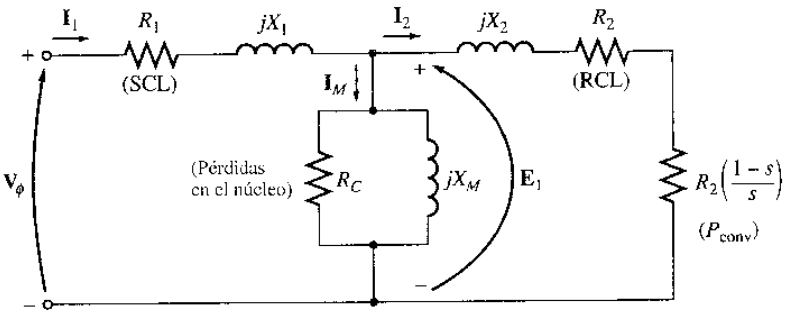


Figura 7-14
Circuito equivalente por fase con las pérdidas en el rotor y las pérdidas en el cobre separadas.

Ejemplo 7-3 Un motor de inducción de 460 V, 25 hp, 60 Hz, cuatro polos, conectado en Y, tiene las siguientes impedancias en ohms por fase, referidas al circuito del estator:

$$R_1 = 0.641\ \Omega \quad R_2 = 0.332\ \Omega$$
$$X_1 = 1.106\ \Omega \quad X_2 = 0.464\ \Omega \quad X_M = 26.3\ \Omega$$

Las pérdidas rotacionales totales son 1100 W y se suponen constantes. Las pérdidas en el núcleo están agrupadas con las pérdidas rotacionales. Para un deslizamiento del rotor del 2.2% a voltaje y frecuencia nominales, encuentre del motor

a) La velocidad
b) La corriente del estator
c) El factor de potencia
d) P_{conv} y P_{out}
e) τ_{ind} y τ_{carga}
f) La eficiencia

Solución. El circuito equivalente por fase de este motor se muestra en la figura 7-12; el diagrama de flujo de potencia, en la figura 7-13. Puesto que las pérdidas en el núcleo están agrupadas con las pérdidas por rozamiento propio y por rozamiento con el aire, y con las pérdidas misceláneas, serán tratadas como pérdidas mecánicas y se restarán de P_{conv} en el diagrama de flujo de potencia.

a) La velocidad sincrónica es

$$n_{sinc} = \frac{120 f_e}{P} = \frac{120(60\text{ Hz})}{4\text{ polos}} = 1800\text{ r/min}$$

$$\omega_{sinc} = (1800\text{ r/min})\left(\frac{2\pi\text{ rad}}{1\text{ r}}\right)\left(\frac{1\text{ min}}{60\text{ s}}\right) = 188.5\text{ rad/s}$$

La velocidad mecánica del eje del rotor es

$$n_m = (1 - s)n_{sinc}$$
$$= (1 - 0.022)(1800\text{ r/min}) = 1760\text{ r/min}$$

o

$$\omega_m = (1 - s)\omega_{sinc}$$
$$= (1 - 0.022)(188.5\text{ rad/s}) = 184.4\text{ rad/s}$$

b) Para encontrar la corriente del estator, se halla la impedancia equivalente del circuito. El primer paso es combinar la impedancia referida del rotor en paralelo con la rama de magnetización y, luego, adicionar la impedancia del estator a la combinación en serie. La impedancia referida del rotor es

$$Z_2 = \frac{R_2}{s} + jX_2$$
$$= \frac{0.332}{0.022} + j0.464$$
$$= 15.09 + j0.464\ \Omega = 15.10\angle 1.76^\circ\ \Omega$$

La impedancia combinada de magnetización más la del rotor está dada por

$$Z_f = \frac{1}{1/jX_M + 1/Z_2}$$
$$= \frac{1}{-j0.038 + 0.0662\angle -1.76°}$$
$$= \frac{1}{0.0773\angle -31.1°} = 12.94\angle 31.1° \ \Omega$$

Entonces, la impedancia total es

$$Z_{tot} = Z_{stat} + Z_f$$
$$= 0.641 + j1.106 + 12.94\angle 31.1° \ \Omega$$
$$= 11.72 + j7.79 = 14.07\angle 33.6° \ \Omega$$

La corriente resultante del estator es

$$\mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{V}_\phi}{Z_{tot}}$$
$$= \frac{266\angle 0° \text{ V}}{14.07\angle 33.6° \ \Omega} = 18.88\angle -33.6° \text{ A}$$

c) El factor de potencia de la potencia del motor es

$$\text{PF} = \cos 33.6° = 0.833 \quad \text{en atraso}$$

d) La potencia de entrada al motor es

$$P_{in} = \sqrt{3} V_T I_L \cos\theta$$
$$= \sqrt{3}(460 \text{ V})(18.88 \text{ A})(0.833) = 12{,}530 \text{ W}$$

Las pérdidas en el cobre del estator en esta máquina son

$$P_{SCL} = 3I_1^2 R_1 \qquad (7\text{-}25)$$
$$= 3(18.88 \text{ A})^2(0.641 \ \Omega) = 685 \text{ W}$$

La potencia en el entrehierro está dada por

$$P_{AG} = P_{in} - P_{SCL} = 12{,}530 \text{ W} - 685 \text{ W} = 11{,}845 \text{ W}$$

Entonces, la potencia convertida es

$$P_{conv} = (1 - s)P_{AG} = (1 - 0.022)(11{,}845 \text{ W}) = 11{,}585 \text{ W}$$

La potencia P_{out} está dada por

$$P_{out} = P_{conv} - P_{rot} = 11{,}585 \text{ W} - 1100 \text{ W} = 10{,}485 \text{ W}$$
$$= 10{,}485 \text{ W}\left(\frac{1 \text{ hp}}{746 \text{ W}}\right) = 14.1 \text{ hp}$$

e) El par inducido está dado por

$$\tau_{\text{ind}} = \frac{P_{\text{AG}}}{\omega_{\text{sinc}}}$$

$$= \frac{11{,}845 \text{ W}}{188.5 \text{ rad/s}} = 62.8 \text{ N} \cdot \text{m}$$

y el par de salida está dado por

$$\tau_{\text{carga}} = \frac{P_{\text{out}}}{\omega_m}$$

$$= \frac{10{,}485 \text{ W}}{184.4 \text{ rad/s}} = 56.9 \text{ N} \cdot \text{m}$$

(en unidades inglesas, estos pares son 46.3 y 41.9 lb · pie, respectivamente).

f) La eficiencia del motor en esta condición de operación es

$$\eta = \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} \times 100\%$$

$$= \frac{10{,}485 \text{ W}}{12{,}530 \text{ W}} \times 100\% = 83.7\%$$

●

7-5 CARACTERÍSTICAS PAR-VELOCIDAD DEL MOTOR DE INDUCCIÓN

¿Cómo cambia el par de un motor de inducción cuando cambia la carga? ¿Cuánto par puede suministrar un motor de inducción en condiciones de arranque? ¿Cuánto cae la velocidad de un motor de inducción cuando se aumenta la carga al eje? Para encontrar respuesta a estas y otras preguntas similares, es necesario comprender con claridad las relaciones entre el par, la velocidad y la potencia del motor.

A continuación se examinará primero la relación par-velocidad desde el punto de vista físico del comportamiento del campo magnético del motor. Luego, se deducirá una ecuación general para el par, como función del deslizamiento, del circuito equivalente del motor de inducción (figura 7-12).

Par inducido desde el punto de vista físico

La figura 7-15*a* muestra un motor de inducción de rotor de jaula de ardilla que opera inicialmente en vacío y, por tanto, muy cerca de la velocidad sincrónica. En esta máquina, el campo magnético neto $\mathbf{B}_{\text{net}}$ es producido por la corriente de magnetización $\mathbf{I}_M$ que fluye en el circuito equivalente (*véase* figura 7-12). La magnitud de la corriente de magnetización y, por consiguiente, de $\mathbf{B}_{\text{net}}$ es directamente proporcional al voltaje $\mathbf{E}_1$. Si $\mathbf{E}_1$ es constante el campo magnético neto en el motor es constante. En una máquina real, $\mathbf{E}_1$ varía cuando varía la carga puesto que las impedancias del estator R_1 y X_1 ocasionan caídas variables de voltaje cuando varía la carga. Sin embargo, estas

caídas en los devanados del estator son relativamente pequeñas de modo que $\mathbf{E}_1$ (y por tanto $\mathbf{I}_M$ y $\mathbf{B}_{net}$) es aproximadamente constante frente a los cambios de carga.

La figura 7-15*a* muestra al motor de inducción en vacío. En este estado el deslizamiento del rotor es muy pequeño y, por tanto, es muy pequeño el movimiento relativo entre el rotor y los campos magnéticos; así mismo, la frecuencia del rotor también es muy pequeña. Puesto que el movimiento relativo es pequeño, el voltaje inducido en las barras del rotor $\mathbf{E}_R$ es muy pequeño, así como el flujo de corriente resultante $\mathbf{I}_R$. Debido a que la frecuencia del rotor es tan pequeña, su reactancia es aproximadamente cero y la corriente máxima del rotor $\mathbf{I}_R$ está casi en fase con el voltaje del rotor $\mathbf{E}_R$. La corriente del rotor produce entonces un campo magnético $\mathbf{B}_R$ pequeño a un ángulo un poco mayor que 90° detrás del campo magnético $\mathbf{B}_{net}$. Nótese que la corriente del estator debe ser muy grande aún en vacío puesto que debe suministrar la mayor parte de $\mathbf{B}_{net}$ (por esta razón los motores de inducción tienen grandes corrientes en vacío, comparados con otros tipos de máquinas).

El par inducido, que mantiene girando el rotor, está dado por la ecuación

$$\tau_{ind} = k\mathbf{B}_R \times \mathbf{B}_{net} \tag{4-60}$$

Su magnitud está dada por

$$\tau_{ind} = k\mathbf{B}_R\mathbf{B}_{net} \operatorname{sen} \delta \tag{4-61}$$

Puesto que el campo magnético del rotor es muy pequeño, el par inducido también es bastante pequeño, pero suficientemente grande para contrarrestar las pérdidas rotacionales del motor.

Suponga ahora que se carga el motor de inducción (figura 7-15*b*). Cuando se aumenta la carga al motor, su deslizamiento aumenta y baja la velocidad del rotor. Dado que la velocidad del rotor es menor, existe *más movimiento relativo* entre los campos magnéticos del rotor y el estator en la máquina. El mayor movimiento relativo produce un voltaje más grande en el rotor $\mathbf{E}_R$, que a su vez produce en el rotor una corriente $\mathbf{I}_R$ mayor. Si la corriente en el rotor es mayor, éste aumenta su propio campo magnético $\mathbf{B}_R$. Sin embargo, el ángulo entre la corriente del rotor y $\mathbf{B}_R$ cambia en la misma forma. Puesto que el deslizamiento del rotor es mayor, aumenta la frecuencia de éste ($f_r = sf_e$) y aumenta la reactancia del rotor (ωL_R). Entonces, la corriente del rotor se atrasa aún más del voltaje del rotor y el campo magnético del rotor se desfasa con la corriente. La figura 7-15*b* muestra un motor de inducción que opera una carga medianamente alta. Nótese que la corriente del rotor se ha incrementado y que el ángulo δ también ha aumentado. El incremento en B_R tiende a aumentar el par, mientras que el aumento en el ángulo δ tiende a disminuir el par (τ_{ind} es proporcional a sen δ, y $\delta > 90°$). Puesto que el primer efecto es mayor que el segundo, el par inducido total aumenta para alimentar el incremento de carga del motor.

Cuándo alcanza un motor de inducción su par máximo? Este ocurre cuando se llega al punto en que al aumentar la carga al eje, el término sen δ disminuya más que lo que se incremente el término B_R. En este punto, un aumento mayor en la carga disminuye τ_{ind} y el motor se frena.

Es posible utilizar el conocimiento de los campos magnéticos de la máquina para deducir aproximadamente la característica de par de salida contra velocidad de un motor de inducción. Recuerde que la magnitud del par inducido en la máquina está dada por

$$\tau_{ind} = k\mathbf{B}_R\mathbf{B}_{net} \operatorname{sen} \delta \tag{4-61}$$

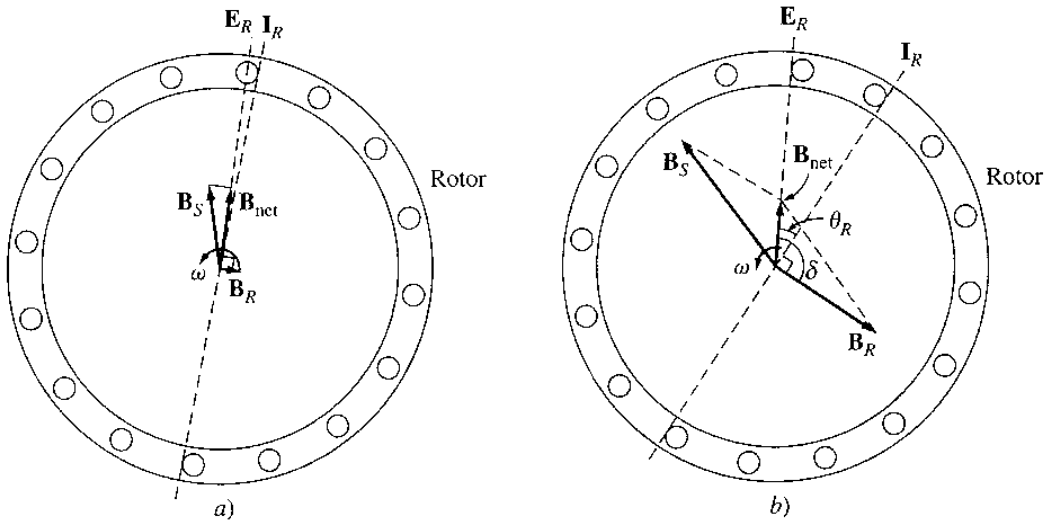


Figura 7-15
a) Campos magnéticos en un motor de inducción con cargas ligeras. *b)* Campos magnéticos en un motor de inducción con cargas pesadas.

En esta expresión, cada término se puede considerar por separado para deducir el comportamiento de la máquina. Los términos individuales son

1. B_R. El campo magnético del rotor es directamente proporcional a la corriente que fluye en el rotor, mientras no haya saturación en el rotor. El flujo de corriente en el rotor aumenta con el incremento del deslizamiento (velocidad decreciente), de acuerdo con la ecuación (7-13). Este flujo de corriente, representado en la figura 7-11, se muestra de nuevo en la figura 7-16*a*.
2. B_{net}. El campo magnético neto en el motor es proporcional a E_1 y, por tanto, es aproximadamente constante (E_1 decrece con el flujo de corriente creciente, pero este efecto es pequeño comparado con los otros dos, y será ignorado en este desarrollo gráfico). La curva de B_{net} contra velocidad se muestra en la figura 7-16*b*.
3. sen δ. El ángulo δ entre los campos magnéticos neto y del rotor puede ser expresado en una forma muy útil. Observe la figura 7-15*b*. En esta figura, es claro que *el ángulo δ es justamente igual al ángulo del factor de potencia del rotor más 90°.*

$$\delta = \theta_R + 90° \tag{7-38}$$

Entonces, sen δ = sen $(\theta_R + 90°)$ = cos θ_R. Este término es el factor de potencia del rotor. El ángulo del factor de potencia del rotor se puede calcular de la ecuación

$$\theta_R = \tan^{-1} \frac{X_R}{R_R} = \tan^{-1} \frac{sX_{R_0}}{R_R} \tag{7-39}$$

El factor de potencia resultante del rotor está dado por

$$\mathrm{PF}_R = \cos \theta_R$$

$$\boxed{\mathrm{PF}_R = \cos\left(\tan^{-1}\frac{sX_{R_0}}{R_R}\right)} \tag{7-40}$$

La figura 7-16*c* muestra un dibujo del factor de potencia del rotor contra la velocidad.

Puesto que el par inducido es proporcional al producto de estos tres términos, la característica par-velocidad de un motor de inducción se puede construir a partir de la multiplicación gráfica de los tres dibujos previos (figuras 7-16*a* a 7-16*c*). La característica par-velocidad de un motor de inducción deducida de esta forma se muestra en la figura 7-16*d*.

Esta curva característica se puede dividir aproximadamente en tres regiones. La primera es la *región de bajo deslizamiento de la curva,* en la cual el deslizamiento se incrementa casi linealmente con el aumento de la carga y la velocidad mecánica del rotor decrece casi linealmente con la carga. Dado que la reactancia del rotor es despreciable en esta región de operación, el factor de potencia del rotor está cercano a 1 mientras que la corriente del rotor aumenta linealmente con el deslizamiento. *El rango normal completo de operación en estado estacionario de un motor de inducción está incluido en esta región lineal de bajo deslizamiento.* Entonces, en operación normal, la caída de velocidad de un motor de inducción es lineal.

La segunda región de la curva del motor de inducción se puede llamar *región de deslizamiento moderado,* en la cual la frecuencia del rotor es mayor que antes y la reactancia del rotor es del mismo orden en magnitud que la resistencia del rotor. En esta región, la corriente del rotor no se incrementa con tanta rapidez como antes, y el factor de potencia comienza a caer. El par pico (el *par máximo)* del motor ocurre en el punto donde, por un incremento gradual de carga, el aumento en la corriente del rotor está balanceado exactamente con la disminución del factor de potencia del rotor.

La tercera región de la curva del motor de inducción se llama *región de alto deslizamiento,* en la cual el par inducido disminuye con el incremento de carga porque el aumento en la corriente del rotor no se percibe debido a la disminución en el factor de potencia del rotor.

En un motor de inducción típico, el par máximo sobre la curva será 200 a 250% del par de plena carga nominal de la máquina, y el *par de arranque* (el par a velocidad cero) será 150% o un valor similar del par de plena carga. A diferencia de un motor sincrónico, el motor de inducción puede arrancar con plena carga adherida a su eje.

Deducción de la ecuación del par inducido en el motor de inducción

Es posible utilizar el circuito equivalente de un motor de inducción y el diagrama de flujo de potencia para deducir una expresión general del par inducido como función de la velocidad. En un motor de inducción, el par inducido está dado por la ecuación (7-35) o (7-36):

$$\tau_{\text{ind}} = \frac{P_{\text{conv}}}{\omega_m} \tag{7-35}$$

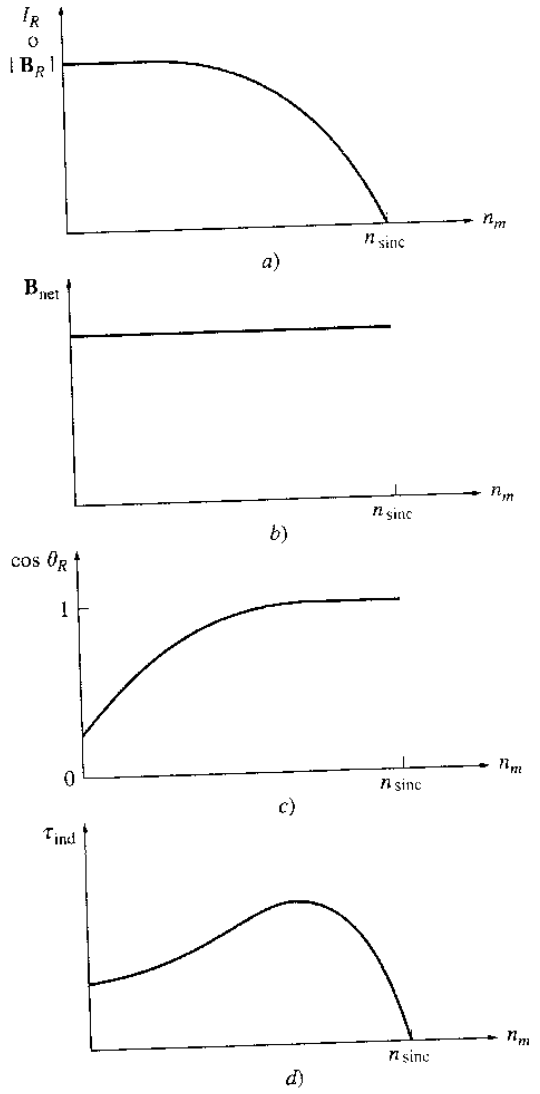


Figura 7-16
Desarrollo gráfico de la característica par-velocidad de un motor de inducción. *a*) Dibujo de la corriente del rotor (y por tanto de $|\mathbf{B}_R|$) contra la velocidad, en un motor de inducción; *b*) dibujo del campo magnético contra la velocidad del motor; *c*) dibujo del factor de potencia del rotor contra la velocidad del motor; *d*) característica resultante par-velocidad.

$$\tau_{ind} = \frac{P_{AG}}{\omega_{sinc}} \tag{7-36}$$

La última ecuación es muy útil puesto que la velocidad sincrónica es constante para una frecuencia y un número de polos dados. Puesto que ω_{sinc} es constante, el conocimiento de la potencia en el entrehierro permite hallar el par inducido del motor.

La potencia en el entrehierro es la potencia que cruza el espacio desde el circuito del estator hasta el circuito del rotor y es igual a la potencia absorbida en la resistencia R_2/s. ¿Cómo se puede encontrar esta potencia?

Remítase al circuito equivalente de la figura 7-17. En esta figura, puede observarse que la potencia en el entrehierro suministrada a una fase del motor es

$$P_{AG,1\phi} = I_2^2 \frac{R_2}{s}$$

Entonces, la potencia total en el entrehierro es

$$P_{AG} = 3I_2^2 \frac{R_2}{s}$$

Si I_2 puede ser determinada, se conocerán la potencia en el entrehierro y el par inducido.

Aunque hay varias formas de resolver el circuito de la figura 7-17 para la corriente I_2, quizás la más fácil sea determinar el equivalente Thevenin de la porción del circuito a la izquierda de las X de la figura. El teorema de Thevenin establece que cualquier circuito lineal que pueda separarse del resto del sistema mediante dos terminales puede reemplazarse por una sola fuente de voltaje en serie con una impedancia equivalente. Si se aplicara esto al circuito equivalente del motor de inducción, el circuito resultante sería una simple combinación de elementos en serie, como se muestra en la figura 7-18*c*.

Para calcular el equivalente Thevenin del lado de entrada del circuito equivalente del motor de inducción, primero se abren los terminales del circuito en las X y se halla el voltaje de circuito abierto resultante allí. Luego, para encontrar la impedancia de Thevenin, se cortocircuita la fuente del voltaje de fase y se encuentra la Z_{eq} vista "mirando" hacia adentro de los terminales.

La figura 7-18*a* muestra los terminales abiertos utilizados para encontrar el voltaje de Thevenin. De la regla del divisor de voltaje,

$$\mathbf{V}_{TH} = \mathbf{V}_\phi \frac{Z_M}{Z_M + Z_1}$$
$$= \mathbf{V}_\phi \frac{jX_M}{R_1 + jX_1 + jX_M}$$

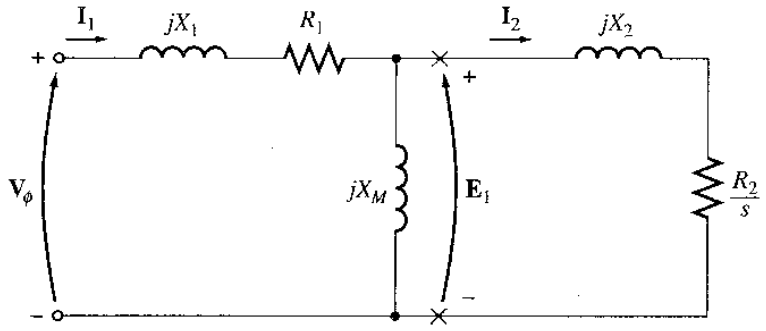


Figura 7-17
Circuito equivalente por fase de un motor de inducción.

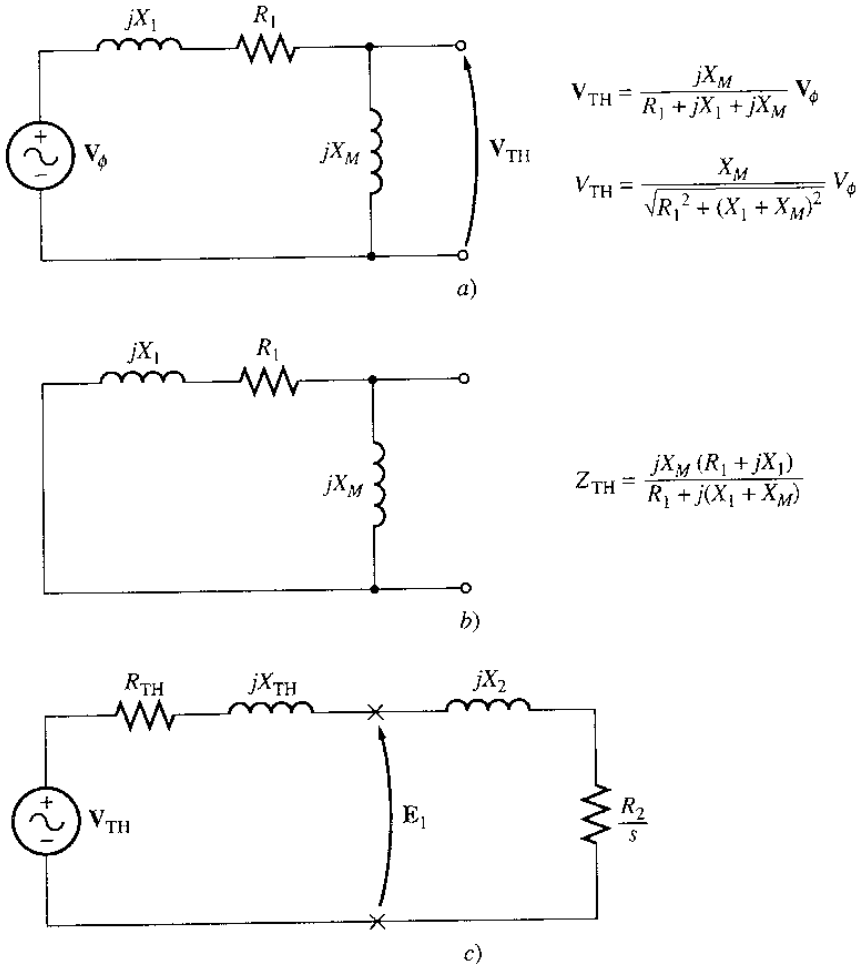
La magnitud del voltaje de Thevenin $\mathbf{V}_{TH}$ es

$$V_{TH} = V_\phi \frac{X_M}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_M)^2}} \tag{7-41a}$$

Puesto que la reactancia de magnetización $X_M >> X_1$ y $X_M >> R_1$, la magnitud del voltaje de Thevenin es aproximadamente

$$V_{TH} \approx V_\phi \frac{X_M}{X_1 + X_M} \tag{7-41b}$$

para una muy buena exactitud.



$$\mathbf{V}_{TH} = \frac{jX_M}{R_1 + jX_1 + jX_M}\mathbf{V}_\phi$$

$$V_{TH} = \frac{X_M}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_M)^2}} V_\phi$$

$$Z_{TH} = \frac{jX_M(R_1 + jX_1)}{R_1 + j(X_1 + X_M)}$$

Figura 7-18
a) Voltaje equivalente de Thevenin en el circuito de entrada de un motor de inducción. *b*) Impedancia equivalente de Thevenin en el circuito de entrada. *c*) Circuito equivalente resultante simplificado en un motor de inducción.

La figura 7-18*b* muestra el circuito de entrada cuando el voltaje de la fuente de entrada está cortocircuitada. Las dos impedancias están en paralelo y la impedancia de Thevenin está dada por

$$Z_{TH} = \frac{Z_1 Z_M}{Z_1 + Z_M} \tag{7-42}$$

La impedancia se reduce a

$$Z_{TH} = R_{TH} + jX_{TH} = \frac{jX_M(R_1 + jX_1)}{R_1 + j(X_1 + X_M)} \tag{7-43}$$

Debido a que $X_M >> X_1$ y $X_M + X_1 >> R_1$, la resistencia y la reactancia de Thevenin están dadas aproximadamente por

$$\boxed{R_{TH} \approx R_1 \left(\frac{X_M}{X_1 + X_M}\right)^2} \tag{7-44}$$

$$\boxed{X_{TH} \approx X_1} \tag{7-45}$$

El circuito equivalente resultante se muestra en la figura 7-18*c*. En este circuito, la corriente $\mathbf{I}_2$ está dada por

$$\mathbf{I}_2 = \frac{\mathbf{V}_{TH}}{Z_{TH} + Z_2} \tag{7-46}$$

$$= \frac{\mathbf{V}_{TH}}{R_{TH} + R_2/s + jX_{TH} + jX_2} \tag{7-47}$$

La magnitud de esta corriente es

$$I_2 = \frac{V_{TH}}{\sqrt{(R_{TH} + R_2/s)^2 + (X_{TH} + X_2)^2}} \tag{7-48}$$

La potencia en el entrehierro está dada entonces por

$$P_{AG} = 3I_2^2 \frac{R_2}{s}$$

$$= \frac{3V_{TH}^2 R_2/s}{(R_{TH} + R_2/s)^2 + (X_{TH} + X_2)^2} \tag{7-49}$$

y el par inducido al rotor está dado por

$$\tau_{ind} = \frac{P_{AG}}{\omega_{sinc}}$$

$$\boxed{\tau_{ind} = \frac{3V_{TH}^2 R_2/s}{\omega_{sinc}[(R_{TH} + R_2/s)^2 + (X_{TH} + X_2)^2]}} \tag{7-50}$$

La figura 7-19 muestra un dibujo del par del motor de inducción como función de la velocidad (y del deslizamiento); la figura 7-20 muestra el dibujo con las velocidades por encima y por debajo del rango normal en el motor.

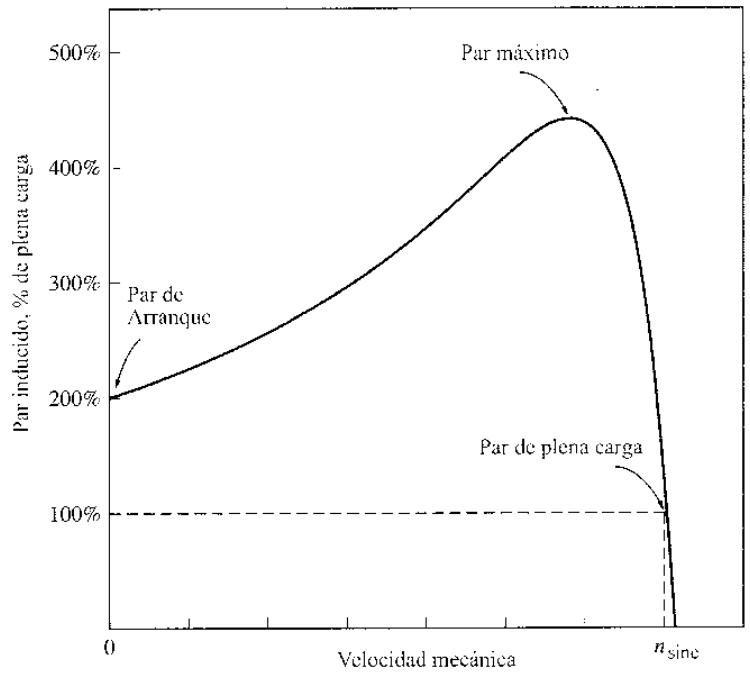


Figura 7-19
Curva característica típica par-velocidad de un motor de inducción.

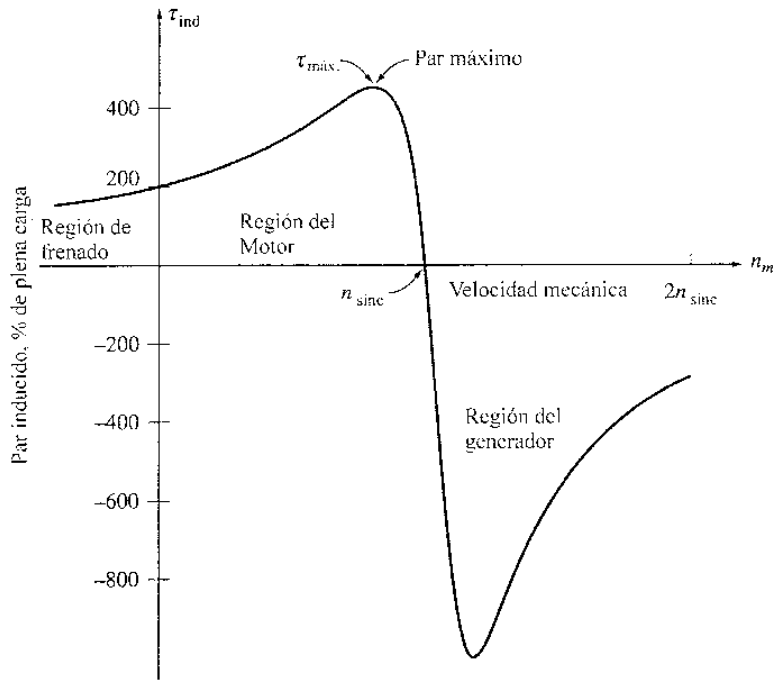


Figura 7-20
Curva característica par-velocidad de un motor de inducción que muestra los rangos extendidos de operación (región de frenado y región de generación).

Comentarios sobre la curva par-velocidad del motor de inducción

La curva característica de par-velocidad del motor de inducción dibujada en las figuras 7-19 y 7-20 provee varios elementos de información importantes sobre la operación de los motores de inducción. Esta información se resume en seguida:

1. El par inducido del motor es cero a la velocidad sincrónica. Este hecho se analizó con anterioridad.
2. La curva par-velocidad es aproximadamente lineal entre vacío y plena carga. En este rango, la resistencia del rotor es mucho mayor que su reactancia; por tanto la corriente rotórica, el campo magnético del rotor y el par inducido crecen linealmente cuando crece el deslizamiento.
3. Existe un par máximo posible que no puede ser excedido. Este par, llamado *par máximo o par de desviación*, equivale a 2 ó 3 veces el par nominal de plena carga del motor. La próxima sección de este capítulo contiene un método para calcular el par máximo.
4. El par de arranque del motor es un poco mayor que el par de plena carga, de modo que el motor arrancará portando cualquier carga que pueda alimentar a plena potencia.
5. Nótese que el par inducido en el motor, para un deslizamiento dado, varía con el cuadrado del voltaje aplicado. Este hecho es de utilidad para el control de la velocidad de los motores de inducción, como se describirá posteriormente.
6. Si la velocidad del rotor del motor de inducción es mayor que la sincrónica, la dirección del par inducido en la máquina se invierte y la máquina opera como *generador*, convirtiendo potencia mecánica en potencia eléctrica. Más adelante se describirá la utilización de las máquinas de inducción como generadores.
7. Si el motor gira en sentido contrario a la dirección de los campos magnéticos, el par inducido en la máquina la detendrá muy rápidamente y tratará de girarla en la dirección opuesta. Puesto que invertir la dirección de rotación del campo magnético es sólo conmutar cualesquiera de dos fases del estator, este hecho puede ser utilizado para frenar con rapidez un motor de inducción. El conmutar dos fases para detener el motor con rapidez se llama *frenado por contracorriente.*

En un motor de inducción, la potencia convertida en potencia mecánica es igual a

$$P_{\text{conv}} = \tau_{\text{ind}} \omega_m$$

representada en la figura 7-21. Nótese que la potencia pico suministrada por el motor de inducción ocurre a una velocidad diferente de la del par máximo y, claro está, no hay potencia convertida en potencia mecánica cuando la velocidad del rotor es cero.

Par máximo (par de desviación) en un motor de inducción

Puesto que el par inducido es igual a $P_{\text{AG}}/\omega_{\text{sinc}}$, el máximo par posible ocurre cuando la potencia en el entrehierro es máxima. Puesto que la potencia en el entrehierro es igual a la potencia consumida en la resistencia R_2/s, el *par máximo inducido ocurrirá cuando la potencia consumida por esa resistencia es máxima.*

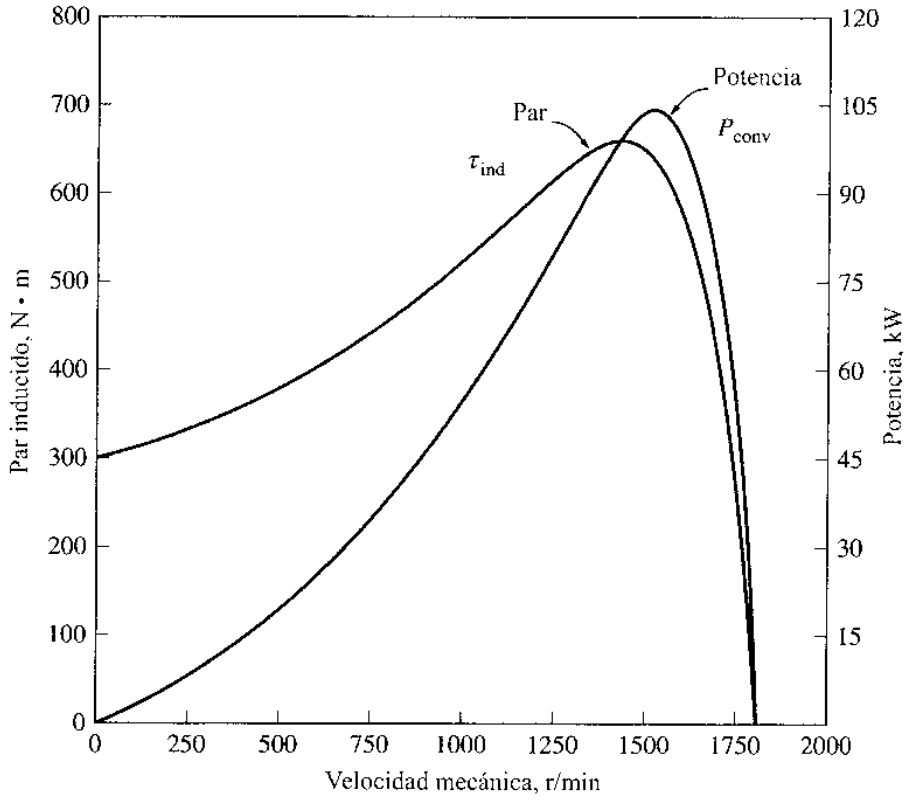


Figura 7-21
Par inducido y potencia convertida contra la velocidad del motor en revoluciones por minuto para un motor de inducción de cuatro polos, por ejemplo.

¿Cuándo es máxima la potencia suministrada a R_2/s? Remítase al circuito equivalente simplificado de la figura 7-18*c*. En una situación en la cual el ángulo de la impedancia de carga es fijo, el teorema de máxima transferencia de potencia establece que la máxima transferencia de potencia a la resistencia de carga R_2/s ocurrirá cuando la *magnitud* de esta impedancia sea igual a la *magnitud* de la impedancia de la fuente. La impedancia equivalente de la fuente en el circuito es

$$Z_{source} = R_{TH} + jX_{TH} + jX_2 \tag{7-51}$$

Por tanto, la máxima transferencia de potencia ocurre cuando

$$\frac{R_2}{s} = \sqrt{R_{TH}^2 + (X_{TH} + X_2)^2} \tag{7-52}$$

Resolviendo la ecuación (7-52) para el deslizamiento, *el deslizamiento para el par máximo está dado por*

$$s_{\text{máx.}} = \frac{R_2}{\sqrt{R_{\text{TH}}^2 + (X_{\text{TH}} + X_2)^2}} \tag{7-53}$$

Nótese que la resistencia referida del rotor R_2 aparece únicamente en el numerador, de modo que el deslizamiento del rotor al par máximo es directamente proporcional a la resistencia del rotor.

El valor del par máximo se puede encontrar insertando en la ecuación del par [ecuación (7-50)] la expresión para el deslizamiento a par máximo. La ecuación resultante para el par máximo es

$$\tau_{\text{máx.}} = \frac{3V_{\text{TH}}^2}{2\omega_{\text{sinc}}[R_{\text{TH}} + \sqrt{R_{\text{TH}}^2 + (X_{\text{TH}} + X_2)^2}]} \tag{7-54}$$

Este par es proporcional al cuadrado del voltaje de alimentación y está en relación inversa con el tamaño de las impedancias del estator y la reactancia del rotor. Cuanto menores sean las reactancias de una máquina, mayor es el par máximo que puede desarrollar. Nótese que el *deslizamiento* al cual ocurre el par máximo es directamente proporcional a la resistencia del rotor [ecuación (7-53)], pero el *valor* del par máximo es independiente del valor de la resistencia del rotor [ecuación (7-54)].

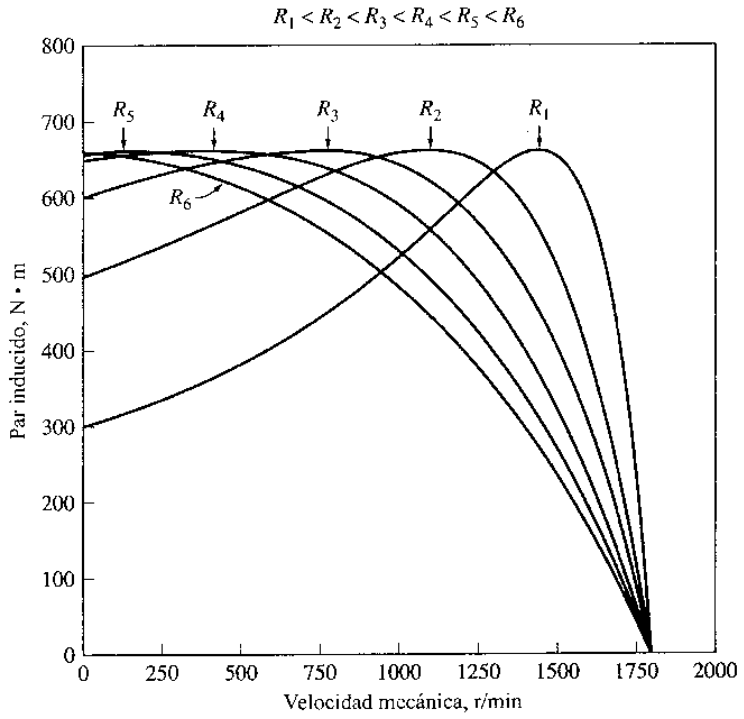


Figura 7-22
Efecto de la variación de la resistencia del rotor sobre la característica par-velocidad de un motor de inducción de rotor devanado.

La característica par-velocidad para un motor de inducción de rotor devanado se muestra en la figura 7-22. Recuerde que es posible introducir resistencia en el circuito de un rotor devanado debido a que los terminales de éste se sacan al estator a través de anillos rozantes. Nótese en la figura que cuando aumenta la resistencia del rotor, decrece la velocidad correspondiente al par máximo, pero éste permanece constante.

Es posible sacar ventaja de esta característica de los motores de inducción de rotor devanado para arrancar cargas muy pesadas. Si se inserta una resistencia en el circuito del rotor, se puede ajustar el máximo par para que ocurra en las condiciones de arranque. Entonces, el par máximo posible estaría disponible para arrancar cargas pesadas. Por otra parte, cuando la carga está en movimiento, se puede quitar la resistencia extra del circuito y el par máximo llegará cerca de la velocidad sincrónica de operación normal.

Ejemplo 7-4 Un motor de inducción de dos polos, 50 Hz, suministra 15 kW a una carga, a una velocidad de 2950 r/min.

a) ¿Cuál es el deslizamiento del motor?
b) ¿Cuál es el par inducido en el motor en N • m bajo estas condiciones?
c) ¿Cuál será la velocidad de operación del motor si se duplica su par?
d) ¿Cuánta potencia será suministrada por el motor cuando se duplica el par?

Solución

a) La velocidad sincrónica del motor es

$$n_{\text{sinc}} = \frac{120 f_e}{P} = \frac{120(50 \text{ Hz})}{2 \text{ polos}} = 3000 \text{ r/min}$$

Entonces, el deslizamiento del motor es

$$s = \frac{n_{\text{sinc}} - n_m}{n_{\text{sinc}}} (\times 100\%) \tag{7-4}$$

$$= \frac{3000 \text{ r/min} - 2950 \text{ r/min}}{3000 \text{ r/min}} (\times 100\%)$$

$$= 0.0167 \text{ ó } 1.67\%$$

b) Debe suponerse que el par inducido en el motor es igual al par de carga y que P_{conv} es igual a P_{carga}, puesto que no se asignó valor alguno para las pérdidas mecánicas. El par es entonces

$$\tau_{\text{ind}} = \frac{P_{\text{conv}}}{\omega_m}$$

$$= \frac{15 \text{ kW}}{(2950 \text{ r/min})(2\pi \text{ rad/r})(1 \text{ min}/60 \text{ s})}$$

$$= 48.6 \text{ N} \cdot \text{m}$$

c) En la región de bajo deslizamiento, la curva par-velocidad es lineal y el par inducido es directamente proporcional al deslizamiento. Entonces, si se duplica el par, el nuevo deslizamiento será 3.33%. La velocidad de operación del motor es

$$n_m = (1 - s) n_{\text{sinc}} = (1 - 0.0333)(3000 \text{ r/min}) = 2900 \text{ r/min}$$

d) La potencia suministrada por el motor está dada por

$$\begin{aligned} P_{\text{conv}} &= \tau_{\text{ind}}\omega_m \\ &= (97.2 \text{ N} \cdot \text{m})(2900 \text{ r/min})(2\pi \text{ rad/r})(1 \text{ min}/60 \text{ s}) \\ &= 29.5 \text{ kW} \end{aligned}$$

●

Ejemplo 7-5 Un motor de inducción de rotor devanado, 460 V, 25 hp, 60 Hz, cuatro polos, conectado en Y, tiene las siguientes impedancias en ohms por fase, referidas al circuito del estator:

$$R_1 = 0.641\ \Omega \quad R_2 = 0.332\ \Omega$$
$$X_1 = 1.106\ \Omega \quad X_2 = 0.464\ \Omega \quad X_M = 26.3\ \Omega$$

a) ¿Cuál es el par máximo de este motor? ¿A qué velocidad y deslizamiento ocurre?
b) ¿Cuál es el par de arranque de este motor?
c) Cuando se duplica la resistencia del rotor, ¿a qué velocidad ocurre ahora su par máximo? ¿Cuál es el nuevo par de arranque del motor?
d) Calcule y dibuje la característica par-velocidad de este motor tanto con la resistencia original del rotor como con el duplo de esa resistencia.

Solución. El voltaje de Thevenin en este motor es

$$V_{\text{TH}} = V_\phi \frac{X_M}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_M)^2}} \tag{7-41a}$$

$$= \frac{(266 \text{ V})(26.3\ \Omega)}{\sqrt{(0.641\ \Omega)^2 + (1.106\ \Omega + 26.3\ \Omega)^2}} = 255.2 \text{ V}$$

La resistencia de Thevenin es

$$R_{\text{TH}} \approx R_1\left(\frac{X_M}{X_1 + X_M}\right)^2 \tag{7-44}$$

$$\approx (0.641\ \Omega)\left(\frac{26.3\ \Omega}{1.106\ \Omega + 26.3\ \Omega}\right)^2 = 0.590\ \Omega$$

La reactancia de Thevenin es

$$X_{\text{TH}} \approx X_1 = 1.106\ \Omega$$

a) El deslizamiento al cual ocurre el par máximo está dado por la ecuación (7-53):

$$s_{\text{máx.}} = \frac{R_2}{\sqrt{R_{\text{TH}}^2 + (X_{\text{TH}} + X_2)^2}} \tag{7-53}$$

$$= \frac{0.332\ \Omega}{\sqrt{(0.590\ \Omega)^2 + (1.106\ \Omega + 0.464\ \Omega)^2}} = 0.198$$

Este corresponde a una velocidad mecánica de

$$n_m = (1 - s)n_{\text{sinc}} = (1 - 0.198)(1800 \text{ r/min}) = 1444 \text{ r/min}$$

El par a esta velocidad es

$$\tau_{máx.} = \frac{3V_{TH}^2}{2\omega_{sinc}[R_{TH} + \sqrt{R_{TH}^2 + (X_{TH} + X_2)^2}]} \tag{7-54}$$

$$= \frac{3(255.2\text{ V})^2}{2(188.5\text{ rad/s})[0.590\ \Omega + \sqrt{(0.590\ \Omega)^2 + (1.106\ \Omega + 0.464\ \Omega)^2}]}$$

$$= 229\text{ N} \cdot \text{m}$$

b) El par de arranque de este motor se encuentra haciendo $s = 1$ en la ecuación (7-50):

$$\tau_{arranque} = \frac{3V_{TH}^2 R_2}{\omega_{sinc}[(R_{TH} + R_2)^2 + (X_{TH} + X_2)^2]}$$

$$= \frac{3(255.2\text{ V})^2(0.332\ \Omega)}{(188.5\text{ rad/s})[(0.590\ \Omega + 0.332\ \Omega)^2 + (1.106\ \Omega + 0.464\ \Omega)^2]}$$

$$= 104\text{ N} \cdot \text{m}$$

c) Si se duplica la resistencia del rotor, se duplica también el deslizamiento al par máximo. Entonces,

$$s_{máx.} = 0.396$$

y la velocidad del par máximo es

$$n_m = (1 - s)n_{sinc} = (1 - 0.396)(1800\text{ r/min}) = 1087\text{ r/min}$$

El par máximo es aún

$$\tau_{máx.} = 229\text{ N} \cdot \text{m}$$

El par de arranque ahora es

$$\tau_{arranque} = \frac{3(255.2\text{ V})^2(0.664\ \Omega)}{(188.5\text{ rad/s})[(0.590\ \Omega + 0.664\ \Omega)^2 + (1.106\ \Omega + 0.464\ \Omega)^2]}$$

$$= 170\text{ N} \cdot \text{m}$$

d) Se creará un archivo-m MATLAB para calcular y graficar la característica par-velocidad del motor tanto con la resistencia original del rotor como con el duplo de ésta. El archivo-m calculará la impedancia de Thevenin utilizando las ecuaciones exactas para V_{TH} y Z_{TH} [ecuaciones (7-41*a*) y (7-43)], en lugar de las ecuaciones aproximadas, ya que el computador puede efectuar con facilidad los cálculos exactos. El computador calculará entonces el par inducido utilizando la ecuación (7-50) y graficará los resultados. El archivo-m resultante se muestra en seguida:

```
% Archivo-M: torque-speed-curve.m
% Archivo-M: que dibuja la curva par-velocidad del motor
% de inducción del ejemplo 7-5.
```

```
% Primero inicie los valores necesarios en este porgrama.
r1 = 0.641;                    % Resistencia del estator
x1 = 1.106;                    % Reactancia del estator
r2 = 0.332;                    % Resistencia del rotor
x2 = 0.464;                    % Reactancia del rotor
xm = 26.3;                     % Reactancia de la rama de
                                 magnetización
v_phase = 460 / sqrt (3); % Voltaje de fase
n_sync = 1800;                 % Velodidad sincrónica (r/min)
w_sync = 188.5;                % Velocidad sincrónica (rad/s)

% Calcule el voltaje y la impedancia Thevenin en las ecuaciones
% 7 41a y 7-43.
v_th = v_phase * ( xm / sqrt (r1^2 + (x1 + xm) ^2) );
z_th = ((j*xm) * (r1 +j*x1)) (r1 + j*(x1 + xm));
r_th = real (z_th);
x_th = imag (z_th);

% Ahora calcule la característica par-velocidad para varios
% deslizamientos entre 0 y 1. Note que el primer deslizamiento es
% 0.001 en cambio de exactamente 0 para evitar problemas
% de división por cero.
s = (0:1:50) / 50;         % Deslizamiento
s(1) = 0.001;
nm = (1 - s) * n_sync;     % Velocidad mecánica

% Calcule el par para la resistencia original del rotor
for ii = 1:51
   t_ind(ii) = (3 * v_th^2 * r2 / s(ii)) / ...
      (w_sync * ((r_th^ + r2/s(ii)^2 + (x_th + x2)^2));
end

% Calcule el par para el duplo de la resistencia del rotor
for ii = 1:51
   t_ind2(ii) = (3 * v_ th^2 * (2*r2) / s(ii) / ...
      (w_sync * ((r_th + (2*r2) /s(ii))^2 + (x_th + x2)^2) );
end
% Dibuje la curva par-velocidad
plot(nm,t_ind1,'Color', 'k','LineWidth',2.0);
hold on;
plot(nm,t_ind2,'Color','k', 'LineWidth', 2.0,'LineStyle','-.');
xlabel('\itn_{m}','Fontweigth','Bold');
ylabel('\tau_{ind}','Fontweigth','Bold');
title ('característica par-velocidad del motor de inducción',...
   'Fontweigth','Bold');
legend ('Original R_{2}','R_{2}Duplicado');
grid on;
hold off;
```

Las características par-velocidad resultantes se muestran en la figura 7-23. Nótese que los valores del par pico y del par de arranque sobre las curvas concuerdan con los calculados del literal *a*) al literal *c*). Así mismo nótese que el par de arranque del motor se elevó al aumentar R_2.

7-6 VARIACIONES EN LAS CARACTERÍSTICAS PAR-VELOCIDAD DEL MOTOR DE INDUCCIÓN

En la sección 7-5 se dedujo la característica par-velocidad de un motor de inducción. En efecto, se mostraron varias curvas características dependientes de la resistencia del rotor. El ejemplo 7-5 ilustró el dilema de un diseñador de un motor de inducción –si se diseña un rotor con alta resistencia, el par de arranque del motor es muy grande, aunque el deslizamiento también es muy grande en condiciones normales de funcionamiento. Recuérdese que $P_{conv} = (1-s)P_{AG}$; por tanto, cuanto *mayor sea el deslizamiento, menor será la fracción de potencia en el entrehierro realmente convertida en potencia mecánica,* y menor será la eficiencia del motor. Un motor de gran resistencia en el rotor tiene un buen par de arranque pero su eficiencia es pobre en condiciones normales de operación. Por otro lado, un motor de baja resistencia en el rotor tiene bajo par de arranque y alta corriente de arranque, pero su eficiencia es muy alta en condiciones normales de operación. El diseñador de un motor de inducción está forzado a definir entre los conflictivos requerimientos de un alto par de arranque y una buena eficiencia.

Una solución posible a esta dificultad se sugirió de paso en la sección 7-5: utilizar un motor de inducción de rotor devanado e insertar resistencia extra en el circuito del rotor durante el arranque. La resistencia extra puede eliminarse por completo para lograr mejor eficiencia durante la operación normal. Por desgracia los motores de rotor devanado son más costosos, necesitan más mantenimiento y requieren un circuito de control automático más complejo que los motores de inducción con rotor de jaula de ardilla. Así mismo a veces es importante sellar del todo el motor cuando se instala en ambientes de riesgo o explosivos, lo cual es más fácil de conseguir con un rotor de una sola pieza. Sería bueno encontrar alguna forma de adicionar resistencia extra al rotor en el arranque y quitarla durante su operación normal sin utilizar anillos deslizantes y *sin intervención de un operador o un circuito de control.*

La figura 7-24 ilustra las características deseables de un motor de inducción. Esta figura muestra dos características del motor de rotor devanado: una de alta resistencia y otra de baja resistencia. Si los deslizamientos son altos, el motor deseable debería comportarse de acuerdo con la curva del motor de rotor devanado de alta resistencia; si los deslizamientos son bajos, debería comportarse de acuerdo con la curva del motor de rotor devanado de baja resistencia.

Por fortuna es posible lograr este efecto aprovechando de manera apropiada la *reactancia de dispersión* en el diseño del rotor del motor de inducción.

Control de las características del motor mediante diseño de la jaula de ardilla del rotor

En el circuito equivalente del motor de inducción, la reactancia X_2 representa en forma referida reactancia de dispersión del rotor. Recuérdese que la reactancia de dispersión es la reactancia

debida a las líneas de flujo del rotor que no se acoplan con los devanados del estator. En general, cuanto más lejana del estator se encuentre una barra del rotor o parte de la barra, mayor es su reactancia de dispersión puesto que será menor el porcentaje del flujo de la barra que llegará al estator. Entonces, si las barras de un rotor de jaula de ardilla se colocan cerca de la superficie del rotor, tendrán tan solo un pequeño flujo disperso y la reactancia X_2 será pequeña en el circuito equivalente. Por otra parte, si las barras del rotor se colocan profundas dentro de la estructura del rotor, habrá más dispersión y la reactancia X_2 del rotor será mayor.

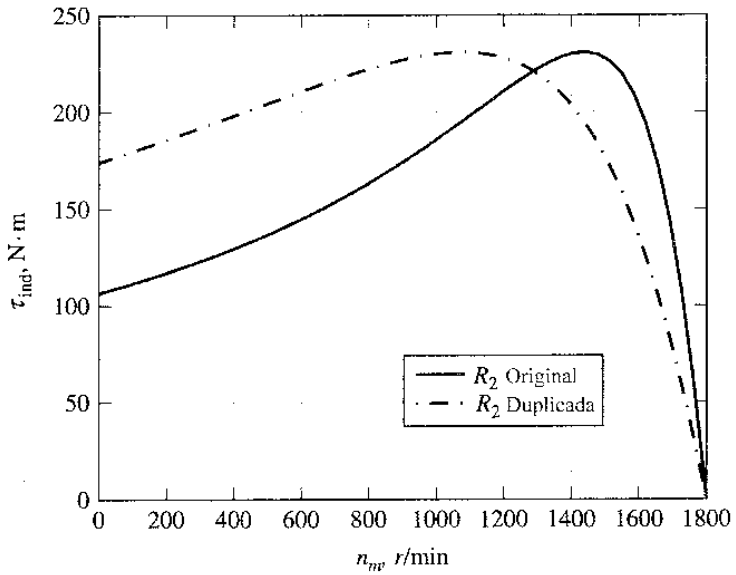


Figura 7-23
Características par-velocidad del motor del ejemplo 7-5.

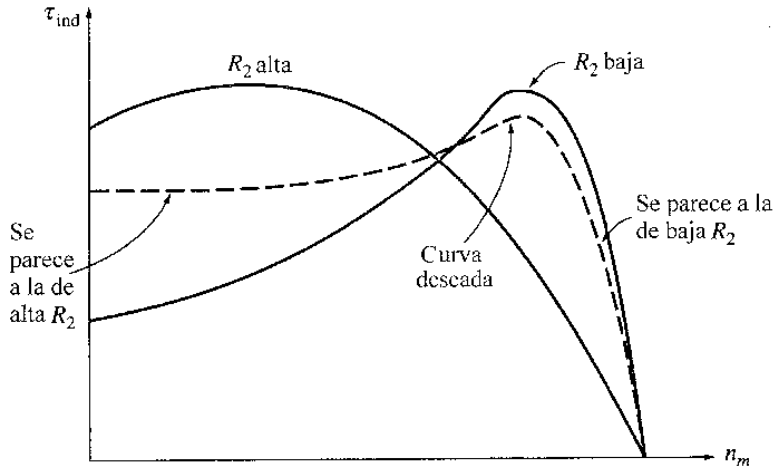


Figura 7-24
Curva característica par-velocidad que combina los efectos de alta resistencia a bajas velocidades (alto deslizamiento) con los efectos de baja resistencia a alta velocidad (bajo deslizamiento).

Por ejemplo, la figura 7-25*a* es una fotografía de un rotor laminado que muestra la sección transversal de las barras en el rotor. Las barras del rotor, en la figura, son muy largas y se encuentran colocadas cerca de la superficie. Tal diseño tendrá baja resistencia (dada su gran sección transversal), bajas reactancias de dispersión del rotor X_2 (por causa de la localización de la barra cerca del estator). Debido a la baja resistencia rotórica, el par máximo estará cerca de la velocidad sincrónica [*véase* ecuación (7-53)] y el motor tendrá mayor eficiencia. Recuérdese que

$$P_{\text{conv}} = (1 - s)P_{\text{AG}} \tag{7-33}$$

por tanto en la resistencia del rotor se pierde muy poca de la potencia en el entrehierro. Sin embargo, puesto que R_2 es pequeña, el par de arranque del motor será pequeño y su corriente de arranque será alta. Este tipo de diseño se llama diseño clase A de la National Electrical Manufacturers Association (NEMA). Es más o menos un motor de inducción típico y sus características son básicamente las mismas que las de un motor de rotor devanado sin resistencia extra insertada. Su característica par-velocidad se muestra en la figura 7-26.

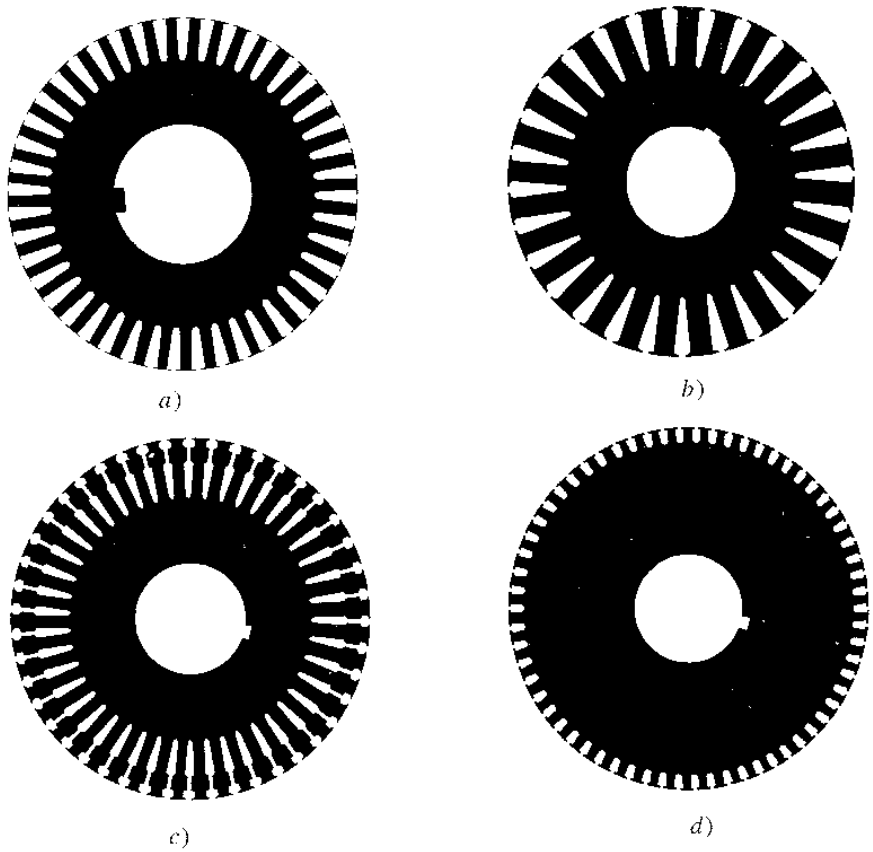


Figura 7-25
Laminados de rotores de motores de inducción típicos, con rotor de jaula de ardilla, que muestran la sección transversal de las barras del rotor: *a*) diseño NEMA clase A –grandes barras cerca de la superficie; *b*) diseño NEMA clase B –barras rotóricas grandes y profundas; *c*) diseño NEMA clase C – diseño de rotor de doble jaula; *d*) diseño NEMA clase D – barras pequeñas cerca de la superficie (*cortesía de MagneTek, Inc.*)

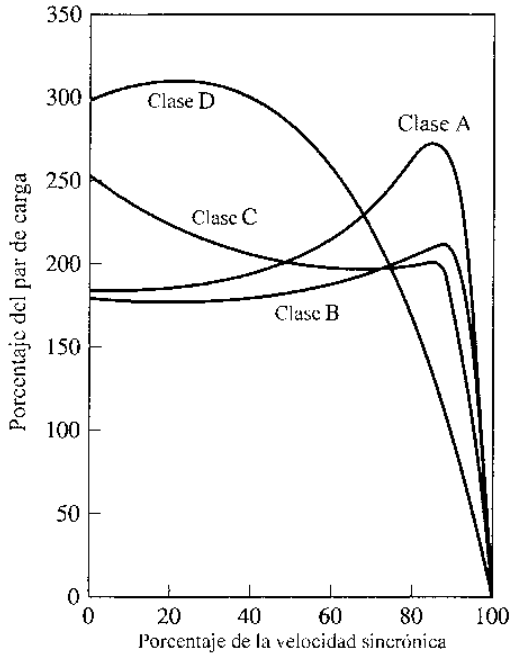


Figura 7-26
Curvas características típicas para diferentes diseños de rotores.

La figura 7-25*d* muestra la sección transversal de un rotor de motor de inducción con barras *pequeñas* colocadas cerca de la superficie del rotor. Puesto que el área de la sección transversal de las barras es pequeña, la resistencia del rotor es relativamente alta. Como las barras están localizadas cerca del estator, la reactancia de dispersión del rotor es aún pequeña. Este motor es muy parecido a un motor de inducción de rotor devanado con resistencia extra inserta en el circuito del rotor. Debido a que la resistencia del rotor es grande, el par máximo del motor ocurre a un alto deslizamiento y su par de arranque es bastante alto. Un motor de jaula de ardilla cuyo rotor presenta este tipo de construcción se llama de diseño NEMA, clase D. Su característica par-velocidad se muestra en la figura 7-26.

Diseños de rotor de barra profunda y de doble jaula

Los diseños previos de rotores son similares en esencia a los de motores con rotor devanado con un conjunto de resistencia rotórica. ¿Cómo se puede producir una resistencia rotórica *variable* para combinar un alto par de arranque y baja corriente de arranque del diseño clase D con el bajo deslizamiento de operación normal y la alta eficiencia del diseño clase A?

Es posible producir una resistencia rotórica variable utilizando barras rotóricas profundas o rotores de doble jaula. En la figura 7-27 se ilustra el concepto básico con un rotor de barra profunda. La figura 7-27*a* muestra una corriente que fluye a través de la parte superior de una barra de rotor de barra profunda. Puesto que la corriente que fluye en esa área está estrechamente

acoplada al estator, la inductancia de dispersión es pequeña en esa región. La figura 7-27*b* muestra la corriente que fluye en la parte más profunda de la barra. Aquí, la inductancia de dispersión es más alta. Puesto que todas las partes de la barra del rotor están eléctricamente en paralelo, la barra representa una serie de circuitos eléctricos en paralelo, de los cuales los de la parte superior tienen menor inductancia y los de la parte inferior, mayor inductancia (figura 7-27*c*).

Si el deslizamiento es bajo, la frecuencia del rotor es muy pequeña y las reactancias de todos los circuitos en paralelo a través de la barra son pequeñas comparadas con sus resistencias. Las impedancias de todas las partes de la barra son aproximadamente iguales, de modo que la corriente fluye con uniformidad en todas las partes de la barra. El área grande de la sección transversal resultante hace que la resistencia del rotor sea bastante pequeña, lo cual se traduce en una buena eficiencia a bajos deslizamientos. Si los deslizamientos son altos (condiciones de arranque), las reactancias son grandes comparadas con las resistencias en las barras rotóricas, de modo que toda la corriente es forzada a fluir en la parte de baja reactancia de la barra, cerca del estator. Puesto que la sección transversal *efectiva* es menor, la resistencia del rotor es mayor que antes. A una alta resistencia del rotor en condiciones de arranque, el par de arranque es relativamente mayor y la corriente de arranque es relativamente menor que en el diseño clase A. Una característica típica par-velocidad de esta construcción es la curva de diseño clase B de la figura 7-26.

La figura 7-25*c* muestra la sección transversal de un rotor de doble jaula. Consta de un grupo de barras grandes de baja resistencia incrustadas profundamente en el rotor y un grupo de barras pequeñas de alta resistencia colocadas cerca de la superficie del rotor. Es similar al rotor de barra profunda, excepto que la diferencia entre las operaciones bajo deslizamiento y a alto deslizamiento es aún más exagerada. En condiciones de arranque, sólo es efectiva la barra pequeña y la resistencia rotórica es *bastante* alta. Esta alta resistencia resulta en un gran par de arranque. Sin embargo, a velocidades normales de operación, ambas barras son efectivas, y la resistencia es casi tan baja como en un rotor de barra profunda. Los rotores de doble jaula de este tipo se utilizan para producir características de diseños NEMA clase B y clase C. Entre las posibles características par-velocidad de un rotor de este diseño están las designadas como diseño clase B y diseño clase C de la figura 7-26.

Los rotores de doble jaula tienen la desventaja de que son más costosos que los demás tipos de rotores de jaula de ardilla, pero son más baratos que los diseños de rotor devanado. Ellos permiten alcanzar algunas de las mejores características posibles de los motores de rotor devanado (alto par de arranque con baja corriente de arranque y buena eficiencia en condiciones normales de operación) a un costo más bajo y sin la necesidad de mantenimiento de anillos rozantes y escobillas.

Clases de diseño de motores de inducción

Es posible producir gran variedad de curvas par-velocidad cambiando las características del rotor de los motores de inducción. Para ayudar a la industria a seleccionar de modo adecuado los motores destinados a diversas aplicaciones en el rango completo de caballos de fuerza, la NEMA –en los Estados Unidos– y la International Electrotechnical Commission (IEC), –en Europa–, han definido una serie de diseños estándar con diferentes curvas par-velocidad. Estos diseños estándar se relacionan con las *clases de diseño*, de modo que un motor indivi-

dual puede ser relacionado con un motor de diseño clase X. A estas clases de diseño NEMA e IEC nos referimos anteriormente. La figura 7-26 muestra curvas típicas par-velocidad para las cuatro clases NEMA estándar de diseño. Los rasgos característicos de cada clase de diseño estándar se presentan a continuación.

DISEÑO CLASE A. Los motores de diseño clase A son de diseño estándar: con un par de arranque normal, corriente de arranque normal y bajo deslizamiento. El deslizamiento a plena carga de los motores de diseño clase A debe ser menor de 5% y menor que el del motor de tamaño equivalente de diseño clase B. El par máximo equivale a entre 200 y 300% del par de plena carga y ocurre a un bajo deslizamiento (menor de 20%). El par de arranque de este diseño equivale por lo menos, al nominal de los motores grandes y es 200% o más del par nominal de los motores pequeños. El problema principal de esta clase de diseño es la extremadamente alta corriente de irrupción en el arranque. Los flujos de corriente en el arranque equivalen a entre 500 y 800% de la corriente nominal. Si la potencia sobrepasa 7.5 hp, se debe utilizar alguna forma de voltaje reducido en el arranque de estos motores, para evitar problemas de caída de voltaje en el sistema de potencia al cual se hallan conectados. En el pasado, los motores de diseño clase A fueron de diseño estándar para la mayoría de las aplicaciones que no sobrepasaban 7.5 hp y hasta cerca de 200 hp, pero han sido remplazados por motores de diseño clase B en los últimos años. Estos motores se utilizan en ventiladores, sopladores, bombas, tornos y otras máquinas herramientas.

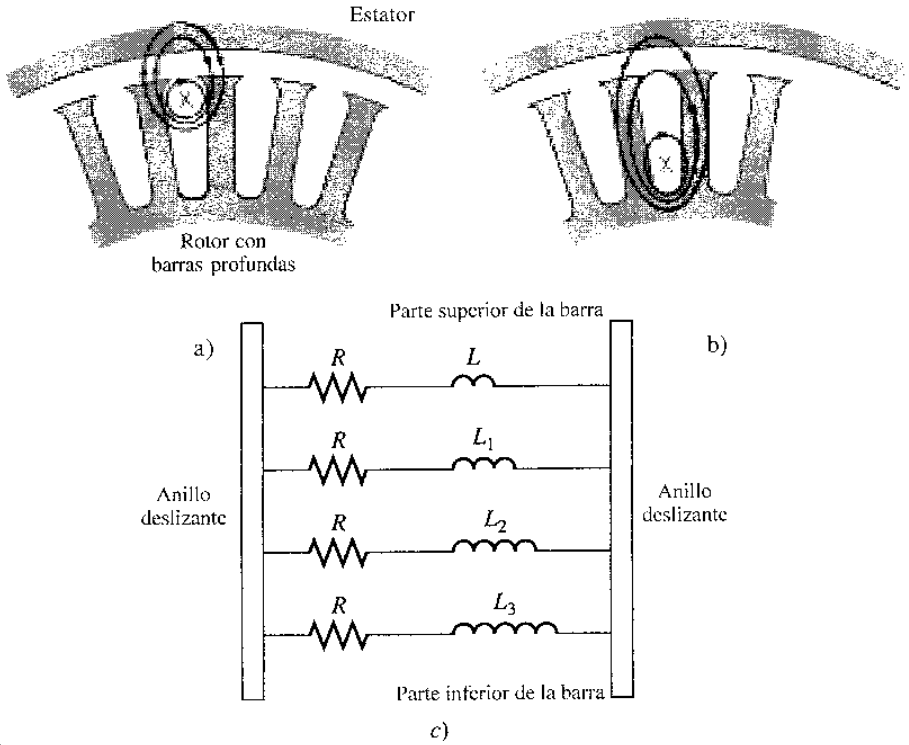


Figura 7-27
Flujo disperso en un rotor de barra profunda. *a*) Para una corriente que fluye en la parte superior de la barra, el flujo está fuertemente ligado al estator, y la inductancia de dispersión es pequeña; *b*) para la corriente que fluye en la parte inferior de la barra, el flujo está débilmente ligado al estator , y la inductancia de dispersión es grande; *c*) circuito equivalente resultante de la barra del rotor como función de la profundidad en el rotor.

DISEÑO CLASE B. Los motores de diseño clase B tienen par de arranque normal, baja corriente de arranque y bajo deslizamiento. Este motor produce casi el mismo par de arranque que el motor de clase A con cerca de 25% menos corriente. El par máximo es mayor o igual a 200% del par de carga nominal, pero menor que el del diseño clase A, debido al aumento de la reactancia del rotor. El deslizamiento del rotor es relativamente bajo (menor del 5%), aun a plena carga. Las aplicaciones son similares a las de los motores de diseño clase A, pero los de diseño clase B son preferidos debido a que requieren poca corriente de arranque. Los motores de diseño clase B han remplazado ampliamente a los motores de diseño clase A en las nuevas instalaciones.

DISEÑO CLASE C. Los motores de diseño clase C tienen alto par de arranque con bajas corrientes de arranque y bajo deslizamiento (menos de 5%) a plena carga. El par máximo es un poco menor que el de los motores de clase A, mientras que el par de arranque es hasta 250% del par de plena carga. Estos motores son construidos con rotores de doble jaula; por tanto, son más costosos que los motores de las clases ya indicadas. Se utilizan para cargas con alto par de arranque, como bombas, compresores y transportadores.

DISEÑO CLASE D. Los motores de diseño clase D tienen alto par de arranque (275% o más del par nominal) y una baja corriente de arranque, pero también tienen alto deslizamiento a plena carga. En esencia son motores de inducción de clase A comunes, pero las barras del rotor son más pequeñas y la resistencia del material es más elevada. La alta resistencia del rotor desplaza el par máximo hacia una velocidad muy baja. También es posible que el par máximo ocurra a velocidad cero (100% de deslizamiento). En estos motores, el deslizamiento a plena carga es bastante alto debido a la alta resistencia rotórica. Está típicamente entre 7 y 11%, pero puede llegar a 17% o más. Estos motores se utilizan en aplicaciones que requieren acelerar cargas de inercias muy altas, en especial grandes volantes utilizados en troqueladoras o en cortadoras. En tales aplicaciones, estos motores aceleran un gran volante de modo gradual hasta alcanzar su plena velocidad, que luego se trasmite a la troqueladora. Después de la operación de troquelado, el motor reacelera el volante durante un moderado tiempo hasta la próxima operación.

Además de estas cuatro clases de diseño, la NEMA reconoció las clases de diseño E y F que fueron llamados motores de inducción de *arranque suave* (*véase* figura 7-28). Estos diseños se distinguieron por tener muy bajas corrientes de arranque y se utilizaron para cargas de bajo par de arranque en situaciones en que las corrientes de arranque eran un problema. Estos diseños están obsoletos hoy en día.

Ejemplo 7-6 Un motor de inducción de 460 V, 30 hp, 60 Hz, cuatro polos, conectado en Y tiene dos posibles diseños para el rotor: un rotor de jaula sencilla y un rotor de doble jaula (el estator es idéntico en cualquiera de los dos diseños del rotor). El motor con rotor de jaula sencilla puede ser modelado por las siguientes impedancias en ohms por fase, referidos al circuito del estator:

$$R_1 = 0.641\ \Omega \quad R_2 = 0.300\ \Omega$$
$$X_1 = 0.750\ \Omega \quad X_2 = 0.500\ \Omega \quad X_M = 26.3\ \Omega$$

El motor con rotor de doble jaula puede ser modelado con acoplamiento fuerte y alta resistencia en la jaula exterior en paralelo con la jaula interior de bajo acoplamiento y baja resistencia (similar

a la estructura de la figura 7-25*c*). El estator y la resistencia y reactancias del circuito de magnetización serán idénticas a las del diseño de jaula sencilla.

La resistencia y reactancia de la jaula exterior del rotor son:

$$R_{2_o} = 3.200\ \Omega \qquad X_{2_o} = 0.500\ \Omega$$

Nótese que la resistencia es alta debido a que la sección transversal de la barra exterior es pequeña mientras que la reactancia es igual a la reactancia del rotor de jaula sencilla, puesto que la jaula exterior está muy cerca del estator y la reactancia de dispersión es pequeña.

$$R_{2_i} = 0.400\ \Omega \qquad X_{2_i} = 3.300\ \Omega$$

Aquí la resistencia es baja puesto que las barras tienen áreas de sección transversal grandes, pero la reactancia de dispersión es bastante alta.

Calcule las características par-velocidad asociadas a los dos diseños de rotor. ¿Cómo se pueden comparar?

Solución. La característica par-velocidad del motor con rotor de jaula sencilla se puede calcular de la misma manera que en el ejemplo 7-5. La característica par-velocidad del motor con rotor de jaula doble se puede calcular de la misma forma, *excepto* que en cada deslizamiento la resistencia y la reactancia del rotor serán la combinación en paralelo de las impedancias de la jaula interior y de la jaula exterior. A bajos deslizamientos, la reactancia del rotor carecerá relativamente de importancia y la gran jaula interior desempeñará un papel más importante en la operación de la máquina. A altos deslizamientos, la alta reactancia de la jaula interior casi la remueve del circuito.

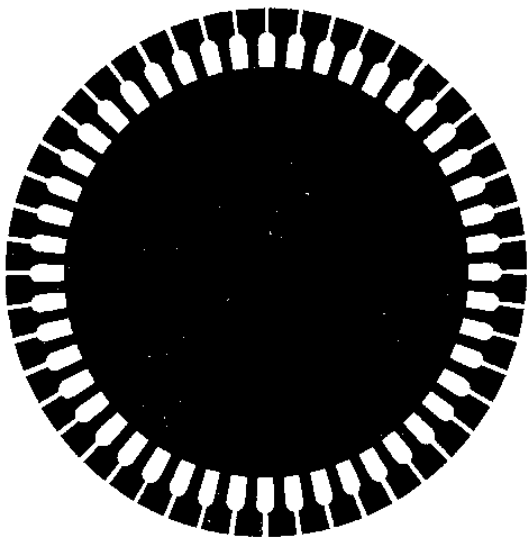


Figura 7-28
Sección transversal de rotor que muestra la construcción de un motor inducción de clase F. Puesto que las barras del rotor están profundamente incrustadas, tienen muy alta reactancia de dispersión. La alta reactancia de dispersión reduce el par y la corriente de arranque de este motor; por esto es llamado *diseño de arranque suave* (cortesía de MagneTek, Inc.).

Un archivo-m de MATLAB para calcular y graficar las dos características de par-velocidad se muestra en seguida:

```
% Archivo -M: torque_speed_2.m
% Archivo M que crea y dibuja la curva
% par-velocidad de un motor de inducción con un rotor de diseño
% de doble jaula.
% Primero, inicie los valores necesarios en este programa.
r1 = 0.641:                 % Resistencia del estator
x1 = 0.750;                 % Reactancia del estator
r2 = 0.300;                 % Resistencia del rotor con jaula
                               sencilla
r2i = 0.400;                % Resistencia de la jaula interna del
                               rotor doble jaula
r2o = 3.200;                % Resistencia de la jaula externa del
                               rotor con doble jaula
x2 = 0.500;                 % Reactancia del rotor con jaula sencilla
x2i = 3.300;                % Reactancia de la jaula interna
                            % del rotor con doble jaula
x2o = 0.500;                % Reactancia de la jaula externa
                            % del rotor con doble jaula
xm = 26.3;                  % Reactancia de la rama de magnetización
v_phase = 460 / sqrt (3);   % Voltaje de fase
n_sync = 1800;              % velocidad sincrónica (r/min)
w_sync = 188.5;             % velocidad sincrónica (rad/s)

% Calcule el voltaje y la impedancia de Thevenin en las ecuaciones
% 7_41a y 7.43.
v_th  = v_phase * ( xm / sqrt (r1^2 + (x1 + xm)^2) );
z_th  = ((j*xm) * (r1 + j*x1)) / (r1 + j*(x1 + xm));
r_th  = real (z_th);
x_th  = imag (z_th);

% Ahora calcule la velocidad del motor para varios deslizamientos
% entre 0 y 1. Nótese que el primer valor del deslizamiento
% es 0.001 en cambio de exactamente 0 para evitar problemas
% al dividir entre cero.
S =   (0:1:50) / 50         % Deslizamiento
s(1) = 0.001;               % Evite dividir entre cero
nm =  (1 - s) * n_sync;     % Velocidad mecánica

% Calcule el par para el motor de rotor con jaula sencilla.
for ii = 1:51                =    1;51
   t_ind1(ii) = (3 * v_th^2 * r2 / s(ii)) / ...
      w_sync * ((r_th + r2/s(ii))^2 + (x_th + x2)^2) );
end

% Calcule la resistencia y reactancia del rotor de doble jaula
% en cada deslizamiento, y entonces use estos valores para
```

```
% calcular el torque inducido.
for ii = 1:51
y_r = 1/(r2i + j*s(ii)*x2i) + 1/(r2o + j*s(ii)*x2o);
Z_r = 1/y_r;                % Impedancia efectiva del rotor
r2eff = real(z_r);          % Resistencia efectiva del rotor
x2eff = imag(z_r);          %    Reactancia efectiva del rotor

% Calcule el par inducido para el rotor de doble jaula
t_ind2(ii)= (3 * v_th^2 * r2eff / s(ii)) / ...
      (w_sync * ((r_th + r2eff/s(ii))^2 + (x_th + x2eff)^2) );
end
% Dibuja las curvas par-velocidad
plot (nm,t_ind1, 'Color','k','LineWidth', 2.0);
hold on;
plot (nm,t_ind2, 'Color','k', 'LineWidth',2.0, 'LineStyle','-.');
xlabel ('\itn_{m ', 'Fontweight', 'Bold'(;
ylabel (\'tau_{ind}+,'Fontweight','Bold');
title ('Característica par-velocidad del motor de inducción'...
      'Fontweight''Bold';
legend ('Diseño de jaula sencilla','Diseño de jaula doble');
grid on;
hold off;
```

El resultado de las caracierísticas par-velocidad se muestran en la figura 7-29. Nótese que el diseño de doble jaula tiene un deslizamiento ligeramente mayor en el rango de operación normal, par máximo más pequeño y mayor par de arranque, comparado con el correspondiente diseño de rotor de jaula sencilla. Este comportamiento concuerda con los análisis teóricos de esta sección. ●

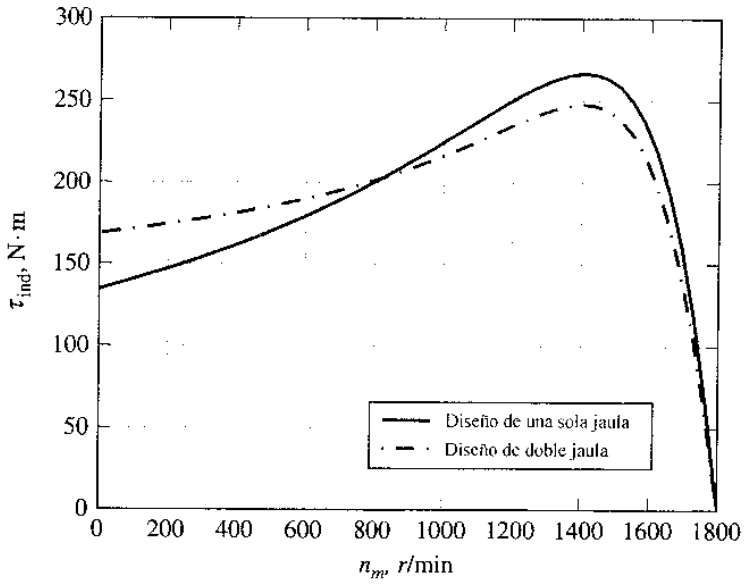


Figura 7-29
Comparación de las características par-velocidad para los rotores de jaula sencilla y de doble jaula del ejemplo 7-6.

7-7 TENDENCIAS EN EL DISEÑO DE MOTORES DE INDUCCIÓN

Las ideas fundamentales sobre los motores de inducción fueron desarrolladas hacia el final de la década de 1880 por Nicola Tesla, quien recibió la patente de sus ideas en 1888. En esa época presentó un artículo ante el American Institute of Electrical Engineers [AIEE, predecesor del hoy Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE)] en el cual describió los principios básicos del motor de inducción de rotor devanado, junto con ideas para desarrollar otros dos importantes motores de corriente alterna: el motor sincrónico y el motor de reluctancia.

Aunque la idea básica del motor de inducción fue descrita en 1888, el motor en sí no estaba aún completo. Hubo un periodo inicial de rápido desarrollo seguido de una serie de lentos mejoramientos que continuaron evolucionando hasta hoy.

El motor de inducción moderno se construyó entre 1888 y 1895. Durante ese periodo se desarrollaron fuentes de potencia de dos y tres fases para producir campos magnéticos rotacionales dentro del motor, devanados estatóricos distribuidos y se introdujo el rotor de jaula de ardilla. Hacia 1896 estuvieron disponibles en el comercio motores de inducción trifásicos plenamente reconocidos y funcionales.

Entre aquella época y comienzos de los años de 1970 hubo progresos continuos en la calidad de los aceros, las técnicas de fundición, los aislamientos y otros elementos utilizados en los motores de inducción. Estas tendencias dieron como resultado un motor más pequeño con una potencia de salida determinada, que proporcionó ahorro considerable en los costos de construcción. En efecto, un motor moderno de 100 hp es igual en tamaño físico a uno de 7.5 hp de 1897. Esta progresión se ilustra con los motores de inducción de 15 hp mostrados en la figura 7-30 (*véase también* la figura 7-31).

Sin embargo, estos progresos en el diseño del motor de inducción *no* necesariamente llevaron a mejorar la eficiencia de operación del motor. El mayor esfuerzo de diseño se dirigió a reducir el costo inicial de los materiales de las máquinas, no a aumentar su eficiencia. Esta orientación del diseño se debió a que la electricidad no era tan costosa; en consecuencia, el costo directo del motor era el criterio principal utilizado por los compradores para elegir.

Como el precio de los combustibles tuvo un espectacular ascenso en 1973, el costo de operación durante la vida útil de la máquina ha llegado a ser cada vez más importante, mientras que el costo de instalación inicial ha dejado de tener importancia relativamente. Resultado de estas tendencias, ha sido el nuevo énfasis puesto en la eficiencia del motor tanto por los diseñadores como por los usuarios de las máquinas.

En la actualidad los mayores fabricantes están produciendo nuevas líneas de motores de inducción de alta eficiencia, y están logrando una participación creciente en el mercado de los motores de inducción. Para aumentar la eficiencia de estos motores, se utilizan varias técnicas, a diferencia de los diseños de eficiencia tradicional. Entre estas técnicas están:

1. Se utiliza más cobre en los devanados del estator, para reducir las pérdidas en el cobre.
2. Las longitudes de los núcleos del rotor y del estator se incrementan para reducir la densidad de flujo magnético en el entrehierro de la máquina. Esto reduce la saturación magnética de la máquina y disminuye las pérdidas en el núcleo.

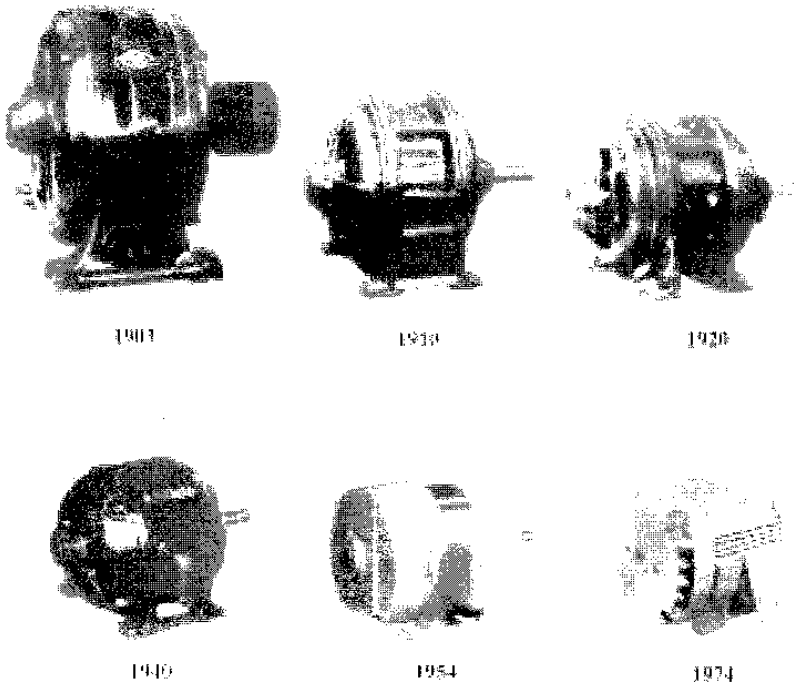


Figura 7-30
Evolución del motor de inducción. Los motores mostrados en esta figura son todos dimensionados para 220 V y 15 hp. Ha habido una drástica disminución del tamaño y los requerimientos en los materiales de los motores de inducción puesto que los primeros motores prácticos fueron fabricados en los años 1890 (*cortesía de General Electric Company*).

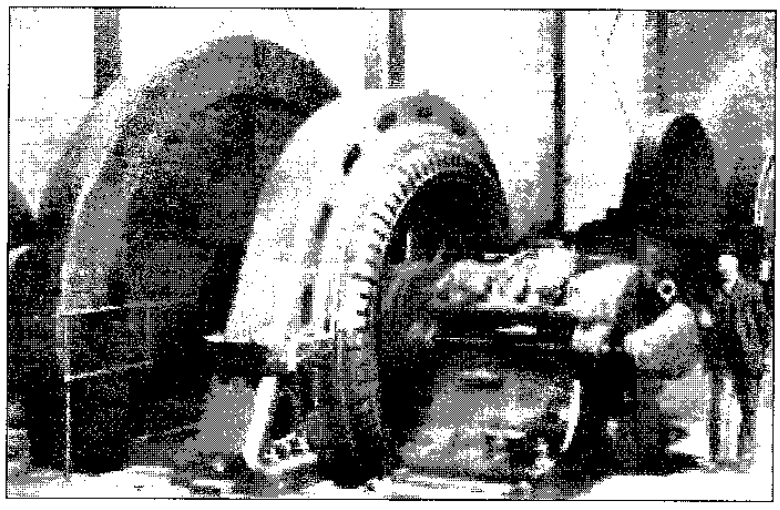


Figura 7-31
Primeros motores grandes de inducción típicos. Los motores mostrados son de capacidad de 2000 hp *(cortesía de General Electric Company)*.

3. Se utiliza más acero en el estator de la máquina, lo cual permite transferir mayor cantidad de calor hacia fuera del motor y reducir su temperatura de operación. El ventilador del rotor se rediseña para reducir las pérdidas por rozamiento con el aire.
4. En el estator se utiliza acero especial de alto grado eléctrico y bajas pérdidas por histéresis.
5. El acero, de muy alta resistividad interna, se lamina en calibres especialmente delgados (esto es, las láminas se ubican muy juntas unas de otras). Ambos efectos tienden a reducir las corrientes parásitas en el motor.
6. El rotor es maquinado cuidadosamente para producir un entrehierro uniforme que reduce las pérdidas dispersas en el motor.

Además de las técnicas generales descritas, cada fabricante posee sus propias técnicas para mejorar la eficiencia de los motores. En la figura 7-32 se muestra un motor de inducción típico de alta eficiencia.

Para comparar las eficiencias de los motores, NEMA ha adoptado una técnica estándar para medir la eficiencia de los motores basada en el Método B de la norma IEEE 112, *Procedimiento de prueba para motores y generadores de inducción polifásicos*. NEMA ha introducido también una clasificación llamada *Eficiencia nominal NEMA*, que aparece en la placa de características de los motores de diseño clases A, B y C. La eficiencia nominal identifica la eficiencia media de un gran número de motores de un modelo dado y garantiza cierta eficiencia mínima para ese tipo de motor. La figura 7-33 muestra la norma NEMA de eficiencias nominales.

Otras organizaciones de normalización también han establecido normas de eficiencia para motores de inducción, las más importantes de las cuales son la British (BS-269), IEC (IEC 34-2) y la norma japonesa (JEC-37). Sin embargo, las técnicas prescritas para medida de la eficiencia de los motores de inducción son diferentes en cada norma y llevan a *diferentes resultados para la misma máquina física*. Si dos motores tienen la misma eficiencia de 82.5%, medida de acuerdo con diferente norma, podrían no tener igual eficiencia. Cuando se comparan dos motores es importante comparar su eficiencia bajo la misma norma.

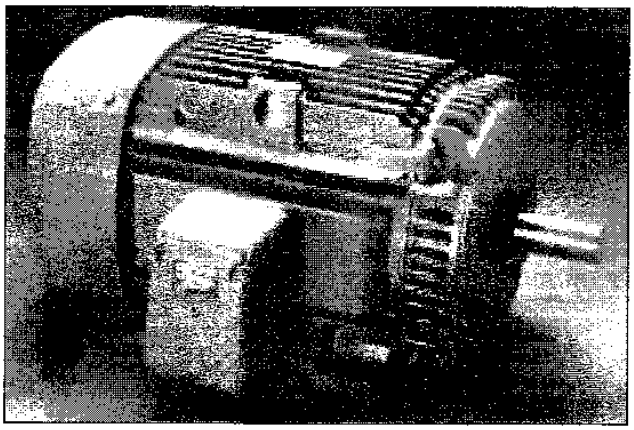


Figura 7-32
Motor ahorrador de energía General Electric, típico de los motores de inducción modernos de alta eficiencia *(cortesía de General Electric Company)*.

Eficiencia nominal, %	Eficiencia mínima garantizada, %	Eficiencia nominal, %	Eficiencia mínima garantizada, %
95.0	94.1	80.0	77.0
94.5	93.6	78.5	75.5
94.1	93.0	77.0	74.0
93.6	92.4	75.5	72.0
93.0	91.7	74.0	70.0
92.4	91.0	72.0	68.0
91.7	90.2	70.0	66.0
91.0	89.5	68.0	64.0
90.2	88.5	66.0	62.0
89.5	87.5	64.0	59.5
88.5	86.5	62.0	57.5
87.5	85.5	59.5	55.0
86.5	84.0	57.5	52.5
85.5	82.5	55.0	50.5
84.0	81.5	52.5	48.0
82.5	80.0	50.5	46.0
81.5	78.5		

Figura 7-33
Tabla NEMA de eficiencias nominales normalizadas. La eficiencia nominal representa la eficiencia media de una muestra de gran número de motores; la eficiencia mínima garantizada representa la eficiencia mínima permisible para cualquier motor de esa clase (*reproducida con permiso de Motors and Generators, NEMA Publication MG-1, derechos de edición 1987 de NEMA*).

7-8 ARRANQUE DE MOTORES DE INDUCCIÓN

Los motores de inducción no presentan los problemas de arranque que tienen los motores sincrónicos. En muchos casos, los motores de inducción pueden ser puestos en marcha conectándolos simplemente a la red; a veces, sin embargo, hay buenas razones para no hacerlo así. Por ejemplo, la corriente de arranque requerida puede causar una caída en el voltaje del sistema de potencia tal que haga inaceptable el *arranque a través de la línea.*

En motores de inducción de rotor devanado, el arranque puede llevarse a cabo con corrientes relativamente pequeñas, insertando resistencia extra en el circuito del rotor durante el arranque. Esta resistencia extra no sólo aumenta el par en el arranque sino que reduce su corriente.

En los motores de inducción de jaula de ardilla, la corriente de arranque puede variar con gran amplitud dependiendo, en principio, de la potencia nominal del motor y de la resistencia efectiva del rotor en las condiciones de arranque. Para estimar la corriente del rotor en condiciones de arranque, todos los motores de jaula de ardilla tienen ahora una *letra código* de arranque (no se debe confundir con la letra de *clase de diseño*) en su placa de características. La letra código limita la cantidad de corriente que el motor puede tomar en condiciones de arranque.

Estos límites se expresan en términos de la potencia aparente de arranque como función de su potencia nominal en caballos de fuerza. La figura 7-34 es una tabla que contiene los kilovoltamperes de arranque por caballo de fuerza para cada letra código.

Para determinar la corriente de arranque de un motor de inducción, lea el voltaje nominal, la potencia nominal y la letra código en su placa de características. Entonces la potencia aparente de arranque para el motor será

$$S_{start} = (\text{potencia nominal en caballos de fuerza})(\text{factor de letra código}) \qquad (7\text{-}55)$$

la corriente de arranque se puede encontrar de la ecuación

$$I_L = \frac{S_{start}}{\sqrt{3}V_T} \qquad (7\text{-}56)$$

Letra código nominal	Rotor bloqueado kVA/hp	Letra código nominal	kAV/hp Rotor bloqueado
A	0-3.15	L	9.00-10.00
B	3.15-3.55	M	10.00-11.00
C	3.55-4.00	N	11.20-12.50
D	4.00-4.50	P	12.50-14.00
E	4.50-5.00	R	14.00-16.00
F	5.00-5.60	S	16.00-18.00
G	5.60-6.30	T	18.00-20.00
H	6.30-7.10	U	20.00-22.40
J	7.7-8.00	V	22.40 y superiores
K	8.00-9.00		

Figura 7-34
Tabla de letras código NEMA, que indican los kilovoltamperes de arranque por caballo de fuerza nominal para un motor. Cada letra código se extiende hasta el límite inferior de la siguiente clase superior, pero no lo incluye (*reproducida con permiso de Motors and Generators, NEMA Publications MG-1, derechos de impresión 1987 por NEMA*).

Ejemplo 7-7 ¿Cuál es la corriente de arranque de un motor de inducción trifásico, de 15 hp, 208 V, letra código F?

Solución. De acuerdo con la figura 7-34, los kilovoltamperes máximos por caballo de potencia son 5.6. Entonces, los kilovoltamperes máximos de arranque de este motor son

$$S_{start} = (15 \text{ hp})(5.6) = 84 \text{ kVA}$$

La corriente de arranque es

$$I_L = \frac{S_{\text{start}}}{\sqrt{3}V_T}$$
$$= \frac{84\text{ kVA}}{\sqrt{3}(208\text{ V})} = 233\text{ A} \qquad (7\text{-}56)$$

Si es necesario, se puede reducir la corriente de arranque de un motor de inducción mediante un circuito de arranque. Sin embargo, al realizar esta operación también se reducirá el par de arranque del motor.

Una forma de reducir la corriente de arranque es insertar en la línea de potencia inductancias o resistencias extra durante el arranque. Aunque esta técnica era antes común, hoy en día es muy rara. Una alternativa consiste en reducir el voltaje en terminales del motor durante el arranque, utilizando autotransformadores para ello. La figura 7-35 muestra un circuito típico de arranque a voltaje reducido por medio de autotransformadores. Durante el arranque, los contactos 1 y 3 están cerrados y suministran un voltaje bajo al motor. Una vez que el motor ha tomado velocidad, se abren esos contactos y se cierran los contactos 2, que permiten la aplicación de voltaje pleno de la línea al motor.

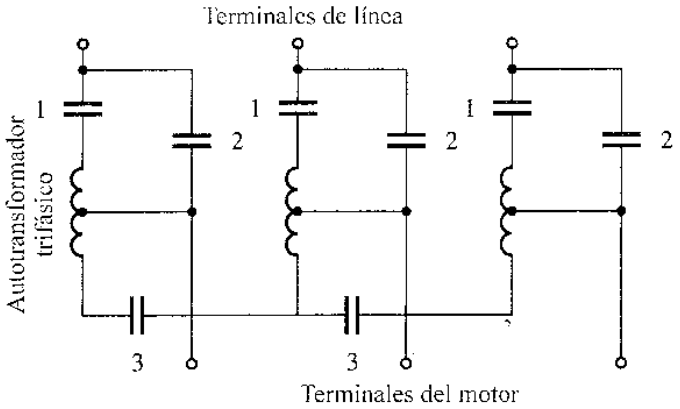
Es importante aclarar que mientras la corriente de arranque se reduce en proporción directa a la disminución del voltaje en los terminales, el par de arranque disminuye con el *cuadrado* del voltaje aplicado. Entonces, sólo puede reducirse cierta cantidad de corriente si el motor va a arrancar con carga en su eje.

Circuitos de arranque de motores de inducción

En la figura 7-36 se muestra un circuito típico de arranque a voltaje pleno o directo a través de la línea en un motor de inducción y, en la figura 7-37 se explica el significado de los símbolos utilizados en aquélla. La operación de este circuito es muy simple. Cuando se presiona el botón de arranque, la bobina del relé (*o contactor*) M se energiza y se cierran los contactos normalmente abiertos M_1, M_2 y M_3. Cuando se cierran estos contactos, se aplica potencia al motor de inducción y éste arranca. El contacto M_4 se cierra también cortocircuitando el interruptor de arranque y permitiendo que el operario lo libere sin que se quite el suministro de potencia al relé M. Cuando se presiona el botón de parada, se desenergiza el relé M, se abren los contactos M, y se detiene el motor.

En motores de este tipo, un circuito arrancador magnético tiene varios elementos de protección incorporados:

1. Protección de cortocircuito
2. Protección de sobrecarga
3. Protección de bajo voltaje



Secuencia de arranque
a) Cierra 1 y 3
b) Abre 1 y 3
c) Cierra 2

Figura 7-35
Arrancador por autotransformador en un motor de inducción.

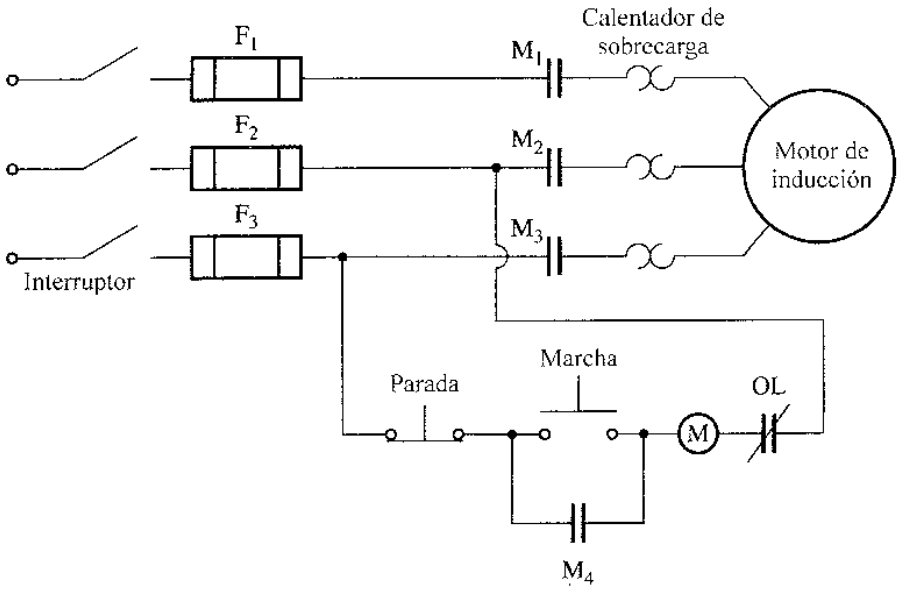


Figura 7-36
Arrancador típico directo a través de la línea en un motor de inducción.

La *protección de cortocircuito* para el motor está provista por los fusibles F_1, F_2 y F_3. Si se presenta un cortocircuito repentino dentro del motor y causa un flujo de corriente muchas veces mayor que la corriente nominal, los fusibles se funden y desconectan el motor de la fuente de potencia para evitar que se queme por completo. Sin embargo, dado que los fusibles *no* se deben quemar durante el arranque normal del motor, deben ser diseñados para cumplir los requerimientos de corrientes muchas veces mayores que la corriente de plena carga, antes que abran el circuito. Esto significa que los cortocircuitos a través de una alta resistencia o las cargas excesivas para el motor no serán evitados por los fusibles.

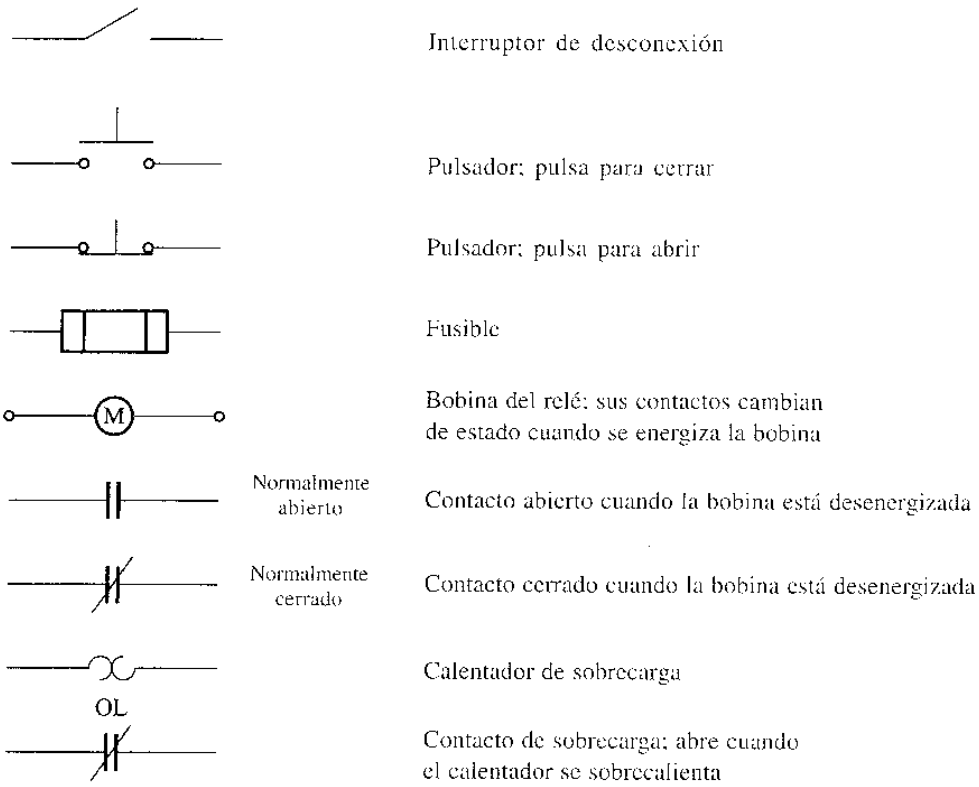


Figura 7-37
Componentes típicas encontradas en circuitos de control de motores de inducción.

La *protección de sobrecarga* para el motor está provista por los dispositivos marcados OL en la figura. Estos elementos de protección de sobrecarga constan de dos partes, un elemento calefactor por sobrecarga y sus contactos. Bajo condiciones normales, los contactos de sobrecarga están cerrados. Sin embargo, cuando se eleva suficientemente la temperatura del calefactor de sobrecarga, se abren los contactos OL y se desenergiza el relé M que, a su vez, abre los contactos M normalmente abiertos y quita el suministro de potencia al motor.

Cuando se sobrecarga un motor de inducción, con el tiempo se daña debido al calentamiento excesivo causado por sus altas corrientes. Sin embargo, el motor tarda en dañarse y normalmente no sufrirá daños por exponerse durante breves periodos a altas corrientes (como las corrientes de arranque). El daño sólo ocurrirá si se mantiene la alta corriente. Los elementos calefactores de sobrecarga dependen del calor para su operación de modo que no serán afectados por periodos breves de alta corriente durante el arranque y operarán con corrientes altas durante periodos largos, desconectando el motor de la fuente de potencia antes que experimente algún daño.

La *protección de bajo voltaje* está provista por el controlador. En la figura se observa que el control de potencia para el relé M viene directamente a través de las líneas del motor. Si el voltaje aplicado al motor cae demasiado, el voltaje aplicado al relé M caerá también y se desenergizará el relé. Entonces se abren los contactos M y se desconecta la potencia de los terminales del motor.

La figura 7-38 muestra un circuito de arranque para motor de inducción, dotado de resistencias para reducir el flujo de corriente de arranque. Este circuito es similar al anterior, excepto que hay componentes adicionales presentes para controlar la salida de la resistencia de arranque. Los relés 1TD, 2TD y 3TD, figura 7-38, son llamados relés de tiempo en atraso ya que cuando se energizan hay un retardo constante en el tiempo antes que cierren sus contactos.

Cuando se pulsa el botón de arranque en este circuito, se energiza el relé M y se aplica potencia al motor, como antes. Puesto que los contactos 1TD, 2TD y 3TD están todos abiertos, la resistencia completa de arranque está en serie con el motor y reduce la corriente de arranque.

Nótese que el relé 1TD se energiza cuando se cierran los contactos M; sin embargo, hay un atraso de tiempo finito antes que se cierren los contactos de 1TD. Durante ese tiempo el motor acelera parcialmente y la corriente de arranque declina un poco. Después de ese tiempo se cierran los contactos de 1TD cortocircuitando parte de la resistencia de arranque y energizando simultáneamente el relé 2TD. Luego de otro retardo, se cierran los contactos de 2TD, cortocircuitando la segunda parte de la resistencia y energizando al relé 3TD. Por último, se cierran los contactos 3TD y la resistencia de arranque queda por completo fuera del circuito.

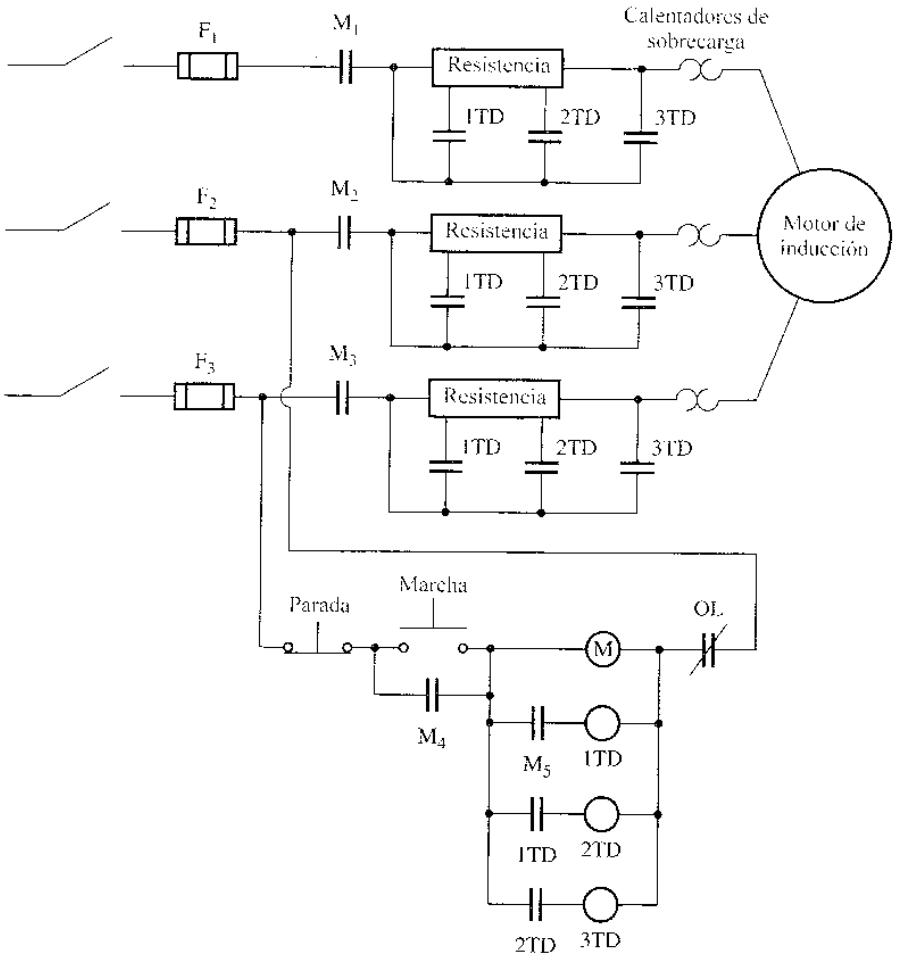


Figura 7-38
Arrancador resistivo de tres etapas en motor de inducción.

Una cuidadosa selección de los valores de las resistencias y de los tiempos de retardo permite utilizar este circuito de arranque para evitar que la corriente de arranque llegue a ser peligrosamente alta mientras permite el flujo suficiente de corriente para asegurar la pronta aceleración hasta las velocidades normales de operación.

7-9 CONTROL DE VELOCIDAD EN MOTORES DE INDUCCIÓN

Hasta la llegada de los modernos controladores de estado sólido, los motores de inducción no eran las máquinas adecuadas para aplicaciones que requerían considerable control de velocidad. El rango normal de operación de un motor de inducción típico (clases de diseño A, B y C) está confinado a menos de 5% de deslizamiento y la variación de velocidad en ese rango es más o menos directamente proporcional a la carga sobre el eje del motor. Aun si el deslizamiento fuera mayor, la eficiencia del motor sería muy pobre puesto que las pérdidas en el cobre del rotor son directamente proporcionales al deslizamiento del motor (recuérdese que $P_{RCL} = sP_{AG}$).

Existen sólo dos técnicas para controlar la velocidad de un motor de inducción, una de las cuales consiste en variar la velocidad sincrónica (velocidad de los campos magnéticos del rotor y del estator) puesto que la velocidad del rotor siempre permanece cerca de n_{sinc}. La otra técnica consiste en variar el deslizamiento del motor para una carga dada. Cada una de estas técnicas se explicará en detalle más adelante.

La velocidad sincrónica de un motor de inducción está dada por

$$n_{sinc} = \frac{120 f_e}{P} \tag{7-1}$$

por tanto las únicas formas en que se puede variar la velocidad sincrónica de la máquina son: 1) cambiando la frecuencia eléctrica y 2) cambiando el número de polos de la máquina. El control del deslizamiento puede ser llevado a cabo bien sea variando la resistencia del rotor o variando el voltaje en los terminales del motor.

Control de velocidad del motor de inducción mediante el cambio de polos

Existen dos métodos importantes para cambiar el número de polos en un motor de inducción:

1. El método de polos consecuentes.
2. Devanados de estator múltiples.

El *método de polos consecuentes* para controlar la velocidad es bastante antiguo. Desarrollado originalmente en 1897, se basa en el hecho de que el número de polos en los devanados estatóricos de un motor de inducción se puede cambiar con facilidad en relación 2:1 con sólo efectuar simples cambios en la conexión de las bobinas. La figura 7-39 muestra un estator de

motor de inducción sencillo de dos polos adecuado para cambio de polos. Nótese que las bobinas individuales son de muy corto paso (60° a 90°). La figura 7-40 muestra la fase *a* de los devanados por separado para mayor claridad en el detalle.

La figura 7-40*a* muestra el flujo de corriente en la fase *a* de los devanados del estator en un instante de tiempo durante la operación normal. Nótese que el campo magnético sale del estator en el grupo de fase superior (formando un polo norte) y entra al estator en el grupo de la fase inferior (formando un polo sur). Este devanado está produciendo dos polos magnéticos estatóricos.

Supóngase que se invierte la dirección del flujo de corriente en el grupo de fase *inferior* del estator (figura 7-40*b*). Entonces, el campo magnético sale del estator *tanto* en el grupo de la fase inferior *como* en el de la fase superior (cada uno de ellos será un polo norte magnético). El flujo magnético en esta máquina debe retornar al estator *entre* los dos grupos de fase produciendo un par de polos sur magnéticos *consecuentes*. Nótese que ahora el estator tiene cuatro polos magnéticos, el doble que antes.

En tal motor el rotor es de diseño de jaula de ardilla y, puesto que un rotor de jaula de ardilla tiene siempre tantos polos inducidos en él como los que hay en el estator, se puede adaptar cuando cambia el número de polos en éste.

Cuando el motor de dos polos se reconecta para operar con cuatro polos, el par máximo resultante del motor de inducción puede ser igual al de antes (conexión de par constante), la mitad de su valor anterior (conexión de par que sigue la ley de los cuadrados, utilizado para ventiladores, etc.) o dos veces su valor previo (conexión de salida de potencia constante), dependiendo de cómo se reordenen los devanados del estator. La figura 7-41 muestra las conexiones posibles del estator y su efecto en la curva par-velocidad.

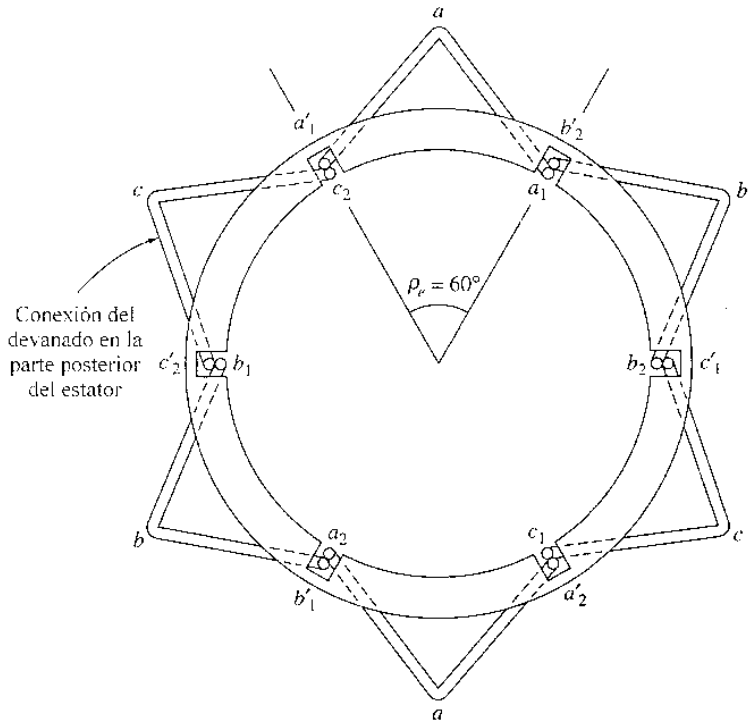


Figura 7-39
Devanado estatórico de dos polos para cambio de polos. Nótese el paso tan pequeño en el rotor de estos devanados.

La mayor desventaja del método de polos consecuentes para cambiar la velocidad es que las velocidades *deben* estar en relación de 2:1. Para superar esta limitación, se emplearon *estatores de devanados múltiples* con diferente número de polos, de los cuales sólo se energizaba uno en cada oportunidad. Por ejemplo, un motor podría ser devanado con grupos de cuatro y seis polos de devanados estatóricos y, en un sistema de 60 Hz, su velocidad sincrónica podría cambiarse de 1800 a 1200 r/min suministrando potencia al otro grupo de devanados. Por desgracia, los devanados estatóricos múltiples aumentan el costo del motor y por tanto se utilizan sólo cuando es absolutamente necesario.

Combinando el método de polos consecuentes con el de devanados estatóricos múltiples es posible construir un motor de inducción de cuatro velocidades. Por ejemplo, con devanados separados de cuatro y seis polos, es posible producir un motor de 60 Hz capaz de girar a 600, 900, 1200 y 1800 r/min.

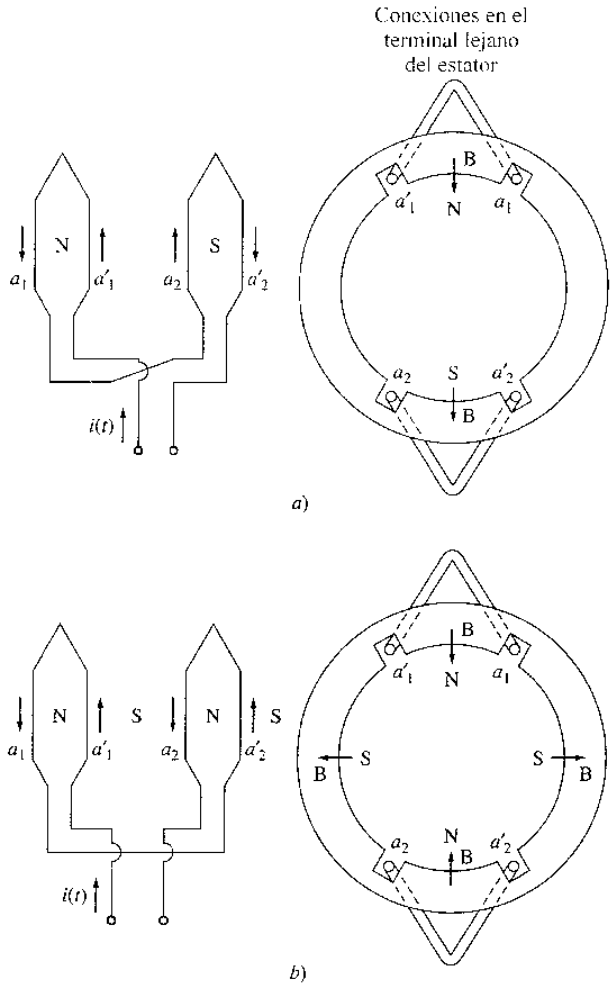


Figura 7-40

Vista de detalle de una fase de un devanado de polos cambiantes. *a)* En la configuración de dos polos, una bobina es un polo norte y la otra, un polo sur. *b)* Cuando la conexión en una de las dos bobinas se invierte, los dos son polos norte y el flujo magnético retorna al estator en puntos intermedios entre las dos bobinas. Los polos sur son llamados *polos consecuentes* y el devanado es ahora de cuatro polos.

Control de velocidad mediante el cambio de la frecuencia de la línea

Si se cambia la frecuencia eléctrica aplicada al estator de un motor de inducción, la velocidad de rotación de sus campos magnéticos n_{sinc} cambiará en proporción directa al cambio de frecuencia eléctrica, y el punto de vacío sobre la curva característica par-velocidad cambiará con ella (*véase* figura 7-42). La velocidad sincrónica del motor en condiciones nominales se conoce como *velocidad base*. Utilizando control de frecuencia variable, es posible ajustar la velocidad del motor por encima o por debajo de la velocidad base. Un controlador de frecuencia variable para motor de inducción, diseñado adecuadamente, puede ser *muy* flexible y puede controlar la velocidad de un motor de inducción sobre un rango de velocidad que va desde el tan pequeño de 5% de la velocidad base hasta cerca del doble de ésta. Sin embargo, es importante mantener ciertos límites de voltaje y par sobre el motor cuando varía la frecuencia para asegurar una operación confiable.

Cuando se opera a velocidades inferiores a la velocidad base del motor, es necesario reducir el voltaje aplicado a los terminales del estator para obtener una operación adecuada. El voltaje aplicado a los terminales del estator deberá disminuir linealmente con la disminución de la frecuencia en él. Este proceso se llama *degradación (derating)*. Si esto no se hace, se saturará el acero del núcleo del motor de inducción y fluirán corrientes de magnetización excesivas en la máquina.

Para entender la necesidad de reducción, recúerdese que un motor de inducción es básicamente un transformador rotante. Como con cualquier transformador, el flujo en el núcleo de un motor de inducción se puede encontrar aplicando la ley de Faraday:

$$v(t) = -N\frac{d\phi}{dt} \tag{1-36}$$

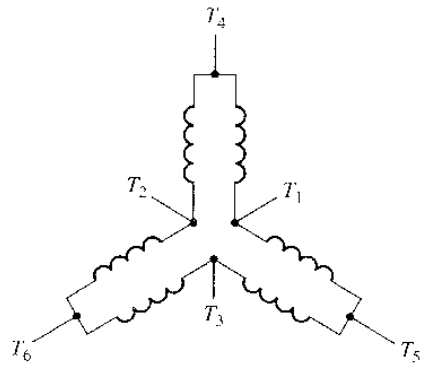
Si se aplica un voltaje $v(t) = V_M \operatorname{sen} \omega t$ al núcleo, el flujo ϕ resultante es

$$\phi(t) = \frac{1}{N_P}\int v(t)\,dt$$

$$= \frac{1}{N_P}\int V_M \operatorname{sen} \omega t\,dt$$

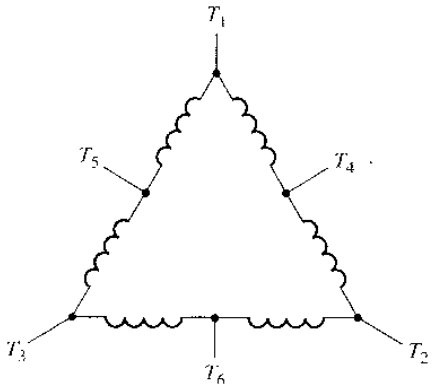
$$\boxed{\phi(t) = -\frac{V_M}{\omega N_P}\cos \omega t} \tag{7-57}$$

Nótese que la frecuencia eléctrica aparece en el *denominador* de esta expresión. Entonces, si la frecuencia eléctrica aplicada al estator *disminuye* en 10%, mientras que la magnitud del voltaje aplicado al estator permanece constante, el flujo en el núcleo del motor *se incrementará* en cerca de 10% y la corriente de magnetización se incrementará también. Así mismo en la región de no saturación de la curva de magnetización del motor, el aumento en la corriente de magnetización será de cerca de 10%. Sin embargo, en la región saturada de la curva de magnetización del motor, un aumento de 10% en el flujo requiere un aumento mucho mayor en la corriente de magnetización. Los motores de inducción están diseñados para operar cerca del punto de saturación de sus curvas de magnetización; por lo tanto, el aumento en el flujo debido a la disminución de frecuencia causará un flujo excesivo de corriente de magnetización en el motor (este mismo problema fue observado en los transformadores; *véase* sección 2-12).



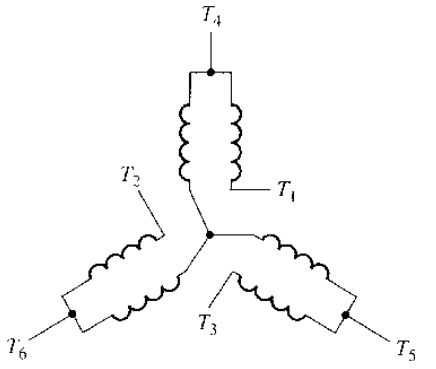
Velocidad	Líneas			
	L_1	L_2	L_3	
Baja	T_1	T_2	T_3	T_4, T_5, T_6 abiertas
Alta	T_4	T_5	T_6	T_1 - T_2 - T_3 conjuntas

a)



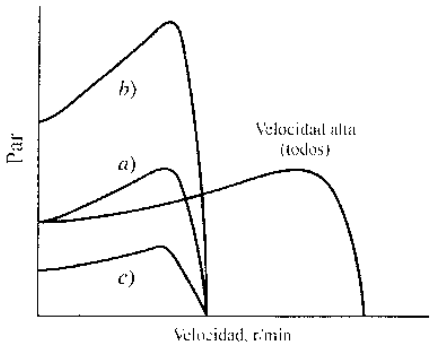
Velocidad				
	L_1	L_2	L_3	
Baja	T_4	T_5	T_6	T_1 - T_2 - T_3 conjuntas
Alta	T_1	T_2	T_3	T_4, T_5, T_6 abiertas

b)



Velocidad	Líneas			
	L_1	L_2	L_3	
Baja	T_1	T_2	T_3	T_4, T_5, T_6 abiertas
Alta	T_4	T_5	T_6	T_1 - T_2 - T_3 conjuntas

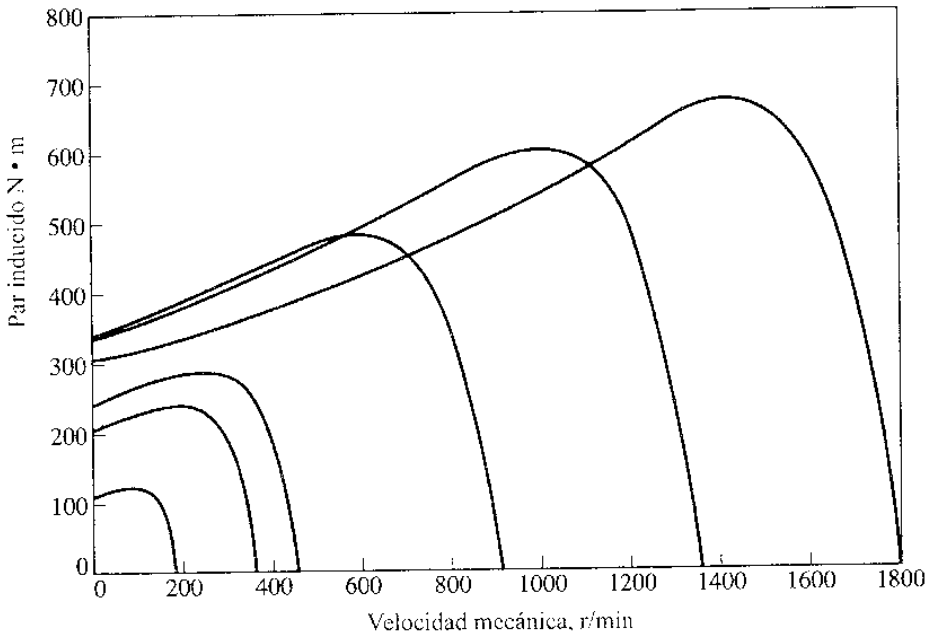
c)



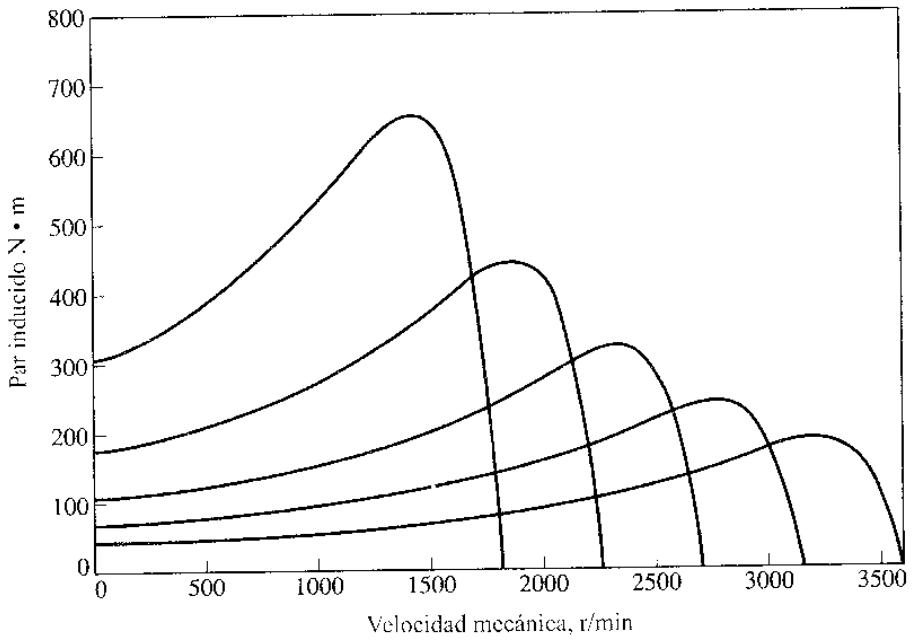
d)

Figura 7-41

Conexiones posibles de las bobinas del estator en un motor de polos cambiantes, junto con las características resultantes de par-velocidad: *a) Conexión de par constante:* las capacidades de par del motor permanecen aproximadamente constantes en las dos conexiones de alta y baja velocidad. *b) Conexión de potencia constante:* las capacidades de potencia del motor permanecen aproximadamente constantes en las dos conexiones de alta y baja velocidad. *c) Conexión de par tipo ventilador:* las capacidades de par del motor cambian con la velocidad, de la misma manera que en las cargas de tipo ventilador.

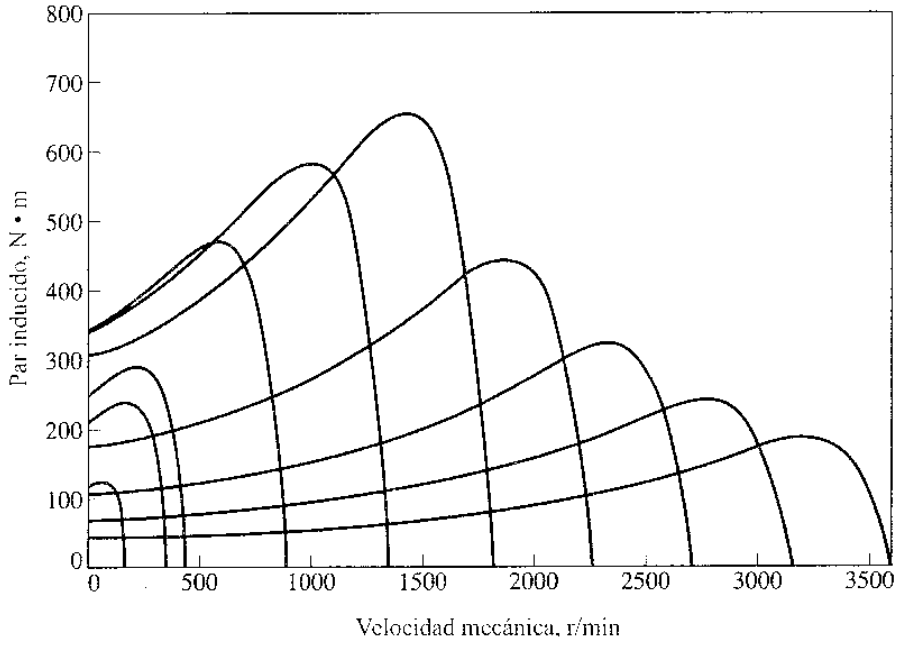


a)



b)

Figura 7-42
Control de velocidad de frecuencia variable en un motor de inducción: *a)* familia de curvas características de par-velocidad para velocidades por debajo de la velocidad base, suponiendo que el voltaje de línea disminuye linealmente con la frecuencia. *b)* Familia de curvas características de par-velocidad para velocidades por encima de la velocidad base, suponiendo que se mantiene constante el voltaje de línea.



c)

Figura 7-42 (*continuación*)
c) Curvas características par-velocidad para todas las frecuencias.

Para evitar corrientes de magnetización excesivas, es costumbre disminuir el voltaje aplicado al estator en proporción directa a la disminución de la frecuencia siempre que la frecuencia esté por debajo de la nominal del motor. Puesto que el voltaje aplicado v aparece en el numerador de la ecuación (7-57) y la frecuencia ω en el denominador, los dos efectos se contrarrestan entre sí y la corriente de magnetización no se afecta.

Cuando el voltaje aplicado a un motor de inducción varía linealmente con la frecuencia por debajo de la velocidad base, el flujo en el motor permanece aproximadamente constante. Entonces, el máximo par que puede suministrar el motor permanece alto. Sin embargo, la potencia máxima nominal del motor debe ser disminuida linealmente con la reducción de frecuencia para evitar el sobrecalentamiento del circuito del estator. La potencia suministrada al motor de inducción trifásico está dada por

$$P = \sqrt{3} V_L I_L \cos \theta$$

Si se disminuye el voltaje V_L, la potencia máxima P también debe ser disminuida o la corriente que fluye en el motor llegará a ser excesiva y el motor se sobrecalentará.

La figura 7-42*a* muestra una familia de curvas características de par-velocidad del motor de inducción para velocidades menores que la velocidad base suponiendo que la magnitud del voltaje del estator varía linealmente con la frecuencia.

Cuando la frecuencia eléctrica aplicada al motor excede la frecuencia nominal del motor, el voltaje del estator es mantenido constante en el valor nominal. Aunque consideraciones de saturación permitirían elevar el voltaje por encima del valor nominal bajo estas circunstancias, aquél está limitado al voltaje nominal para proteger el aislamiento del devanado del motor. Cuanto mayor sea la frecuencia eléctrica sobre la velocidad base, mayor será el denominador de la ecuación (7-57). Puesto que el término del numerador se mantiene constante cuando se opera sobre la frecuencia nominal, disminuyen el flujo resultante en la máquina y el par máximo. La figura 7-42*b* muestra una familia de curvas características de par-velocidad del motor de inducción a velocidades por encima de la nominal, si el voltaje del estator se mantiene constante.

Si el voltaje del estator varía linealmente con la frecuencia por debajo de la velocidad base y su valor nominal se mantiene constante a velocidades por encima de la velocidad base, la familia resultante de características par-velocidad se muestra en la figura 7-42*c*. La velocidad nominal del motor que aparece en la figura 7-42 es 1800 r/min.

En el pasado, la principal desventaja del control de frecuencia eléctrica como método de cambio de velocidad era que se requería un generador o un cambiador mecánico de frecuencia exclusivos para hacerlo operativo. Este problema desapareció con el desarrollo de los modernos controladores de frecuencia variable y estado sólido, para motor de inducción. En efecto, el cambio de la frecuencia de la línea con estos controladores ha llegado a ser el método preferido para el control de velocidad de los motores de inducción. Nótese que este método puede ser utilizado con *cualquier* motor de inducción, a diferencia de la técnica de cambio de polos que requiere un motor con devanados estatóricos especiales.

En la sección 7.10 se describirá un controlador para motor de inducción, de frecuencia variable, de estado sólido.

Control de velocidad mediante cambio del voltaje de línea

El par desarrollado por un motor de inducción es proporcional al cuadrado del voltaje aplicado. Si una carga tiene una característica par-velocidad como la mostrada en la figura 7-43, la velocidad del motor puede ser controlada en un rango limitado, variando el voltaje de la línea. Este método de control de velocidad se utiliza a veces para manejar pequeños motores de ventilación.

Control de velocidad mediante cambio de la resistencia del rotor

En los motores de inducción de rotor devanado es posible cambiar la forma de la curva par-velocidad insertando resistencias extras en el circuito del rotor de la máquina. En la figura 7-44 se muestran las curvas características par-velocidad resultantes. Si la curva de par-velocidad de la carga es como la que se muestra en la figura, al cambiar la resistencia del rotor variará la velocidad de operación del motor. Sin embargo, la inserción de resistencias extras en el circuito del rotor de un motor de inducción reduce bastante la eficiencia de la máquina. Tal método de control de la velocidad se utiliza sólo durante periodos cortos debido a los problemas de eficiencia que conlleva.

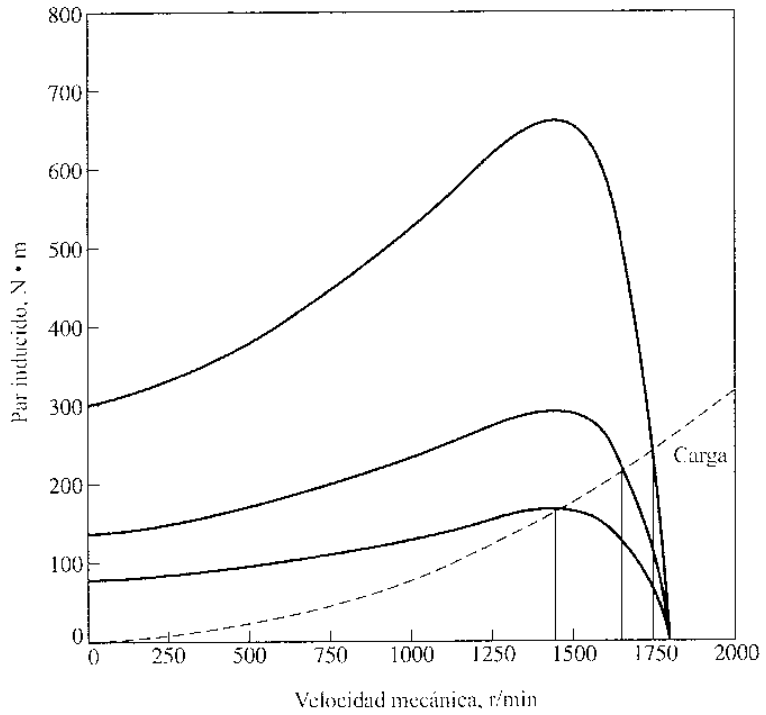


Figura 7-43
Control de velocidad de un motor de inducción por variación del voltaje de línea.

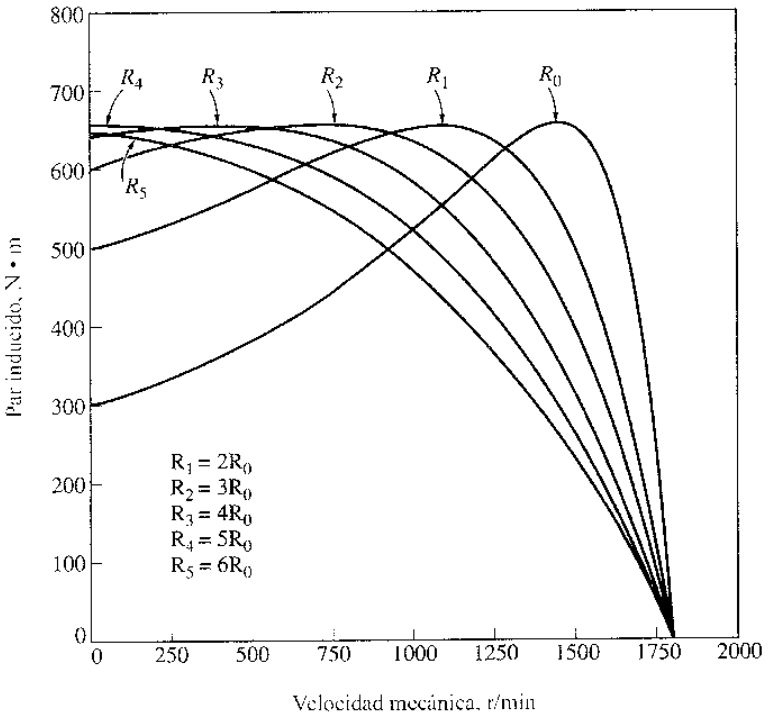


Figura 7-44
Control de velocidad mediante variación de la resistencia del rotor de un motor de inducción de rotor devanado.

7-10 CONTROLADORES DE ESTADO SÓLIDO PARA MOTOR DE INDUCCIÓN

Como se mencionó en la sección anterior, el método preferido hoy en día para control de la velocidad de los motores de inducción es el controlador de frecuencia variable de estado sólido. En la figura 7-45 se muestra un controlador típico de esta clase. El controlador es muy flexible: su entrada de potencia puede ser monofásica o trifásica, 50 ó 60 Hz, y puede tener un voltaje cualquiera entre 208 y 230 V. La salida de este dispositivo es un conjunto trifásico de voltajes cuya frecuencia puede ser variada desde 0 hasta 120 Hz y cuyo voltaje puede ser variado desde 0 V hasta el voltaje nominal del motor.

El control del voltaje y la frecuencia de salida se lleva a cabo utilizando la técnica de modulación de ancho de pulso (PWM) descrita en el capítulo 3. Tanto la frecuencia como el voltaje de salida pueden ser controlados por separado mediante modulación de ancho de pulso. La figura 7-46 ilustra la forma como el dispositivo PWM puede controlar la frecuencia de salida mientras mantiene un nivel de voltaje rms constante; la figura 7-47 ilustra la forma en la cual el dispositivo PWM puede controlar el nivel del voltaje rms mientras mantiene una frecuencia constante.

Como se describió en la sección 7.9, con frecuencia es deseable variar en forma lineal tanto la frecuencia de salida como el voltaje rms de salida. La figura 7-48 muestra ondas típicas de voltaje de salida de una fase del controlador cuando la frecuencia y el voltaje varían simultáneamente en forma lineal*. La figura 7-48*a* muestra el voltaje de salida ajustado para una frecuencia de 60 Hz y voltaje rms de 120 V. La figura 7-48*b* muestra la salida ajustada para una frecuencia de 30 Hz y un voltaje rms de 60 V; la figura 7-48*c* muestra la salida ajustada para una frecuencia de 20 Hz y un voltaje rms de 40 V. Nótese que el voltaje pico fuera del controlador permanece igual en los tres casos; el nivel del voltaje rms es controlado por la fracción de tiempo en que el voltaje está conectado y la frecuencia es controlada por la velocidad en la conmutación de la polaridad de los pulsos de positivo a negativo, y viceversa.

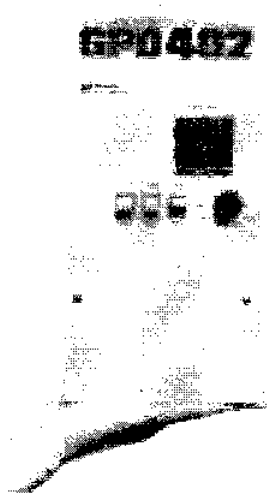


Figura 7-45
Controlador típico de frecuencia variable de estado sólido *para motor de inducción 0 (cortesía de MagneTek, Inc.)*

* En la figura 7-47, las ondas de salida están simplificadas. El controlador de motor de inducción real tiene una frecuencia portadora mayor que la mostrada en la figura.

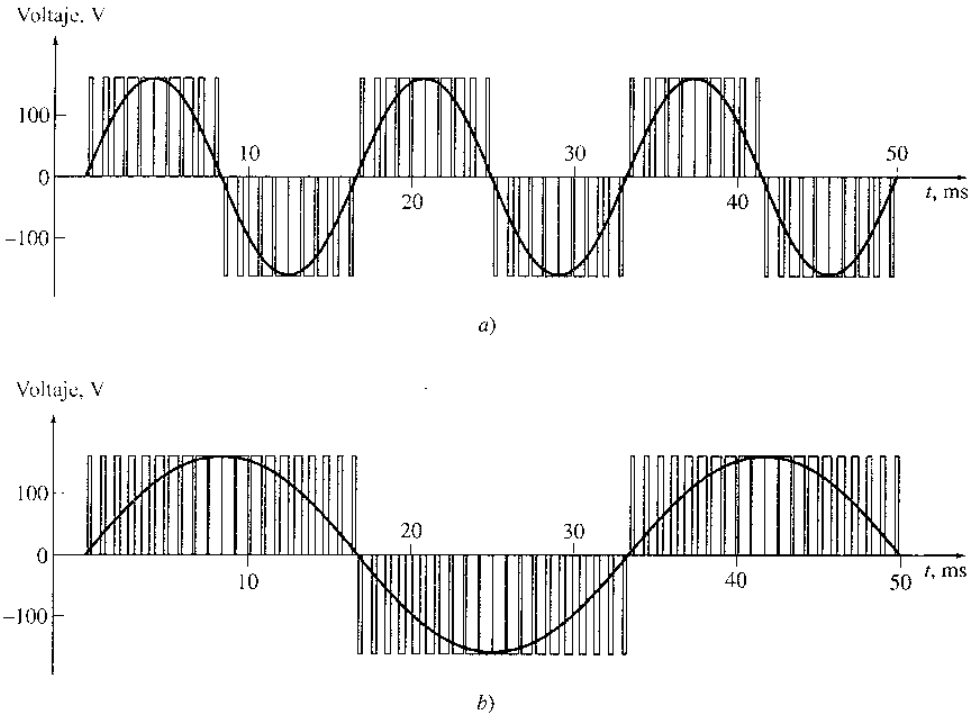


Figura 7-46
Control de frecuencia variable con modulación de ancho de pulso (pwm): (*a*) Onda pwm 60 Hz, 120 V. *b*) Onda pwm 30 Hz, 120 V.

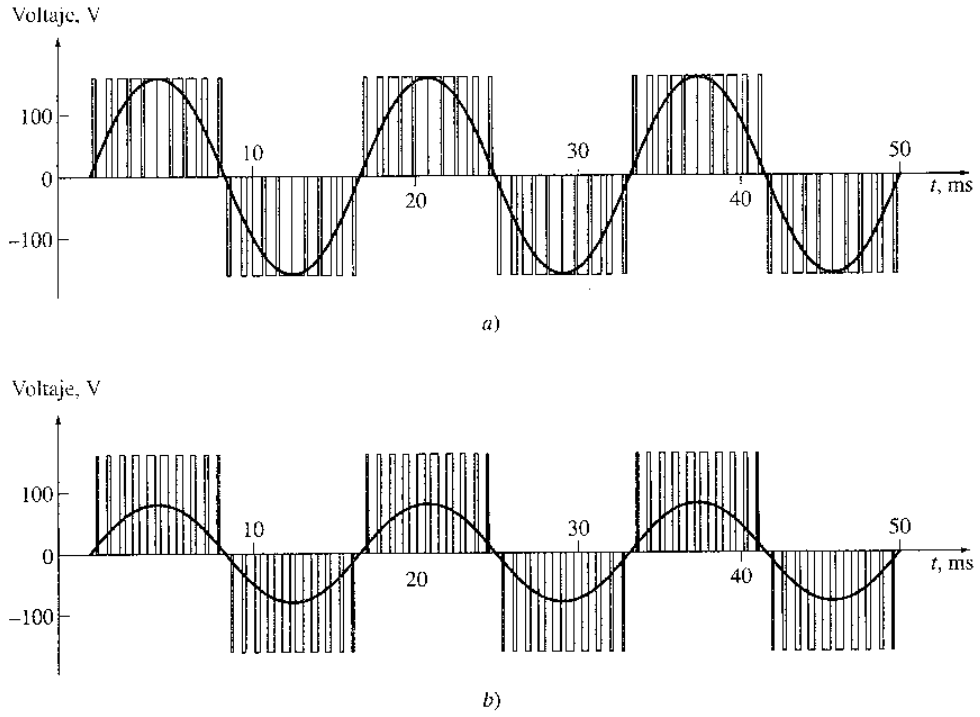


Figura 7-47
Control de voltaje variable con onda pwm: *a*) Onda pwm 60 Hz, 120 V. *b*) Onda de pulso pwm 60 Hz, 60 V.

El controlador típico de motor de inducción mostrado en la figura 7-45 tiene incorporados muchos elementos que contribuyen a su ajustabilidad y facilidad de utilización. Algunos de estos rasgos se resumen más adelante.

Ajuste de frecuencia (velocidad)

La frecuencia de salida del controlador puede manejarse manualmente desde un control montado en el gabinete de mando o desde un control remoto mediante una señal de voltaje o corriente externa. La capacidad para ajustar la frecuencia del controlador en respuesta a una señal externa es muy importante puesto que permite que un computador externo o un controlador de proceso controle la velocidad del motor de acuerdo con las necesidades totales de la planta en la cual se ha instalado.

Escogencia de modelos de voltaje y frecuencia

Los tipos de cargas mecánicas que podrían ser impuestas a un motor de inducción varían mucho. Algunas cargas, como los ventiladores, requieren un par muy pequeño en el arranque (o en marcha a bajas velocidades) y tienen pares que aumentan con el cuadrado de la velocidad. Otras cargas podrían exigir más al motor en el arranque, y se necesitaría más que el par nominal de plena carga del motor para ponerlas en movimiento. Este controlador suministra una variedad de modelos de voltaje contra frecuencia que se pueden seleccionar para que el par del motor de inducción coincida con el requerido por su carga. En las figuras 7-49 a 7-51 se muestran tres de estos modelos.

La figura 7-49*a* muestra el modelo estándar o de propósito general de voltaje contra frecuencia, descrito en la sección previa. En este modelo, el voltaje de salida cambia linealmente con los cambios en la frecuencia de salida para velocidades inferiores a la velocidad base y mantiene constante el voltaje de salida para velocidades superiores a la velocidad base (la pequeña región de voltaje constante a muy bajas frecuencias es necesaria para asegurar que se tendrá algún par de arranque a las más bajas velocidades). La figura 7-49*b* muestra las características resultantes de par-velocidad del motor de inducción para varias frecuencias de operación inferiores a la velocidad base.

La figura 7-50*a* muestra el modelo de voltaje contra frecuencia utilizado para cargas que tienen pares de arranque altos. Este modelo cambia también el voltaje de salida linealmente con los cambios en la frecuencia de salida para velocidades inferiores a la velocidad base, pero tiene pendiente poco pronunciada para las frecuencias por debajo de 30 Hz. Para cualquier frecuencia dada por debajo de 30 Hz, el voltaje de salida será *mayor* que el del modelo anterior. Este voltaje más alto producirá un par más alto, pero a cambio de aumentar la saturación magnética y de mayores corrientes de magnetización. El aumento de saturación y las altas corrientes mencionadas son aceptadas con frecuencia durante los cortos periodos requeridos para arrancar cargas pesadas. La figura 7-50*b* muestra las características de par-velocidad de un motor de inducción para varias frecuencias de operación inferiores a la velocidad base. Nótese el par aumentado, disponible a bajas frecuencias, en comparación con el de la figura 7-49*b*.

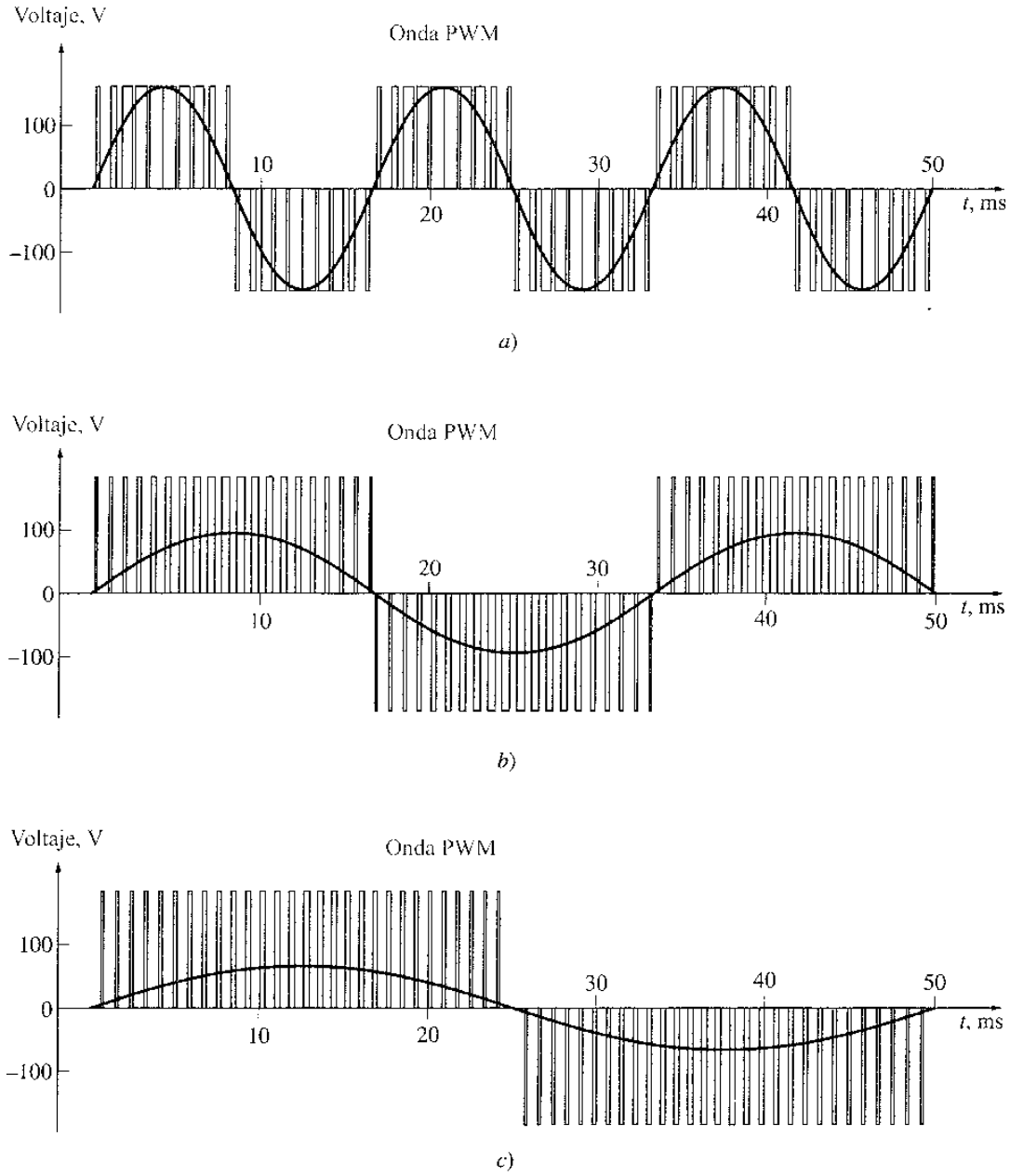
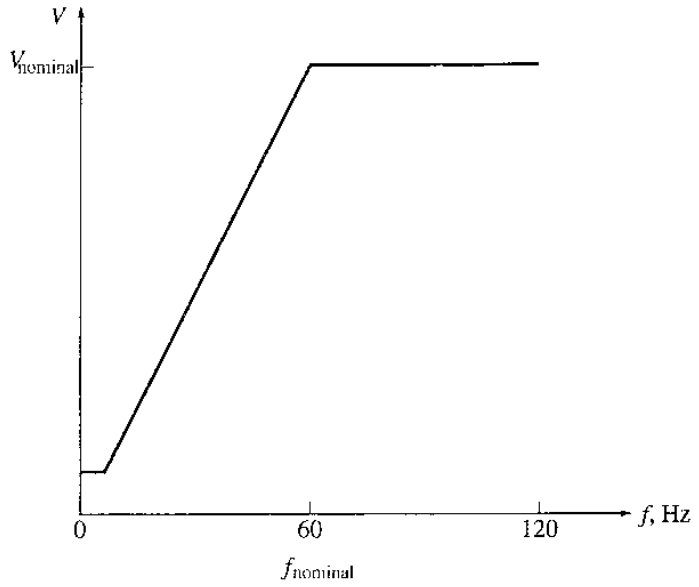
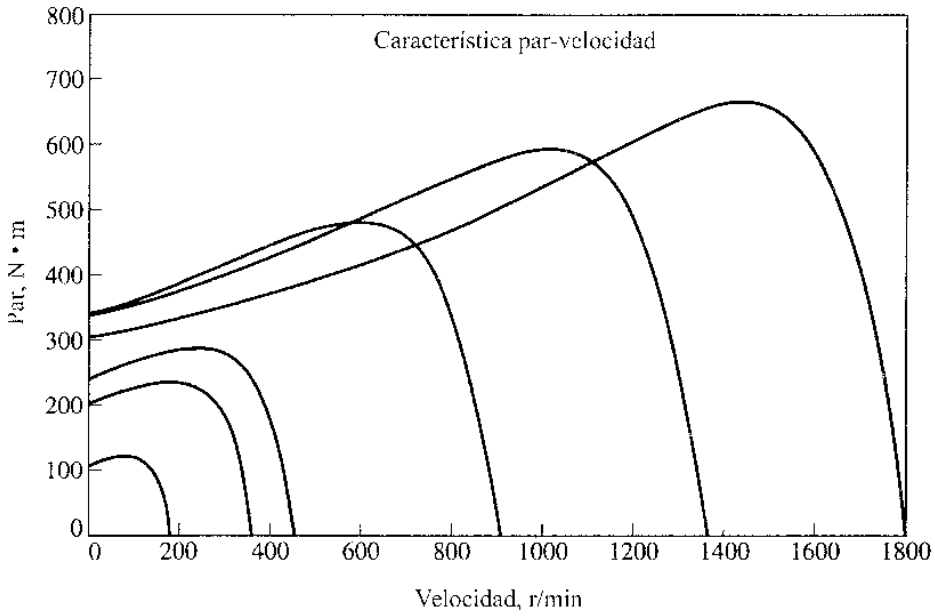


Figura 7-48
Control simultáneo de voltaje y frecuencia con modulación de ancho de pulso (PWM): *a*) onda PWM de 60 Hz, 120 V; b) onda PWM de 30 Hz, 60 V; *c*) Onda PWM de 20 Hz, 40 V.

La figura 7-51*a* muestra el modelo de voltaje contra frecuencia utilizado para cargas con bajo par de arranque (llamadas *cargas de arranque suave*). Este modelo cambia parabólicamente el voltaje de salida con los cambios en la frecuencia de salida para velocidades por debajo de la velocidad base. Para cualquier frecuencia dada inferior a 60 Hz, el voltaje de salida será menor que el modelo estándar. Este menor voltaje producirá un par menor y originará un arranque lento y



a)



b)

Figura 7-49

a) Modelos posibles de voltaje contra frecuencia para controladores de frecuencia variable de estado sólido para motor de inducción: *modelo de uso general*. Este modelo presenta una curva lineal voltaje-frecuencia para frecuencias inferiores a la nominal y un voltaje constante para frecuencias superiores a la nominal. *b*) Curvas características par-velocidad resultantes para velocidades inferiores a la frecuencia nominal (para velocidades por encima de la frecuencia nominal las curvas se parecen a las de la figura 7-42*b*).

suave para cargas de bajo par. La figura 7-51*b* muestra las características de par-velocidad de un motor de inducción para varias frecuencias de operación inferiores a la velocidad base. Nótese el par disminuido disponible a bajas frecuencias, en comparación con el de la figura 7-49.

Rampas de aceleración y desaceleración ajustables independientemente

Cuando varía la velocidad de operación deseada del motor, el controlador que la maneja cambiará la frecuencia para llevar al motor a la nueva velocidad. Si el cambio de velocidad es repentino (por ejemplo, un salto instantáneo de 900 a 1200 r/min), el controlador no intenta que el motor salte instantáneamente de la antigua a la nueva velocidad deseada. En su lugar, circuitos especiales involucrados dentro de la electrónica del controlador limitan a un nivel seguro para el motor la tasa de aceleración o desaceleración de éste. Estas tasas se pueden ajustar por separado para aceleraciones y desaceleraciones.

Protección del motor

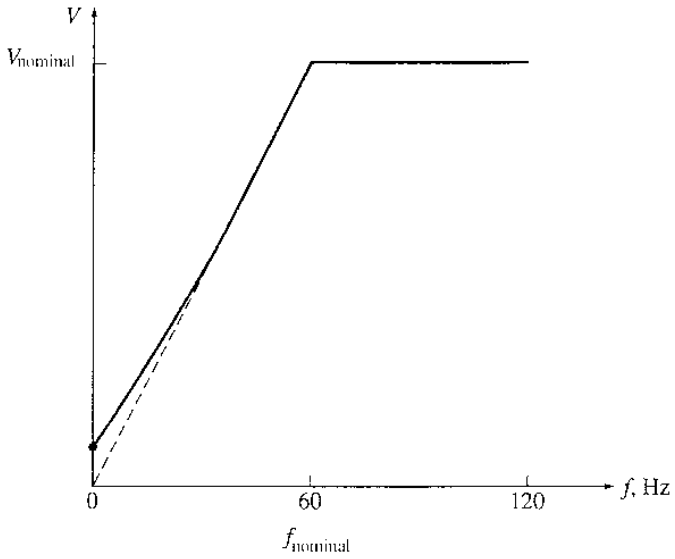
El controlador del motor de inducción tiene incorporados una serie de elementos diseñados para proteger el motor que se le acopla. El controlador puede detectar corrientes excesivas de estado estacionario (condición de sobrecarga), corrientes instantáneas excesivas, condiciones de sobrevoltaje o condiciones de bajo voltaje. En cualquiera de estas situaciones parará el motor.

En la actualidad los controladores de motores de inducción como el antes descrito son tan flexibles y confiables que los motores de inducción que los incorporan han desplazado a los motores de corriente continua en muchas aplicaciones en las que se requiere un rango amplio de variación de velocidad.

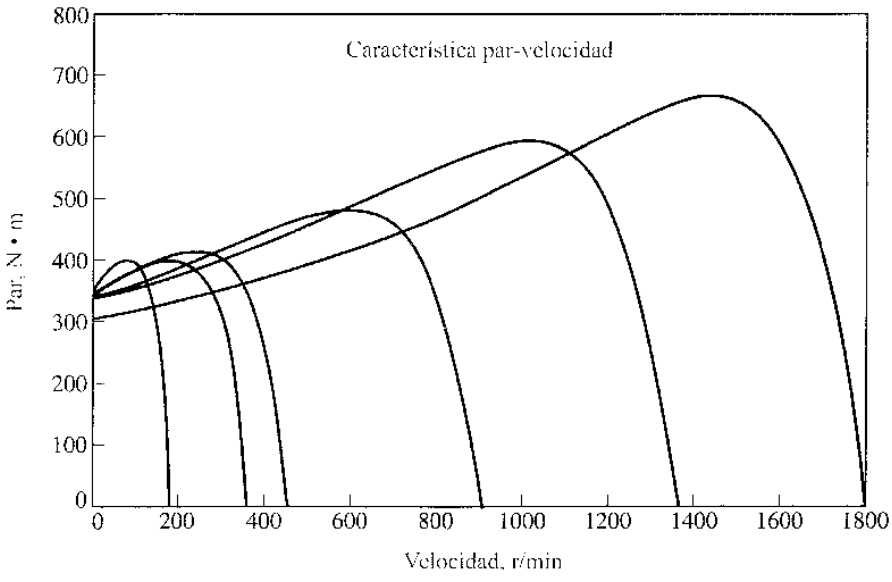
7-11 DETERMINACIÓN DE LOS PARÁMETROS DEL CIRCUITO EQUIVALENTE

El circuito equivalente de un motor de inducción es una herramienta muy útil para determinar la respuesta del motor a los cambios de carga. Sin embargo, si se va a utilizar un modelo para una máquina real, es necesario determinar qué valores se utilizarán en el modelo. ¿Cómo pueden determinarse R_1, R_2, X_1, X_2 y X_M para un motor real?

Estos conjuntos de información se pueden hallar conformando una serie de pruebas en el motor de inducción, análogas a las pruebas de cortocircuito y de circuito abierto realizadas en un transformador. Las pruebas deben llevarse a cabo bajo condiciones perfectamente controladas puesto que las resistencias varían con la temperatura, y la resistencia del rotor varía también con su frecuencia. Los detalles precisos de cómo debe realizarse cada prueba en los motores de inducción para alcanzar resultados exactos, están descritos en la norma 112 de la IEEE. Aunque los detalles de las pruebas son muy complicados, los conceptos que están detrás de ellos son relativamente claros y se explicarán aquí.



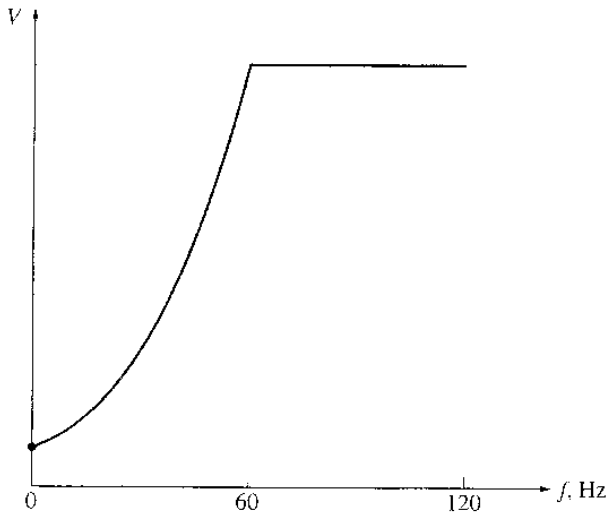
a)



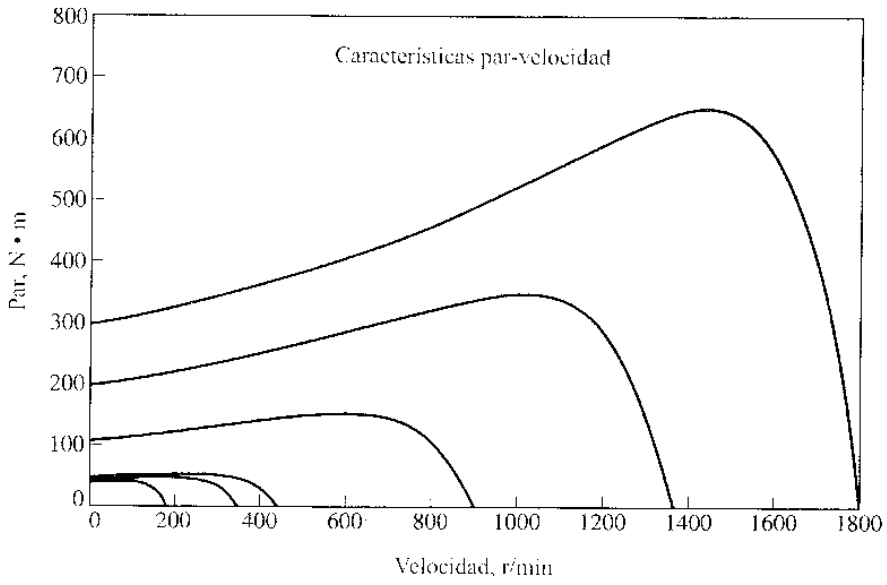
b)

Figura 7-50

a) Modelos posibles de voltaje contra frecuencia para el controlador de frecuencia variable de estado sólido para motor de inducción: *modelo de par de arranque alto.* Éste es un modelo modificado de voltaje-frecuencia, adecuado para cargas que requieren altos pares de arranque. Este modelo es igual al de frecuencia-voltaje lineal, excepto para bajas velocidades. El voltaje es demasiado grande a bajas velocidades, lo cual produce par extra a cambio de mayor corriente de magnetización. *b*) Curvas características resultantes par-velocidad para velocidades inferiores a la frecuencia nominal (para velocidades superiores a la frecuencia nominal, las curvas se parecen a las de la figura 7-42*b*).



a)



b)

Figura 7-51

a) Modelos posibles de voltaje contra frecuencia para un controlador de frecuencia variable de estado sólido para motor de inducción: *modelo de par de ventilador.* Éste es un modelo voltaje-frecuencia adecuado para utilizar con motores de accionamiento de ventiladores y bombas centrífugas, los cuales tienen par de arranque muy bajo. *b*) Curvas características resultantes par-velocidad para velocidades inferiores a la frecuencia nominal (para velocidades superiores a la frecuencia nominal, las curvas se parecen a las de la figura 7-42*b*).

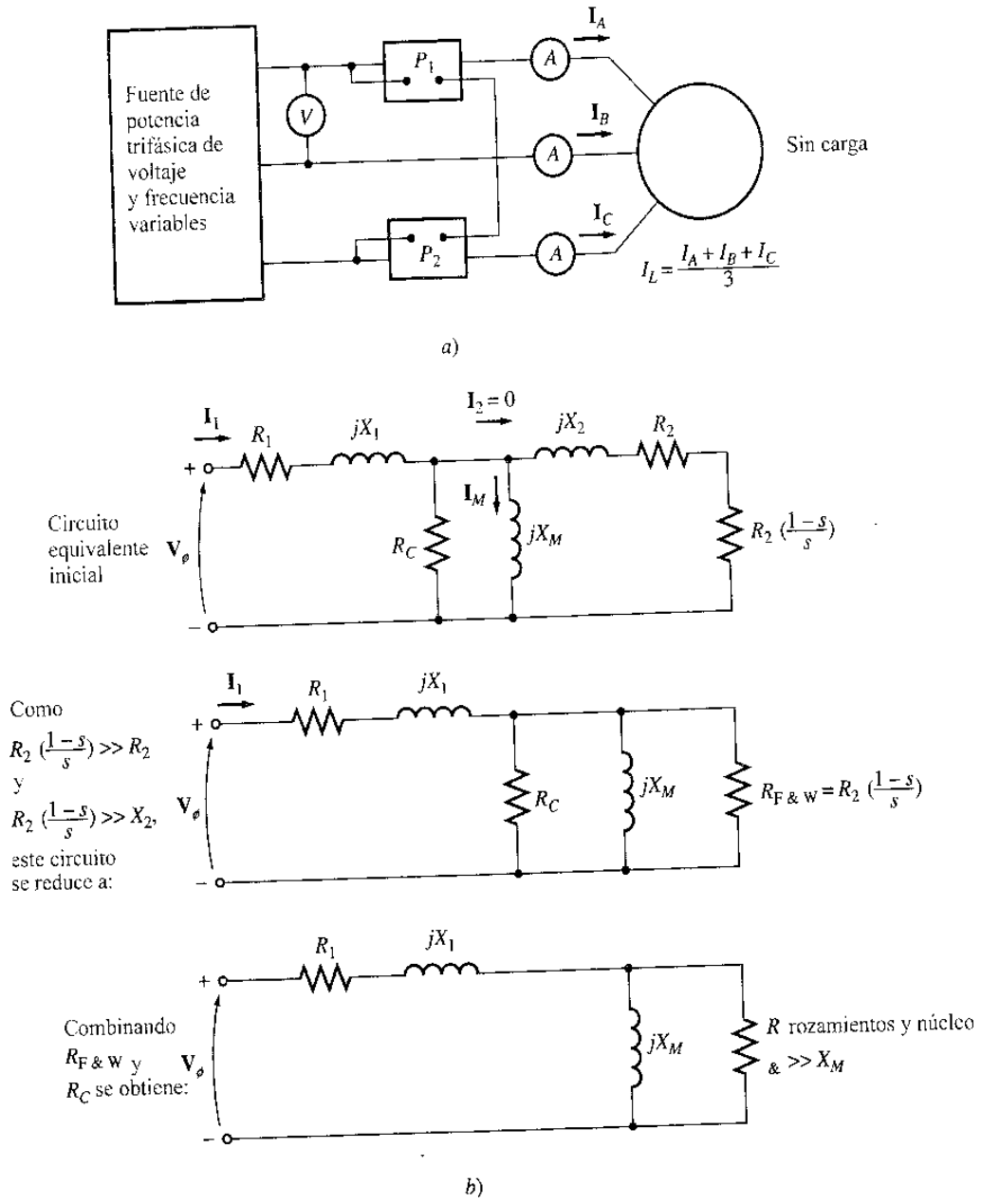


Figura 7-52
Prueba de vacío de un motor de inducción: *a*) Circuito para la prueba; *b*) Circuito equivalente resultante, del motor. Nótese que en vacío, la impedancia del motor es en esencia la combinación serie de R_1, jX_1, y jX_M.

Prueba de vacío

En un motor de inducción, la prueba de vacío mide las pérdidas rotacionales del motor y suministra información sobre su corriente de magnetización. El circuito para esta prueba se muestra en la

figura 7-52*a*. Los vatímetros, un voltímetro y tres amperímetros se conectan al motor de inducción al cual se le permite girar libremente. La única carga puesta sobre el motor es su rozamiento propio y el rozamiento con el aire, de modo que P_{conv} es consumida en el motor por las pérdidas mecánicas y el deslizamiento del motor es muy pequeño (posiblemente cerca de 0.001 o menos). En la figura 7-52*b* se muestra el circuito equivalente de este motor. Con este pequeño deslizamiento, la resistencia correspondiente a su potencia convertida, $R_2(1-s)/s$, es mucho mayor que la resistencia correspondiente a las pérdidas en el cobre del rotor R_2 y mucho mayor que la reactancia del rotor X_2. En este caso, el circuito equivalente se reduce aproximadamente al último de los circuitos mostrados en la figura 7-52*b*. Allí, la resistencia de salida está en paralelo con la reactancia de magnetización X_M y la resistencia de pérdidas en el núcleo, R_C.

En este motor, en condiciones de vacío, la potencia de entrada medida por los vatímetros debe ser igual a las pérdidas en el motor. Las pérdidas en el cobre del rotor son despreciables debido a que la corriente I_2 es *extremadamente* pequeña [debido a la gran resistencia de la carga $R_2(1-s)/s$], y por tanto puede ser despreciada. Las pérdidas en el cobre del estator están dadas por

$$\boxed{P_{SCL} = 3I_1^2 R_1} \tag{7-25}$$

Por consiguiente, la potencia de entrada debe ser igual a

$$\begin{aligned} P_{in} &= P_{SCL} + P_{núcleo} + P_{F\&W} + P_{misc} \\ &= 3I_1^2 R_1 + P_{rot} \end{aligned} \tag{7-58}$$

donde P_{rot} son las pérdidas rotacionales del motor:

$$P_{rot} = P_{núcleo} + P_{F\&W} + P_{misc} \tag{7-59}$$

Entonces, dada la potencia de entrada al motor, se pueden determinar las pérdidas rotacionales de la máquina.

El circuito equivalente que describe la operación del motor en esta condición contiene las resistencias R_C y $R_2(1-s)/s$ en paralelo con la reactancia de magnetización X_M. La corriente necesaria para establecer el campo magnético es muy grande en un motor de inducción debido a la alta reluctancia de su entrehierro, de modo que la reactancia X_M será mucho menor que las resistencias en paralelo con ella, y el factor de potencia total de entrada será muy pequeño. Con esa gran corriente en atraso, la mayoría de la caída de voltaje se producirá a través de las componentes inductivas del circuito. La impedancia de entrada equivalente es entonces aproximadamente

$$\boxed{|Z_{eq}| = \frac{V_\phi}{I_{1,nl}} \approx X_1 + X_M} \tag{7-60}$$

y si X_1 se puede encontrar de alguna otra forma, la impedancia de magnetización X_M será conocida para el motor.

Prueba DC para determinar la resistencia del estator

La resistencia del rotor R_2 juega un papel crítico en la operación de un motor de inducción. Entre otras cosas, R_2 determina la forma de la curva par-velocidad al establecer la velocidad a la cual ocurre el par máximo. Para determinar la resistencia total del circuito del motor, se puede aplicar al motor una prueba estándar, llamada *prueba de rotor bloqueado* (esta prueba se detalla en la próxima sección). Sin embargo, esta prueba determina sólo la resistencia *total*. Para encontrar la resistencia aproximada del rotor R_2, es necesario conocer R_1 de modo que ésta se pueda restar de la total.

Existe una prueba para R_1 independiente de R_2, X_1 y X_2, la cual se denomina *prueba dc*. Básicamente, se aplica un voltaje dc a los devanados del estator del motor de inducción. Puesto que la corriente es dc, no hay voltaje inducido en el circuito del rotor y en éste no fluye corriente resultante. Así mismo, la reactancia a corriente directa del motor es cero. Entonces, la única cantidad que limita el flujo de corriente en el motor es la resistencia del estator, y por tanto, ésta puede ser determinada.

El circuito básico para la prueba dc aparece en la figura 7-53. Esta figura muestra una fuente de potencia dc conectada a dos de los tres terminales de un motor de inducción conectado en Y. Para realizar la prueba, se ajusta la corriente del estator al valor nominal y se mide el voltaje en los terminales. La corriente en los devanados del estator se ajusta al valor nominal para que los devanados se calienten a la misma temperatura que tendrían durante la operación normal (recuérdese que la resistencia del devanado es función de la temperatura).

En la figura 7-53, la corriente fluye a través de dos de los devanados, de modo que la resistencia total en el camino de la corriente es $2R_1$. Entonces,

$$2R_1 = \frac{V_{DC}}{I_{DC}}$$

o

$$\boxed{R_1 = \frac{V_{DC}}{2I_{DC}}} \tag{7-61}$$

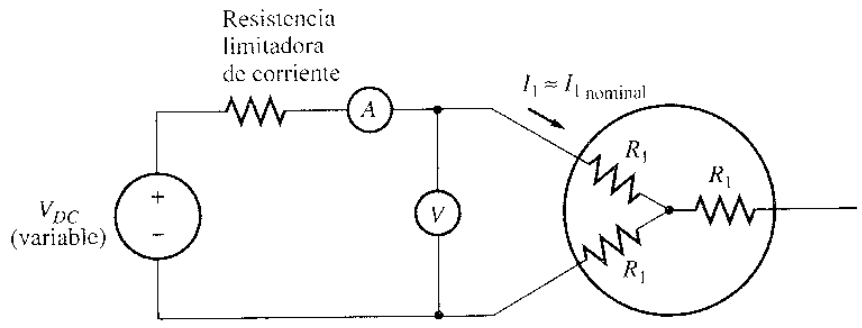


Figura 7-53
Circuito para la prueba de resistencia dc.

Conociendo este valor de $R1$ se pueden determinar las pérdidas en el cobre del estator en vacío; las pérdidas rotacionales se pueden deducir de la diferencia entre la potencia de entrada en vacío y las pérdidas en el cobre del estator.

El valor de $R1$ calculado de esta forma no es muy preciso puesto que se desprecia el efecto pelicular que ocurre cuando se aplica voltaje ac a los devanados. En la norma 112 de la IEEE se encuentran más detalles relacionados con la corrección por temperatura y efecto pelicular.

Prueba de rotor bloqueado

La tercera prueba que se puede realizar en un motor de inducción para determinar los parámetros de circuito se llama *prueba de rotor bloqueado* o algunas veces *prueba de rotor enclavado.* Durante esta prueba que corresponde a la de cortocircuito del transformador, se bloquea o enclava el rotor de tal forma que *no se pueda mover*, se aplica voltaje al motor y se miden el voltaje, la corriente y la potencia resultantes.

La figura 7-54*a* muestra las conexiones para realizar la prueba de rotor bloqueado. Para llevar a cabo la prueba de rotor bloqueado, se aplica un voltaje ac al estator y se ajusta el flujo de corriente al valor aproximado de plena carga. Cuando la corriente está en su valor de plena carga, se miden el voltaje, la corriente y la potencia resultante que fluyen hacia el motor.

En la figura 7-54*b* se muestra el circuito equivalente para esta prueba. Nótese que como el rotor se encuentra quieto, el deslizamiento es $s = 1$ y, por tanto, la resistencia del rotor R_2/s es justamente igual a R_2 (un valor muy pequeño). Puesto que R_2 y X_2 son tan pequeños, casi toda la corriente de entrada fluirá a través de ellas en lugar de hacerlo a través de la reactancia de magnetización X_M que es mucho mayor. En estas condiciones, el circuito parece la combinación serie de X_1, R_1, X_2 y R_2.

Sin embargo, esta prueba presenta un problema. En operación normal, la frecuencia del estator es la frecuencia de la línea del sistema de potencia (50 ó 60 Hz). En condiciones de arranque, el rotor también está a la frecuencia de la línea. Sin embargo, en condiciones de operación normal, el deslizamiento de la mayoría de los motores es tan sólo de 2 ó 4% y la frecuencia resultante en el rotor está en un rango de 1 a 3 Hz, lo cual crea un problema en cuanto que *la frecuencia de la línea no representa las condiciones de operación normal del rotor.* Puesto que la resistencia efectiva del rotor es una función de la frecuencia para motores de diseño clases B y C, la frecuencia incorrecta del rotor puede llevar a obtener resultados falsos en la prueba. En una situación típica se utiliza una frecuencia de 25% o menos de la frecuencia nominal. Aunque esta aproximación es aceptable para rotores de resistencia constante (diseños clases A y D), no es aplicable cuando se trata de encontrar la resistencia normal de rotor en un rotor de resistencia variable. Debido a estos y otros problemas similares, se debe tener mucho cuidado al realizar las mediciones durante estas pruebas.

Después que se han fijado el voltaje y la frecuencia para las pruebas, el flujo de corriente en el motor se ajusta con rapidez cerca del valor nominal y se miden la potencia, el voltaje y la corriente de entrada, antes que el rotor se caliente demasiado. La potencia de entrada al motor está dada por

$$P = \sqrt{3} V_T I_L \cos \theta$$

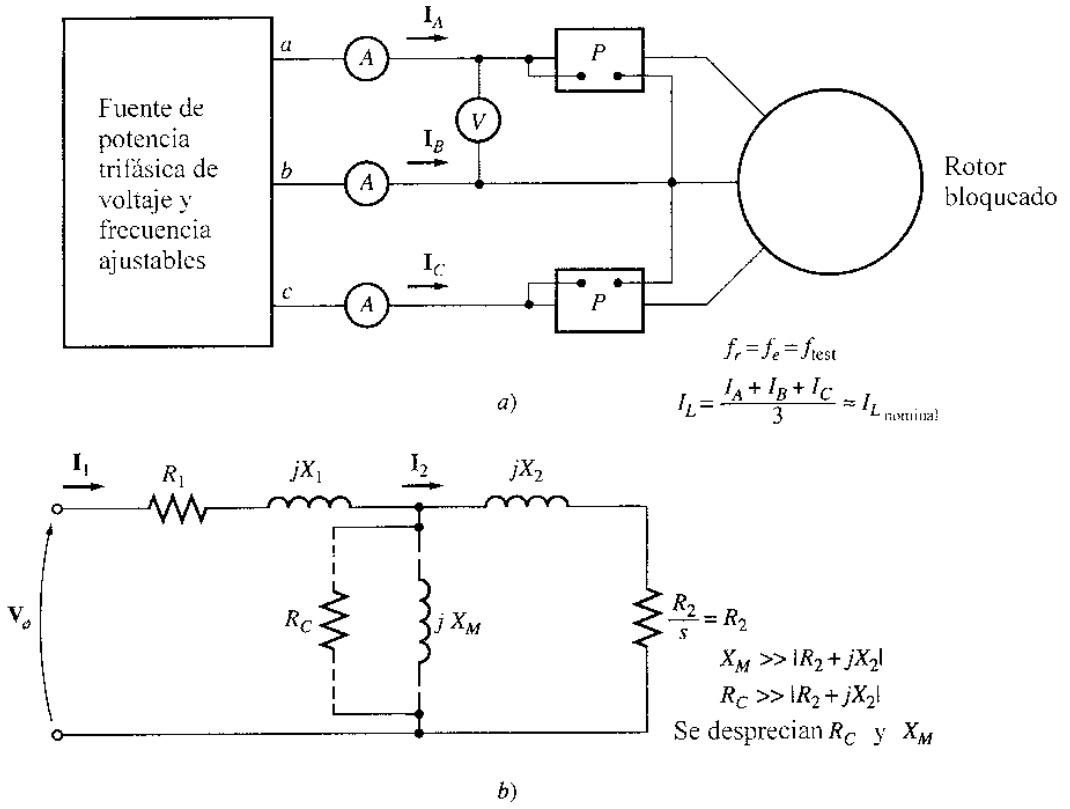


Figura 7-54
Prueba de rotor bloqueado para un motor de inducción: *a*) Circuito de prueba; *b*) Circuito equivalente del motor.

de modo que el factor de potencia de rotor bloqueado se puede encontrar como

$$\boxed{\text{PF} = \cos\theta = \frac{P_{\text{in}}}{\sqrt{3}V_T I_L}} \tag{7-62}$$

y el ángulo de impedancia θ es justamente igual al coseno inverso de PF.

La magnitud de la impedancia total en el circuito del motor es

$$\boxed{|Z_{\text{LR}}| = \frac{V_\phi}{I_1} = \frac{V_T}{\sqrt{3}I_L}} \tag{7-63}$$

y el ángulo de la impedancia total es θ. En consecuencia,

$$\begin{aligned} Z_{\text{LR}} &= R_{\text{LR}} + jX'_{\text{LR}} \\ &= |Z_{\text{LR}}|\cos\theta + j|Z_{\text{LR}}|\,\text{sen}\,\theta \end{aligned} \tag{7-64}$$

La resistencia de rotor bloqueado R_{LR} es igual a

$$\boxed{R_{LR} = R_1 + R_2} \tag{7-65}$$

mientras que la reactancia de rotor bloqueado X'_{LR} es igual a

$$X'_{LR} = X'_1 + X'_2 \tag{7-66}$$

donde X'_1 y X'_2 son las reactancias del estator y del rotor *a la frecuencia de prueba*, respectivamente.

La resistencia del rotor R_2 se puede encontrar a partir de

$$R_2 = R_{LR} - R_1 \tag{7-67}$$

donde R_1 se determinó de la prueba dc. La reactancia total del rotor referida al estator también se puede encontrar. Puesto que la reactancia es directamente proporcional a la frecuencia, la reactancia equivalente total a la frecuencia de operación normal se puede encontrar como

$$\boxed{X_{LR} = \frac{f_{nominal}}{f_{test}} X'_{LR} = X_1 + X_2} \tag{7-68}$$

Por desgracia, no hay una forma sencilla de separar las contribuciones de las reactancias recíprocas del rotor y estator. Durante años, la experiencia ha demostrado que las reactancias del rotor y del estator son proporcionales en motores de ciertos tipos de diseño. La figura 7-55 resume esta experiencia. En la práctica corriente, no hay problema real al analizar X_{LR} puesto que la reactancia es la suma de $X_1 + X_2$ en todas las ecuaciones del par.

	X_1 y X_2 como funciones de X_{LR}	
Diseño del rotor	X_1	X_2
Rotor devanado	$0.5\,X_{LR}$	$0.5\,X_{LR}$
Diseño A	$0.5\,X_{LR}$	$0.5\,X_{LR}$
Diseño B	$0.4\,X_{LR}$	$0.6\,X_{LR}$
Diseño C	$0.3\,X_{LR}$	$0.7\,X_{LR}$
Diseño D	$0.5\,X_{LR}$	$0.5\,X_{LR}$

Figura 7-55
"Reglas prácticas" para dividir las reactancias del circuito del rotor y del estator.

Ejemplo 7-8 Los siguientes datos de prueba se tomaron en un motor de inducción de 7.5 hp, cuatro polos, 208 V, 60 Hz, diseño clase A, conectado en Y, cuya corriente nominal es 28 A.

Prueba DC:

$$V_{DC} = 13.6 \text{ V} \qquad I_{DC} = 28 \text{ A}$$

Prueba en vacío

$$V_T = 208 \text{ V} \qquad f = 60 \text{ Hz}$$
$$I_A = 8.12 \text{ A} \qquad P_{in} = 420 \text{ W}$$
$$I_B = 8.20 \text{ A}$$
$$I_C = 8.18 \text{ A}$$

Prueba de rotor bloqueado

$$V_T = 25 \text{ V} \qquad f = 15 \text{ Hz}$$
$$I_A = 28.1 \text{ A} \qquad P_{in} = 920 \text{ W}$$
$$I_B = 28.0 \text{ A}$$
$$I_C = 27.6 \text{ A}$$

a) Dibuje el circuito equivalente por fase de este motor.
b) Encuentre el deslizamiento al par de plena carga y el valor de este par.

Solución

a) De la prueba dc,

$$R_1 = \frac{V_{DC}}{2I_{DC}} = \frac{13.6 \text{ V}}{2(28.0 \text{ A})} = 0.243 \ \Omega$$

De la prueba de vacío

$$I_{L,av} = \frac{8.12 \text{ A} + 8.20 \text{ A} + 8.18 \text{ A}}{3} = 8.17 \text{ A}$$

$$V_{\phi,nl} = \frac{208 \text{ V}}{\sqrt{3}} = 120 \text{ V}$$

Por tanto,

$$|Z_{nl}| = \frac{120 \text{ V}}{8.17 \text{ A}} = 14.7 \ \Omega = X_1 + X_M$$

Cuando se conoce X_1, se puede encontrar X_M. Las pérdidas en el cobre del estator son

$$P_{SCL} = 3I_1^2 R_1 = 3(8.17 \text{ A})^2(0.243 \ \Omega) = 48.7 \text{ W}$$

Por consiguiente, las pérdidas rotacionales en vacío son

$$P_{rot} = P_{in,nl} - P_{SCL,nl}$$
$$= 420 \text{ W} - 48.7 \text{ W} = 371.3 \text{ W}$$

De la prueba de rotor bloqueado,

$$I_{L,\,av} = \frac{28.1\text{ A} + 28.0\text{ A} + 27.6\text{ A}}{3} = 27.9\text{ A}$$

La impedancia de rotor bloqueado es

$$|Z_{LR}| = \frac{V_\phi}{I_A} = \frac{V_T}{\sqrt{3}I_A} = \frac{25\text{ V}}{\sqrt{3}(27.9\text{ A})} = 0.517\ \Omega$$

y el ángulo θ de la impedancia es

$$\begin{aligned}\theta &= \cos^{-1}\frac{P_{in}}{\sqrt{3}V_T I_L} \\ &= \cos^{-1}\frac{920\text{ W}}{\sqrt{3}(25\text{ V})(27.9\text{ A})} \\ &= \cos^{-1} 0.762 = 40.4^\circ\end{aligned}$$

Entonces, $R_{LR} = 0.517 \cos 40.4^\circ = 0.394\ \Omega = R_1 + R_2$. Puesto que $R_1 = 0.243\ \Omega$, R_2 debe ser 0.151Ω. La reactancia a 15 Hz es

$$X'_{LR} = 0.517 \operatorname{sen} 40.4^\circ = 0.335\ \Omega$$

La reactancia equivalente a 60 Hz es

$$X_{LR} = \frac{f_{nominal}}{f_{test}} X'_{LR} = \left(\frac{60\text{ Hz}}{15\text{ Hz}}\right) 0.335\ \Omega = 1.34\ \Omega$$

En los motores de inducción de diseño clase A, se supone que esta reactancia está dividida con igualdad entre el rotor y el estator; en consecuencia

$$X_1 = X_2 = 0.67\ \Omega$$
$$X_M = |Z_{nl}| - X_1 = 14.7\ \Omega - 0.67\ \Omega = 14.03\ \Omega$$

En la figura 7-56 se muestra el circuito equivalente final, por fase.

b) En este circuito equivalente, los valores de Thevenin correspondientes se encuentran a partir de las ecuaciones (7-41*b*), (7-44) y (7-45) y son

$$V_{TH} = 114.6\text{ V} \qquad R_{TH} = 0.221\ \Omega \qquad X_{TH} = 0.67\ \Omega$$

Por tanto, el deslizamiento al par máximo está dado por

$$s_{máx.} = \frac{R_2}{\sqrt{R_{TH}^2 + (X_{TH} + X_2)^2}} \tag{7-53}$$
$$= \frac{0.151\ \Omega}{\sqrt{(0.243\ \Omega)^2 + (0.67\ \Omega + 0.67\ \Omega)^2}} = 0.111 = 11.1\%$$

El par máximo de este motor está dado por

$$\tau_{\text{máx.}} = \frac{3V_{\text{TH}}^2}{2\omega_{\text{sinc}}[R_{\text{TH}} + \sqrt{R_{\text{TH}}^2 + (X_{\text{TH}} + X_2)^2}]} \tag{7-54}$$

$$= \frac{3(114.6\text{ V})^2}{2(188.5\text{ rad/s})[0.221\ \Omega + \sqrt{(0.221\ \Omega)^2 + (0.67\ \Omega + 0.67\ \Omega)^2}]}$$

$$= 66.2\text{ N} \cdot \text{m}$$

●

7-12 EL GENERADOR DE INDUCCIÓN

La curva característica de par-velocidad de la figura 7-20 muestra que si un motor de inducción está accionado a una velocidad *mayor* que n_{sinc} por un motor primario externo, la dirección de su par inducido se invertirá y operará entonces como generador. Cuando aumenta el par aplicado a su eje por el motor primario se incrementa la cantidad de potencia producida por el generador de inducción. Como se muestra en la figura 7-57, existe un par máximo inducido posible en el modo de operación como generador. Este par se conoce como *par máximo del generador.* Si un motor primario aplica un par mayor que el máximo del generador de inducción al eje de éste, el generador adquirirá una velocidad excesiva.

Como generador, la máquina de inducción tiene severas limitaciones. Debido a que carece de un circuito de campo separado, un generador de inducción *no puede* producir potencia reactiva. En efecto, el generador de inducción consume potencia reactiva, y se le debe conectar una fuente externa de potencia reactiva todo el tiempo para mantener su campo magnético estatórico. Esta fuente externa de potencia reactiva también debe controlar el voltaje en los terminales del generador (sin corriente de campo, un generador de inducción no puede controlar su propio voltaje de salida). Normalmente, el voltaje del generador es mantenido por el sistema de potencia externo al cual se encuentra conectado.

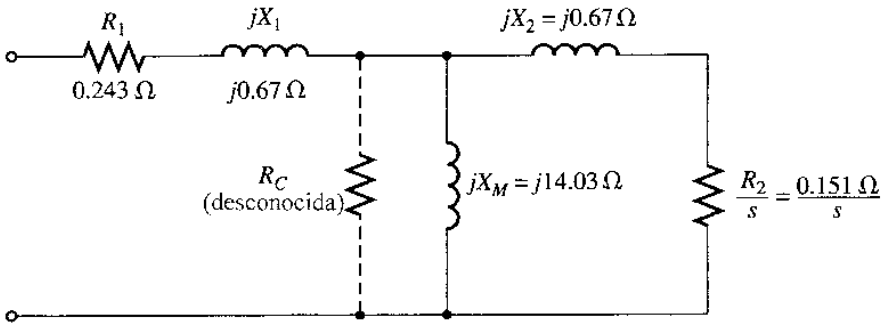


Figura 7-56
Circuito equivalente por fase del motor del ejemplo 7-8.

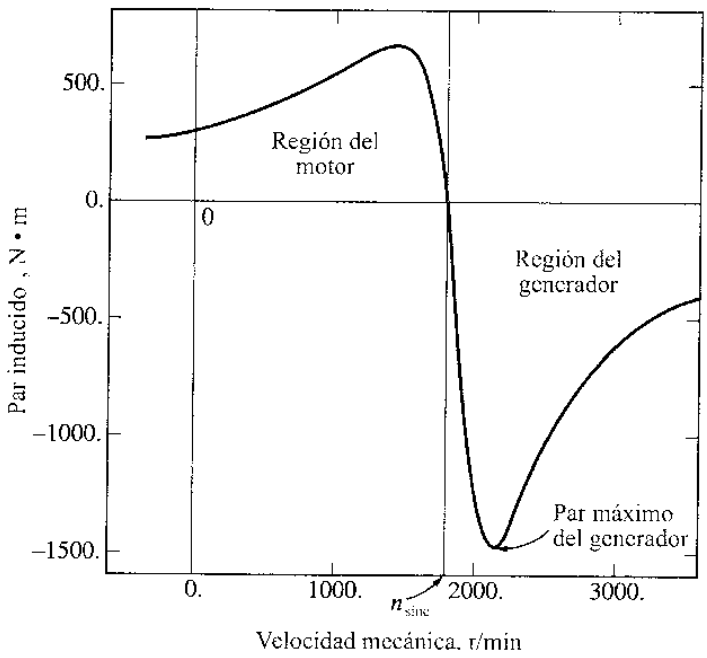


Figura 7-57
Característica par-velocidad de una máquina de inducción que muestra la región de operación como generador. Nótese el par máximo del generador.

La gran ventaja de un generador de inducción es su simplicidad. Un generador de inducción no necesita un circuito de campo separado y no debe estar accionado continuamente a una velocidad fija. Mientras la velocidad de la máquina alcance algún valor mayor que n_{sinc}, funcionará como generador en el sistema de potencia al cual se encuentre conectada. Cuanto mayor sea el par aplicado a su eje (hasta un cierto punto), mayor será la potencia de salida resultante. El hecho de que no requiera una regulación precisa hace de este generador una buena elección para molinos de viento, sistemas de recuperación de calor y fuentes similares de potencia suplementaria conectadas a un sistema de potencia existente . En tales aplicaciones, la corrección del factor de potencia se puede efectuar por capacitores, y el voltaje en los terminales del generador se puede controlar por el sistema externo de potencia.

Generador de inducción aislado

Es posible que una máquina de inducción funcione como generador aislado de cualquier sistema de potencia en tanto haya capacitores disponibles para suministrar la potencia reactiva requerida por el generador y por las cargas conectadas a éste. Tal generador de inducción aislado se muestra en la figura 7-58.

La corriente de magnetización I_M requerida por la máquina de inducción como función del voltaje en los terminales, se puede encontrar girándola como motor en vacío y midiendo la

corriente del inducido como función del voltaje en los terminales. Esta curva de magnetización se muestra en la figura 7-59*a*. Para alcanzar un nivel de voltaje dado en un generador de inducción, los condensadores externos deben suministrar la corriente de magnetización correspondiente a ese nivel.

Puesto que la corriente reactiva que puede producir el capacitor es *directamente proporcional* al voltaje aplicado a él, el lugar geométrico de todas las combinaciones posibles del voltaje y la corriente a través del capacitor es una línea recta. En la figura 7-59*b* se muestra tal dibujo de voltaje contra la corriente para una frecuencia dada. *Si se conecta un grupo trifásico de capacitores a través de los terminales de un generador de inducción, el voltaje de vacío del generador de inducción será la intersección de la curva de magnetización del generador y la línea de carga del capacitor.* En la figura 7-59*c* se muestra el voltaje en los terminales de un generador de inducción en vacío para tres grupos de capacitancia diferentes.

¿Cómo se aumenta el voltaje en un generador de inducción cuando arranca por primera vez? Cuando se pone a girar por primera vez un generador de inducción, el magnetismo residual en su circuito de campo origina un pequeño voltaje que produce un flujo de corriente capacitiva que, a su vez, aumenta el voltaje e incrementa la corriente capacitiva, y así sucesivamente hasta que el voltaje queda establecido del todo. Si no hay flujo residual presente en el rotor del generador de inducción, su voltaje no aumentará y, por tanto, debe ser magnetizado girándolo momentáneamente como motor.

El mayor problema de un generador de inducción es que su voltaje varía ampliamente con los cambios de la carga, en especial con la carga reactiva. En la figura 7-60 se muestran características típicas de los terminales de un generador de inducción que opera aisladamente en paralelo con una capacitancia constante. Nótese que en caso de carga inductiva, el voltaje cae con mucha rapidez. Esto ocurre debido a que los condensadores fijos deben suministrar toda la potencia reactiva necesitada tanto por el generador como por la carga y cualquier potencia reactiva desviada a la carga, retrocede el generador siguiendo su curva de magnetización y ocasionando una mayor caída en el voltaje del generador. Entonces, es muy difícil arrancar un motor de inducción en un sistema de potencia alimentado por un generador de inducción; se deben emplear técnicas especiales para aumentar la capacitancia efectiva durante el arranque y disminuirla posteriormente durante la operación normal.

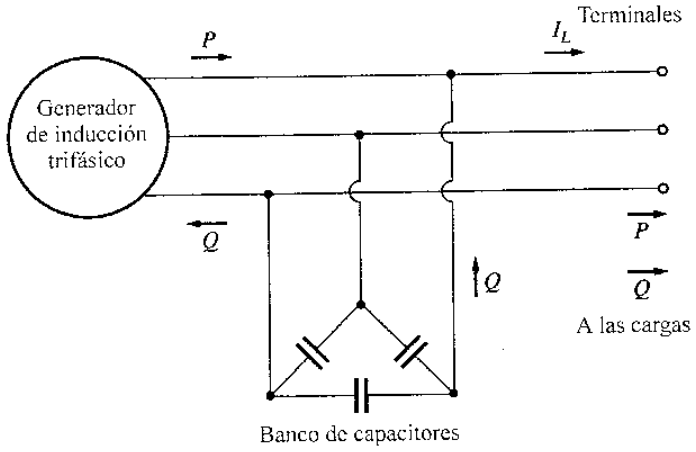


Figura 7-58
Generador de inducción aislado cuyo banco de capacitores suministra la potencia reactiva.

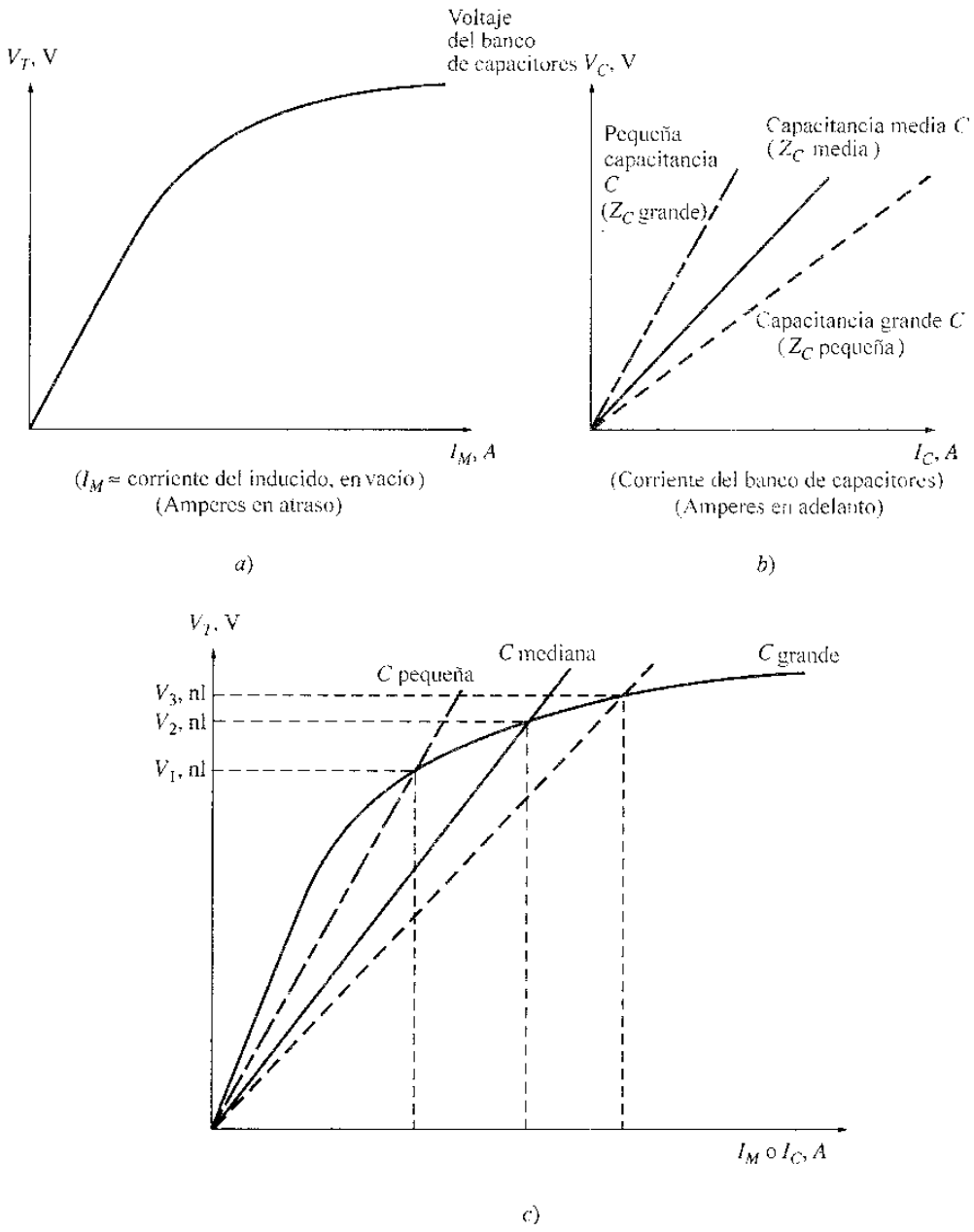


Figura 7-59

a) Curva de magnetización de una máquina de inducción. Diagrama del voltaje en los terminales de la máquina como función de su corriente de magnetización (la cual *atrasa* el voltaje de fase en 90° aproximadamente). *b)* Diagrama de la característica voltaje-corriente de un banco de capacitores. Nótese que a mayor capacitancia, mayor corriente para un voltaje dado. Esta corriente *adelanta* el voltaje de fase en 90° aproximadamente. *c)* El voltaje en los terminales, en condiciones de vacío en un generador de inducción aislado, se puede encontrar dibujando la característica de los terminales del generador y la característica de voltaje- corriente del capacitor en el mismo sistema de ejes. La intersección de las dos curvas es el punto en el cual la potencia reactiva demandada por el generador es suministrada con igualdad por los capacitores; este punto corresponde al *voltaje en los terminales del generador en vacío.*

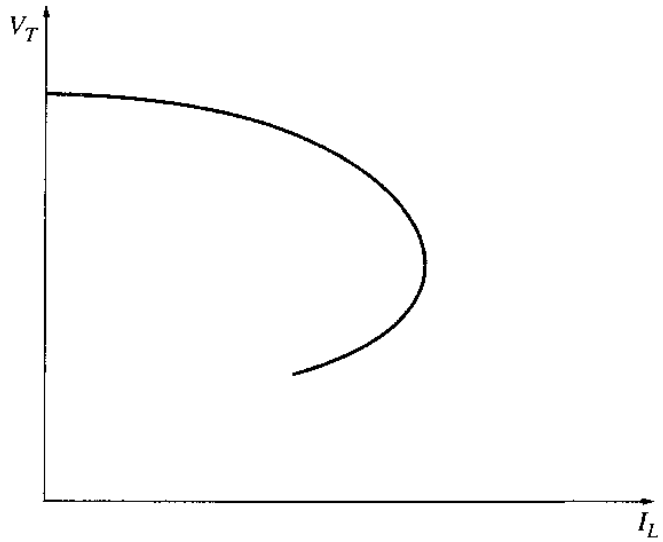


Figura 7-60
Característica voltaje-corriente de los terminales de un generador de inducción para una carga con factor de potencia constante en atraso.

Debido a la naturaleza de la característica par-velocidad en una máquina de inducción, la frecuencia de un generador de inducción varía con los cambios de la carga pero, puesto que la característica par-velocidad es muy pendiente en el rango de operación normal, la variación total de la frecuencia está limitada usualmente a menos de 5%. Esta variación puede ser aceptable en muchas aplicaciones de generación particular o de emergencia.

Aplicaciones del generador de inducción

Los generadores de inducción se han utilizado desde comienzos del siglo veinte, pero entre los años de 1960 y 1970 disminuyó mucho su utilización. Sin embargo, los generadores de inducción han regresado debido a la crisis de los combustibles en1973. Ante costos de energía tan altos, la recuperación de energía llegó a ser parte importante de la economía de la mayoría de los procesos industriales. El generador de inducción es ideal para tales aplicaciones debido a que requiere mínimo de control o mantenimiento.

En razón a su simplicidad y pequeño tamaño por kilovatio de salida de potencia, los generadores de inducción son muy favorables para pequeños molinos de viento. Muchos molinos de viento comerciales están diseñados para operar en paralelo con grandes sistemas de potencia, suministrando una fracción de las necesidades de potencia total del cliente. En esta operación, el sistema de potencia puede emplearse en el control del voltaje y la frecuencia, y los capacitores estáticos pueden ser utilizados para corregir el factor de potencia.

7-13 VALORES NOMINALES EN MOTORES DE INDUCCIÓN

La figura 7-61 muestra una placa de características típica de un motor de inducción de caballaje entero y alta eficiencia. Los valores nominales más importantes presentes en la placa son

1. Potencia de salida
2. Voltaje
3. Corriente
4. Factor de potencia
5. Velocidad
6. Eficiencia nominal
7. Clase NEMA de diseño
8. Código de arranque

La placa típica de características de un motor de inducción de eficiencia estándar sería similar, excepto que podría no indicar la eficiencia nominal.

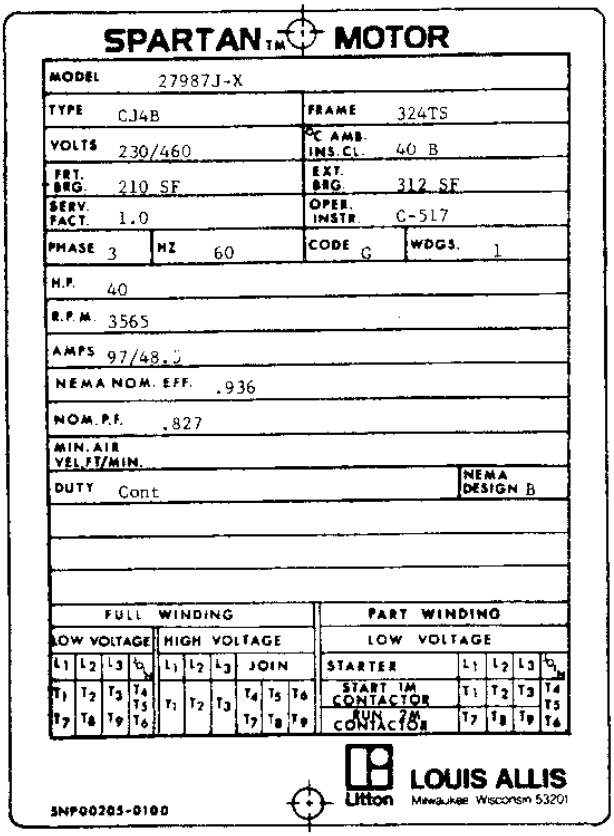


Figura 7-61
Placa típica de características de un motor de inducción de alta eficiencia (*cortesía de MagneTek, Inc.*).

El voltaje límite del motor se basa en el máximo flujo de corriente de magnetización aceptable ya que cuanto más alto sea el voltaje, más alta será la saturación del hierro del motor y mayor la corriente de magnetización. Justamente, como en el caso de los transformadores, y de las máquinas sincrónicas, un motor de inducción de 60 Hz puede utilizarse en un sistema de potencia de 50 Hz pero sólo si el voltaje nominal se reduce en cantidad proporcional a la disminución de la frecuencia. Esta degradación es necesaria porque el flujo en el núcleo del motor es proporcional a la integral del voltaje aplicado. Para mantener constante el máximo flujo en el núcleo, mientras aumenta el periodo de integración, debe disminuir el nivel de voltaje medio.

El límite de corriente en un motor de inducción se basa en el calentamiento máximo aceptable en los devanados del motor, y el límite de potencia está fijado por la combinación de los valores nominales de corriente y voltaje con el factor de potencia y la eficiencia de la máquina.

Las clases NEMA de diseño, letras de código de arranque y eficiencias nominales se analizaron en secciones anteriores de este capítulo.

7-14 RESUMEN

El motor de inducción es el tipo de motor de corriente alterna más popular debido a la simplicidad y facilidad de operación. Un motor de inducción no tiene circuito separado de campo; en su lugar, depende de la acción de un transformador para inducir voltajes y corrientes en su circuito de campo. En efecto, un motor de inducción es básicamente un transformador rotante y su circuito equivalente es similar al de un transformador, excepto en lo que respecta a la variación de velocidad.

Un motor de inducción opera normalmente a una velocidad cercana a la sincrónica n_{sinc}, pero nunca puede operar a esa velocidad. Siempre debe haber algún movimiento relativo para inducir voltaje en el circuito de campo del motor de inducción. El voltaje en el rotor, inducido por el movimiento relativo entre el rotor y el campo magnético del estator, produce una corriente en el rotor, la cual interactúa con el campo magnético del estator para producir el par inducido en el motor.

En un motor de inducción, el deslizamiento o velocidad al cual ocurre el par máximo puede ser controlado variando la resistencia del rotor. El *valor* del par máximo es independiente de la resistencia del rotor. Si la resistencia del rotor es alta, disminuye el valor de la velocidad a la cual ocurre el par máximo e incrementa el par de arranque del motor. Sin embargo, este par de arranque tiene pobre regulación de velocidad en el rango normal de operación. Por otro lado, una resistencia rotórica baja reduce el par de arranque del motor en tanto que mejora su regulación de velocidad. Todo diseño normal del motor de inducción debe equilibrar estos dos requerimientos en conflicto.

Una forma de lograrlo es utilizar rotores de barra profunda o de doble jaula que tienen una resistencia efectiva, alta en el arranque y baja en condiciones de operación normal; en consecuencia se alcanza un alto par de arranque y una buena regulación de velocidad en el mismo motor. El mismo efecto se puede lograr con un motor de inducción de rotor devanado si se varía la resistencia del campo del rotor.

En los motores de inducción, el control de velocidad se puede realizar cambiando el número de polos de la máquina, cambiando la frecuencia eléctrica aplicada, cambiando el voltaje aplicado

a los terminales o cambiando la resistencia del rotor, en el caso de los motores de inducción de rotor devanado.

La máquina de inducción se puede utilizar también como generador si hay una fuente de potencia reactiva (capacitores estáticos o una máquina sincrónica) disponible en el sistema de potencia. Un generador de inducción aislado presenta graves problemas de regulación de voltaje, pero cuando opera en paralelo con un gran sistema de potencia, éste puede controlar el voltaje de la máquina. Los generadores de inducción son máquinas pequeñas que se utilizan en fuentes de energía alternativas como molinos de viento o en sistemas de recuperación de energía. Casi todos los generadores grandes en uso son generadores sincrónicos.

PREGUNTAS Y TEMAS DE ANÁLISIS

7-1 ¿Qué son deslizamiento y velocidad de deslizamiento en un motor de inducción?
7-2 ¿Cómo desarrolla el par un motor de inducción?
7-3 ¿Por qué es imposible que un motor de inducción opere a velocidad sincrónica?
7-4 Dibuje y explique la forma de una curva característica típica de par-velocidad de un motor de inducción.
7-5 ¿Qué elemento del circuito equivalente tiene el control más directo sobre la velocidad a la cual ocurre el par máximo?
7-6 ¿Qué es un rotor de jaula de ardilla de barra profunda? ¿Para qué se utiliza? ¿Qué clase(s) de diseño NEMA se puede(n) construir con él?
7-7 ¿Qué es un rotor de doble jaula de ardilla? ¿Para qué se utiliza? ¿Qué clase(s) de diseño NEMA se puede(n) construir con él?
7-8 Describa las características y usos de los motores de inducción de rotor devanado y de cada clase NEMA de diseño de motores de jaula de ardilla.
7-9 ¿Por qué la eficiencia de un motor de inducción (de rotor devanado o de jaula de ardilla) es tan pobre a altos deslizamientos?
7-10 Enumere y describa cuatro medios para controlar la velocidad de los motores de inducción.
7-11 ¿Por qué es necesario reducir el voltaje aplicado a un motor de inducción cuando se reduce su frecuencia eléctrica?
7-12 ¿Por qué el control de velocidad por variación del voltaje en los terminales está limitado en el rango de operación?
7-13 ¿Qué son los factores de código de arranque? ¿Qué información dan éstos sobre la corriente de arranque de un motor de inducción?
7-14 ¿Cómo trabaja un circuito resistivo de arranque en un motor de inducción?
7-15 ¿Qué información se deduce de una prueba de rotor bloqueado?
7-16 ¿Qué información se deduce de una prueba de vacío?
7-17 ¿Qué acciones se emprenden para mejorar la eficiencia de los motores de inducción modernos de alta eficiencia?
7-18 ¿Qué controla el voltaje en los terminales de un generador de inducción que opera aisladamente?
7-19 ¿En qué aplicaciones se utilizan típicamente los generadores de inducción?
7-20 ¿Cómo puede utilizarse un motor de inducción de rotor devanado como variador de frecuencia?
7-21 ¿Cómo afectan los diferentes modelos de voltaje-frecuencia de los controladores las características de par-velocidad de un motor de inducción?
7-22 Describa los principales rasgos de los controladores de estado sólido para motores de inducción, relacionados en la sección 7-10.

7-23 Se fabrican dos motores de inducción de 480 V, 100 hp. Uno de ellos es diseñado para operar a 50 Hz y el otro a 60 Hz; en lo demás son similares. ¿Cuál de estas dos máquinas es más grande?

7-24 Un motor de inducción gira en condiciones nominales. Si se incrementa la carga al eje, ¿cómo cambian las siguientes magnitudes?

a) Velocidad mecánica
b) Deslizamiento
c) Voltaje inducido en el rotor
d) Corriente del rotor
e) Frecuencia del rotor
f) Pérdidas en el cobre del rotor P_{RCL}
g) Velocidad sincrónica

EJERCICIOS

7-1 Se realiza una prueba dc a un motor de inducción dc 460 V, 100 hp, conectado en Δ. Si $V_{DC} = 21$ V e $I_{DC} = 72$ A, ¿cuál es la resistencia del estator R_1? *Explique la respuesta.*

7-2 Un motor trifásico de inducción de 220 V, seis polos, 50 Hz, gira con un deslizamiento de 3.5%. Encuentre:

a) Velocidad de los campos magnéticos en revoluciones por minuto
b) Velocidad del rotor en revoluciones por minuto
c) Velocidad de deslizamiento del rotor
d) Frecuencia del rotor en hertz.

7-3 Responda las preguntas del ejercicio 7-2 para un motor de inducción de 480 V, trifásico, cuatro polos, 60 Hz, que gira con un deslizamiento de 0.025.

7-4 Un motor de inducción trifásico, 60 Hz, gira a 715 r/min en vacío y a 670 r/min a plena carga.

a) ¿Cuántos polos tiene este motor?
b) ¿Cuál es el deslizamiento a carga nominal?
c) ¿Cuál es la velocidad a un cuarto de la carga nominal?
d) ¿Cuál es la frecuencia eléctrica del rotor a un cuarto de la carga nominal?

7-5 Un motor de inducción de 50 kW, 440 V, 50 Hz, dos polos, tiene un deslizamiento de 6% cuando opera en condiciones de plena carga. En condiciones de plena carga, las pérdidas por rozamiento propio y rozamiento con el aire son 520 W, y las pérdidas en el núcleo son 500 W. Encuentre los siguientes valores para condiciones de plena carga:

a) Velocidad en el eje n_m
b) Potencia de salida en vatios
c) Par de carga τ_{carga} en newton-metro
d) Par inducido τ_{ind} en newton-metro
e) Frecuencia del rotor en Hz.

7-6 Un motor de inducción trifásico, 60 Hz, dos polos, gira en vacío a una velocidad de 3580 r/min y a plena carga a una velocidad de 3440 r/min. Calcule el deslizamiento y la frecuencia eléctrica del rotor en condiciones de vacío y de plena carga. ¿Cuál es la regulación de velocidad de este motor [ecuación (4-68)]?

7-7 Un motor de inducción de rotor devanado de 208 V, cuatro polos, 60 Hz, conectado en Y, tiene una capacidad nominal de 15 hp. Las componentes de su circuito equivalente son

$R_1 = 0.220\ \Omega$ $R_2 = 0.127\ \Omega$ $X_M = 15.0\ \Omega$

$X_1 = 0.430\ \Omega$ $X_2 = 0.430\ \Omega$

$P_{meca} = 300$ W $P_{misc} \approx 0$ $P_{núcleo} = 200$ W

Si el deslizamiento es 0.05, encuentre

a) Corriente de línea I_L

b) Pérdidas en el cobre del estator P_{SCL}

c) Potencia en el entrehierro P_{AG}

d) Potencia convertida de forma eléctrica a forma mecánica P_{conv}

e) Par inducido τ_{ind}

f) Par de carga τ_{carga}

g) Eficiencia total de la máquina

h) Velocidad del motor en revoluciones por minuto y en radianes por segundo

7-8 En el motor del ejercicio 7-7, ¿cuál es el deslizamiento al par máximo? ¿Cuál es el par máximo de este motor?

7-9 *a*) Calcule y dibuje la característica par-velocidad del motor del ejercicio 7-7.

b) Calcule y dibuje la curva de la potencia de salida contra la velocidad del motor del ejercicio 7-7.

7-10 En el motor del ejercicio 7-7, ¿cuánta resistencia adicional (referida al circuito del estator) sería necesario adicionar al circuito del rotor para que el par máximo ocurra en condiciones de arranque (cuando el eje está detenido)? Dibuje la característica de par-velocidad de este motor con la resistencia adicional inserta.

7-11 Si el motor del ejercicio 7-7 se va a operar en un sistema de potencia de 50 Hz, ¿qué debe hacerse a su voltaje de alimentación? ¿Por qué? ¿Cuáles serán los valores de las componentes del circuito equivalente a 50 Hz? Responda las preguntas del ejercicio 7-7 para operación a 50 Hz, deslizamiento de 0.05 y voltaje adecuado para esta máquina.

7-12 La figura 7-18*a* muestra un circuito sencillo que consta de una fuente de voltaje, una resistencia y dos reactancias. Encuentre el voltaje y la impedancia equivalentes de Thevenin de este circuito en sus terminales. Deduzca las expresiones para la magnitud de $\mathbf{V}_{TH}$ y R_{TH} dadas en las ecuaciones (7-41*b*) y (7-44).

7-13 La figura P7-1 muestra un circuito sencillo que consta de una fuente de voltaje, dos resistencias y dos reactancias puestas en paralelo entre sí. Si se deja variar R_L, manteniendo las demás componentes constantes, ¿a qué valor de R_L le será suministrada la potencia máxima? *Pruebe* su respuesta. (*Sugerencia*: Deduzca una expresión para la potencia de carga en términos de V, R_S, X_S, R_L y X_L y derive parcialmente esa expresión con respecto a R_L.) Utilice este resultado para derivar la expresión para el par máximo [ecuación (7-54)].

7-14 Un motor de inducción de 440 V, 50 Hz, seis polos, conectado en Y, tiene una capacidad nominal de 75 kW. Los parámetros del circuito equivalente son

$R_1 = 0.082\ \Omega$ $R_2 = 0.070\ \Omega$ $X_M = 7.2\ \Omega$

$X_1 = 0.19\ \Omega$ $X_2 = 0.18\ \Omega$

$P_{F\&W} = 1.3$ kW $P_{misc} = 150$ W $P_{núcleo} = 1.4$ kW

Si el deslizamiento es 0.04, encuentre

a) Corriente de línea I_L
b) Factor de potencia del estator
c) Factor de potencia del rotor
d) Pérdidas en el cobre del estator P_{SCL}
e) Potencia en el entrehierro P_{AG}
f) Potencia eléctrica convertida en mecánica P_{conv}
g) Par inducido τ_{ind}
h) Par de carga τ_{carga}
i) Eficiencia total de la máquina η
j) Velocidad del motor en revoluciones por minuto y en radianes por segundo

7-15 En el motor del ejercicio 7-14, ¿cuál es el par máximo? ¿Cuál es el deslizamiento al par máximo? ¿Cuál es la velocidad del rotor al par máximo?

7-16 Si el motor del ejercicio 7-14 se va a manejar desde una fuente de potencia de 440 V, 60 Hz, ¿cuál será el par máximo? ¿Cuál será el deslizamiento al máximo?

7-17 Dibuje las siguientes magnitudes para el motor del ejercicio 7-14 cuando el deslizamiento varía de 0% a 10%: *a*) τ_{ind}; *b*) P_{conv}; *c*) P_{out}; *d*) eficiencia η. ¿A qué deslizamiento será igual la potencia de salida P_{out} a la potencia nominal de la máquina?

7-18 Un motor de inducción de 208 V, 60 Hz, seis polos, conectado en Y, 25 hp, diseño clase B, se prueba en el laboratorio y se obtienen los siguientes resultados:

Vacío:	208 V, 22.0 A, 1200 W, 60 Hz
Rotor bloqueado:	24.6 V, 64.5 A, 2200 W, 15 Hz
Prueba DC:	13.5 V, 64 A

Encuentre el circuito equivalente de este motor y dibuje su curva característica de par-velocidad.

7-19 Un motor de inducción trifásico de 208 V, cuatro polos, 10 hp, 60 Hz, conectado en Y, desarrolla su par inducido de plena carga a un deslizamiento de 3.8% cuando está operando a 60 Hz y 208 V. Las impedancias por fase del circuito modelo del motor son

$$R_1 = 0.33\ \Omega \qquad X_M = 16\ \Omega$$
$$X_1 = 0.42\ \Omega \qquad X_2 = 0.42\ \Omega$$

Las pérdidas mecánicas, las pérdidas en el núcleo y las pérdidas misceláneas se pueden despreciar en este ejercicio.

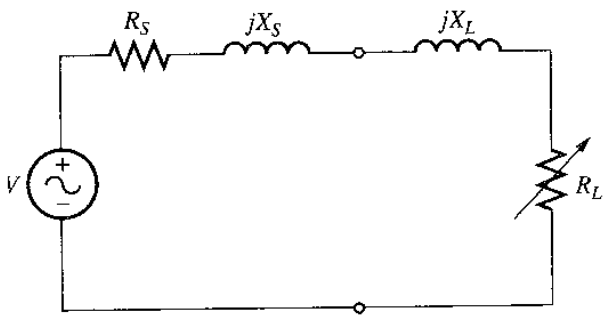


Figura P7-1
Circuito para el ejercicio 7-13.

a) Encuentre el valor de la resistencia del rotor R_2.
b) Encuentre $\tau_{máx.}$, $s_{máx.}$ y la velocidad del rotor al par máximo para este motor.
c) Encuentre el par de arranque del motor.
d) ¿Qué factor de letra código podría ser asignada a este motor?

7-20 Responda las siguientes preguntas sobre el motor del ejercicio 7-19.
a) Si este motor está conectado a un barraje infinito a 208 V, ¿cuánta corriente fluirá en el motor durante el arranque?
b) Si se utiliza una línea de transmisión cuya impedancia es $0.35 + j\,0.25\ \Omega$ por fase para conectar el motor de inducción al barraje infinito, ¿cuál será la corriente de arranque del motor? ¿Cuál será el voltaje en los terminales del motor durante el arranque?
c) Si se conecta un autotransformador reductor ideal de relación 1.4:1 entre la línea de transmisión y el motor, ¿cuál será la corriente en la línea de transmisión durante el arranque? ¿Cuál será el voltaje en el extremo de la línea, del lado del motor, durante el arranque?

7-21 En este capítulo se estudió que un autotransformador reductor se puede utilizar para disminuir la corriente de arranque tomada por un motor de inducción. Aunque esta técnica es efectiva, un autotransformador es relativamente costoso. Una forma menos costosa de reducir la corriente de arranque es utilizar un dispositivo llamado *arrancador Y-Δ*. Si el motor de inducción se conecta normalmente en Δ, es posible reducir su voltaje de fase V_ϕ (y por tanto su corriente de arranque) reconectando simplemente los devanados del estator en Y durante el arranque y restableciendo las conexiones a Δ cuando el motor adquiere velocidad. Responda las siguientes preguntas referentes a este tipo de arrancador.
a) ¿Cómo compararía el voltaje de fase en el arranque con aquel bajo condiciones normales de funcionamiento?
b) ¿Cómo compararía la corriente de arranque del motor conectado en Y con la corriente de arranque si el motor permaneciera en conexión Δ durante el arranque?

7-22 Un motor de inducción, trifásico, 460 V, 50 hp, de seis polos, conectado en Δ, 60 Hz, tiene un deslizamiento a plena carga de 4%, una eficiencia de 91% y un factor de potencia de 0.87 en atraso. En el arranque, el motor desarrolla 1.75 veces el par de plena carga pero toma 7 veces la corriente nominal a voltaje nominal. Este motor se va a iniciar con un arrancador de voltaje reducido tipo autotransformador.
a) ¿Cuál debería ser el voltaje de salida del circuito arrancador para reducir el par de arranque hasta que sea igual al par nominal del motor?
b) ¿Cuál será la corriente de arranque del motor y la corriente tomada de la fuente a este voltaje?

7-23 Un motor de inducción de rotor devanado opera a voltaje y frecuencia nominales con sus anillos deslizantes cortocircuitados y con una carga de cerca de 25% del valor nominal de la máquina. Si la resistencia del rotor de esta máquina se duplica insertando resistencias externas en el circuito del rotor, explique qué ocurre a las siguientes magnitudes:
a) Deslizamiento s
b) Velocidad del motor n_m
c) Voltaje inducido en el rotor
d) Corriente del rotor
e) Par inducido τ_{ind}
f) Potencia de salida P_{out}
g) Pérdidas en el cobre del rotor P_{RCL}
h) Eficiencia total η

7-24 Responda las siguientes preguntas referentes a un motor de inducción de 460 V, conectado en Δ, dos polos, 100 hp, 60 Hz, letra código de arranque F.

a) ¿Cuál es la máxima corriente de arranque para la que debe ser diseñado el controlador de esta máquina?
b) Si se diseña el controlador de esta máquina para conmutar los devanados del estator de una conexión Δ a una conexión Y durante el arranque, ¿cuál es la máxima corriente de arranque para la cual debe ser diseñado el controlador?
c) Si se utiliza un autotransformador reductor de 1.25:1 durante el arranque, ¿cuál es la máxima corriente de arranque que tomará de la línea?

7-25 Cuando es necesario detener con mucha rapidez un motor de inducción, muchos controladores de motor de inducción invierten la dirección de rotación de los campos magnéticos conmutando dos terminales cualesquiera del estator. Cuando se invierte la dirección de rotación de los campos magnéticos, el motor desarrolla un par inducido opuesto a la dirección normal de rotación, se detiene con rapidez y trata de arrancar girando en esa dirección opuesta. Si se quita la potencia del circuito del estator en el momento en que la velocidad tiende a cero, el motor se detendrá con mucha rapidez. Esta técnica de frenado rápido de un motor de inducción se llama *frenado por contracorriente*. El motor del ejercicio 7-19 está rotando en condiciones nominales y se detendrá mediante la técnica de frenado por contracorriente.
a) ¿Cuál es el deslizamiento *s* antes del frenado por contracorriente?
b) ¿Cuál es la frecuencia del rotor antes del frenado por contracorriente?
c) ¿Cuál es el par inducido τ_{ind} antes del frenado por contracorriente?
d) ¿Cuál es el deslizamientos inmediatamente después que se conmutan los terminales del estator?
e) ¿Cuál es la frecuencia del rotor inmediatamente después que se conmutan los terminales del estator?
f) ¿Cuál es el par inducido τ_{ind} inmediatamente después de conmutar los terminales del estator?

REFERENCIAS

1. Alger, Phillip. *Induction Machines,* 2nd ed. New York: Gordon and Breach, 1970.
2. Del Toro, V. *Electric Machines and Power Systems.* Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall, 1985.
3. Fitzgerald, A. E. and C. Kingsley, Jr. *Electric Machinery.* New York: McGraw-Hill, 1952.
4. Fitzgerald, A. E., C. Kingsley, Jr., and S.D. Umans. *Electric Machinery,* 5 th ed. New York: McGraw-Hill, 1990.
5. Institute of Electrical and Electronics Engineers. *Standard Test Procedure for Polyphase Induction Motors and Generators*, IEEE Standard 112-1996. New York: IEEE, 1996.
6. Kosow, Irving L. *Control of Electric Motors.* Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1972.
7. McPherson, George. *An Introduction to Electrical Machines and Transformers.* New York: Wiley, 1981.
8. National Electrical Manufacturers Association. *Motors and Generators,* Publication No. MG1-1993. Whashington , D.C.: NEMA, 1993.
9. Slemon, G. R. , and A. Straughen. *Electric Machines.* Reading, Mass.: Addison-Wesley, 1980.
10. Vithayathil, Joseph. *Power Electronics: Principles and Applications.* New York: McGraw-Hill, 1995.
11. Werninck, E. H. (ed.). *Electric Motor Handbook.*. London: McGraw-Hill, 1978.

CAPÍTULO 8

FUNDAMENTOS DE MÁQUINAS DE CORRIENTE DIRECTA

Las máquinas dc son generadores que convierten energía mecánica en energía eléctrica dc y motores que convierten energía eléctrica dc en energía mecánica. La mayoría de las máquinas dc son semejantes a las máquinas ac porque tienen voltajes y corrientes ac dentro de ellas; las máquinas dc tienen una salida dc sólo porque existe un mecanismo que convierte los voltajes ac internos en voltajes dc en sus terminales. Puesto que este mecanismo se denomina conmutador, la maquinaria dc se conoce también como *maquinaria de colector* o *conmutada.*

Los principios fundamentales involucrados en la operación de las máquinas dc son muy simples. Por desgracia, con frecuencia son ensombrecidos por la complejidad de la construcción de las máquinas reales. Este capítulo explicará primero los principios de operación de la maquinaria dc utilizando ejemplos sencillos y luego considerará algunas de las complicaciones que ocurren en las máquinas dc reales.

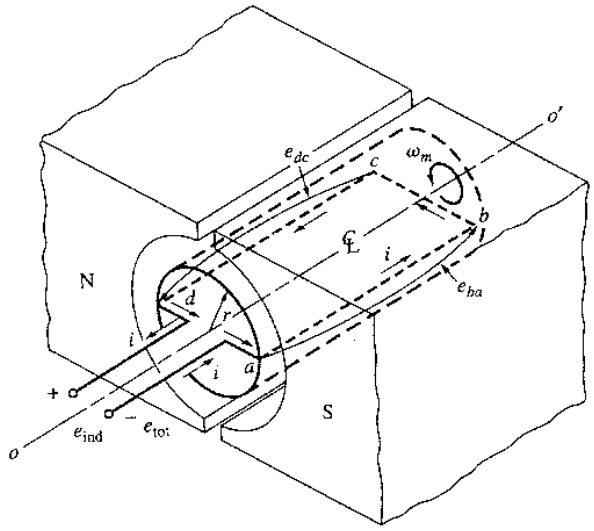
8-1 UNA ESPIRA SENCILLA QUE ROTA ENTRE CARAS POLARES CURVAS

La máquina lineal estudiada en la sección 1-8 sirvió como introducción al comportamiento básico de la máquina. Su respuesta a la carga y al cambio de los campos magnéticos reseña aproximadamente el comportamiento de los generadores y motores dc reales que se estudiarán en el capítulo 9. Sin embargo, los generadores y los motores reales no se mueven en línea recta sino que *rotan.* El siguiente paso para entender las máquinas dc reales es estudiar los ejemplos más sencillos posibles de una máquina rotatoria.

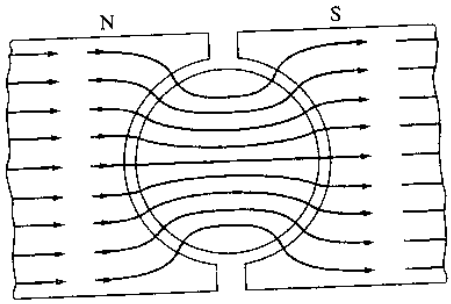
La máquina rotatoria dc más sencilla posible se muestra en la figura 8-1. Consiste en una sola espira de alambre que rota alrededor de un eje fijo. La parte rotante de la máquina se llama el *rotor;* la parte estacionaria se denomina el *estator.* El campo magnético de la máquina es suministrado por los polos norte y sur magnéticos mostrados sobre el estator en la figura 8-1.

Nótese que la espira del rotor yace en una ranura labrada en un núcleo ferromagnético. El hierro del rotor, junto con la forma curva de las caras polares, provee la anchura de entrehierro constante entre el rotor y el estator. Recuérdese, capítulo 1, que la reluctancia del aire es mucho mayor que la reluctancia del hierro en la máquina. Para minimizar la reluctancia del camino del flujo

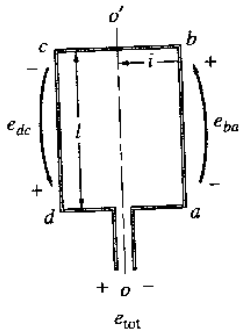
a través de la máquina, el flujo magnético debe tomar el camino más corto posible a través del aire entre la cara polar y la superficie del rotor.



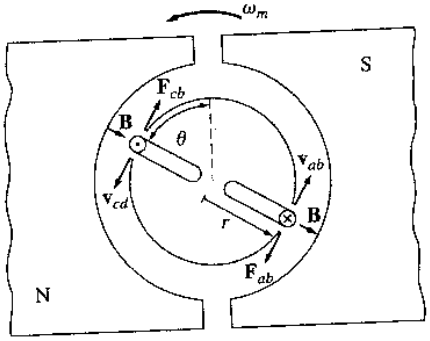
a)



b)



c)



d)

Figura 8-1
Lazo sencillo rotacional entre caras polares curvas. *a*) Vista en perspectiva; *b*) vista de las líneas de campo; *c*) vista superior; *d*) vista frontal.

Puesto que el flujo magnético debe tomar el camino más corto a través del aire, éste es la *perpendicular* a la superficie del rotor en todos los puntos situados bajo las superficies polares. Así mismo, puesto que la anchura del entrehierro es uniforme, la reluctancia es igual en cualquier punto situado bajo las caras polares. El que la reluctancia sea uniforme significa que la densidad de flujo magnético es constante en todo punto situado bajo las caras polares.

Voltaje inducido en el lazo rotacional

Si se gira el rotor de esta máquina, se inducirá un voltaje en la espira. Para determinar la magnitud y forma del voltaje, examínese la figura 8-2. La espira de alambre mostrada es rectangular, los lados *ab* y *cd* son perpendiculares al plano de la página y los lados *bc* y *da* son paralelos a este plano. El campo magnético es constante y perpendicular a la superficie del rotor en todo punto situado bajo las caras polares y cae con rapidez a cero más allá de los extremos de los polos.

Para determinar el voltaje total e_{tot} en la espira, se examina cada segmento de ella por separado y se suman los voltajes resultantes. El voltaje de cada segmento está dado por la ecuación (1-45):

$$e_{ind} = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l} \tag{1-45}$$

1. *Segmento ab.* En este segmento, la velocidad del alambre es tangencial a la trayectoria de rotación. El campo magnético **B** apunta en dirección perpendicular hacia fuera de la superficie del rotor en todo punto situado debajo de la cara polar, y es cero más allá de los extremos de ésta. Bajo la cara polar, la velocidad **v** es perpendicular a **B** y la cantidad **v** x **B** apunta hacia dentro de la página. Entonces, el voltaje inducido en este segmento es

$$e_{ba} = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l}$$

$$= \begin{cases} vBl & \text{positivo hacia dentro de la página} \quad \text{bajo la cara polar} \\ 0 & \text{más allá de los extremos de los polos} \end{cases} \tag{8-1}$$

2. *Segmento bc.* En este segmento, la cantidad **v** x **B** apunta hacia dentro o hacia fuera de la página* mientras que la longitud **l** está en el plano de la página, de modo que **v** x **B** es perpendicular a **l** y, por tanto, el voltaje en este segmento será cero:

$$e_{cb} = 0 \tag{8-2}$$

* *N. del T.* En este segmento la dirección del vector **v** x **B** es opuesta en cada una de las dos mitades componentes del segmento, por lo cual los voltajes inducidos se anularán y será irrelevante el hecho de que la dirección de **v** x **B** apunte hacia dentro o hacia fuera de la página.

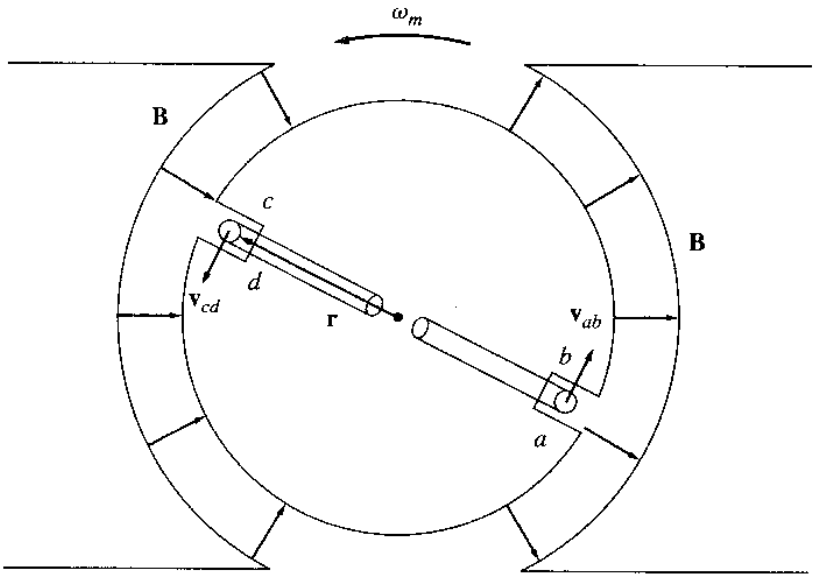


Figura 8-2
Deducción de una ecuación para los voltajes inducidos en la espira.

3. *Segmento cd.* En este segmento, la velocidad del alambre es tangencial a la trayectoria de rotación. El campo magnético **B** apunta en dirección perpendicular hacia dentro de la superficie del rotor en todo punto situado bajo la cara polar y es cero más allá de los extremos de ésta. Bajo la cara polar, la velocidad **v** es perpendicular a **B** y la cantidad **v** × **B** apunta hacia afuera de la página. Entonces, el voltaje inducido en este segmento es

$$e_{dc} = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l}$$

$$= \begin{cases} vBl \text{ positivo hacia fuera de la página} & \text{bajo la cara polar} \\ 0 & \text{más allá de los extremos de los polos} \end{cases} \quad (8\text{-}3)$$

4. *Segmento da.* Como en el segmento *bc*, **v** × **B** es perpendicular a **l**. Entonces, el voltaje en este segmento también será cero:

$$e_{ad} = 0 \quad (8\text{-}4)$$

El voltaje total inducido en la espira e_{ind} está dado por

$$e_{\text{ind}} = e_{ba} + e_{cb} + e_{dc} + e_{ad}$$

$$e_{\text{ind}} = \begin{cases} 2vBl & \text{bajo las caras polares} \\ 0 & \text{más allá de los extremos de los polos} \end{cases} \quad (8\text{-}5)$$

Cuando la espira rota 180°, el segmento *ab* está bajo la cara polar norte y no en la cara polar sur. En ese momento, la dirección del voltaje del segmento se invierte, pero su magnitud permanece constante. La figura 8-3 muestra el voltaje resultante e_{tot} en función del tiempo.

Existe una forma alternativa para expresar la ecuación (8-5), la cual relaciona claramente el comportamiento de la espira sencilla con el de las máquinas reales dc más grandes. Para deducir esta expresión alternativa, se examina la figura 8-4. Nótese que la velocidad tangencial v de los extremos de la espira puede ser expresada como

$$v = r\omega$$

donde r es el radio, tomado desde el eje de rotación, hasta el borde de la espira, y ω es la velocidad angular del lazo. Sustituyendo esta expresión en la ecuación (8-5) se obtiene

$$e_{ind} = \begin{cases} 2r\omega Bl & \text{bajo las caras polares} \\ 0 & \text{más allá de los extremos de los polos} \end{cases}$$

$$e_{ind} = \begin{cases} 2rlB\omega & \text{bajo las caras polares} \\ 0 & \text{más allá de los extremos de los polos} \end{cases}$$

Nótese también, figura 8-4, que la superficie del rotor es un cilindro, de modo que el área de la superficie del rotor A es igual a $2\pi rl$. Puesto que hay dos polos, el área del rotor *bajo cada polo* (ignorando las pequeñas separaciones entre polos) es $A_p = \pi rl$. Entonces,

$$e_{ind} = \begin{cases} \frac{2}{\pi} A_p B\omega & \text{las caras polares} \\ 0 & \text{más allá de los extremos de los polos} \end{cases}$$

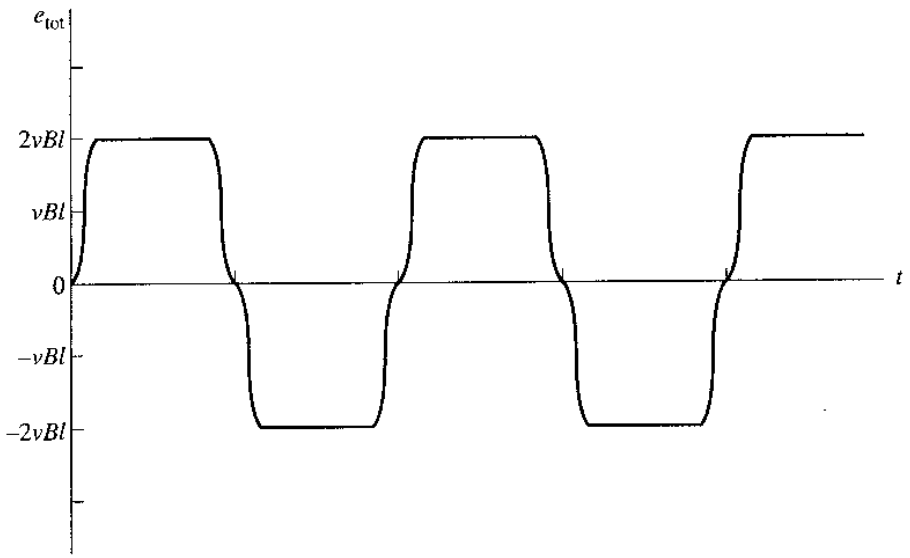


Figura 8-3
Voltaje de salida de la espira.

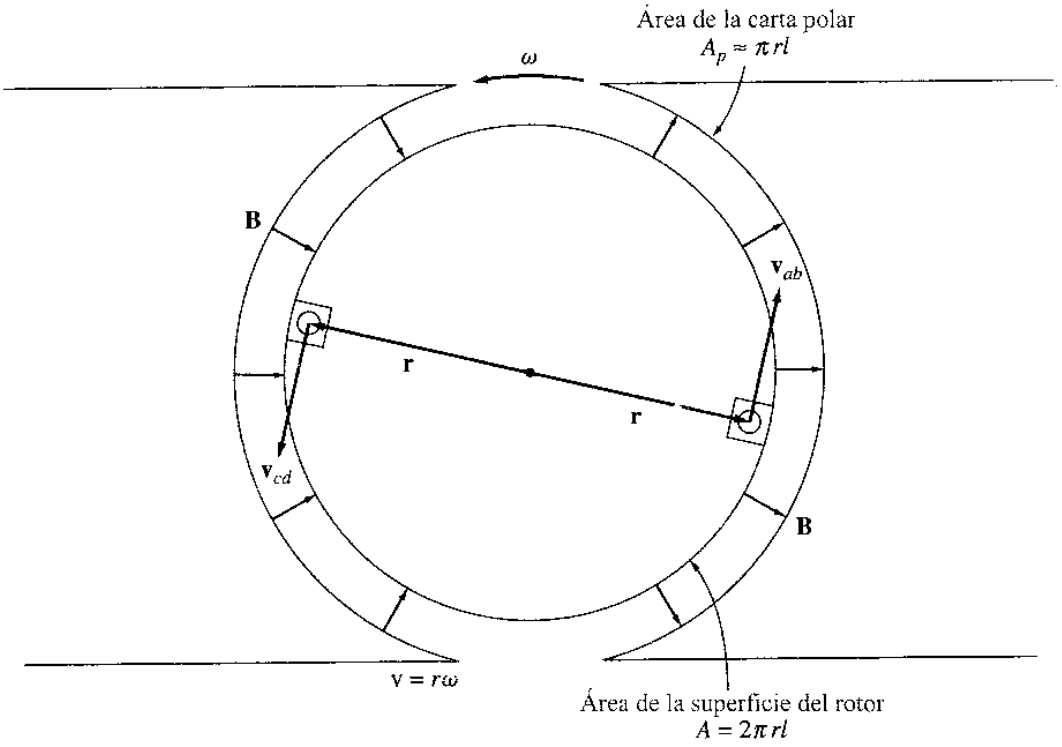


Figura 8-4
Deducción de una forma alternativa de la ecuación de voltaje inducido.

Puesto que la densidad de flujo B es constante en todo punto del entrehierro situado bajo las caras polares, el flujo total bajo cada polo es igual al área del polo multiplicada por su densidad de flujo:

$$\phi = A_p B$$

La forma final de la ecuación de voltaje es

$$e_{\text{ind}} = \begin{cases} \dfrac{2}{\pi}\phi\omega & \text{bajo las caras polares} \\ 0 & \text{más allá de los extremos de los polos} \end{cases} \tag{8-6}$$

Entonces, *el voltaje generado en la máquina es igual al producto del flujo interno de la máquina y la velocidad de rotación de la máquina,* multiplicados por una constante que representa la construcción mecánica de la máquina. En general, el voltaje en toda máquina real dependerá de los mismos tres factores:

1. El flujo en la máquina
2. La velocidad de rotación
3. Una constante que representa la construcción de la máquina.

Obtención del voltaje DC de salida de la espira rotatoria

La figura 8-3 corresponde a una gráfica del voltaje e_{tot} generado por la espira rotatoria. Como se muestra, el voltaje de salida de la espira toma alternadamente un valor positivo constante y un valor negativo constante. ¿Cómo debe fabricarse esta máquina para que produzca un voltaje dc en lugar del voltaje ac que tiene ahora?

Una manera de hacer esto, se muestra en la figura 8-5*a*. Aquí se adicionan al extremo de la espira dos segmentos conductores semicirculares y se sitúan dos contactos fijos en un ángulo tal que en el instante cuando el voltaje en la espira es cero, los contactos cortocircuitan los dos segmentos. De este modo, *cada vez que el voltaje de la espira cambia de dirección, los contactos también cambian las conexiones, y la salida de los contactos está siempre construida de la misma manera* (figura 8-5*b*). Este proceso de cambio de conexión se conoce como *conmutación*. Los segmentos semicirculares rotantes se denominan *segmentos de conmutación** y los contactos fijos se llaman *escobillas*.

Par inducido en la espira rotatoria

Supóngase que se conecta una batería a la máquina de la figura 8-5. La configuración resultante se muestra en la figura 8-6. ¿Cuánto par se producirá en la espira cuando se cierra el interruptor y se permite el flujo de corriente dentro de ella? Para determinar el par, obsérvese en detalle la espira mostrada en la figura 8-6*b*.

El método que debe emplearse para determinar el par sobre la espira consiste en tener por separado cada segmento de ésta y luego sumar los efectos de los segmentos individuales. La fuerza inducida sobre un segmento de la espira está dada por la ecuación (1-43):

$$\mathbf{F} = i(\mathbf{l} \times \mathbf{B}) \tag{1-43}$$

y el par sobre el segmento está dado por

$$\tau = rF \operatorname{sen} \theta \tag{1-6}$$

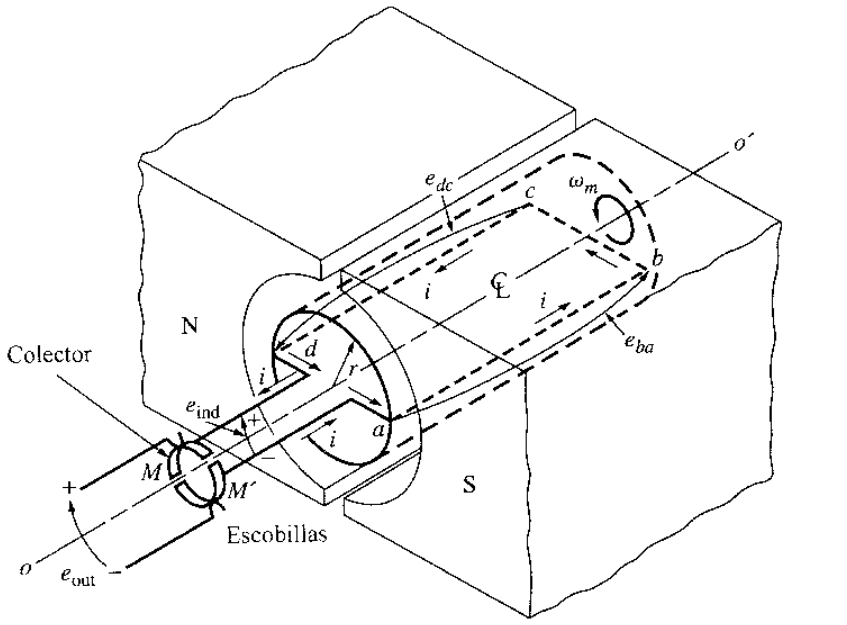
donde θ es el ángulo entre **r** y **F**. El par es cero en todos los puntos en los que la espira está situada fuera de las caras polares.

Mientras la espira está bajo las caras polares el par es

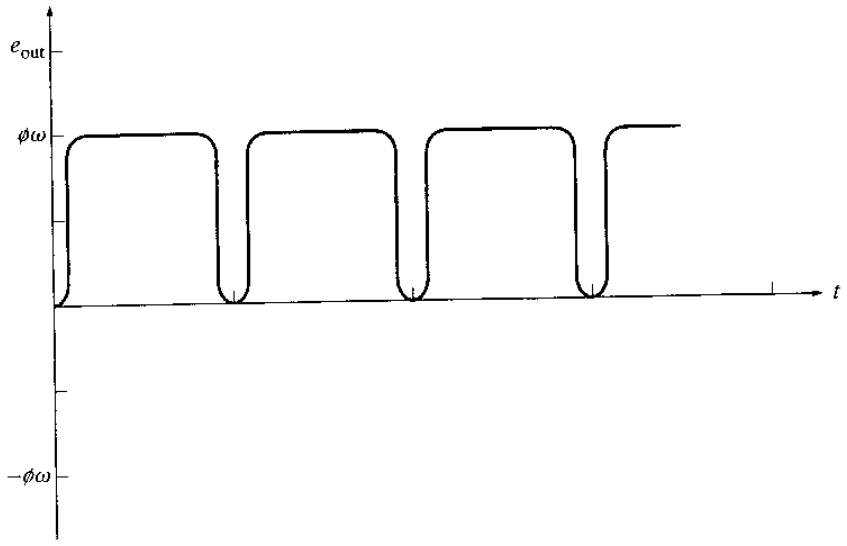
1. *Segmento ab*. En el segmento *ab* la corriente de la batería está dirigida hacia fuera de la página. El campo magnético bajo la cara polar apunta radialmente hacia fuera del rotor; por tanto la fuerza inducida sobre el alambre está dada por

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{ab} &= i(\mathbf{l} \times \mathbf{B}) \\ &= ilB \qquad \text{tangente a la dirección del movimiento} \end{aligned} \tag{8-7}$$

* *N. del T.* También se conocen como *segmentos del colector* o como *delgas*.



a)



b)

Figura 8-5
Producción de una salida dc de la máquina con colector y escobillas.

El par sobre el rotor, causado por esta fuerza es

$$\begin{aligned} \tau_{ab} &= rF \operatorname{sen} \theta \\ &= r(ilB) \operatorname{sen} 90° \\ &= rilB \quad \text{en sentido contrario a las manecillas del reloj} \end{aligned} \tag{8-8}$$

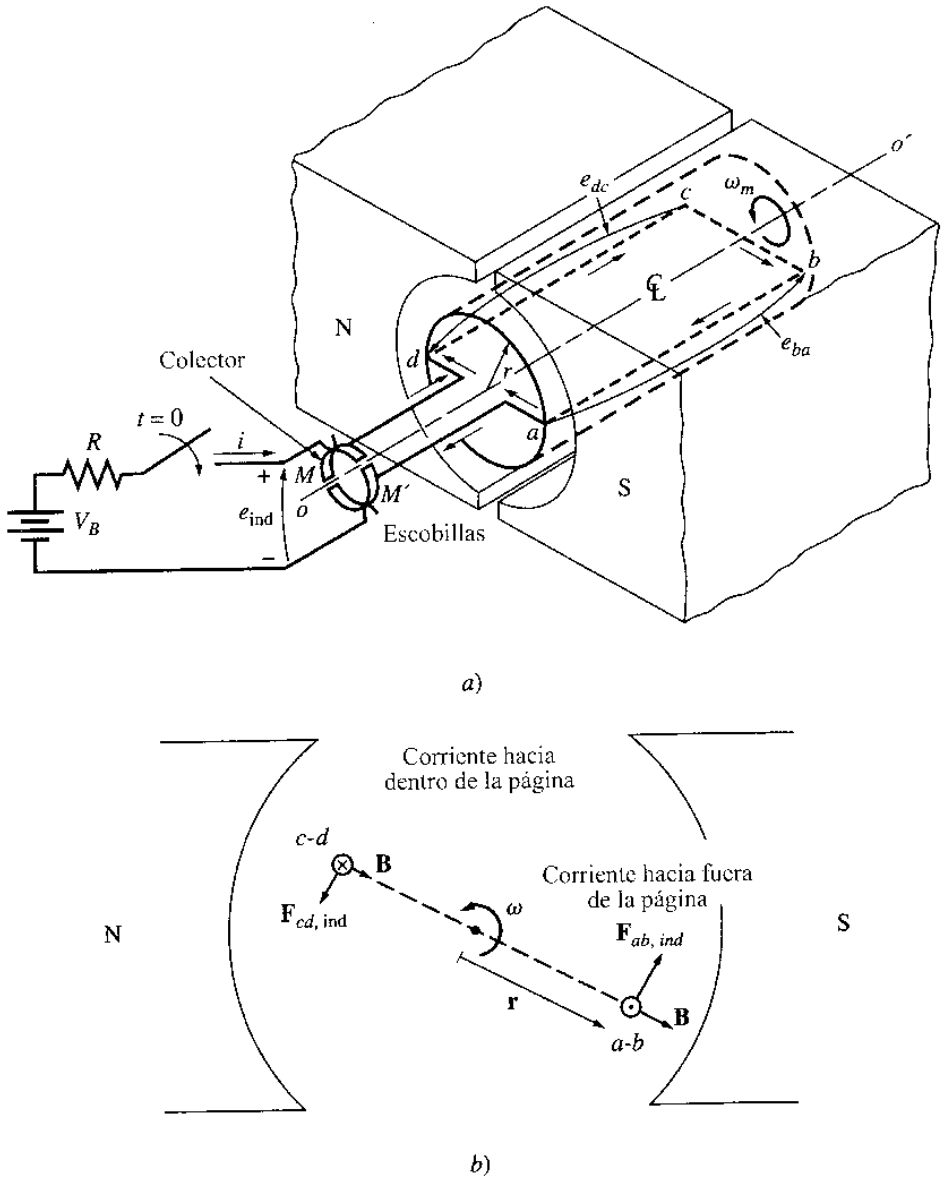


Figura 8-6
Deducción de una ecuación para el par inducido en la espira. Nótese que el hierro del núcleo no se muestra en el literal *b*) por claridad.

2. *Segmento bc.* En el segmento *bc* la corriente de la batería fluye desde la parte superior izquierda hacia la inferior derecha del dibujo. La fuerza inducida en el alambre está dada por

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{bc} &= i(\mathbf{l} \times \mathbf{B}) \\ &= 0 \quad \text{puesto que } \mathbf{l} \text{ es paralelo a } \mathbf{B} \end{aligned} \tag{8-9}$$

Entonces

$$\tau_{bc} = 0 \tag{8-10}$$

3. *Segmento cd.* En el segmento cd la corriente de la batería está dirigida hacia dentro de la página. El campo magnético bajo la cara polar apunta radialmente hacia dentro del rotor; por tanto la fuerza sobre el alambre está dada por

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_{cd} &= i(\mathbf{l} \times \mathbf{B}) \\ &= ilB \qquad \text{tangente a la dirección del movimiento}\end{aligned} \tag{8-11}$$

El par sobre el rotor causado por esta fuerza es

$$\begin{aligned}\tau_{\text{cd}} &= rF \operatorname{sen} \theta \\ &= r(ilB) \operatorname{sen} 90^\circ \\ &= rilB \qquad \text{en sentido contrario a las manecillas del reloj}\end{aligned} \tag{8-12}$$

4. *Segmento da.* En el segmento *da* la corriente de la batería fluye desde el extremo superior izquierdo hacia el inferior derecho en el dibujo. La fuerza inducida sobre el alambre está dada por

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_{da} &= i(\mathbf{l} \times \mathbf{B}) \\ &= 0 \quad \text{puesto que } \mathbf{l} \text{ es paralelo a } \mathbf{B}\end{aligned} \tag{8-13}$$

Entonces

$$\tau_{\text{da}} = 0 \tag{8-14}$$

El par inducido resultante total en la espira está dado por

$$\tau_{\text{ind}} = \tau_{ab} + \tau_{bc} + \tau_{cd} + \tau_{da}$$

$$\boxed{\tau_{\text{ind}} = \begin{cases} 2rilB & \text{bajo las caras polares} \\ 0 & \text{por fuera de las caras polares} \end{cases}} \tag{8-15}$$

Dado que $A_p = \pi rl$ y $\phi = A_p B$, la expresión del par se puede reducir a

$$\boxed{\tau_{\text{ind}} = \begin{cases} \dfrac{2}{\pi}\phi i & \text{bajo las caras polares} \\ 0 & \text{por fuera de las caras polares} \end{cases}} \tag{8-16}$$

Entonces, *el par producido en la máquina es el producto del flujo y la corriente en ella* multiplicada por una cantidad que representa la construcción mecánica de la máquina (el porcentaje del rotor cubierto por las caras polares). En general, el par en *cualquier* máquina real dependerá de los mismos tres factores.

1. El flujo en la máquina
2. La corriente en la máquina
3. Una constante que representa la construcción de la máquina.

Ejemplo 8-1 La figura 8-6 muestra una espira sencilla que gira entre caras polares curvas, conectada a una batería y a una resistencia a través de un interruptor. La resistencia mostrada representa la resistencia total de la batería y el alambre de la máquina. Las dimensiones y características físicas de la máquina son

$$r = 0.5 \text{ m} \qquad l = 1.0 \text{ m}$$
$$R = 0.3\ \Omega \qquad B = 0.25 \text{ T}$$
$$V_B = 120 \text{ V}$$

a) ¿Qué ocurre cuando se cierra el interruptor?
b) ¿Cuál es la máxima corriente de arranque de la máquina? ¿Cuál es su velocidad angular de estado estacionario en vacío?
c) Suponga que se coloca una carga a la espira y que el par resultante es 10 N•m. ¿Cuál sería la nueva velocidad de estado estacionario? ¿Cuánta potencia se suministra al eje de la máquina? ¿Cuánta potencia suministra la batería? ¿Es esta máquina un motor o un generador?
d) Suponga que la máquina está descargada de nuevo y se aplica al eje un par de 7.5 N•m en el sentido de la rotación. ¿Cuál es la nueva velocidad de estado estacionario? ¿Es esta máquina un motor o un generador?
e) Suponga que la máquina está girando descargada. ¿Cuál sería la velocidad final de estado estacionario del rotor si se redujera la densidad de flujo a 0.20 T?

Solución

a) Cuando el interruptor se cierra en la figura 8-6, fluirá una corriente en la espira. Puesto que la espira está inicialmente estacionaria, $e_{ind} = 0$. Entonces, la corriente estará dada por

$$i = \frac{V_B - e_{ind}}{R} = \frac{V_B}{R}$$

Esta corriente fluye a través de la espira rotatoria produciendo un par

$$\tau_{ind} = \frac{2}{\pi} \phi i \text{ en sentido contrario a las manecillas del reloj}$$

Este par inducido produce una aceleración angular en dirección contraria a las agujas del reloj, de modo que el rotor de la máquina comienza a girar y se produce en el motor un voltaje inducido, dado por

$$e_{ind} = \frac{2}{\pi} \phi \omega$$

que baja la corriente i. Como la corriente baja, $\tau_{ind} = (2/\pi)\, \phi\, i \downarrow$ decrece y la máquina gira en estado estacionario con $\tau_{ind} = 0$ y el voltaje de la batería es $V_B = e_{ind}$.

Ésta es la misma conducta de arranque observada antes, en la máquina lineal dc.

b) En *condiciones de arranque*, la corriente de la máquina es

$$i = \frac{V_B}{R} = \frac{120\ \text{V}}{0.3\ \Omega} = 400\ \text{A}$$

En *condiciones estacionarias de vacío* el par inducido τ_{ind} debe ser cero, pero esto implica que la corriente i debe ser igual a cero puesto que $\tau_{ind} = (2/\pi)\,\phi\, i$ *y el flujo no es cero.* El hecho de que $i = 0$ A significa que el voltaje de la batería $V_B = e_{ind}$. Entonces, la velocidad del rotor es

$$V_B = e_{ind} = \frac{2}{\pi}\phi\omega$$

$$\omega = \frac{V_B}{(2/\pi)\phi} = \frac{V_B}{2rlB}$$

$$= \frac{120\ \text{V}}{2(0.5\ \text{m})(1.0\ \text{m})(0.25\ \text{T})} = 480\ \text{rad/s}$$

c) Si se aplica un par de carga de 10 N·m al eje de la máquina, ésta comienza a disminuir la velocidad. Pero como ω decrece, $e_{ind} = (2/\pi)\,\phi\,\omega\downarrow$ disminuye y la corriente del rotor aumenta [$i = (V_B - e_{ind}\downarrow)/R$]. Como la corriente del rotor aumenta, $|\tau_{ind}|$ también aumenta hasta que $|\tau_{ind}| = |\tau_{carga}|$ a una velocidad ω inferior.

En estado estacionario, $|\tau_{carga}| = |\tau_{ind}| = (2/\pi)\,\phi\, i$. *Entonces,*

$$i = \frac{\tau_{ind}}{(2/\pi)\phi} = \frac{\tau_{ind}}{2rlB}$$

$$= \frac{10\ \text{N} \cdot \text{m}}{(2)(0.5\ \text{m})(1.0\ \text{m})(0.25\ \text{T})} = 40\ \text{A}$$

Por la ley de voltajes de Kirchhoff, $e_{ind} = V_B - iR$, entonces

$$e_{ind} = 120\ \text{V} - (40\ \text{A})(0.3\ \Omega) = 108\ \text{V}$$

Finalmente, la velocidad del eje es

$$\omega = \frac{e_{ind}}{(2/\pi)\phi} = \frac{e_{ind}}{2rlB}$$

$$= \frac{108\ \text{V}}{(2)(0.5\ \text{m})(1.0\ \text{m})(0.25\ \text{T})} = 432\ \text{rad/s}$$

La potencia suministrada al eje es

$$P = \tau\omega$$

$$= (10\ \text{N} \cdot \text{m})(432\ \text{rad/s}) = 4320\ \text{W}$$

La potencia de salida de la batería es

$$P = V_B i = (120\ \text{V})(40\ \text{A}) = 4800\ \text{W}$$

Esta máquina opera como *motor*, convirtiendo potencia eléctrica en potencia mecánica.

d) Si se aplica un par en la dirección del movimiento, el rotor se acelera. Como la velocidad aumenta, se incrementa el voltaje interno e_{ind} y excede a V_B de modo que la corriente fluye hacia fuera de la parte superior de la barra y hacia dentro de la batería. Esta máquina es ahora un

generador. Esta corriente causa un par inducido opuesto a la dirección del movimiento. El par inducido se opone al par externo aplicado y, con el tiempo $|\tau_{carga}| = |\tau_{ind}|$ a una mayor velocidad ω.

La corriente en el rotor será

$$i = \frac{\tau_{ind}}{(2/\pi)\phi} = \frac{\tau_{ind}}{2rlB}$$
$$= \frac{7.5 \text{ N} \cdot \text{m}}{(2)(0.5 \text{ m})(1.0 \text{ m})(0.25 \text{ T})} = 30 \text{ A}$$

El voltaje inducido e_{ind} es

$$e_{ind} = V_B + iR$$
$$= 120 \text{ V} + (30 \text{ A})(0.3 \ \Omega)$$
$$= 129 \text{ V}$$

Finalmente, la velocidad en el eje es

$$\omega = \frac{e_{ind}}{(2/\pi)\phi} = \frac{e_{ind}}{2rlB}$$
$$= \frac{129 \text{ V}}{(2)(0.5 \text{ m})(1.0 \text{ m})(0.25 \text{ T})} = 516 \text{ rad/s}$$

e) Puesto que la máquina está inicialmente descargada en las condiciones originales, la velocidad $\omega = 480$ rad/s. Si el flujo disminuye, ocurre un transitorio. Sin embargo, después de superado el transitorio, la máquina debe tener un par cero de nuevo puesto que no hay carga aún sobre su eje. Si $\tau_{ind} = 0$, la corriente del rotor debe ser cero y $V_B = e_{ind}$. La velocidad del eje es entonces

$$\omega = \frac{e_{ind}}{(2/\pi)\phi} = \frac{e_{ind}}{2rlB}$$
$$= \frac{120 \text{ V}}{(2)(0.5 \text{ m})(1.0 \text{ m})(0.20 \text{ T})} = 600 \text{ rad/s}$$

Nótese que cuando disminuye el flujo en la máquina, se incrementa su velocidad. Éste es el mismo comportamiento observado en la máquina lineal y así se comportan los motores dc reales. ●

8-2 CONMUTACIÓN EN UNA MÁQUINA DC SENCILLA DE CUATRO ESPIRAS

La *conmutación* es el proceso de convertir los voltajes y corrientes ac producidos en el rotor de una máquina dc en voltajes y corrientes dc en sus terminales. Ésta es la parte más crítica del diseño y operación de cualquier máquina dc. Es necesario un estudio más detallado para determinar cómo ocurre esta conversión y descubrir los problemas asociados a ella. En esta sección, se explicará la técnica de conmutación para una máquina más compleja que la espira sencilla rotante de la sección 8.1, pero menos compleja que una máquina real dc. La sección 8-3 continuará este desarrollo y explicará la conmutación en las máquinas dc reales.

La figura 8-7 muestra una máquina sencilla dc de cuatro espiras y dos polos. Esta máquina tiene cuatro espiras completas incrustadas en ranuras labradas en el acero laminado de este rotor. Las caras polares de la máquina son curvas para proveer un ancho uniforme del entrehierro y dar una densidad de flujo uniforme en todo punto situado bajo las caras.

Las cuatro espiras de la máquina están dispuestas en las ranuras de manera especial. El lado de cada espira que no aparece marcado con "comilla" corresponde al alambre que queda más afuera en cada ranura, mientras que el lado de cada espira marcado con "comilla" corresponde al alambre ubicado en la parte más interna de la ranura directamente opuesta. Las conexiones de los devanados al colector de la máquina se muestran en la figura 8-7*b*. Nótese que la espira 1 se tiende entre los segmentos de conmutación *a* y *b*, la espira 2 se tiende entre los segmentos *b* y *c*, y así sucesivamente alrededor del rotor.

En el instante mostrado en la figura 8-7, los lados 1, 2, 3′ y 4′ de las espiras están bajo la cara polar norte, mientras que los lados 1′, 2′, 3 y 4 de las espiras, están bajo las caras sur polares. El voltaje en cada uno de los lados 1, 2, 3′ y 4′ de las espiras está dado por

$$e_{\text{ind}} = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l} \tag{1-45}$$

$$e_{\text{ind}} = vBl \quad \text{positivo hacia fuera de la página} \tag{8-17}$$

El voltaje en cada uno de los lados 1′, 2′, 3 y 4 de las espiras está dado por

$$e_{\text{ind}} = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l} \tag{1-45}$$

$$= vBl \quad \text{positivo hacia dentro de la página} \tag{8-18}$$

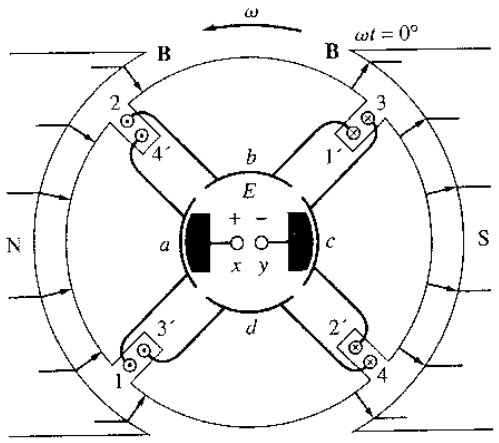
El resultado total se muestra en la figura 8-7*b*. En esta figura, cada bobina representa el lado (o *conductor*) de una espira. Si el voltaje inducido en cada lado de una espira es llamado $e = vB\,l$, entonces el voltaje total en las escobillas de la máquina es

$$\boxed{E = 4e \qquad \omega t = 0°} \tag{8-19}$$

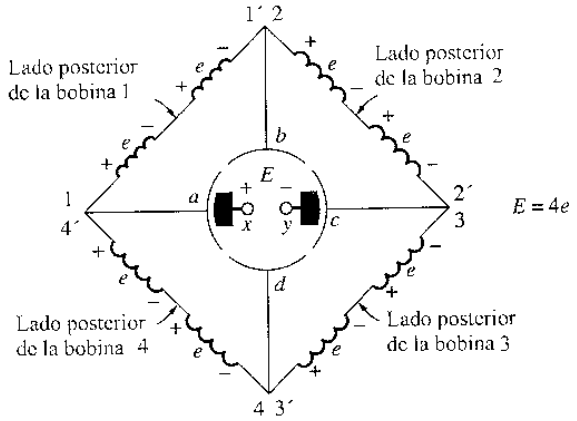
Nótese que hay dos caminos paralelos para las corrientes que circulan en la máquina. La existencia de dos o más caminos paralelos para la corriente del rotor es un rasgo común de todos los esquemas de conmutación.

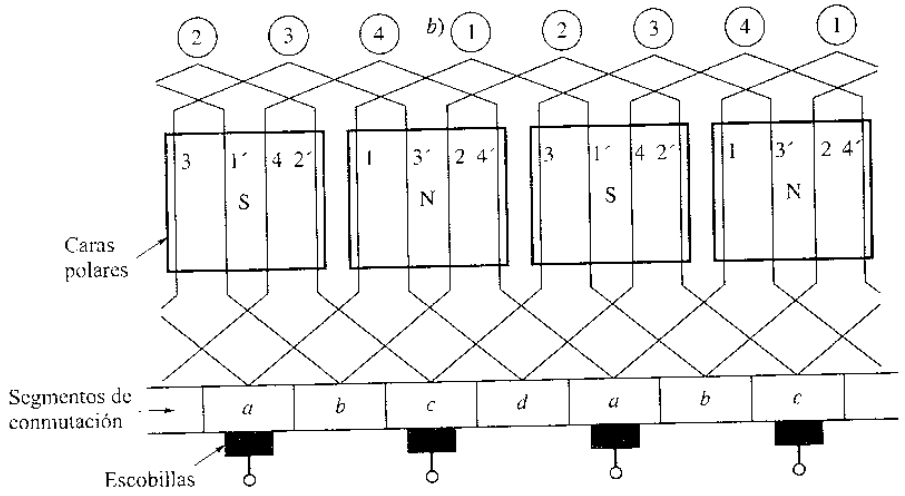
¿Qué ocurre al voltaje E de los terminales cuando el rotor continúa girando? Para responder a esta pregunta examínese la figura 8-8 que muestra la máquina para $\omega t = 45°$. En ese momento, las espiras 1 y 3 han rotado en el espacio situado entre los polos de modo que el voltaje que circula en cada uno de ellos es cero. Nótese que en este instante, las escobillas en la máquina están cortocircuitando los segmentos de conmutación *ab* y *cd*. Esto ocurre en el momento justo en que las espiras situadas entre estos segmentos tienen 0 V en su interior, por lo cual el cortocircuitado de los segmentos no crea problema alguno. En este momento sólo las espiras 2 y 4 se encuentran bajo las caras polares, de modo que el voltaje E en los terminales está dado por

$$\boxed{E = 2e \qquad \omega t = 0°} \tag{8-20}$$



a)





c)

Figura 8-7

a) Máquina dc de cuatro espiras y dos polos mostrada cuando $\omega t = 0°$. *b)* Voltajes en los conductores del rotor en este tiempo. *c)* Diagrama del devanado de esta máquina que muestra la interconexión de las espiras del rotor.

Ahora, se gira el rotor otros 45°. La situación resultante se muestra en la figura 8-9. Aquí, los lados 1′, 2, 3 y 4′ de las espiras están bajo la cara norte polar y los lados 1, 2′, 3′ y 4, bajo la cara sur polar. Los voltajes aún se forman hacia fuera de la página en los lados situados bajo la cara polar norte y hacia dentro de la página en los lados situados bajo la cara polar sur. El diagrama del voltaje resultante se muestra en la figura 8-18*b*. Ahora hay cuatro lados que llevan voltaje en cada camino en paralelo a través de la máquina, de modo que, el voltaje en los terminales E está dado por

$$\boxed{E = 4e \qquad \omega t = 90°} \tag{8-21}$$

Compare las figuras 8-7 a 8-9. Nótese que *los voltajes en las espiras 1 y 3 se han* invertido *con respecto a los dos dibujos pero, puesto que también se han invertido sus conexiones, el voltaje total está formándose aún en la misma dirección que antes.* Este hecho está en el corazón de cada esquema de conmutación. Cuando el voltaje se invierte en una espira, las conexiones de la espira también son conmutadas y el voltaje total permanece formándose en la dirección original.

La figura 8-10 muestra el voltaje en los terminales de esta máquina en función del tiempo. Ésta es una mejor aproximación a un nivel dc constante que el producido por la espira sencilla rotacional de la sección 8-1. Cuando aumenta el número de espiras en el rotor, se obtiene una mejor aproximación a un voltaje dc perfecto.

En resumen,

La conmutación es el proceso de cambiar las conexiones de la espira en el rotor de una máquina dc justamente cuando el voltaje en la espira cambia de polaridad, para mantener un voltaje de salida dc constante en esencia.

Como en el caso de una espira rotacional sencilla, los segmentos rotantes a los cuales están unidas las espiras se llaman *segmentos del conmutador* (o del colector), y las piezas estacionarias que se montan en la parte superior de los segmentos móviles se llaman *escobillas*. En las máquinas reales, los segmentos del conmutador están hechos de barras de cobre. Las escobillas están hechas de una mezcla que contiene grafito, de modo que causa un rozamiento muy pequeño cuando tocan los segmentos de conmutación rotantes.

8-3 CONSTRUCCIÓN DEL SISTEMA DE CONMUTACIÓN Y DEL INDUCIDO EN LAS MÁQUINAS DC REALES

En las máquinas dc reales existen varias formas de conectar las espiras del rotor (también llamado *armadura* o *inducido*) a sus segmentos de conmutación. Estas diferentes conexiones afectan el número de caminos de corriente en paralelo dentro del rotor, el voltaje de salida del rotor y el número y posición de las escobillas sobre los segmentos de conmutación. En seguida se examinará la construcción de las bobinas de un rotor dc real y luego se observará cómo se conectan al colector para producir un voltaje dc.

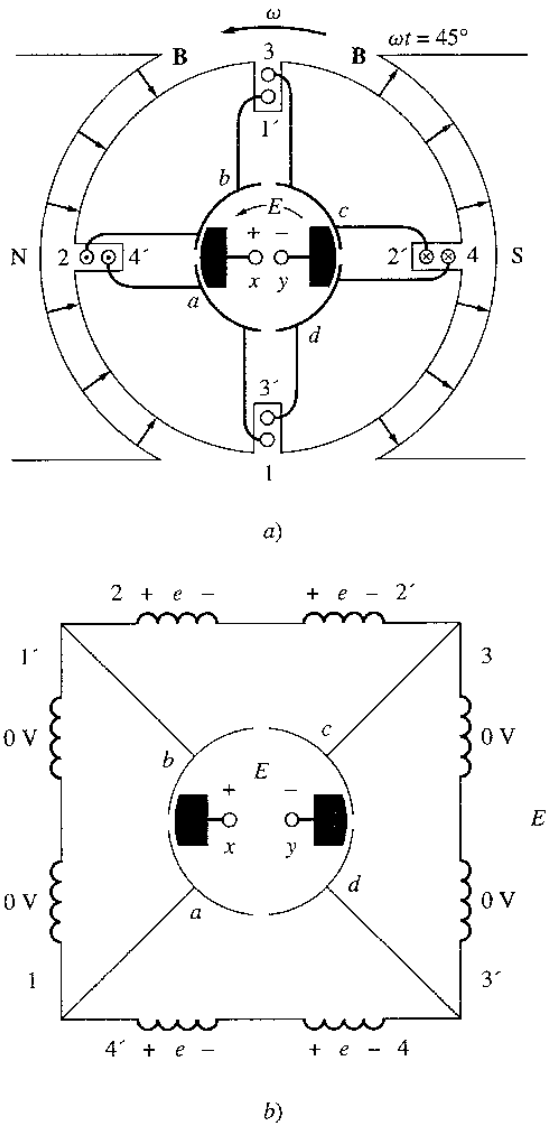


Figura 8-8
La misma máquina, en el instante $\omega t = 45°$, muestra los voltajes en los conductores.

Bobinas del rotor

Independientemente de la forma de conexión de los devanados a los segmentos de conmutación, la mayoría de los devanados del rotor constan de bobinas preformadas en forma de diamante, las cuales están insertas dentro de las ranuras del inducido como una sola unidad (*véase* figura 8-11). Cada bobina tiene un número de *vueltas* (espiras) de alambre y cada vuelta es encintada y aislada de las otras vueltas y de la ranura del rotor. Cada lado de una vuelta se denomina *conductor.* El número de conductores en el inducido de la máquina está dado por

$$\boxed{Z = 2CN_C} \tag{8-22}$$

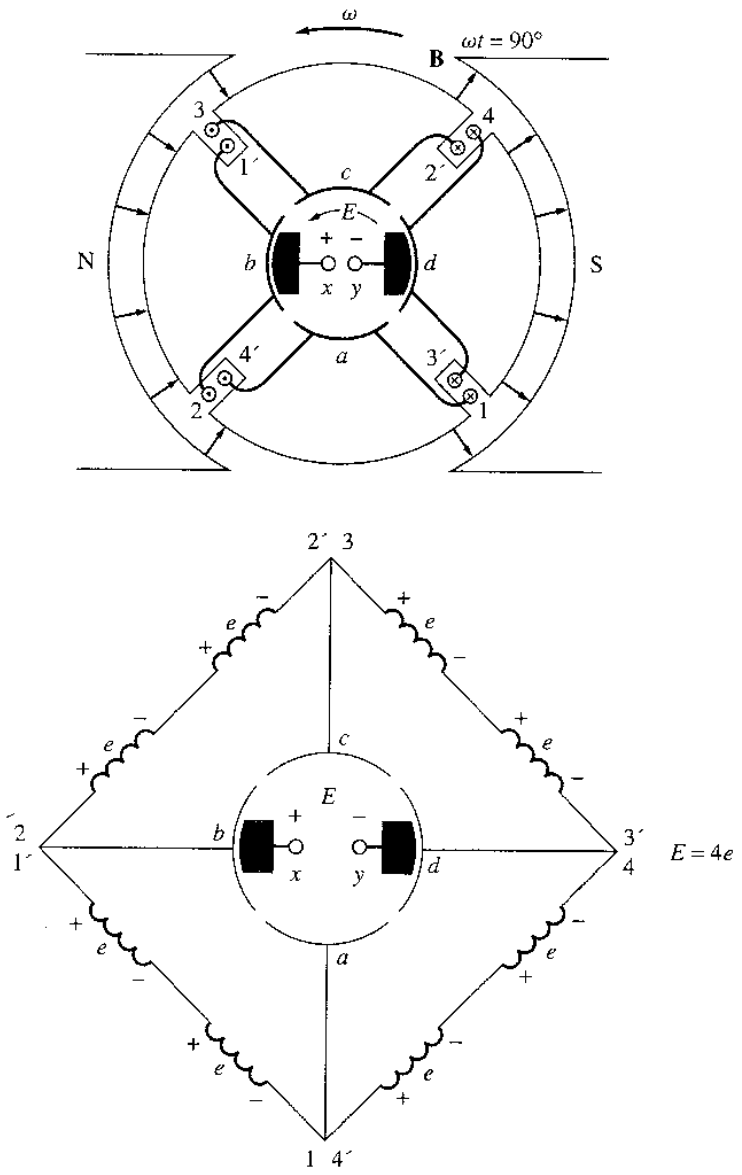


Figura 8-9
La misma máquina, en el momento $\omega t = 90°$, muestra los voltajes en los conductores.

donde Z = número de conductores en el rotor
C = número de bobinas en el rotor
N_C = número de vueltas por bobina

Normalmente, una bobina abarca 180 grados eléctricos. Esto significa que cuando un lado está en el centro de un polo magnético dado, el otro lado está bajo el centro de un polo de *polaridad opuesta*. Los polos *físicos* quizá no estén distanciados 180° mecánicos, pero el campo magnético invierte por completo su polaridad al trasladarse de un polo al siguiente. La relación entre el ángulo eléctrico y el ángulo mecánico en una máquina determinada, está dada por

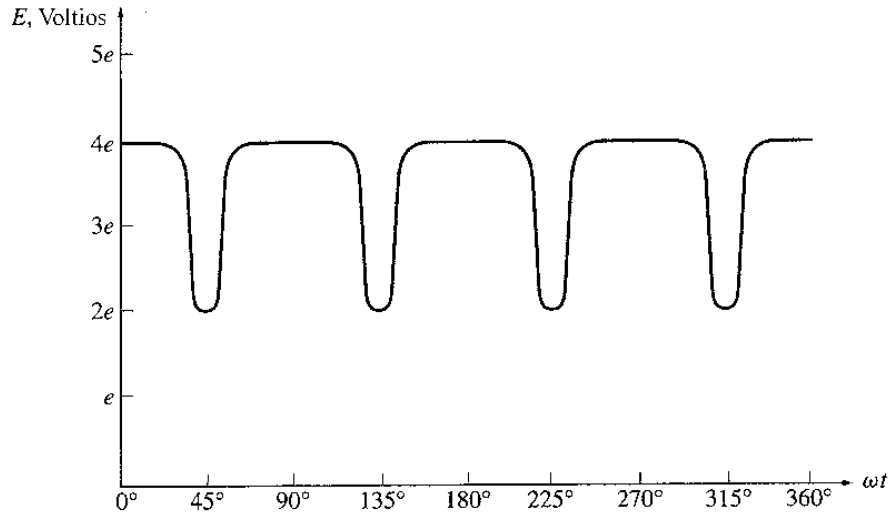


Figura 8-10
Voltaje de salida resultante de la máquina de la figura 8-7.

$$\theta_e = \frac{P}{2}\theta_m \tag{8-23}$$

donde θ_e = ángulo eléctrico, en grados
θ_m = ángulo mecánico en grados
P = número de polos magnéticos de la máquina.

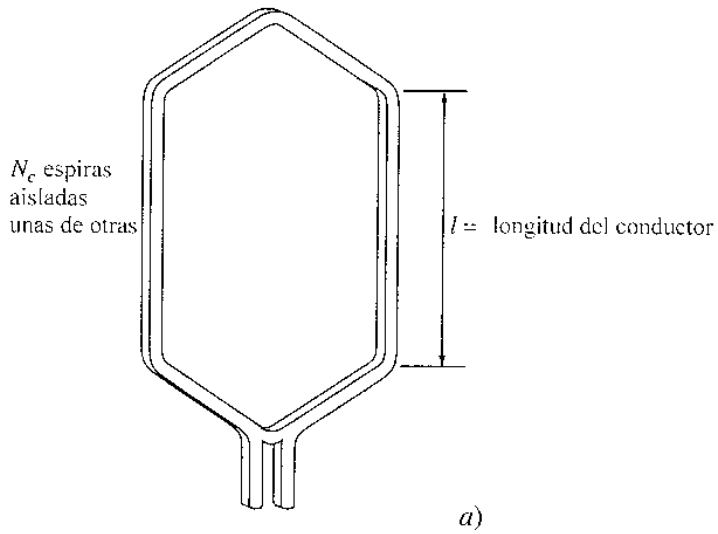
Si una bobina abarca 180 grados eléctricos, los voltajes de los conductores en cada lado de la bobina serán exactamente iguales en magnitud y tendrán direcciones opuestas todo el tiempo. Tal bobina se llama *bobina de paso diametral.*

A veces se construye una bobina que abarca menos de 180 grados eléctricos. Tal bobina es llamada *bobina de paso de cuerdas* (o *bobina de paso fraccionario*). Un devanado de rotor embobinado con bobinas de paso fraccionario se llama *devanado de cuerdas.* La cantidad de encordado en un devanado está descrita por el *factor de paso p* definido por la ecuación

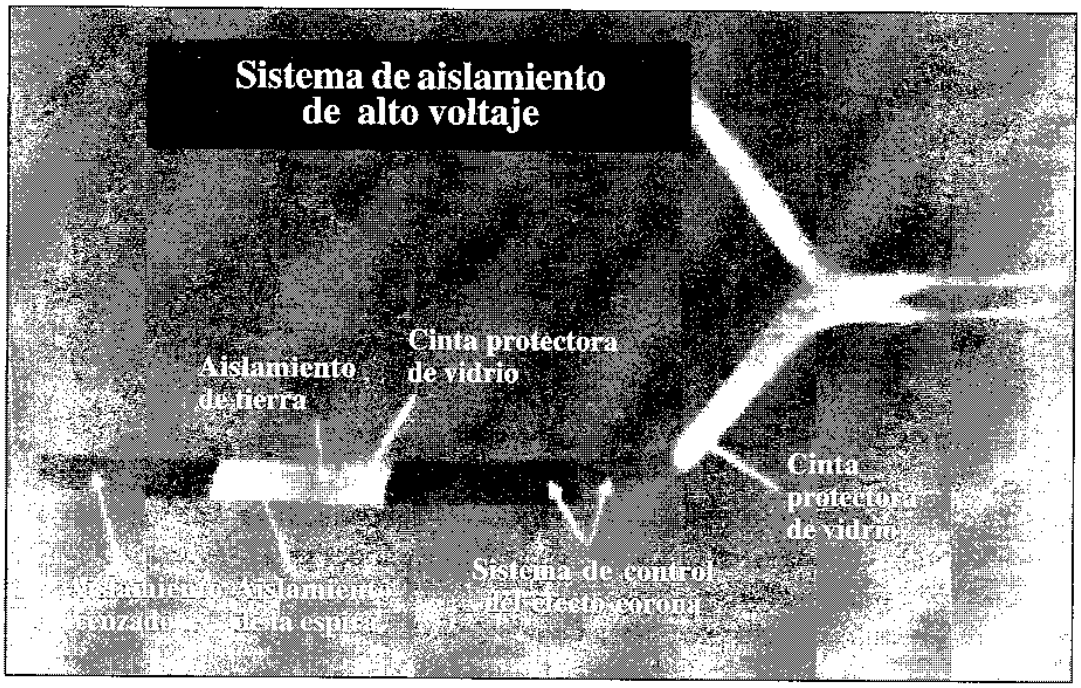
$$p = \frac{\text{Ángulo eléctrico de la bobina}}{180°} \times 100\% \tag{8-24}$$

Algunas veces se utilizará una pequeña cantidad de encordado en los devanados de un rotor dc para mejorar la conmutación.

La mayoría de los devanados rotóricos son *devanados de doble capa* lo cual significa que los lados de dos bobinas diferentes están insertos en cada ranura. Uno de los lados de cada bobina estará en la parte inferior de la ranura, el otro lado estará en la parte superior de la misma.



a)



b)

Figura 8-11

a) Forma de una bobina preformada típica del rotor. *b)* Sistema típico de aislamiento de una bobina que muestra el aislamiento entre las vueltas de aquélla (*cortesía de General Electric Company*).

Tal construcción requiere que las bobinas individuales sean colocadas en las ranuras del rotor mediante un proceso muy elaborado (*véase* figura 8-12). Uno de los lados de cada una de las bobinas se coloca en la parte inferior de su ranura, y después que todos los lados inferiores están colocados en su lugar, el otro lado de cada bobina se pone en la parte superior de su ranura. De este modo, todos los devanados se entretejen conjuntamente para aumentar la resistencia mecánica y dar uniformidad a la estructura final.

Figura 8-12
Instalación de las bobinas preformadas en un rotor de una máquina dc (*cortesía de Westinghouse Electric Company*).

Conexiones a los segmentos de conmutación

Instalados los devanados en las ranuras del rotor, deben conectarse a los segmentos de conmutación. Existen varias formas de hacer estas conexiones; los diferentes arreglos que resulten de los devanados tienen ventajas y desventajas.

La distancia (en número de segmentos) entre los segmentos de conmutación a los cuales se conectan los dos extremos de una bobina, se llama *paso de colector* y_c. Si el final de una bobina (o un conjunto de bobinas, para construcción ondulada) está conectado a un segmento de colector situado delante de aquel en el cual está conectado su comienzo, el devanado se llama *devanado progresivo*. Si el final de una bobina está conectado a un segmento de colector situado detrás de aquel al cual está conectado su comienzo, el devanado se llama *devanado regresivo*. Si todo lo demás es idéntico, la dirección de rotación de un rotor con devanado progresivo será opuesta a la dirección de rotación de un rotor con devanado regresivo.

Además, los devanados del rotor (armadura) se clasifican de acuerdo con los *grupos completos de ellos* dispuestos en el rotor. Un devanado simple (*símplex*) de rotor es un devanado único, completo, cerrado sobre el rotor. Un devanado doble (*dúplex*) de rotor es aquel que consta de *dos grupos completos e independientes* de devanados en el rotor. Si un rotor tiene devanado dúplex, entonces cada uno de los devanados será asociado a cada dos segmentos de conmutación: uno de los devanados estará conectado a los segmentos 1, 3, 5, etc., y el otro devanado

estará conectado a los segmentos 2, 4, 6, etc. Del mismo modo, un devanado triple (*tríplex*) tendrá tres grupos completos e independientes de devanados, cada uno de los cuales estará conectado a cada tercer segmento de conmutación del rotor. En conjunto, se dice que todos los inducidos (armaduras) con más de un grupo de devanados tienen *devanados múltiples* (*múltiplex*).

Finalmente, los devanados del inducido se clasifican de acuerdo con la secuencia de sus conexiones a los segmentos de conmutación. Existen dos secuencias básicas de conexión de los devanados del inducido: *devanados imbricados* y *devanados ondulados*. Existe un tercer tipo de devanado llamado devanado *pata de rana,* el cual combina los devanados imbricado y ondulado en el mismo rotor. Estos devanados se examinarán por separado más adelante y se analizarán sus ventajas y desventajas.

Devanado imbricado

El tipo más sencillo de construcción de devanados en las máquinas dc modernas es el devanado *sencillo en serie* o *devanado imbricado*. Este devanado consiste en la conexión de una o más vueltas de alambre con los dos extremos de cada bobina a *segmentos de conmutación adyacentes* (figura 8-13). Si el final de la bobina está conectado al siguiente segmento adyacente al segmento al cual está conectado su comienzo, el devanado es un devanado imbricado progresivo; por tanto, $y_c = 1$; si el final de la bobina está conectado al segmento de conmutación anterior adyacente al segmento al cual está conectado su comienzo, el devanado es imbricado regresivo; por tanto, $y_c = -1$. En la figura 8-14 se muestra una máquina sencilla de dos polos con devanado imbricado.

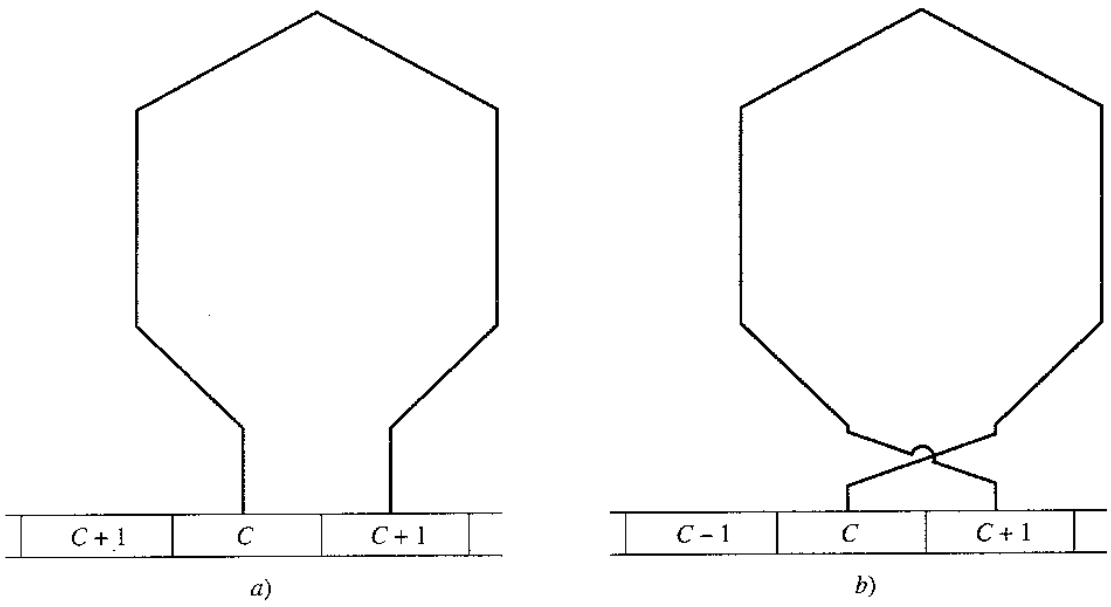


Figura 8-13
a) Bobina de un devanado progresivo de rotor. *b*) Bobina de un devanado regresivo de rotor.

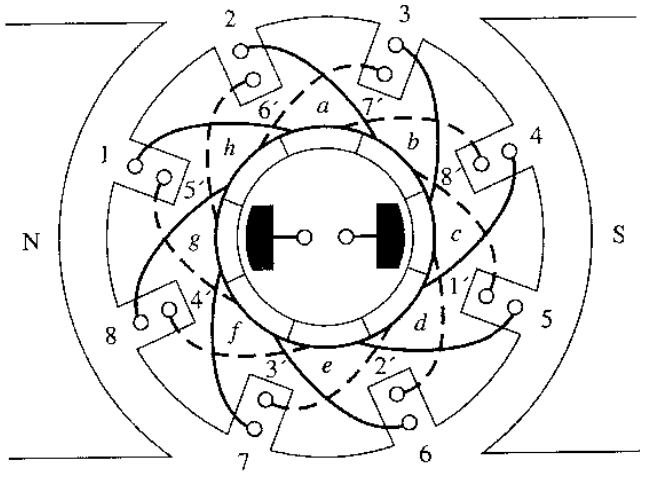


Figura 8-14
Máquina de sencilla de dos polos, con devanado imbricado.

Un rasgo interesante de los devanados imbricados simples es que *hay tantas trayectorias de corriente en paralelo a través de la máquina como polos en ella.* Si C es el número de bobinas y segmentos de conmutación presentes en el rotor y P es el número de polos de la máquina, habrá C/P bobinas en cada una de las P trayectorias de corriente paralelas a través de la máquina. El hecho de que haya P trayectorias de corriente requiere también que haya tantas escobillas como polos en la máquina para conectar todas esas trayectorias de corriente. Esta idea se ilustra en el motor sencillo de cuatro polos de la figura 8-15. Nótese que en este motor hay cuatro trayectorias de corriente a través del rotor, cada una de las cuales tiene igual voltaje. El hecho de que haya tantas trayectorias de corriente en paralelo en una máquina multipolar, permite que el devanado imbricado sea la elección ideal para máquinas de bajo voltaje y altas corrientes, ya que éstas pueden ser repartidas entre las diferentes trayectorias. Esta división de corrientes permite que el tamaño de los conductores individuales del rotor permanezca razonablemente pequeño, aunque la corriente total llegue a ser muy grande.

Sin embargo, el hecho de que haya muchas trayectorias en paralelo a través de una máquina multipolar de devanado imbricado puede causar un serio inconveniente. Para entender la naturaleza de este problema, examínese la máquina de seis polos de la figura 8-16. Debido a la utilización prolongada de la máquina, se produjo un leve desgaste en sus rodamientos y los alambres inferiores están más cercanos a sus caras polares que los alambres superiores. Como resultado, el voltaje en las trayectorias de corriente que involucran alambres situados bajo las caras polares de la parte inferior de la máquina es *mayor* que en las trayectorias cuyos alambres están bajo las caras polares de la parte superior de ella. Puesto que todas las trayectorias están conectadas en paralelo, el resultado será una corriente circulante que fluye hacia fuera por algunas escobillas de la máquina y regresa hacia dentro por otras, como se muestra en la figura 8-17. Sobra decir que esto no es bueno para la máquina. Puesto que la resistencia del devanado en el circuito del rotor es tan pequeña, el más leve desequilibrio entre los voltajes de trayectorias en paralelo ocasionará grandes corrientes circulantes a través de las escobillas y serios problemas potenciales de calentamiento.

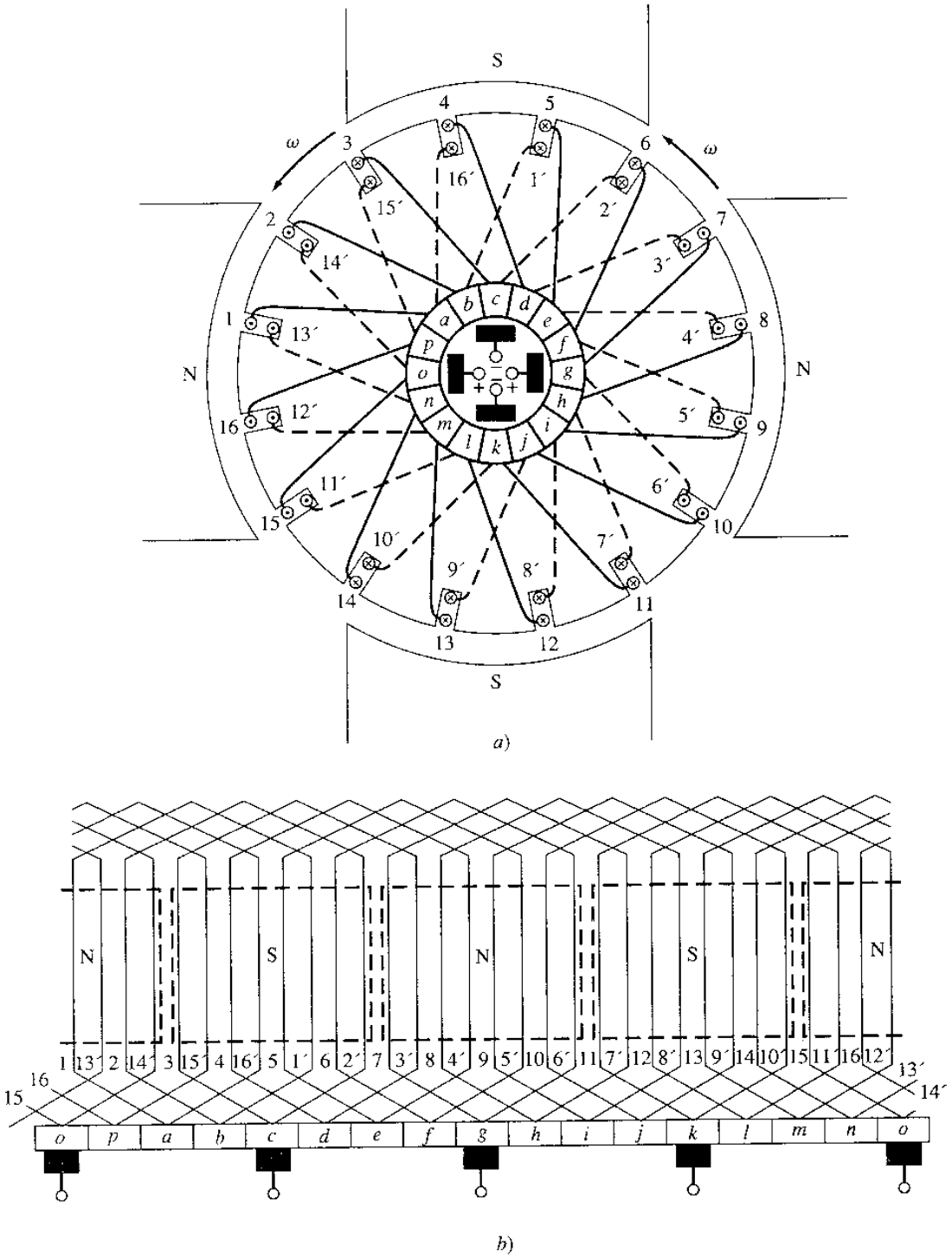


Figura 8-15

a) Motor de de cuatro polos con devanado imbricado. *b*) Diagrama de cableado del rotor de esta máquina. Nótese que cada devanado termina en el segmento de conmutación justamente posterior al segmento en donde se conectó su comienzo. Éste es un devanado imbricado progresivo.

Sin embargo, el hecho de que haya muchas trayectorias en paralelo a través de una máquina multipolar de devanado imbricado puedecausar un serio inconveniente. Para entender la naturaleza de este problema, examínese la máquina de seis polos de la figura 8-16. Debido a la utilización prolongada de la máquina, se produjo un leve desgaste en sus rodamientos y los alambres inferiores están más cercanos a sus caras polares que los alambres superiores. Como resultado, el voltaje en las trayectorias de corriente que involucran alambres situados bajo las caras polares de la parte inferior de la máquina es *mayor* que en las trayectorias cuyos alambres están bajo las caras polares de la parte superior de ella. Puesto que todas las trayectorias están conectadas en paralelo, el resultado será una corriente circulante que fluye hacia fuera por algunas escobillas de la máquina y regresa hacia adentro por otras, como se muestra en la figura 8-17. Sobra decir que esto no es bueno para la máquina. Puesto que la resistencia del devanado en el circuito del rotor es tan pequeña, el más leve desequilibrio entre los voltajes de trayectorias en paralelo ocasionará grandes corrientes circulantes a través de las escobillas y serios problemas potenciales de calentamiento.

El problema de las corrientes circulantes dentro de las trayectorias en paralelo de la máquina con cuatro o más polos no puede ser resuelto por completo pero se puede reducir un poco mediante *compensadores* o *devanados de compensación.* Los compensadores son barras localizadas en el rotor de una máquina dc de devanado imbricado para unir puntos del mismo nivel de voltaje de las diferentes trayectorias en paralelo. Con esto se pretende que las corrientes circulantes que se presenten fluyan dentro de las pequeñas secciones así unidas de la máquina y no a través de las escobillas de la misma. En primera instancia, estas corrientes circulantes corrigen, aunque de modo parcial, el desequilibrio de flujo que las ocasiona. En la figura 8-18 se muestra un compensador para la máquina de cuatro polos de la figura 8-15, y en la figura 8-19 se muestra un compensador para una gran máquina dc de devanado imbricado.

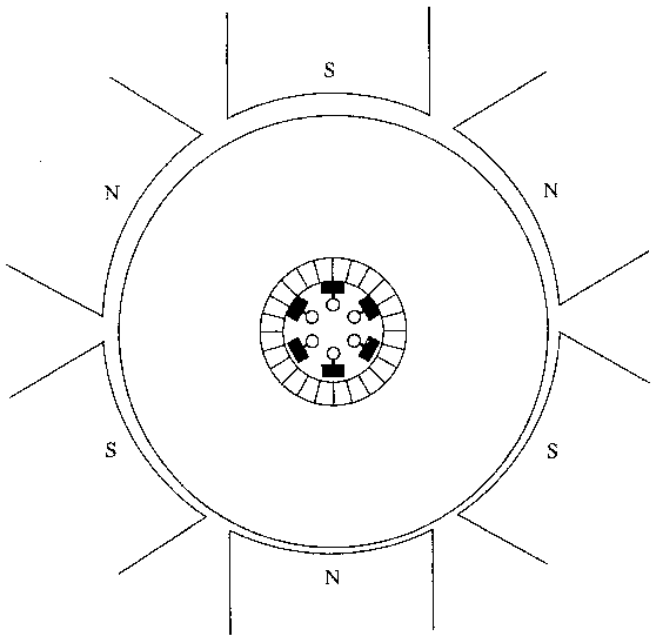


Figura 8-16
Motor dc de seis polos que muestra los efectos del desgaste de rodamientos. Nótese que el rotor está ligeramente más cerca de los polos inferiores que de los superiores.

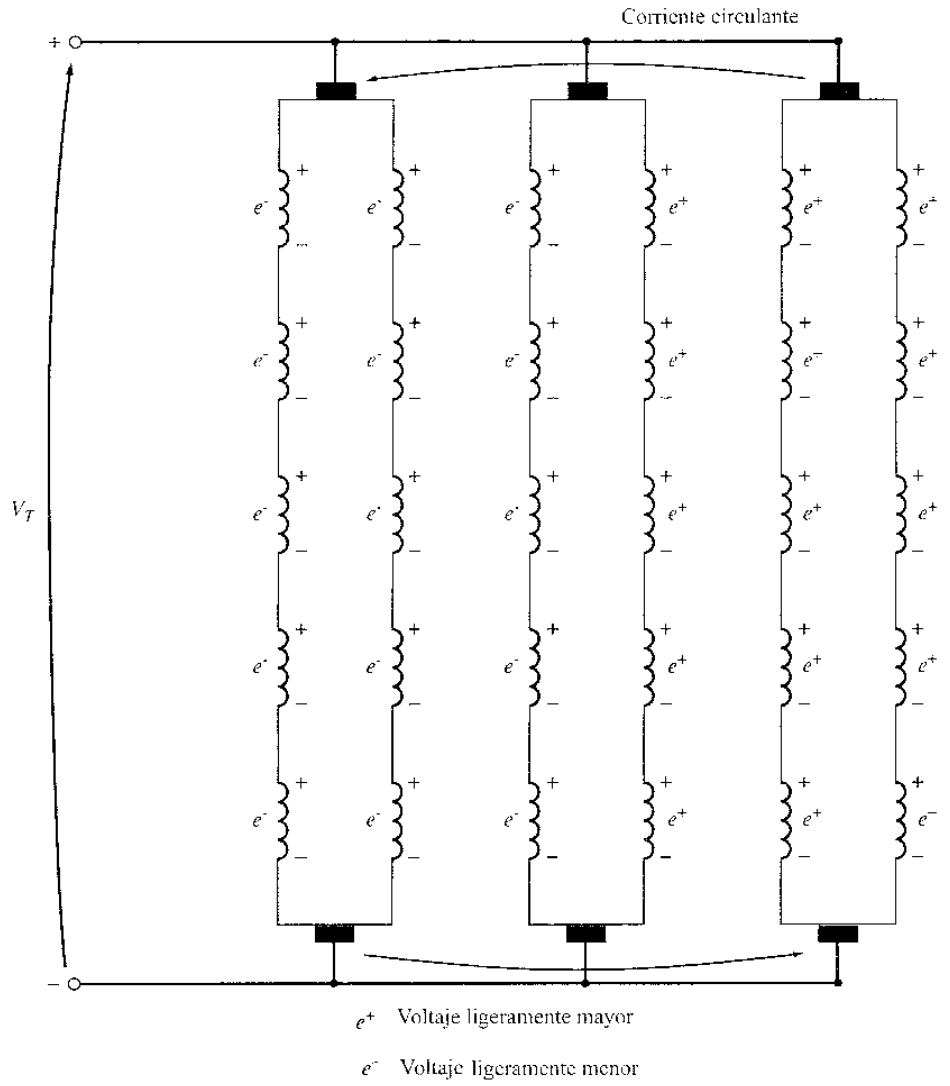
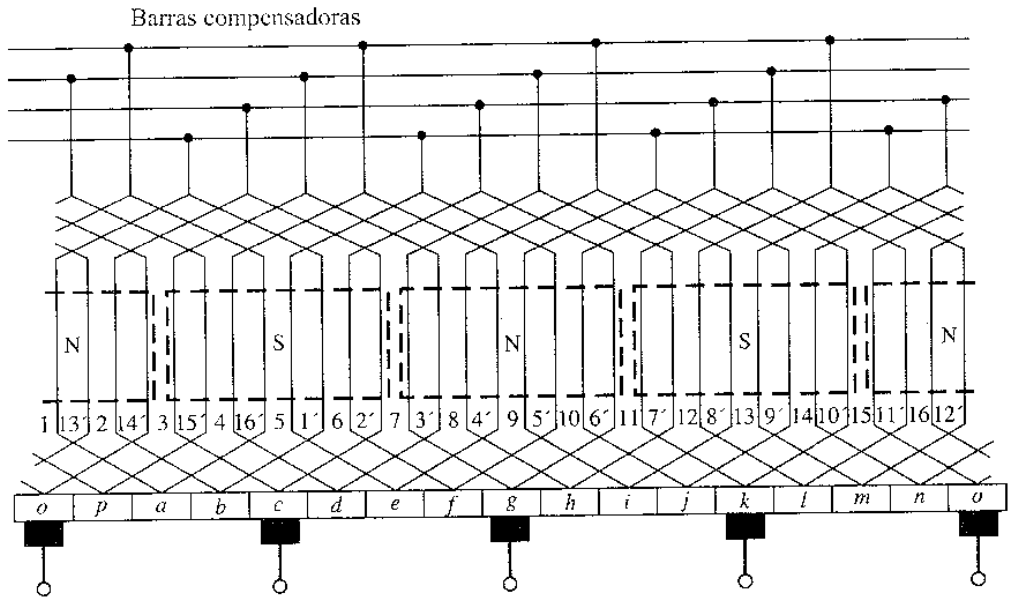
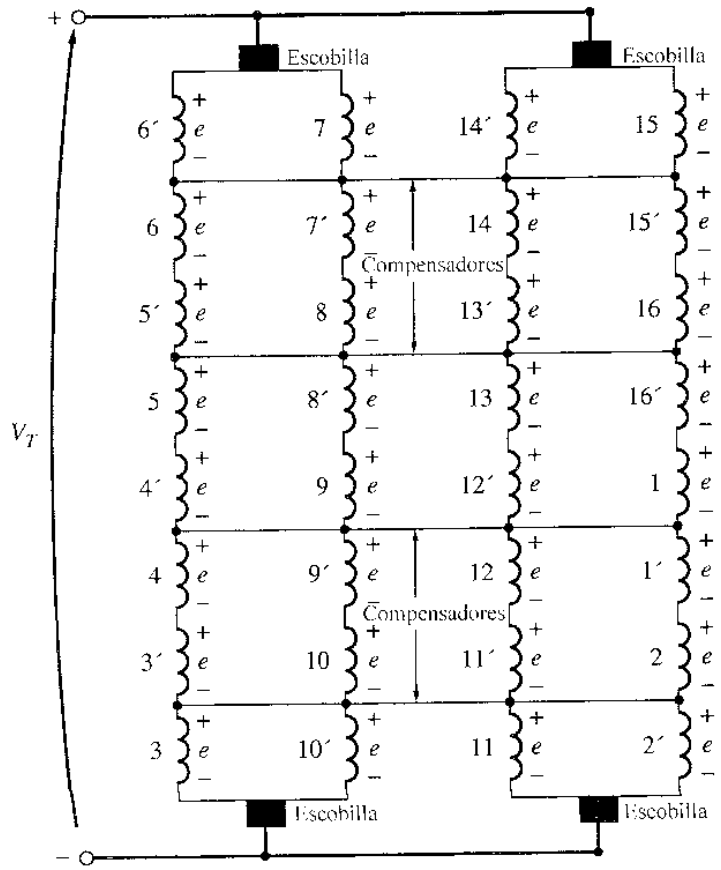


Figura 8-17
Los voltajes en los conductores del rotor de la máquina de la figura 8-16 son desiguales y producen corrientes circulantes que fluyen a través de las escobillas.

Si el devanado imbricado es dúplex, dos devanados completamente independientes envuelven el rotor y cada segmento del colector se conecta alternadamente a uno de los grupos.Por consiguiente, una bobina individual termina sobre el segundo segmento de colector debajo de aquel en el que comenzó y entonces $y_c = \pm 2$ (dependiendo de si el embobinado es progresivo o regresivo). Puesto que cada grupo de devanados tiene tantas trayectorias de corriente como polos tiene la máquina, en un devanado imbricado doble, hay *dos veces tantas trayectorias de corriente* como polos tiene la máquina.



a)



b)

Figura 8-18

a) Conexión de compensación para la máquina de cuatro polos de la figura 8-15. *b*) Diagrama de voltaje de la máquina que muestra los puntos unidos por los compensadores.

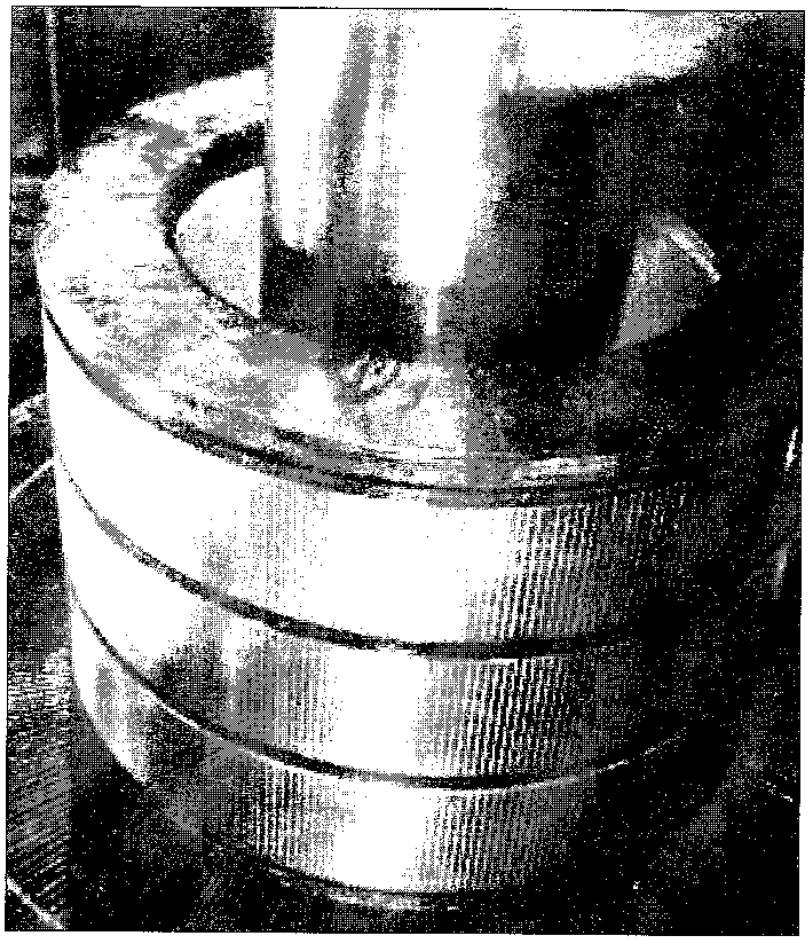


Figura 8-19
Fotografía de primer plano del conmutador de una gran máquina de cc de devanado imbricado. Los compensadores están montados en el anillo pequeño ubicado justamente frente a los segmentos del colector (*cortesía de General Electric Company*).

En general, en un devanado imbricado múltiple (m-plex), el paso de conmutación y_c es

$$\boxed{y_c = \pm m} \qquad \text{devanado imbricado} \qquad (8\text{-}25)$$

y el número de trayectorias de corriente en una máquina es

$$\boxed{a = mP} \qquad \text{devanado imbricado} \qquad (8\text{-}26)$$

donde a = número de trayectorias de corriente en el rotor
m = número de devanados completos independientes (1, 2, 3, etc.)
P = número de polos de la máquina

Devanado ondulado

El *devanado serie* u *ondulado* es una forma alternativa para conectar las bobinas del rotor a los segmentos de conmutación. La figura 8-20 muestra una máquina sencilla de cuatro polos con devanado ondulado simple en que cada segunda bobina del rotor se conecta al segmento de colector posterior adyacente a aquel segmento en el cual se conectó el comienzo de la primera. Entonces, *hay dos bobinas en serie* entre segmentos de conmutación adyacentes. Además, puesto que cada par de bobinas situadas entre segmentos adyacentes tiene un lado bajo cada cara polar, todos los voltajes de salida son la suma de los efectos de cada polo, y no puede haber desequilibrios de voltaje.

El terminal de la segunda bobina puede ser conectado al segmento, bien sea adelante de o atrás del segmento al cual se ha conectado el comienzo de la primera bobina. Si la segunda bobina está conectada al segmento anterior de la primera bobina, el devanado es progresivo; si está conectada al segmento posterior a la primera bobina, es regresivo.

En general, si hay P polos en la máquina, entonces hay $P/2$ bobinas en serie entre segmentos adyacentes del colector. Si la bobina $(P/2)$ésima está conectada al segmento anterior de la primera bobina, el devanado es progresivo. Si la bobina $(P/2)$ésima está conectada al segmento posterior de la primera bobina, el devanado es regresivo.

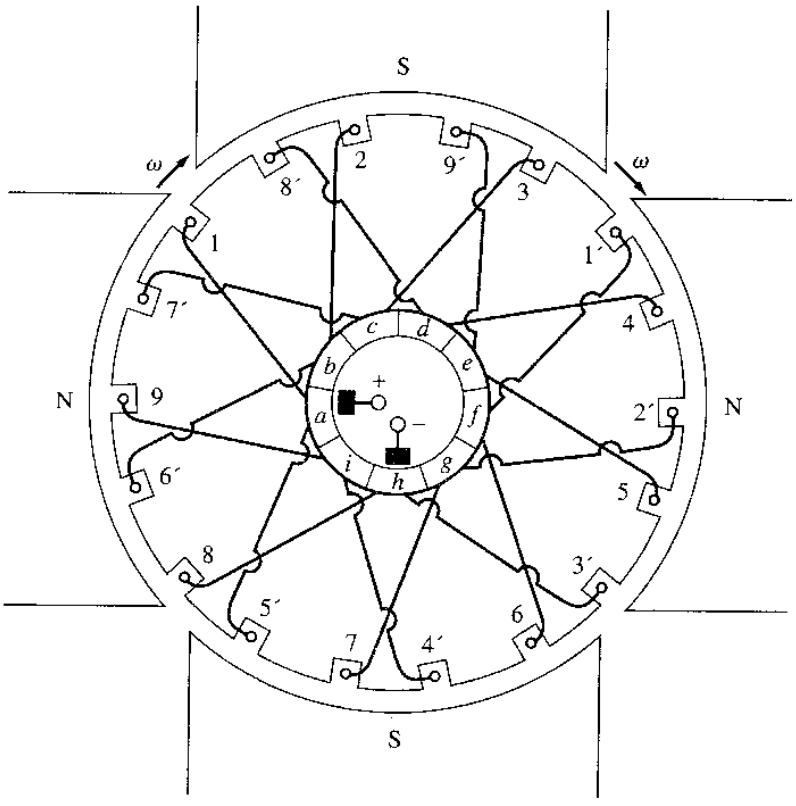


Figura 8-20
Máquina dc sencilla de cuatro polos con devanado ondulado.

En un devanado ondulado símplex, hay sólo dos trayectorias de corriente y $C/2$ o la mitad del devanado en cada trayectoria de corriente. En tal máquina, las escobillas estarán separadas una de otra, a un paso polar completo.

¿Cuál es el paso de conmutación para el devanado ondulado? La figura 8-20 muestra un devanado progresivo de nueve bobinas; el final de una bobina ocurre cinco segmentos adelante de su punto de arranque. En un devanado ondulado regresivo, el final de la bobina ocurre cuatro segmentos adelante de su punto de arranque. Por tanto, el final de una bobina en un devanado ondulado de cuatro polos debe ser conectado justamente antes o justamente después del punto intermedio alrededor del círculo desde su arranque.

La expresión general para el paso de conmutación en cualquier devanado ondulado símplex es

$$y_c = \frac{2(C \pm 1)}{P} \quad \text{ondulado símplex} \tag{8-27}$$

donde C es el número de bobinas del rotor y P es el número de polos de la máquina. El signo más (+) está asociado a los devanados progresivos y el signo menos (–), a los regresivos. En la figura 8-21 se muestra un devanado ondulado símplex.

Puesto que sólo hay dos trayectorias de corriente a través de un rotor de devanado ondulado símplex, se requieren dos escobillas para manejar la corriente. Esto se debe a que los segmentos en proceso de conmutación conectan los puntos de igual voltaje situados bajo todas las

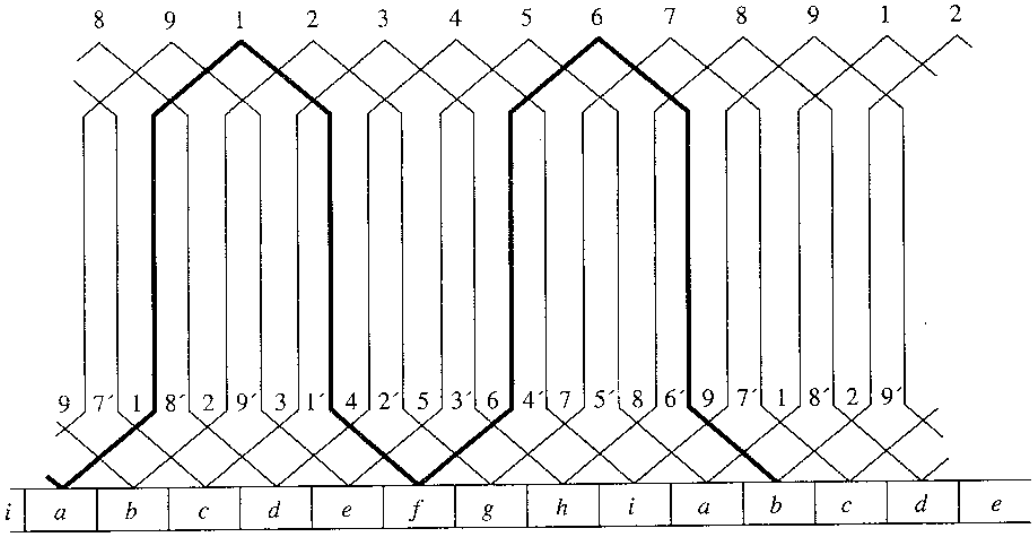


Figura 8-21
Diagrama de devanado del rotor de la máquina de la figura 8-20. Nótese que el final de cada segunda bobina en serie se conecta al segmento siguiente al del comienzo de la primera bobina. Éste es un devanado ondulado progresivo.

caras polares. Si se desea, se pueden adicionar más escobillas en puntos separados 180° eléctricos ya que su potencial es igual y están conectados por los alambres bajo conmutación en la máquina. Las escobillas adicionales se disponen usualmente en máquinas de devanado ondulado, aunque no son necesarias ya que reducen la cantidad de corriente que debe circular a través de un grupo dado de escobillas.

Los devanados ondulados son adecuados en la construcción de máquinas dc de alto voltaje puesto que el número de bobinas en serie entre segmentos de conmutación permite formar un alto voltaje con más facilidad que en los devanados imbricados.

Un devanado ondulado múltiple es aquel que tiene múltiples grupos *independientes* de devanados ondulados en el rotor. Cada uno de estos grupos extras de devanados tiene dos trayectorias de corriente; por lo cual el número de trayectorias de corriente en un devanado ondulado múltiple es

$$\boxed{a = 2m} \quad \text{ondulado múltiple} \tag{8-28}$$

Devanado pata de rana

El devanado pata de rana o *devanado autocompensador* recibe su nombre de la forma de sus bobinas, como se muestra en la figura 8-22. Consiste en la combinación de un devanado imbricado y un devanado ondulado.

En un devanado imbricado normal, los compensadores están conectados en puntos de igual voltaje de los devanados. Los devanados ondulados se extienden entre puntos de igual voltaje bajo caras polares sucesivas de la misma polaridad, las cuales son los mismos sitios que unen los compensadores. Un devanado de pata de rana o autocompensador combina un devanado imbricado con uno ondulado, de modo que los devanados ondulados pueden funcionar como compensadores para el devanado imbricado.

El número de trayectorias de corriente presente en un devanado pata de rana es

$$\boxed{a = 2Pm_{\text{lap}}} \quad \text{devanado pata de rana} \tag{8-29}$$

donde P es el número de polos de la máquina y m_{lap} es el múltiplo del devanado imbricado.

Ejemplo 8-2 Describa la distribución del devanado del rotor de la máquina de cuatro espiras de la sección 8.2.

Solución. La máquina descrita en la sección 8.2 tiene cuatro bobinas, cada una de una vuelta, y un total de ocho conductores. Tiene devanado imbricado progresivo.

●

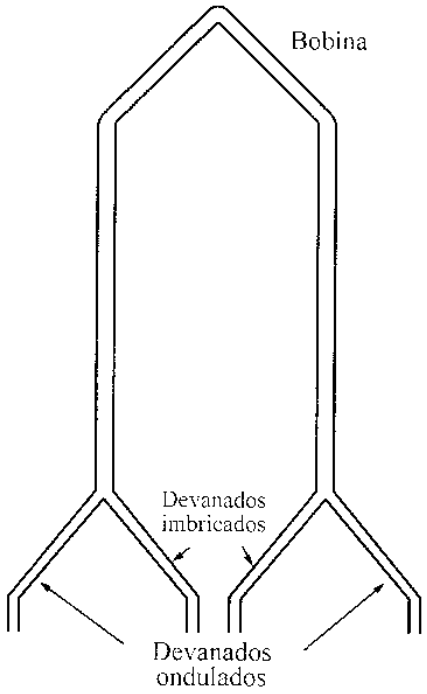


Figura 8-22
Bobina de un devanado pata de rana o autocompensador.

8-4 PROBLEMAS DE CONMUTACIÓN EN LAS MÁQUINAS REALES

El proceso de conmutación descrito en las secciones 8-2 y 8-3 no es tan simple en la práctica debido a que en la realidad ocurren dos efectos mayores, que lo perturban:

1. La reacción del inducido
2. Los voltajes $L\ di/dt$

Esta sección investiga la naturaleza de estos problemas y las soluciones utilizadas para mitigar sus efectos.

Reacción del inducido

Si los devanados del campo magnético de una máquina dc están conectados a una fuente de potencia y el rotor de la máquina gira gracias a una fuente externa de potencia mecánica, se inducirá un voltaje en los conductores del rotor. Este voltaje será rectificado para dar salida dc por acción del conmutador de la máquina.

Si se conecta una carga a los terminales de la máquina, fluirá corriente en sus devanados del inducido. Este flujo de corriente producirá un campo magnético propio que distorsionará el campo magnético original de los polos de la máquina. Esta distorsión del flujo en una máquina, cuando se incrementa la carga, se llama *reacción del inducido.* Este fenómeno causa dos problemas severos en las máquinas dc reales.

El primer problema, debido a la reacción del inducido, es el *desplazamiento del plano neutro.* El *plano magnético neutro* se define como el plano interno de la máquina en que la velocidad de los alambres del rotor está exactamente en paralelo con las líneas de flujo magnético, de modo que e_{ind} es cero en los conductores del plano.

Para entender el problema del desplazamiento del plano neutro, examínese la figura 8-23. La figura 8-23*a* muestra una máquina dc de dos polos. Nótese que el flujo está distribuido uniformemente bajo las caras polares. Los devanados del rotor mostrados tienen voltajes que se forman hacia fuera de la página en los alambres que están bajo la cara polar norte y hacia dentro de la página en los alambres que están bajo la cara polar sur. El plano neutro en esta máquina es por completo vertical.

Si se conecta una carga a la máquina de modo que ésta actúe como generador, la corriente fluirá del terminal positivo del generador hacia fuera de la página por los alambres situados bajo la cara polar norte, y hacia dentro de la página por los alambres que están debajo de la cara polar sur. Este flujo de corriente produce un campo magnético de los devanados del rotor, como se muestra en la figura 8-23*c*, el cual afecta el campo magnético original de los polos que produjo el voltaje del generador en primera instancia. En algunos sitios bajo las superficies de los polos, resta flujo; en otros lugares, adiciona flujo. En general, se distorsiona el flujo magnético en el entrehierro de la máquina, como se muestra en las figuras 8-23*d* y *e*. Nótese que se ha desplazado el lugar del rotor donde el voltaje inducido en un conductor sería cero (el plano neutro).

Para el generador mostrado en la figura 8-23, el plano magnético neutro está desplazado en la dirección de rotación. Si esta máquina hubiera sido un motor, la corriente en su rotor habría sido inversa y el flujo se agruparía en los ángulos opuestos a los mostrados en la figura. Como resultado, el plano neutro magnético se desplazaría al contrario.

En un generador, el plano neutro se desplaza en la dirección del movimiento; en un motor, se desplaza en la dirección opuesta. Además, la cantidad de desplazamiento depende de la cantidad de corriente rotórica y, por tanto, de la carga de la máquina.

Entonces, ¿cuál es el gran acuerdo acerca del desplazamiento del plano neutro? Es justamente éste: el conmutador debe cortocircuitar los segmentos de conmutación en el momento en que el voltaje circulante a través de ellos es igual a cero. Si se colocan las escobillas para cortocircuitar los conductores en el plano vertical, entonces el voltaje circulante entre los segmentos es cero *hasta cuando se carga la máquina.* Cuando la máquina se carga, el plano neutro se desplaza y las escobillas cortocircuitan los segmentos del conmutador con un voltaje finito a través de ellos. El resultado es un flujo de corriente circulante entre los segmentos cortocircuitados y grandes chispas en las escobillas cuando se interrumpe el camino de corriente al abandonar la escobilla un segmento. El resultado final es la formación del *arco y chispeo en las escobillas.* Éste es un problema muy serio puesto que conlleva a una reducción drástica de la vida de la escobilla, deterioro de los segmentos de conmutación y gran aumento de los costos de mantenimiento. Nótese que este problema no puede ser resuelto tan sólo colocando las escobillas en el plano neutro de plena carga, ya que se producirían chispas cuando la máquina se halle en vacío.

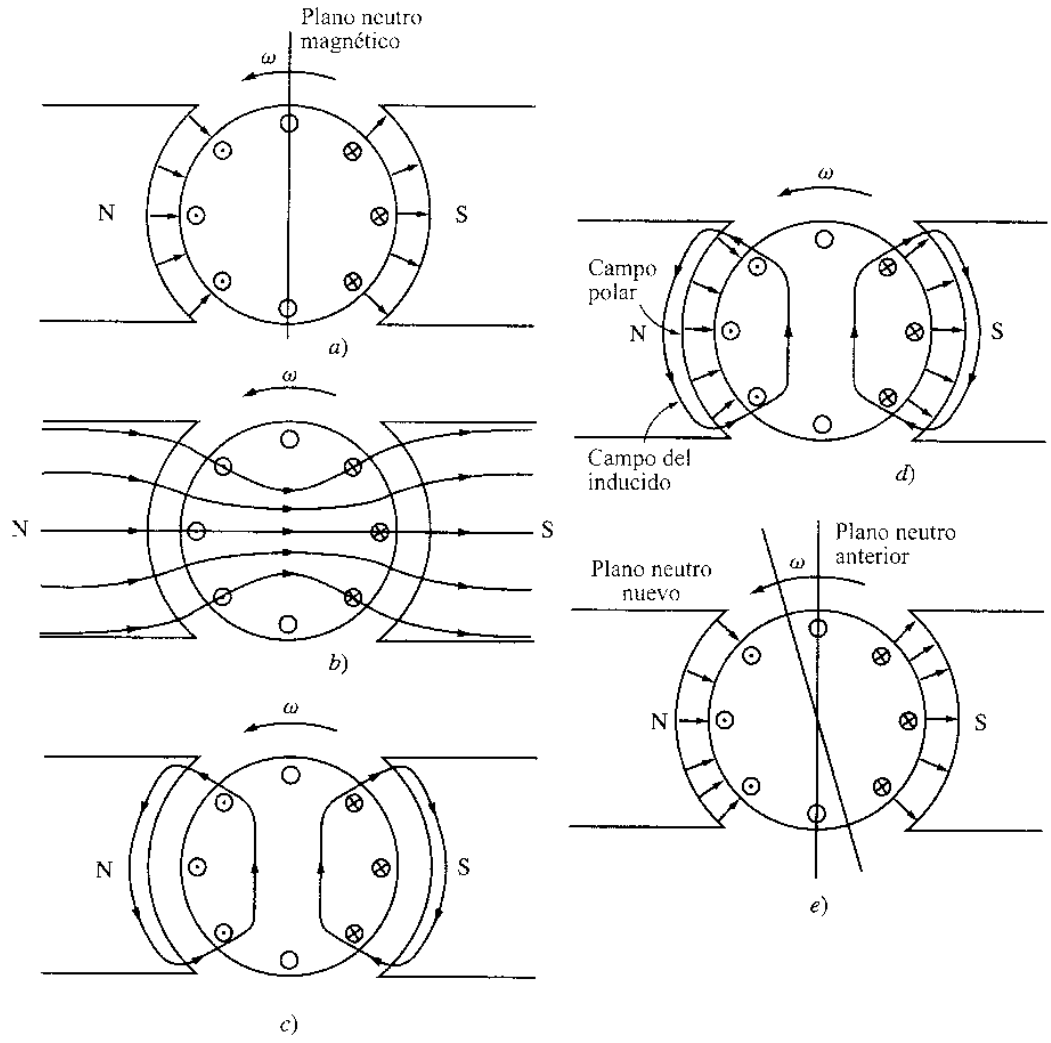


Figura 8-23

Desarrollo de la reacción del inducido en un generador dc. *a*) En principio, el flujo polar está uniformemente distribuido y el plano magnético neutro es vertical; *b*) efecto del entrehierro en la distribución del flujo polar; *c*) Campo magnético resultante en el inducido cuando se conecta carga a la máquina; *d*) Se muestran juntos los flujos del rotor y polar, indicando puntos donde se suman y donde se restan; *e*) Flujo resultante bajo los polos. El plano neutro se ha desplazado en dirección del movimiento.

En casos extremos, el desplazamiento del plano neutro puede llevar a *flameo* en los segmentos de conmutación cerca de las escobillas. El aire está normalmente ionizado cerca de las escobillas como resultado del chisporroteo en ellas. El flameo ocurre cuando el voltaje de los segmentos de conmutación adyacentes es suficientemente grande para sostener el arco en el aire ionizado alrededor de ellos. Si ocurre el flameo, el arco resultante puede hasta fundir la superficie del colector.

El segundo problema principal causado por la reacción del inducido se llama *debilitamiento de campo.* Para entender este fenómeno, remítase a la curva de magnetización mostrada en la

figura 8-24. La mayoría de las máquinas opera a densidades de flujo cercanas al punto de saturación. Entonces, ocurre un pequeño incremento del flujo en los sitios de las caras polares donde la fuerza magnetomotriz del rotor se adiciona a la fuerza magnetomotriz del polo, y una gran disminución del flujo en los sitios de las superficies polares donde la fuerza magnetomotriz del rotor se resta de la fuerza magnetomotriz del polo. El resultado neto es la disminución del *flujo promedio total bajo la cara polar completa* (*véase* figura 8-25).

El debilitamiento del flujo ocasiona problemas tanto en generadores como en motores. En los generadores, el debilitamiento del flujo simplemente reduce el voltaje suministrado por el generador a cualquier carga. En los motores, el efecto puede ser más severo. Como se mostró en los primeros ejemplos de este capítulo, cuando disminuye el flujo en un motor, aumenta su velocidad pero este aumento puede aumentar la carga y causar más debilitamiento del flujo. Como resultado del debilitamiento del flujo es posible que algunos motores dc en derivación alcancen la condición de giro desbocado en la cual la velocidad del motor se mantiene aumentando hasta que la máquina se desconecta de la línea de potencia o hasta que se destruye.

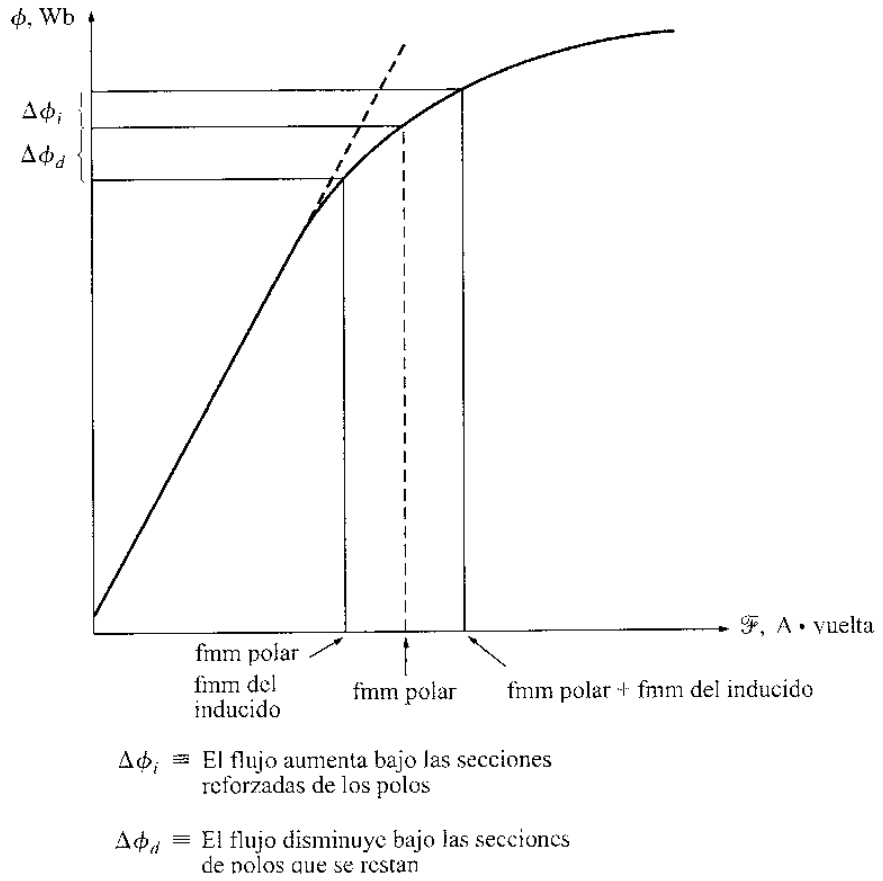


Figura 8-24
Curva de magnetización típica que muestra los efectos de la saturación polar donde se suman las fuerzas magnetomotrices del inducido y del polo.

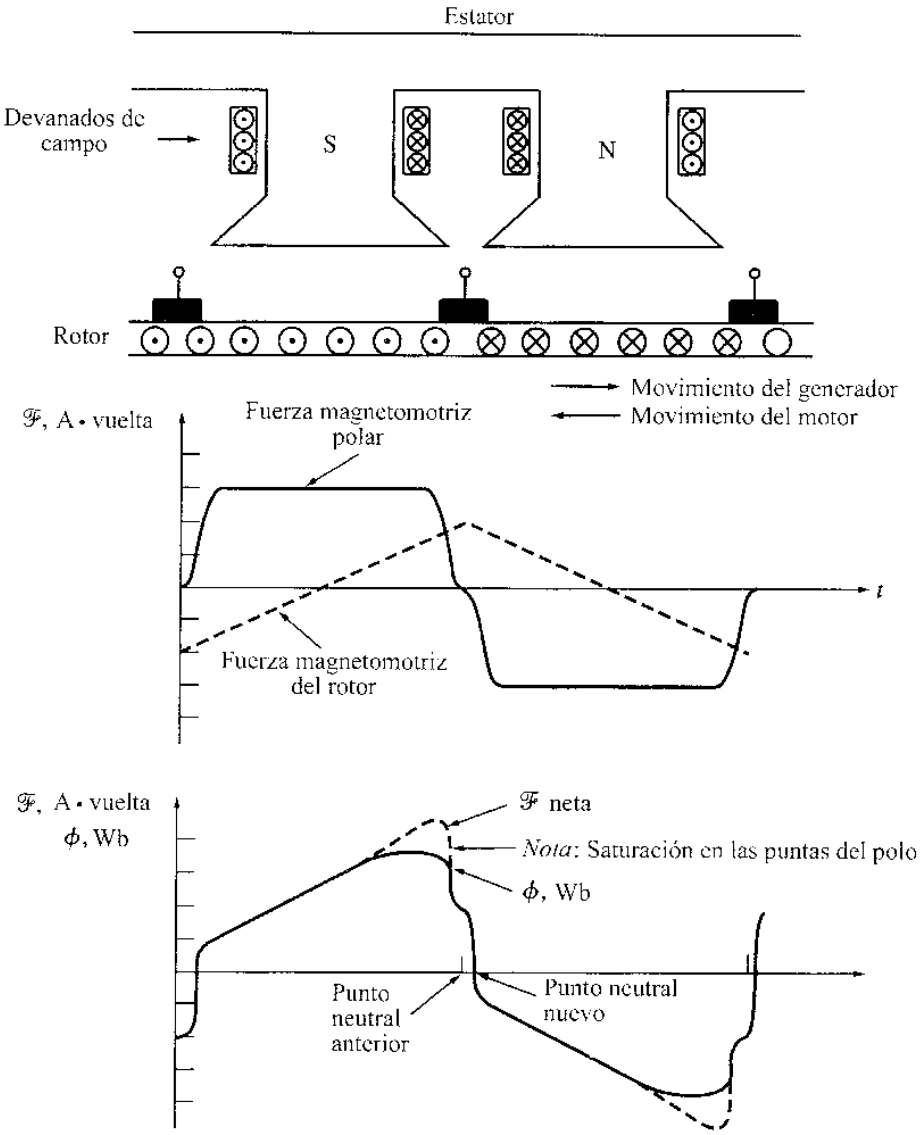
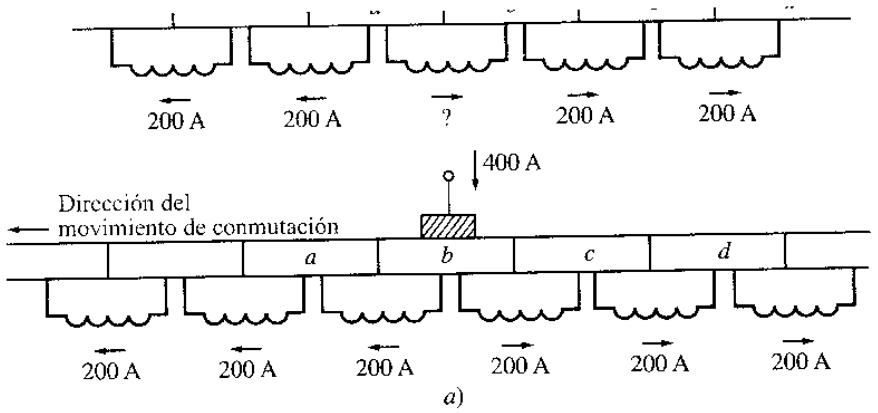


Figura 8-25
Flujo y fuerza magnetomotriz bajo las caras polares en una máquina dc. En aquellos puntos donde se restan las fuerzas magnetomotrices, el flujo se ajusta siguiendo la fuerza magnetomotriz del hierro, pero en los puntos en que se suman las fuerzas magnetomotrices, la saturación limita el flujo total presente. Nótese también que se ha desplazado el punto neutro del rotor.

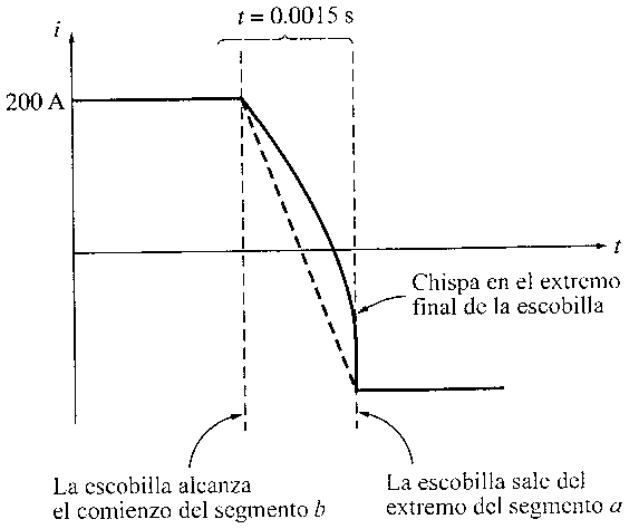
Voltajes L *di/dt*

El segundo problema importante es el voltaje *L di/dt* generado en los segmentos del colector, cortocircuitados por las escobillas, algunas veces llamado *golpe inductivo*. Para entender este

problema, remítase a la figura 8-26 que representa una serie de segmentos del colector y los conductores conectados entre ellos. Suponiendo que la corriente en la escobilla es 400 A, la corriente en cada trayectoria es 200 A. Nótese que cuando un segmento de conmutación es cortocircuitado, el flujo de corriente a través de ese segmento del colector se debe invertir. ¿Qué tan rápido debe ocurrir esta inversión?



a)



----- ≡ Conmutación ideal

——— ≡ Conmutación real teniendo en cuenta la inductancia

b)

Figura 8-26

a) Inversión del flujo de corriente en una bobina bajo conmutación. Nótese que la coriente en la bobina, entre los segmentos *a* y *b*, debe invertir la dirección mientras la escobilla cortocircuita conjuntamente los dos segmentos de conmutación. *b)* Inversión de corriente de la bobina bajo conmutación, como función del tiempo tanto para una conmutación ideal como para una conmutación real, teniendo en cuenta la inductancia de la bobina.

Si la máquina gira a 800 r/min y hay 50 segmentos de conmutación (número razonable para un motor típico), cada segmento de conmutación se mueve bajo una escobilla y la libera de nuevo en $t = 0.0015$ s. Entonces, la velocidad de cambio de la corriente con respecto al tiempo en el lazo cortocircuitado debe *promediar*

$$\frac{di}{dt} = \frac{400 \text{ A}}{0.0015 \text{ s}} = 266.667 \text{ A/s} \tag{8-30}$$

Aun con muy pequeña inductancia en el lazo, se inducirá un golpe muy significativo de voltaje inductivo $v = L\, di/dt$ en el segmento de conmutación cortocircuitado. Este alto voltaje ocasiona chispas en las escobillas de la máquina y causa los mismos problemas de formación de arco que ocasiona el desplazamiento del plano neutro.

Solución a los problemas de conmutación

Se han desarrollado tres técnicas para corregir parcial o totalmente los problemas de reacción del inducido y de voltajes $L\, di/dt$.

1. Desplazamiento de las escobillas
2. Polos o interpolos de conmutación
3. Devanados de compensación

Cada una de estas técnicas se explica a continuación junto con sus ventajas y desventajas.

DESPLAZAMIENTO DE LAS ESCOBILLAS. Históricamente, los primeros intentos para mejorar el proceso de conmutación en las máquinas dc reales se llevaron a cabo para detener el chispeo en las escobillas, causado por el desplazamiento del plano neutro y los efectos de $L\, di/dt$. La primera técnica ingeniada por los diseñadores de la máquina fue sencilla: si el plano neutro de la máquina se desplaza, ¿por qué no desplazar con él las escobillas para detener el chispeo? Aunque ésta parecía una buena idea, hay varios problemas serios asociados a ella. Por esto el plano neutro se mueve con cada cambio de carga y la dirección del desplazamiento se invierte cuando la máquina pasa de operación de motor a operación de generador. Entonces, alguien tendría que ajustar las escobillas cada vez que cambiara la carga en la máquina. Además, desplazar las escobillas podría haber detenido el chisporroteo de la escobilla pero *agravaría* el efecto de debilitamiento del flujo de la reacción del inducido en la máquina. Esto se demuestra por dos efectos:

1. La fuerza magnetomotriz del rotor tiene ahora una componente vectorial que se opone a la fuerza magnetomotriz de los polos (*véase* figura 8-27).
2. El cambio en la distribución de la corriente del inducido se concentra aún más en las partes saturadas de las caras polares.

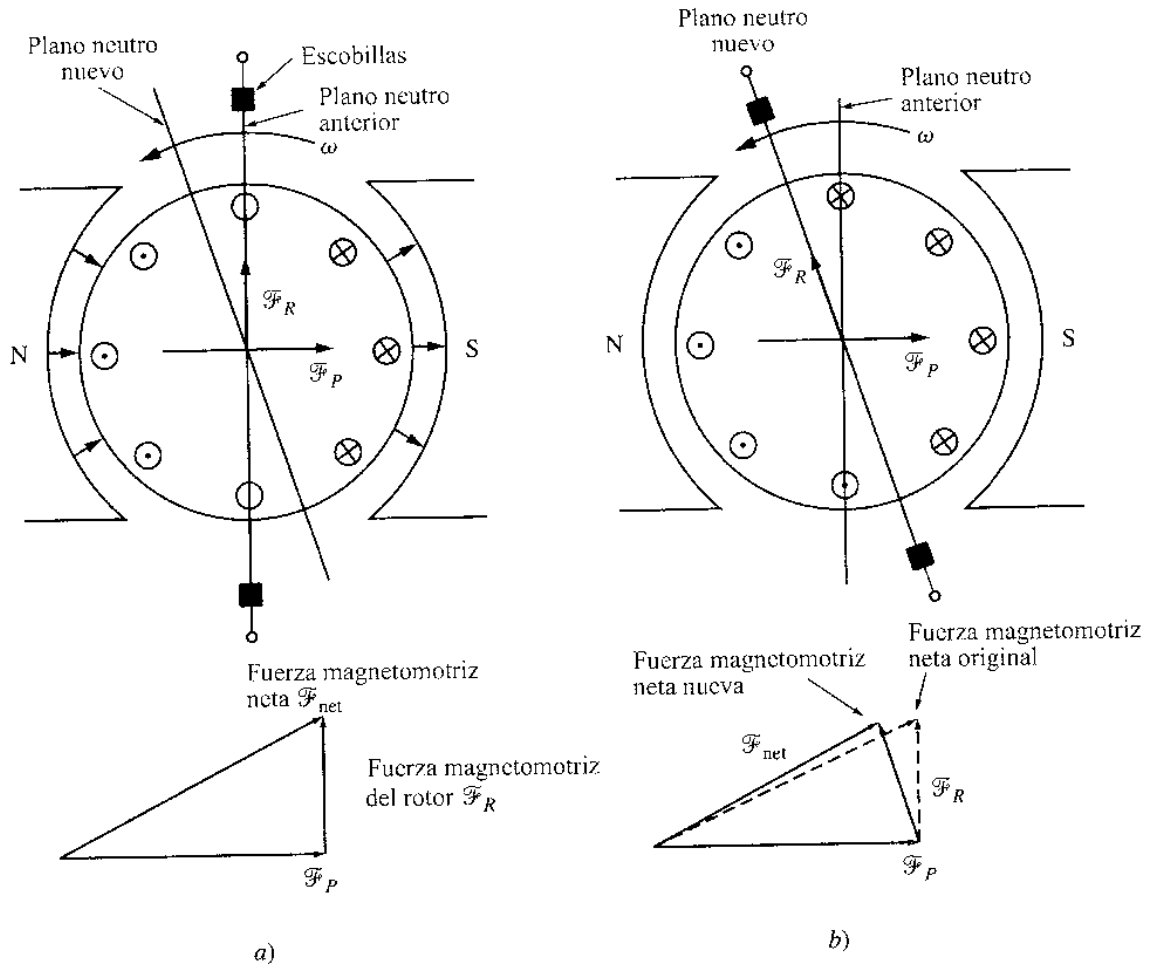


Figura 8-27
a) Fuerza magnetomotriz neta en una máquina de cuyas escobillas están en el plano vertical. *b*) Fuerza magnetomotriz neta en una máquina de cuyas escobillas están sobre el plano neutro desplazado. Nótese que ahora hay una componente de la fuerza magnetomotriz del inducido *directamente en oposición* a la fuerza magnetomotriz de los polos, y se reduce la fuerza magnetomotriz neta en la máquina.

Otra técnica empleada a veces, que difiere ligeramente de la anterior, fue fijar las escobillas en una posición determinada (que no causara chispeo en la máquina cuando opera a los dos tercios de carga). En este caso, el motor chisporroteó estando en vacío y algo a plena carga, pero si operaba la mayor parte de su vida cerca de los dos tercios de su plena carga, entonces el chisporroteo era mínimo. Claro está, tal máquina no podía ser utilizada como generador pues el chisporroteo habría sido horrible.

Hacia 1910 la técnica de desplazar las escobillas para controlar el chisporroteo se hizo obsoleta. Hoy, el desplazamiento de escobillas se utiliza únicamente en máquinas muy pequeñas que todavía giran como motores, debido a que las otras soluciones mejores resultarían costosas en esos motores pequeños.

POLOS DE CONMUTACIÓN O INTERPOLOS. Debido a las desventajas anotadas antes, y en especial a que una persona debe ajustar la posición de las escobillas de las máquinas en cuanto cambia su carga, se buscó otra solución para el problema del chisporroteo. Esta nueva técnica se basa en que si el voltaje en los alambres bajo conmutación se redujera a cero, no habría chisporroteo en las escobillas. Para lograr esto, se colocan pequeños polos llamados *polos de conmutación* o *interpolos** en medio de los polos principales. Estos polos de conmutación se localizan *directamente sobre* los conductores que están conmutándose. Suministrando un flujo desde los polos de conmutación, puede cancelarse con exactitud el voltaje en las bobinas bajo conmutación. Si la cancelación es exacta, no habrá chisporroteo en las escobillas.

Los polos de conmutación no cambian de ninguna manera la operación de la máquina dado que son tan pequeños que sólo afectan los pocos conductores bajo conmutación. Nótese que no se afecta la *reacción del inducido* bajo las caras polares principales porque los efectos de los polos de conmutación no se extienden tan lejos. Esto significa que los polos de conmutación no afectan el debilitamiento del flujo en la máquina.

¿Cómo se lleva a cabo la supresión del voltaje en los segmentos de conmutación para todos los valores de carga? Mediante una simple conexión de los devanados de los interpolos en *serie* con los devanados del rotor, como se muestra en la figura 8-28. Cuando aumentan la carga y la corriente del rotor, también aumentan la magnitud del desplazamiento del plano neutro y el tamaño de los efectos de $L\ di/dt$. Estos efectos juntos incrementan el voltaje en los conductores bajo conmutación. Sin embargo, el flujo del interpolo también se eleva y produce un gran voltaje en los conductores, que se opone al voltaje debido al desplazamiento del plano neutro. Como resultado neto, sus efectos se cancelan sobre un amplio rango de cargas. Nótese que los interpolos funcionan bien sea que la máquina opere como generador o como motor puesto que cuando ésta cambia de motor a generador, la corriente cambia de dirección tanto en el rotor como en los interpolos. Por tanto, los efectos de voltaje de ellos se cancelan.

¿Qué polaridad debe tener el flujo en los interpolos? Los interpolos deben inducir un voltaje en los conductores bajo conmutación que sea *opuesto* al voltaje causado por el desplazamiento del plano neutro y los efectos de $L\ di/dt$. En el caso del generador, el plano neutro se desplaza en la dirección de rotación, lo cual indica que los conductores bajo conmutación tienen la misma polaridad de voltaje debida al polo que acaban de abandonar (*véase* figura 8-29). Para oponerse a este voltaje, los interpolos deben tener el flujo opuesto, que corresponde al flujo del polo subsiguiente. En un motor, el plano neutro se desplaza en la dirección contraria de la rotación y los conductores bajo conmutación tienen igual flujo que el polo al que se aproximan. Para oponerse a este voltaje, los interpolos deben tener la misma polaridad que el polo principal anterior. Entonces,

1. En un generador, los interpolos deben tener la misma polaridad del polo principal próximo siguiente.
2. Los interpolos deben tener la misma polaridad que el polo principal anterior, en un motor.

* *N. del T.* También se les conoce como *polos auxiliares.*

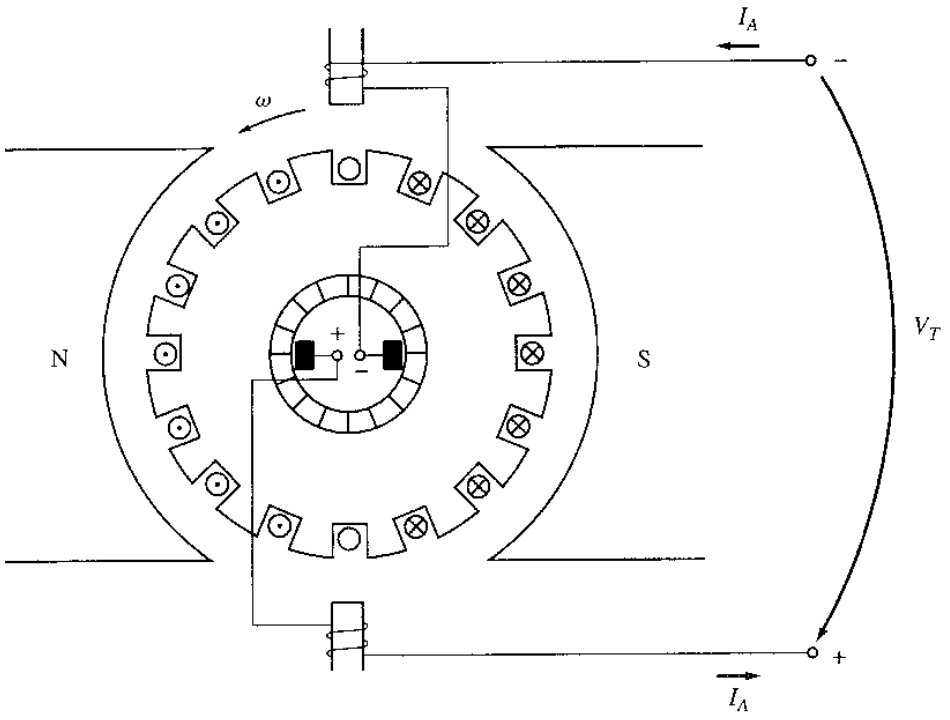


Figura 8-28
Máquina dc con interpolos.

La utilización de los polos de conmutación o interpolos es muy común debido a que corrigen los problemas de chisporroteo de las máquinas dc a bajo costo. Se encuentran casi en todas las máquinas dc de 1 hp o mayores. Sin embargo, es importante tener en cuenta que *no afectan* la distribución de flujo bajo las caras polares, de modo que continúa el problema del debilitamiento del flujo. En la mayoría de los motores de uso corriente y de mediana potencia, se corrigen los problemas de chisporroteo mediante interpolos, pero se mantinenen los efectos del debilitamiento del flujo.

DEVANADOS DE COMPENSACIÓN. Para motores de ciclos de trabajo pesado e intenso, el problema del debilitamiento del flujo puede ser muy grave. Para cancelar por completo la reacción del inducido y por tanto eliminar el desplazamiento del plano neutro y el debilitamiento del flujo, se desarrolló una técnica diferente que incluye la disposición de *devanados de compensación* en ranuras labradas en las caras de los polos paralelos a los conductores del rotor para cancelar el efecto de distorsión de la reacción del inducido. Estos devanados están conectados en serie con los devanados del rotor, de modo que cuando cambia la carga en el rotor, cambia también la corriente en los devanados de compensación. La figura 8-30 muestra el concepto básico. En la figura 8-30*a*, se muestra el flujo polar en sí mismo. En la figura 8-30*b* se muestran el flujo del rotor y el flujo de los devanados de compensación. La figura 8-30*c* representa la suma de estos tres flujos que es justamente igual al flujo original del polo en sí mismo.

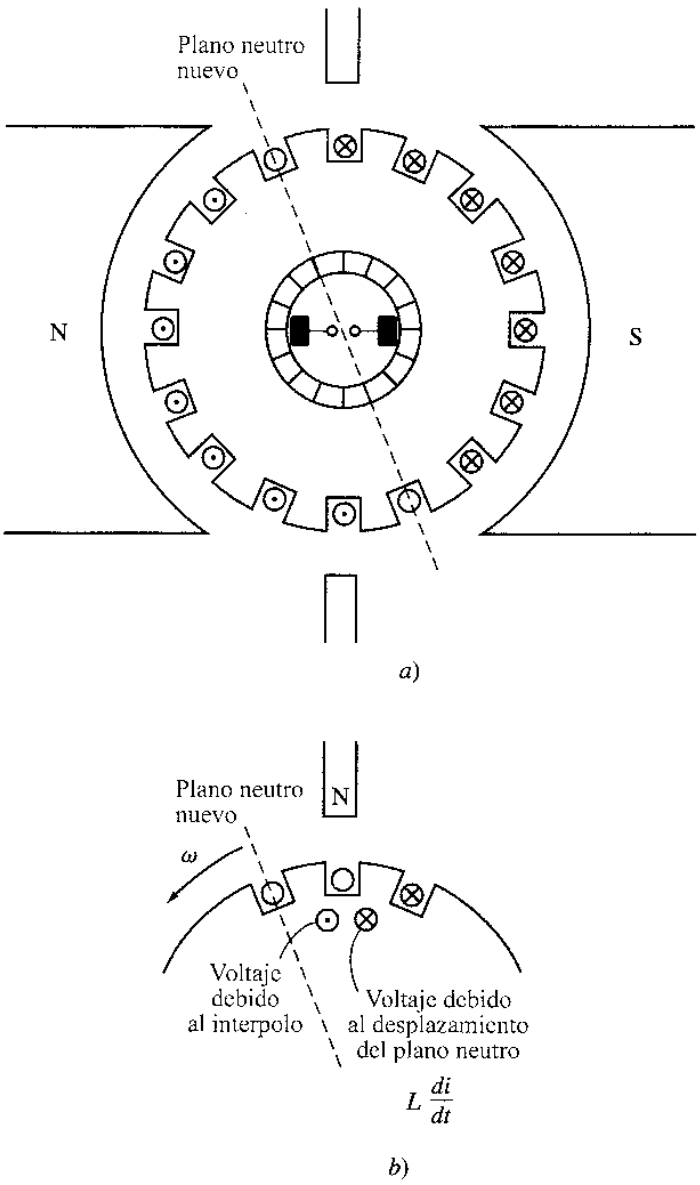


Figura 8-29
Determinación de la polaridad requerida por un interpolo. El flujo del interpolo debe producir un voltaje que se oponga al voltaje existente en el conductor.

La figura 8-31 muestra un desarrollo más cuidadoso del efecto de los devanados de compensación en una máquina dc. Nótese que la fuerza magnetomotriz debida a los devanados de compensación es igual y opuesta a la fuerza magnetomotriz debida al rotor cada punto situado bajo las caras polares. La fuerza magnetomotriz neta resultante es causada por los polos, de modo que el flujo en la máquina no se modifica, independientemente de la carga. La figura 8-32 muestra el estator de una gran máquina dc con devanados de compensación.

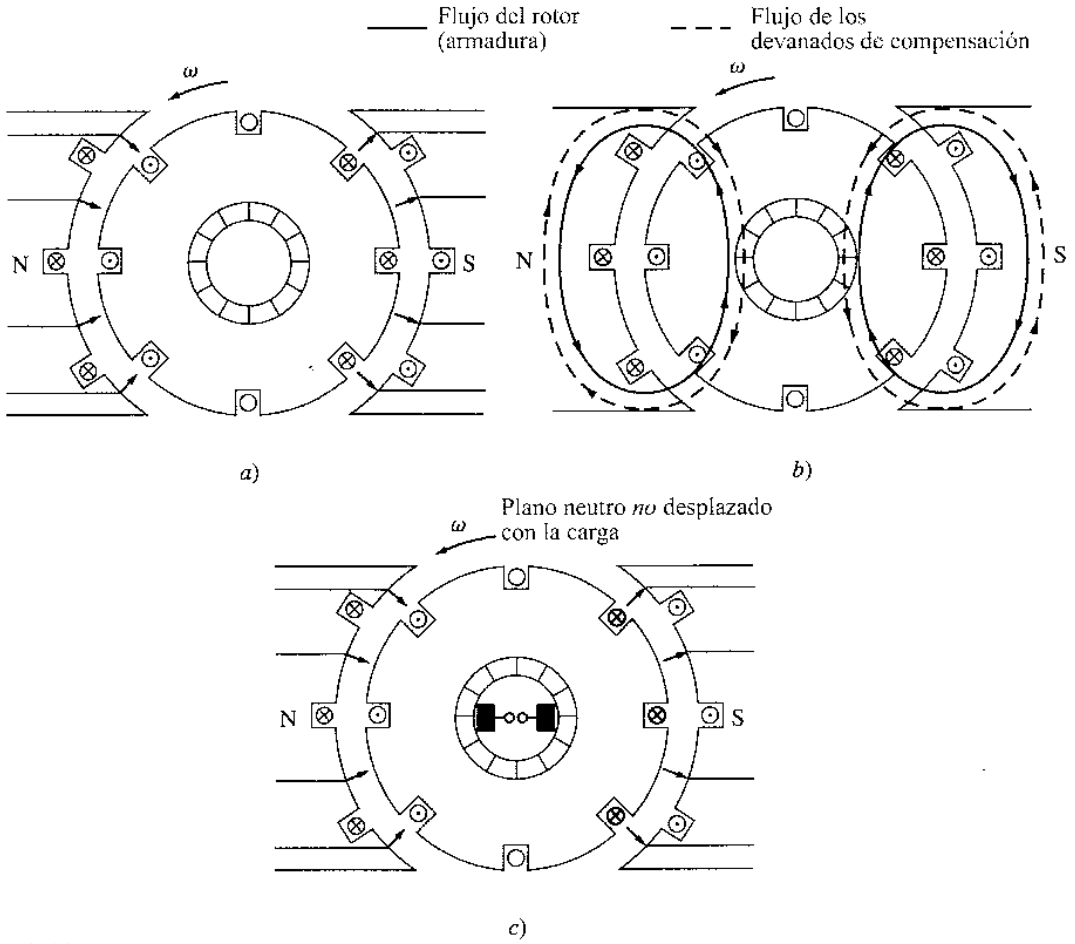


Figura 8-30
Efecto de los devanados de compensación en una máquina dc. *a*) Flujo polar en la máquina; *b*) flujos del inducido y de los devanados de compensación; nótese que son iguales y opuestos. *c*) Flujo neto en la máquina, justamente el flujo original del polo.

La principal desventaja de los devanados de compensación es que son costosos, puesto que deben maquinarse las caras de los polos. Todo motor que los utiliza debe tener interpolos ya que los devanados de compensación no cancelan los efectos $L\ di/dt$. Los interpolos no deben ser tan robustos sin embargo, puesto que cancelan únicamente los voltajes $L\ di/dt$ en los devanados y no los voltajes debidos al desplazamiento del plano neutral. Debido a lo costoso que resulta tener devanados de compensación e interpolos en tal máquina, éstos devanados sólo se utilizan cuando la naturaleza muy pesada del trabajo del motor lo demanda.

8-5 ECUACIONES DE VOLTAJE INTERNO GENERADO Y PAR INDUCIDO EN MÁQUINAS DC REALES

¿Cuánto voltaje produce una máquina dc real? El voltaje inducido en cualquier máquina depende de tres factores:

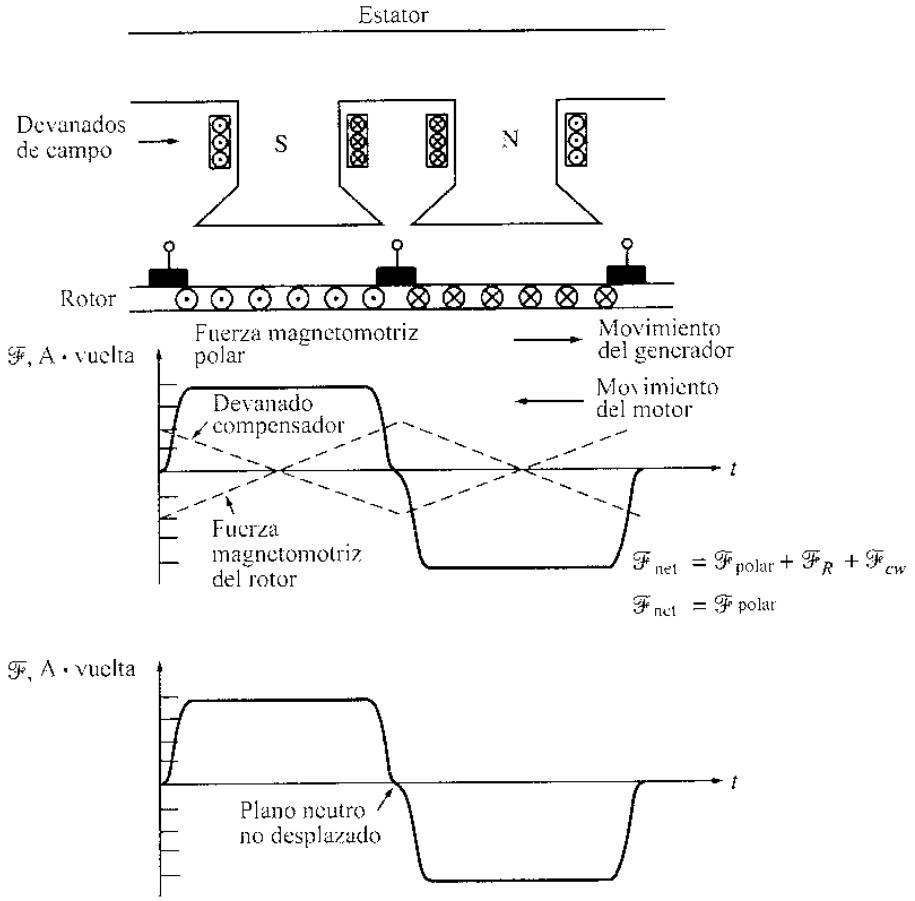


Figura 8-31
Flujo y fuerzas magnetomotrices en una máquina dc con devanados de compensación.

1. El flujo ϕ en la máquina
2. La velocidad ω del rotor de la máquina
3. Una constante que depende de la construcción de la máquina

¿Cómo puede determinarse el voltaje en los devanados del rotor de una máquina dc real? El voltaje de salida del inducido de una máquina real es igual al número de conductores por trayectoria de corriente multiplicado por el voltaje en cada conductor. Previamente se demostró que el voltaje en *cualquier conductor individual bajo las caras polares* es

$$e_{ind} = e = vBl \tag{8-31}$$

El voltaje dc de salida del inducido de una máquina real es entonces

$$E_A = \frac{ZvBl}{a} \tag{8-32}$$

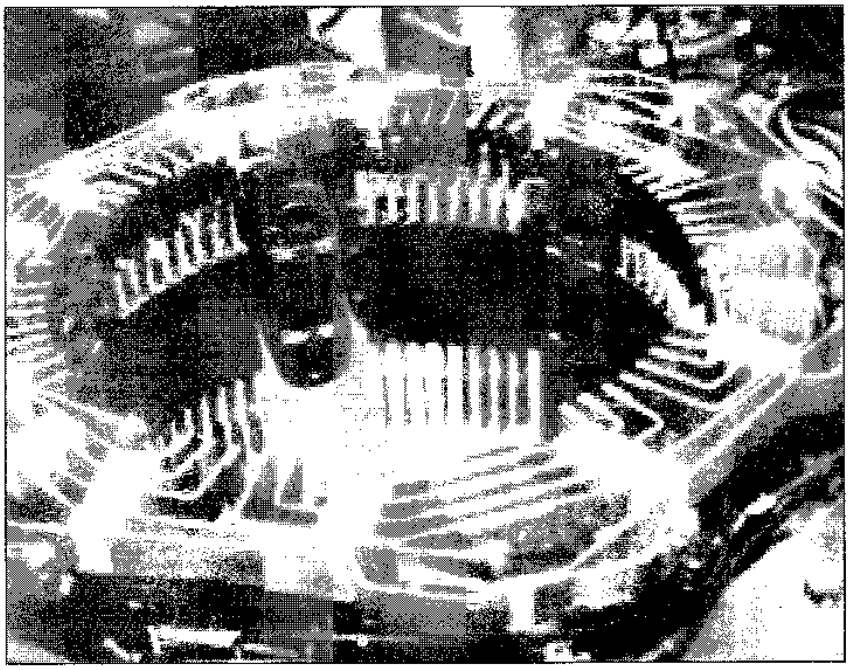


Figura 8-32
Estator de una máquina de de seis polos con interpolos y devanados de compensación (*cortesía de Westinghouse Electric Company*).

donde Z es el número total de conductores y a es el número de trayectorias de corriente. La velocidad de cada conductor en el rotor se puede expresar como $v = r\omega$, donde r es el radio del rotor; entonces

$$E_A = \frac{Zr\omega Bl}{a} \tag{8-33}$$

Este voltaje puede expresarse en otra forma más conveniente al notar que el flujo de un polo es igual a la densidad de flujo bajo el polo por el área del polo:

$$\phi = BA_P$$

El rotor de la máquina es cilíndrico por tanto su área es

$$A = 2\pi rl \tag{8-34}$$

Si hay P polos en la máquina, entonces la porción de área asociada a cada polo es el área total A dividida por el número de polos P:

$$A_P = \frac{A}{P} = \frac{2\pi rl}{P} \tag{8-35}$$

El flujo total *por polo* en la máquina es

$$\phi = BA_P = \frac{B(2\pi rl)}{P} = \frac{2\pi rlB}{P} \tag{8-36}$$

Por tanto, el voltaje interno generado en la máquina puede ser expresado como

$$E_A = \frac{Zr\omega Bl}{a} \tag{8-33}$$

$$= \left(\frac{ZP}{2\pi a}\right)\left(\frac{2\pi rlB}{P}\right)\omega$$

$$\boxed{E_A = \frac{ZP}{2\pi a}\phi\omega} \tag{8-37}$$

Finalmente

$$\boxed{E_A = K\phi\omega} \tag{8-38}$$

donde

$$\boxed{K = \frac{ZP}{2\pi a}} \tag{8-39}$$

En la práctica industrial moderna, es común expresar la velocidad de la máquina en revoluciones por minuto en lugar de radianes por segundo. Para convertir revoluciones por minuto a radianes por segundo, se utiliza la ecuación

$$\omega = \frac{2\pi}{60} n \tag{8-40}$$

por consiguiente, si la velocidad se expresa en revoluciones por minuto, la ecuación del voltaje es

$$\boxed{E_A = K'\phi n} \tag{8-41}$$

donde

$$\boxed{K' = \frac{ZP}{60a}} \tag{8-42}$$

¿Cuánto par es inducido en la armadura de una máquina dc real? En toda máquina dc, el par depende de tres factores:

1. El flujo ϕ en la máquina
2. La corriente de armadura (o rotor) I_A en la máquina
3. Una constante que depende de la construcción de la máquina

¿Cómo se puede determinar el par sobre el rotor de una máquina real? El par sobre el inducido de una máquina real es igual al número de conductores Z multiplicado por el par sobre cada conductor. Ya se estudió que el par en *cualquier conductor único bajo las caras polares* es

$$\tau_{\text{cond}} = rI_{\text{cond}}lB \tag{8-43}$$

Si hay a trayectorias de corriente en la máquina, entonces la corriente total del inducido I_A se distribuye entre las a trayectorias de corriente; por tanto, la corriente en un solo conductor está dada por

$$I_{\text{cond}} = \frac{I_A}{a} \tag{8-44}$$

y el par en un solo conductor en el motor puede ser expresado como

$$\tau_{\text{cond}} = \frac{rI_A lB}{a} \tag{8-45}$$

Puesto que hay Z conductores, el par inducido total en el rotor de una máquina dc real es

$$\tau_{\text{ind}} = \frac{ZrlBI_A}{a} \tag{8-46}$$

El flujo por polo en esta máquina se puede expresar como

$$\phi = BA_p = \frac{B(2\pi rl)}{P} = \frac{2\pi rlB}{P} \tag{8-47}$$

en consecuencia, el par inducido total se puede expresar como

$$\tau_{\text{ind}} = \frac{ZP}{2\pi a}\phi I_A \tag{8-48}$$

Finalmente,

$$\boxed{\tau_{\text{ind}} = K\phi I_A} \tag{8-49}$$

donde

$$\boxed{K = \frac{ZP}{2\pi a}} \tag{8-39}$$

Ambas ecuaciones, la del voltaje interno generado y la del par inducido dadas antes, son sólo aproximaciones puesto que no todos los conductores en la máquina están bajo las caras polares todo el tiempo y además porque las superficies de cada polo no cubren en su totalidad $1/P$ de la superficie rotórica. Para lograr mayor exactitud, podría utilizarse el número de conductores bajo las caras polares en lugar del número total de conductores sobre el rotor.

Ejemplo 8-3 Un inducido con devanado imbricado dúplex se utiliza en una máquina dc de seis polos con seis grupos de escobillas, cada una de las cuales abarca dos segmentos de conmutación. En el inducido de cada una de ellas hay 72 bobinas de 12 vueltas. El flujo por polo en la máquina es 0.039 Wb, y la máquina rota a 400 r/min.

a) Cuántas trayectorias de corriente hay en esta máquina?
b) Cuál es su voltaje inducido E_A?

Solución

a) El número de trayectorias de corriente en esta máquina es

$$a = mP = 2(6) = 12 \text{ trayectorias de corriente} \tag{8-26}$$

b) El voltaje inducido en la máquina es

$$E_A = K'\phi n \tag{8-41}$$

y

$$K' = \frac{ZP}{60a} \tag{8-42}$$

El número de conductores en esta máquina es

$$\begin{aligned} Z &= 2CN_C \\ &= 2(72)(12) = 1728 \text{ conductores} \end{aligned} \tag{8-22}$$

Entonces, la constante K' es

$$K' = \frac{ZP}{60a} = \frac{(1728)(6)}{(60)(12)} = 14.4$$

Y el voltaje E_A es

$$\begin{aligned} E_A &= K'\phi n \\ &= (14.4)(0.039 \text{ Wb})(400 \text{ r/min}) \\ &= 224.6 \text{ V} \end{aligned}$$

●

Ejemplo 8-4 Un generador dc de 12 polos tiene un inducido de devanado ondulado simple con 144 bobinas de 10 vueltas cada una. La resistencia de cada vuelta es 0.011 W. Su flujo por polo es 0.05 Wb y está girando a velocidad de 200 r/min.

a) ¿Cuántas trayectorias de corriente hay en la máquina?
b) ¿Cuál es el voltaje de armadura inducido en esta máquina?

c) ¿Cuál es la resistencia efectiva de la armadura de esta máquina?
d) Si se conecta una resistencia de 1 kΩ a los terminales de este generador, ¿cuál es el par opuesto inducido resultante sobre el eje de la máquina? (Ignore la resistencia interna del inducido de la máquina).

Solución

a) Hay $a = 2m = 2$ trayectorias de corriente en este devanado.
b) Hay $Z = 2CN_C = 2(144)(10) = 2880$ conductores en este rotor del generador. Entonces,

$$K' = \frac{ZP}{60a} = \frac{(2880)(12)}{(60)(2)} = 288$$

Por tanto, el voltaje inducido es

$$\begin{aligned} E_A &= K'\phi n \\ &= (288)(0.05 \text{ Wb})(200 \text{ r/min}) \\ &= 2880 \text{ V} \end{aligned}$$

c) Hay dos trayectorias paralelas a través del rotor de la máquina, cada una de las cuales consta de Z/2 = 1440 conductores o 720 vueltas. Entonces, la resistencia en cada trayectoria de corriente es

$$\text{Resistencia/trayectoria} = (720 \text{ vueltas})(0.011\ \Omega/\text{vuelta}) = 7.92\ \Omega$$

Puesto que hay dos trayectorias en paralelo, la resistencia efectiva del inducido es

$$R_A = \frac{7.92\ \Omega}{2} = 3.96\ \Omega$$

d) Si se conecta una carga de 1000 Ω a los terminales del generador y se ignora a R_A, entonces fluye una corriente de I = 2880 V/ 1000 Ω = 2.88 A. La constante K está dada por

$$K = \frac{ZP}{2\pi a} = \frac{(2880)(12)}{(2\pi)(2)} = 2750.2$$

Por consiguiente, el par opuesto en el eje del generador es

$$\begin{aligned} \tau_{\text{ind}} &= K\phi I_A = (2750.2)(0.05 \text{ Wb})(2.88 \text{ A}) \\ &= 396 \text{ N} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

8-6 CONSTRUCCIÓN DE LAS MÁQUINAS DC

La figura 8-33 muestra un esquema simplificado de una máquina dc; un diagrama de corte más detallado se muestra en la figura 8-34.

La estructura física de la máquina consta de dos partes: el *estator* o parte estacionaria de la máquina y el *rotor* o parte rotante de la máquina. La parte estacionaria de la máquina consta de una *estructura* que proporciona el soporte físico y las *piezas polares,* las cuales se proyectan hacia dentro y proveen el camino para el flujo magnético en la máquina. Los extremos de las piezas polares cercanos al rotor se extienden hacia fuera, sobre la superficie del rotor, para distribuir el flujo uniformemente sobre la superficie del rotor. Estos extremos son llamados *zapatas polares.* La superficie expuesta de una zapata polar se llama *cara polar* y la distancia entre la cara polar y el rotor se llama *entrehierro.*

En una máquina dc hay dos devanados principales: los devanados del inducido (armadura) y los devanados de campo. Los *devanados del inducido* están definidos como aquellos en los cuales es inducido voltaje, y los *devanados de campo* están definidos como aquellos que producen el flujo magnético principal en la máquina. En una máquina dc corriente, los devanados del inducido están localizados en el rotor y los devanados de campo están localizados en el estator. Debido a que los devanados del inducido están localizados en el rotor, el rotor de una máquina dc es llamado a veces *armadura.*

Mayores detalles de la construcción típica de los motores dc se describen más adelante.

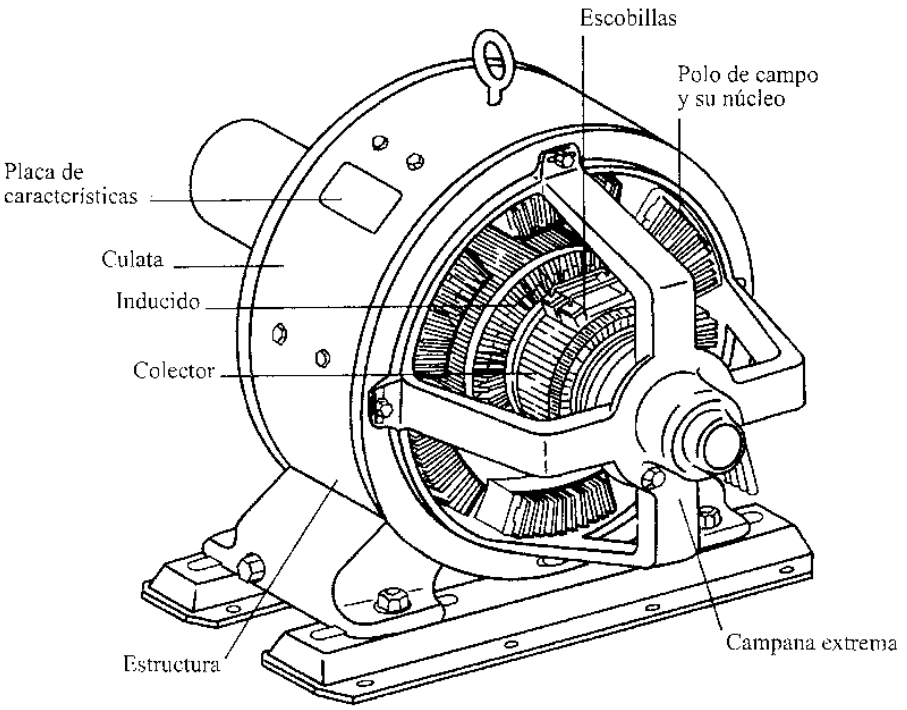
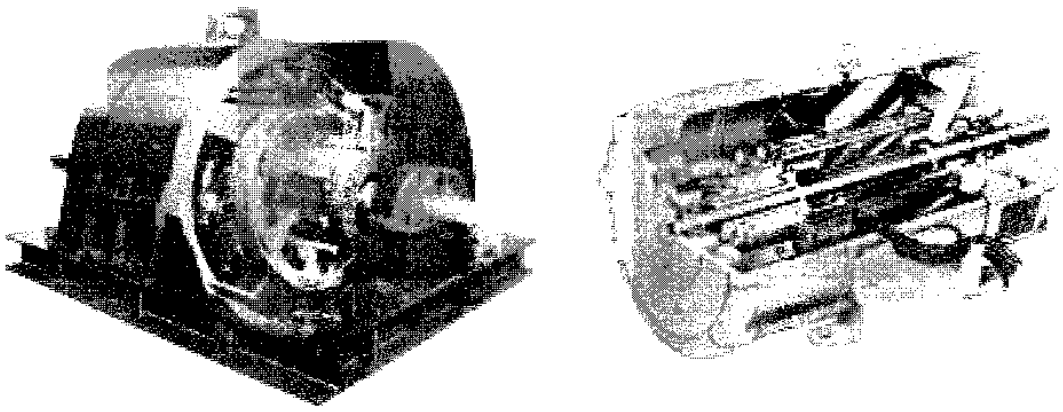


Figura 8-33
Diagrama simplificado de una máquina dc.



a) *b*)

Figura 8-34
a) Vista en corte de una máquina dc de 4000 hp, 700 V, 18 polos, que muestra los devanados de compensación, los interpolos, los compensadores y el colector (*cortesía de General Electric Company*). *b*) Vista en corte de un motor dc pequeño de cuatro polos, que incluye interpolos pero no devanados de compensación (*cortesía de MagneTek Incorporated*).

Construcción de los polos y la estructura

Con frecuencia los polos principales de las viejas máquinas dc se fabricaban en una sola pieza fundida de metal, con los devanados de campo envueltos a su alrededor. Los extremos laminados estaban atornillados para reducir las pérdidas en el núcleo en las caras polares. Puesto que los grupos controladores de estado sólido han llegado a ser comunes, los polos principales de las máquinas más recientes están elaborados por completo en material laminado (*véase* figura 8-35). Esto se debe a que hay mucho mayor contenido alterno en la potencia suministrada a los motores dc alimentados por estos grupos controladores de estado sólido, lo cual origina pérdidas mucho mayores en los estatores de las máquinas, debidas a las corrientes parásitas. Las caras polares son típicamente *achaflanadas* o *excéntricas* en su construcción, lo cual significa que los extremos de una cara polar son ligeramente más espaciados de la superficie del rotor que el centro de la cara polar (*véase* figura 8-36). Esta acción aumenta la reluctancia en los extremos de la cara polar y reduce el efecto de agrupamiento del flujo ocasionado por la reacción del inducido en la máquina.

Los polos de las máquinas dc se llaman *polos salientes* porque se proyectan hacia fuera de la superficie del estator.

Los interpolos en las máquinas dc están localizados entre los polos principales. En ellos es cada vez más común la construcción laminada debido a los mismos problemas de pérdidas que ocurren en los polos principales.

Algunos fabricantes están también construyendo en láminas la porción de la estructura que sirve como camino de retorno al flujo magnético (la *culata*) para reducir más las pérdidas en el núcleo en motores controlados electrónicamente.

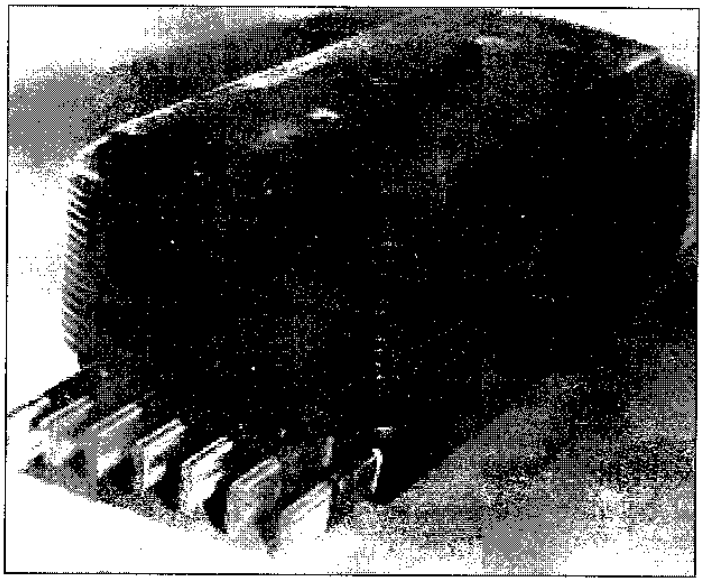


Figura 8-35
Conjunto del polo de campo principal para un motor dc. Nótense las láminas del polo y los devanados de compensación (*cortesía de General Electric Company*).

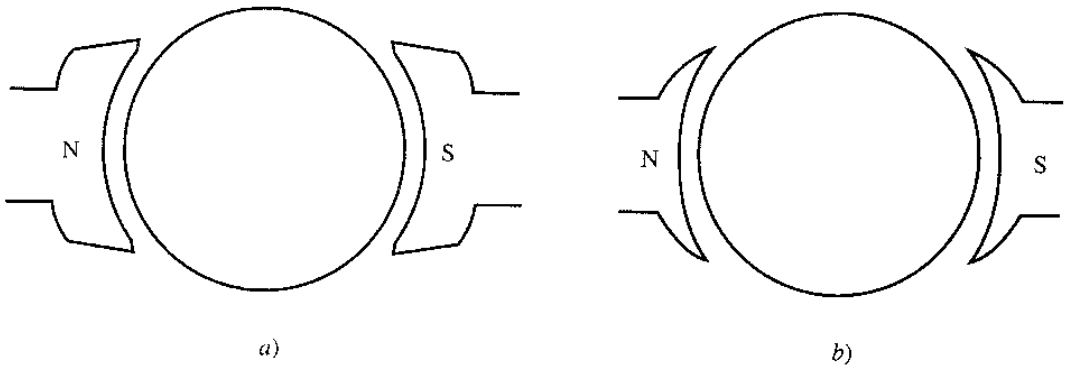


Figura 8-36
Polos con amplitud de entrehierro adicional en los extremos para reducir la reacción del inducido. *a*) Polos achaflanados; *b*) polos excéntricos o uniformemente nivelados.

Construcción del rotor o armadura

El rotor o armadura de una máquina dc consiste en un eje maquinado de una barra de acero y un núcleo montado sobre él. El núcleo está compuesto de muchas láminas troqueladas de una placa de acero, con ranuras a lo largo de su superficie exterior para alojar los devanados del inducido. El colector está construido sobre el eje del rotor en un extremo del núcleo. Las bobinas del inducido se disponen en las ranuras del núcleo, como se describió en la sección 8-4, y sus extremos están conectados a los segmentos de conmutación. La figura 8-37 muestra el rotor de una gran máquina dc.

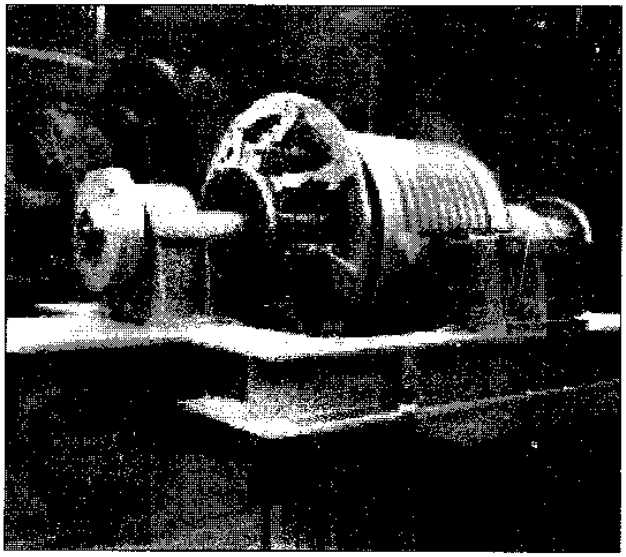


Figura 8-37
Fotografía de una máquina dc. La mitad superior del estator está al descubierto para mostrar la construcción de su rotor (*cortesía de General Electric Company*).

Colector y escobillas

En una máquina dc (figura 8-38), el colector está hecho de barras de cobre aislado con mica. Las barras de cobre se fabrican suficientemente gruesas para permitir un desgaste normal durante la vida útil del motor. El aislamiento de mica entre los segmentos de conmutación es más duro que el material del colector en sí; en consecuencia, con el paso del tiempo es necesario *socavar* el aislamiento del colector para asegurarse de que no sobresalga por encima del nivel de las barras de cobre.

Las escobillas de la máquina, elaboradas en carbón, grafito, metal grafitado o una mezcla de carbón y grafito, tienen una alta conductividad para reducir pérdidas eléctricas, y tienen bajo coeficiente de rozamiento para reducir el desgaste excesivo. Se fabrican deliberadamente de un material mucho más blando que el de los segmentos del colector para que la superficie de éste se desgaste muy poco. Escoger el grado de dureza de las escobillas es difícil: si las escobillas son demasiado blandas, deberán ser remplazadas con bastante frecuencia; si son demasiado duras, la superficie del colector se desgastará en exceso durante la vida útil de la máquina.

Todo desgaste ocurrido en la superficie del colector es resultado directo del rozamiento obligatorio de las escobillas con ella para convertir el voltaje ac de los conductores del rotor en voltaje dc en los terminales de la máquina. Si la presión de las escobillas es muy grande, tanto las escobillas como las barras del colector se desgastarán demasiado; sin embargo, si la presión de ellas es muy pequeña, las escobillas tienden a apoyarse ligeramente sobre el colector y ocurre una gran cantidad de chisporroteo en la interfaz escobilla-segmento de conmutación. Este chisporroteo es igualmente dañino para las escobillas y para la superficie del colector. Por tanto, la presión de la escobilla sobre la superficie del colector se debe ajustar con cuidado para lograr el máximo de vida.

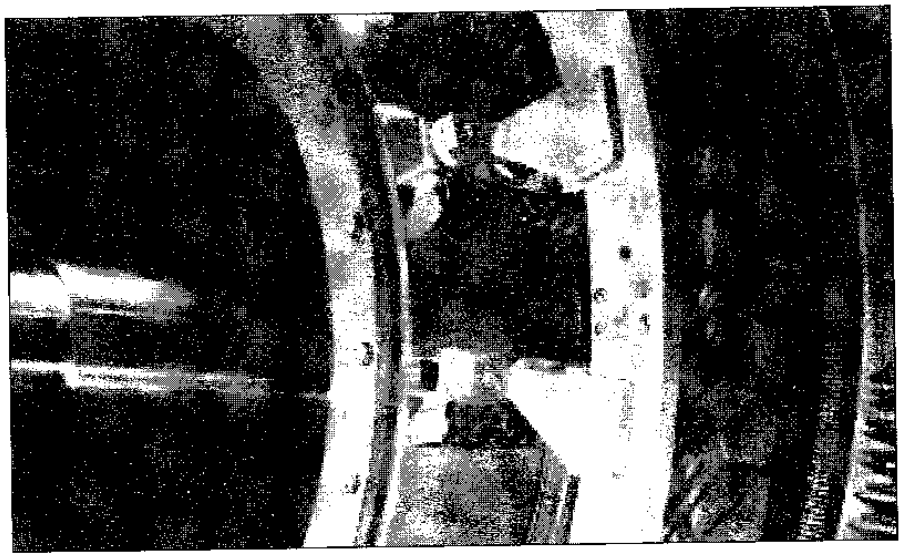


Figura 8-38
Fotografía de primer plano del colector y las escobillas de una gran máquina dc (*cortesía de General Electric Company*).

Otro factor que afecta el desgaste de las escobillas y los segmentos del colector de una máquina dc es la cantidad de corriente que fluye en la máquina. Normalmente, las escobillas descansan en la superficie del colector sobre una delgada capa de óxido que lubrica el movimiento de la escobilla sobre los segmentos. Sin embargo, si la corriente es muy pequeña, esta capa se desintegra y aumenta más la fricción entre las escobillas y el colector. Este aumento de rozamiento contribuye a un rápido desgaste. Para maximizar la vida de la escobilla, la máquina debe cargarse por lo menos parcialmente todo el tiempo.

Aislamiento de los devanados

Además del colector, la parte más crítica del diseño de un motor dc es el aislamiento de sus devanados. Si se avería el aislamiento de los devanados del motor, éste se cortocircuita. La reparación de una máquina con aislamiento en corto es muy costosa, si es posible repararla. Para evitar que se dañe el aislamiento de los devanados de las máquinas por sobrecalentamiento, es necesario limitar la temperatura de los devanados. Esto se puede lograr de manera parcial proporcionándoles refrigeración por aire pero, en últimas, la máxima temperatura de los devanados limita la potencia máxima suministrada continuamente por la máquina.

El aislamiento casi nunca se rompe de inmediato a una temperatura crítica. En cambio, el incremento de la temperatura produce una degradación paulatina del aislamiento haciéndolo susceptible de falla por otras causas como impacto, vibración o esfuerzo eléctrico. Una antigua regla práctica dice que la expectativa de vida de un motor con un aislamiento dado se reduce a la mitad por cada 10% de elevación de la temperatura del devanado. Esta regla se aplica aun hoy día, hasta cierto punto.

Para estandarizar los límites de temperatura del aislamiento de las máquinas en los Estados Unidos, la National Electrical Manufacturers Association (NEMA) definió una serie de *clases de sistemas de aislamiento.* Cada clase especifica la máxima elevación permisible de temperatura para cada tipo de aislamiento. Existen cuatro clases de aislamiento estándar NEMA para motores dc de caballo de fuerza-integral*: A, B, F y H. Cada clase representa una temperatura permisible en el devanado, mayor que la anterior. Por ejemplo, si se mide con termómetro la elevación de temperatura sobre la temperatura ambiente en el devanado del inducido en un tipo de motor dc de operación continua, se debe limitar a 70°C para el de clase A de aislamiento, 100°C para el de la clase B, 130°C para el de la clase F y 155°C para el de la clase H.

Estas especificaciones de temperatura se explican en gran detalle en la norma NEMA MG1-1993, *Motores y generadores.* La International Electrotechnical Commission (IEC) y varias organizaciones de normalización en otros países definieron normas similares.

8-7 FLUJO DE POTENCIA Y PÉRDIDAS EN MÁQUINAS DC

Los generadores dc toman potencia mecánica y producen potencia eléctrica, mientras que los motores dc toman potencia eléctrica y producen potencia mecánica. En cualquier caso, no toda la potencia de entrada a la máquina es útil en el otro lado *pues siempre* hay alguna pérdida asociada al proceso.

La eficiencia de una máquina dc se define por la ecuación

$$\eta = \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} \times 100\% \tag{8-50}$$

La diferencia entre la potencia de entrada y la de salida de la máquina son las pérdidas que ocurren en su interior. Entonces,

$$\eta = \frac{P_{\text{out}} - P_{\text{perd.}}}{P_{\text{in}}} \times 100\% \tag{8-51}$$

Pérdidas en máquinas dc

Las pérdidas que ocurren en las máquinas dc se pueden dividir en cinco categorías básicas:

1. Pérdidas eléctricas o pérdidas en el cobre (pérdidas I^2R)
2. Pérdidas en las escobillas

* *N. del T.* Un motor de caballo de fuerza integral corresponde, según los términos de la IEEE, a un motor empotrado en una estructura tan grande o mayor que la de un motor de construcción abierta que tenga una capacidad continua de 1 hp a 1700-1800 revoluciones por minuto.

3. Pérdidas en el núcleo
4. Pérdidas mecánicas
5. Pérdidas misceláneas o dispersas

PÉRDIDAS ELÉCTRICAS O PÉRDIDAS EN EL COBRE. Las pérdidas en el cobre ocurren en los devanados del inducido y del campo de la máquina. Para los devanados del inducido y del campo, las pérdidas en el cobre están dadas por

$$\text{Pérdidas en el inducido: } P_A = I^2_A R_A \tag{8-52}$$

$$\text{Pérdidas en el campo: } P_F = I^2_F R_F \tag{8-53}$$

donde P_A = pérdidas en el inducido
P_F = pérdidas en el circuito de campo
I_A = corriente del inducido
I_F = corriente de campo
R_A = resistencia del inducido
R_F = resistencia del campo

La resistencia utilizada en estos cálculos es la resistencia del devanado a la temperatura normal de operación.

PÉRDIDAS EN LAS ESCOBILLAS. Las pérdidas por caída en las escobillas corresponden a la potencia perdida a través del contacto potencial en las escobillas de la máquina. Están dadas por la ecuación

$$P_{BD} = V_{BD} I_A \tag{8-54}$$

donde P_{BD} = Pérdidas por caída en las escobillas
V_{BD} = Caída de voltaje en la escobilla
I_A = Corriente del inducido

Las pérdidas en las escobillas se calculan de este modo porque la caída de voltaje a través de un conjunto de escobillas es aproximadamente constante en un amplio rango de corrientes del inducido. A menos que se especifique lo contrario, se supone que es normal la caída de voltaje en las escobillas: alrededor de 2 V.

PÉRDIDAS EN EL NÚCLEO. Las pérdidas en el núcleo son las pérdidas por histéresis y por corrientes parásitas que ocurren en el metal del motor. Estas pérdidas, descritas en el capítulo 1, varían con el cuadrado de la densidad de flujo (B^2) y, en el rotor, con la 1.5ésima potencia de la velocidad de rotación ($n^{1.5}$).

PÉRDIDAS MECÁNICAS. Las pérdidas mecánicas en una máquina dc son las pérdidas asociadas a los efectos mecánicos. Hay dos tipos básicos de pérdidas mecánicas: *rozamiento propio* y *rozamiento con el aire*. Las pérdidas por rozamiento propio son las causadas por fricción de los rodamientos de la máquina, mientras que las pérdidas por rozamiento con el aire son las causadas por fricción entre las partes móviles de la máquina y el aire encerrado en la estructura de ella. Estas pérdidas varían con el cubo de la velocidad de rotación de la máquina.

PÉRDIDAS DISPERSAS (O PÉRDIDAS MISCELÁNEAS). Las pérdidas dispersas son aquellas que no se pueden clasificar en alguna de las categorías indicadas anteriormente. No tiene importancia el cuidado con que se contabilicen las pérdidas, pues casi siempre algunas quedan por fuera de las categorías mencionadas. Todas esas pérdidas se reúnen en las pérdidas misceláneas. Para la mayoría de las máquinas, las pérdidas misceláneas se toman convencionalmente como el 1% de la plena carga.

Diagrama de flujo de potencia

Una de las técnicas más apropiadas para explicar las pérdidas de potencia en una máquina es el *diagrama de flujo de potencia*. La figura 8-39*a* muestra un diagrama de flujo de potencia para un generador dc. En esta figura, se suministra potencia mecánica a la máquina y luego se restan las pérdidas misceláneas, las pérdidas mecánicas y las pérdidas en el núcleo. Después de restadas esas pérdidas, se convierte la potencia mecánica restante en potencia eléctrica en el punto indicado P_{conv}. La potencia mecánica convertida está dada por

$$\boxed{P_{\text{conv}} = \tau_{\text{ind}}\omega_m} \tag{8-55}$$

y la potencia eléctrica resultante está dada por

$$\boxed{P_{\text{conv}} = E_A I_A} \tag{8-56}$$

Sin embargo, ésta no es la potencia que aparece en los terminales de la máquina. Antes de alcanzar los terminales, deben restarse las pérdidas eléctricas I^2R y las pérdidas en las escobillas.

En el caso de los motores dc, este diagrama de flujo de potencia simplemente se invierte. El diagrama de flujo de potencia de un motor se muestra en la figura 8-39*b*.

En los próximos dos capítulos se introducirán ejercicios de ejemplo de cálculo de eficiencias de motores y generadores.

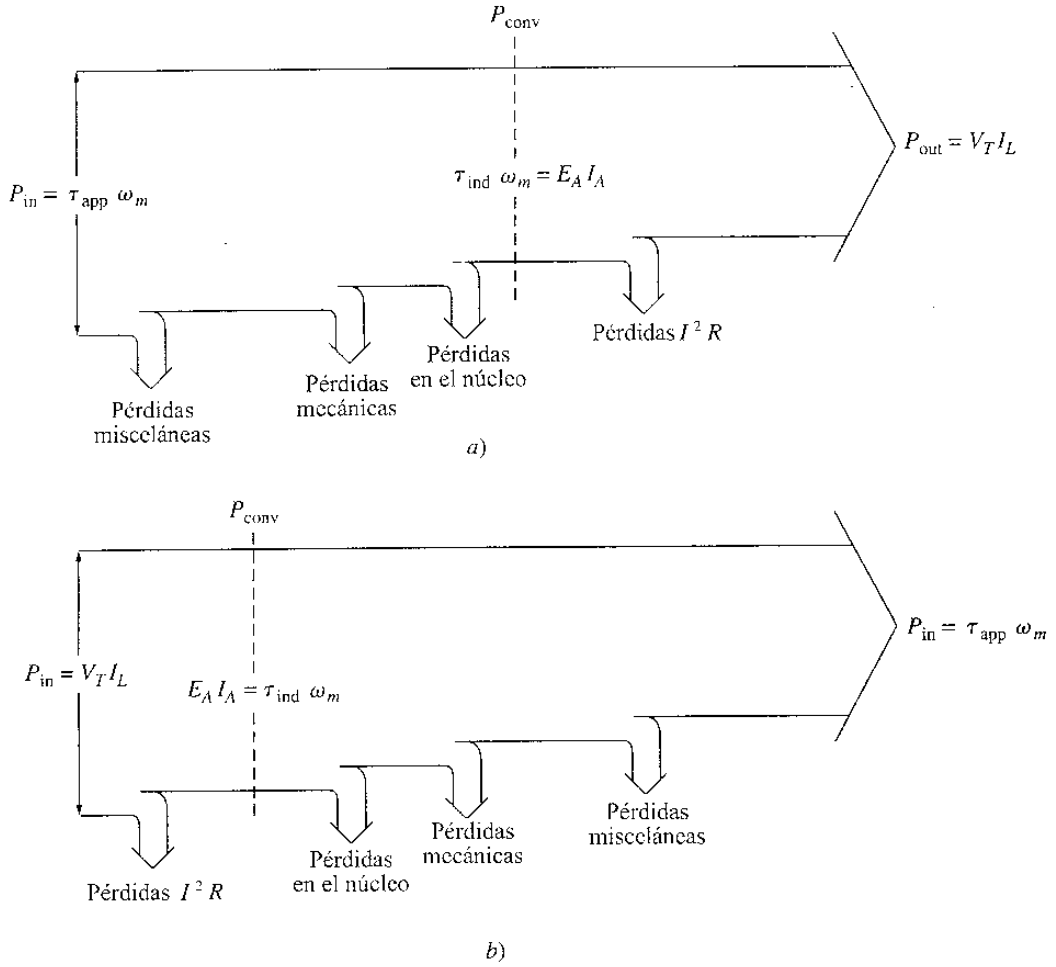


Figura 8-39
Diagramas de flujo de potencia para una máquina dc: *a*) generador; *b*) motor.

8-8 RESUMEN

Las máquinas dc convierten potencia mecánica en potencia eléctrica dc, y viceversa. En este capítulo, se explicaron primero los principios básicos de operación de la máquina dc mediante la observación de una máquina lineal sencilla y luego, de una máquina que sólo consta de una espira rotacional.

Se introdujo el concepto de conmutación como técnica para convertir el voltaje ac en los conductores del rotor a una salida dc y se analizaron los problemas presentados. También se examinaron las distribuciones posibles de los conductores en devanados en un rotor dc (devanados imbricados y ondulados).

Después se dedujeron ecuaciones para el voltaje y el par inducido en una máquina dc, y se describió la construcción física de las máquinas. Por último se describieron los tipos de pérdidas en aquéllas y se relacionaron con la eficiencia de operación.

PREGUNTAS Y TEMAS DE ANÁLISIS

8-1 ¿Qué es conmutación? ¿Cómo puede convertir un conmutador voltajes ac del inducido de la máquina a voltajes dc en sus terminales?

8-2 ¿Por qué la curvatura de las caras polares de una máquina dc contribuye a uniformar el voltaje de la salida dc de ella?

8-3 ¿Qué es el factor de paso de una bobina?

8-4 Explique el concepto de grados eléctricos. En relación con el ángulo mecánico del eje de la máquina, ¿cómo es el ángulo eléctrico del voltaje en un conductor del rotor.

8-5 ¿Qué es paso de conmutación?

8-6 ¿Qué es la multiplicidad de un devanado del inducido?

8-7 ¿En qué difieren los devanados imbricados de los devanados ondulados?

8-8 ¿Qué son los compensadores? ¿Por qué se requieren en una máquina con devanados imbricados y no en una máquina con devanados ondulados?

8-9 ¿Qué es reacción del inducido? ¿Cómo afecta la operación de una máquina dc?

8-10 Explique el problema del voltaje $L\ di/dt$ en los conductores bajo conmutación.

8-11 ¿Cómo afecta el desplazamiento de las escobillas el problema de chisporroteo en las máquinas dc?

8-12 ¿Qué son polos de conmutación? ¿Cómo se utilizan?

8-13 ¿Qué son devanados de compensación? ¿Cuál es su desventaja más grave?

8-14 ¿Por qué se utilizan polos laminados en la construcción de las máquinas modernas?

8-15 ¿Qué es clase de aislamiento?

8-16 ¿Qué tipos de pérdidas se presentan en una máquina dc?

EJERCICIOS

8-1 La siguiente información se refiere a la espira rotatoria sencilla mostrada en la figura 8-6:

$$B = 0.4\ \text{T} \qquad V_B = 48\ \text{V}$$
$$l = 0.5\ \text{m} \qquad R = 0.4\ \Omega$$
$$r = 0.25\ \text{m} \qquad \omega = 500\ \text{rad/s}$$

a) ¿Está operando esta máquina como motor o como generador? Explique su respuesta.

b) ¿Cuál es la corriente i que fluye hacia dentro o hacia fuera de la máquina? ¿Cuál es la potencia que fluye hacia dentro o hacia fuera de la máquina?

c) Si se cambiara la velocidad del rotor a 550 rad/s, ¿que ocurriría con la corriente que fluya hacia dentro o hacia fuera de la máquina?

d) Si se cambiara la velocidad del rotor a 450 rad/s, ¿qué ocurriría al flujo de corriente hacia adentro o hacia fuera de la máquina?

8-2 Con referencia a la máquina sencilla de dos polos y ocho bobinas mostrada en la figura P8-1, se da la siguiente información:

$B = 1.0\ \text{T}$	en el entrehierro
$l = 0.3\ \text{m}$	(longitud de los lados de la bobina)
$r = 0.08\ \text{m}$	(radio de la bobina)
$n = 1700\ \text{r/min}$	En sentido contrario a las manecillas del reloj

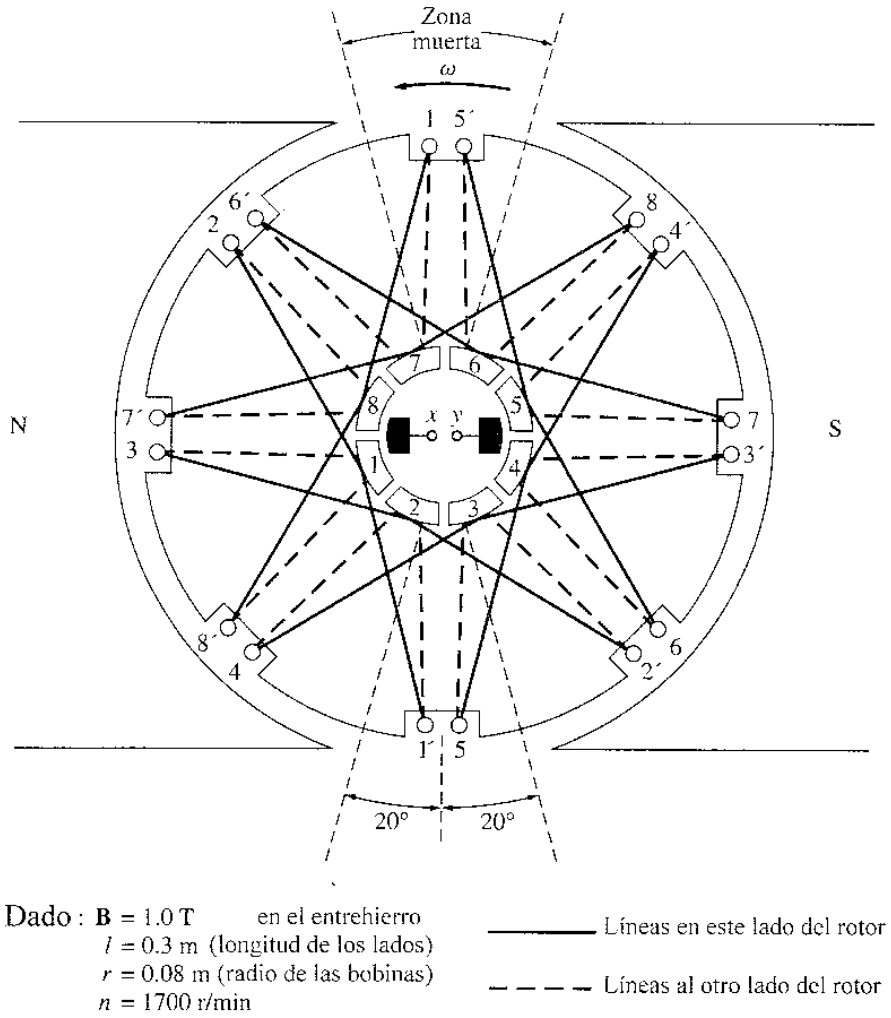


Figura P8-1
Máquina del ejercicio 8-2.

La resistencia de cada bobina del rotor es 0.04 Ω.

a) ¿Es progresivo o regresivo el devanado del inducido mostrado?
b) ¿Cuántas trayectorias de corriente hay en el inducido de esta máquina?
c) ¿Cuáles son la magnitud y polaridad del voltaje en las escobillas de esta máquina?
d) ¿Cuál es la resistencia R_A del inducido de esta máquina?
e) Si se conecta una resistencia de 10 Ω a los terminales de la máquina, ¿cuánta corriente fluye en ella? Considere la resistencia interna de la máquina para determinar el flujo de corriente.
f) ¿Cuáles son la magnitud y dirección del par inducido resultante?
g) Si la velocidad de rotación y la densidad de flujo magnético son constantes, dibuje el voltaje en los terminales de esta máquina en función de la corriente tomada de ella.

8-3 Demuestre que la ecuación para el voltaje inducido de una espira sencilla rotatoria

$$e_{\text{ind}} = \frac{2}{\pi}\phi\omega \tag{8-6}$$

es justamente un caso especial de la ecuación general para el voltaje inducido en una máquina dc

$$E_A = K\phi\omega \tag{8-38}$$

8-4 Una máquina dc tiene ocho polos y corriente nominal de 120 A. ¿Cuánta corriente fluirá en cada trayectoria en condiciones nominales si el inducido es *a*) de devanado imbricado simple, *b*) de devanado imbricado dúplex, *c*) de devanado ondulado simple?

8-5 ¿Cuántas trayectorias de corriente paralelas habrá en el inducido de una máquina de 20 polos si tiene devanado *a*) imbricado simple, *b*) ondulado dúplex, *c*) imbricado tríplex, *d*) ondulado cuádruplex?

8-6 La potencia convertida de una forma a otra dentro de un motor dc fue dada por

$$P_{\text{conv}} = E_A I_A = \tau_{\text{ind}}\omega_m$$

Utilice las ecuaciones para E_A y τ_{ind} [ecuaciones (8-38) y (8-49)] para demostrar que $E_A I_A = \tau_{\text{ind}}\omega_m$, esto es, demuestre que la potencia eléctrica que desaparece en el punto de conversión de potencia es exactamente igual a la potencia mecánica que aparece en ese punto.

8-7 Un generador dc de ocho polos, 25 kW, 120 V, tiene un inducido con devanado imbricado dúplex de 64 bobinas, cada una de las cuales tiene 10 vueltas. Su velocidad nominal es 3600 r/min.

a) ¿Cuánto flujo por polo se requiere para producir el voltaje nominal en condiciones de vacío en este generador?

b) ¿Cuál es la corriente por trayectoria en el inducido de este generador con la carga nominal?

c) ¿Cuál es el par inducido en esta máquina en condiciones de carga nominal?

d) ¿Cuántas escobillas debe tener este generador? ¿Qué ancho debe tener cada una?

e) Si la resistencia de este devanado es 0.011 Ω por vuelta, ¿cuál es la resistencia R_A del inducido de esta máquina?

8-8 La figura P8-2 muestra un motor dc pequeño de 2 polos con 8 bobinas de rotor y 4 vueltas por bobina. El flujo por polo en esta máquina es 0.0125 Wb.

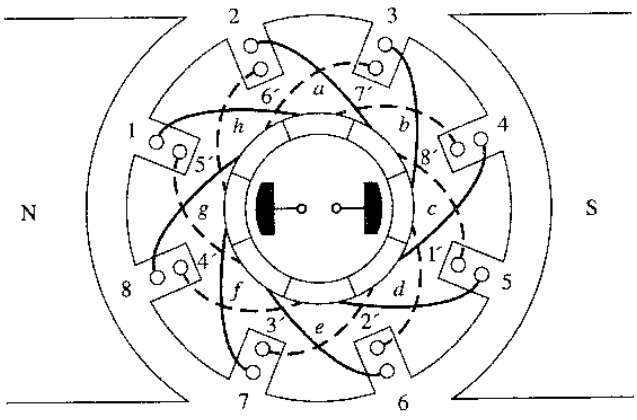
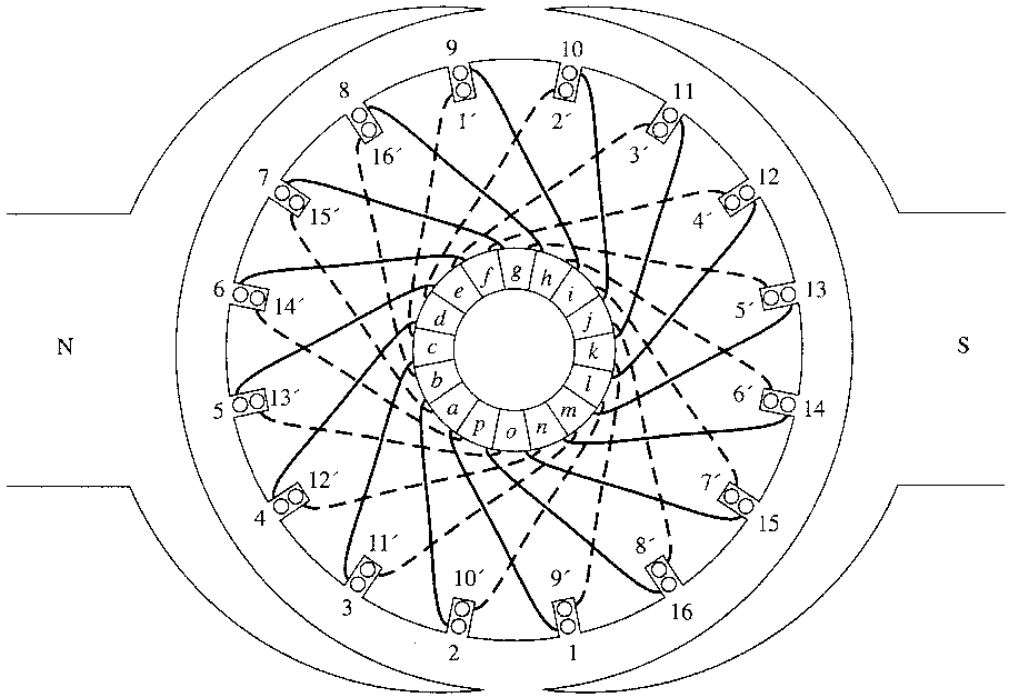
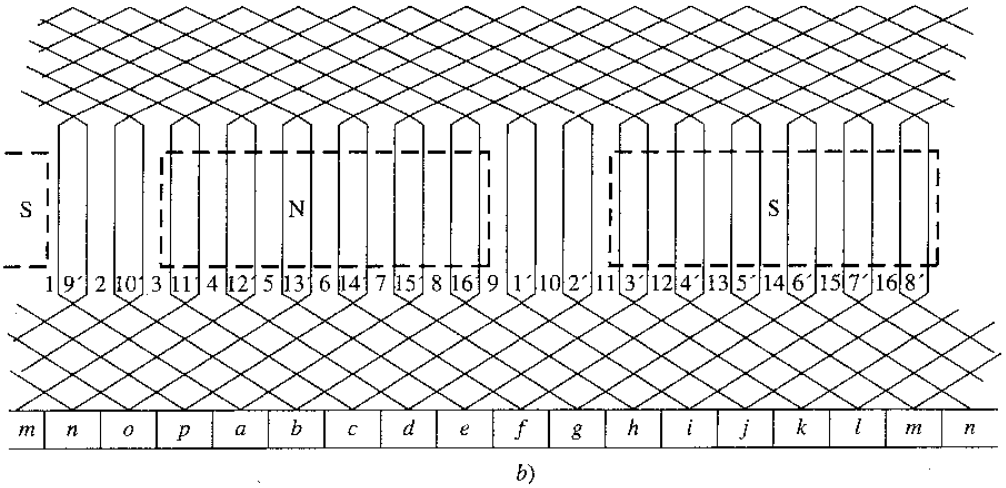


Figura P8-2
Máquina del ejercicio 8-8.

a) Si se conecta este motor a una batería de automóvil, 12 V dc, ¿cuál será su velocidad en vacío?
b) Si el terminal positivo de la batería se conecta a la escobilla de la derecha del motor, ¿en qué forma girará?
c) Si se carga el motor de tal forma que consuma 50 W de la batería, ¿cuál será el par inducido del motor? (Ignore cualquier resistencia interna en el motor).



a)



b)

Figura P8-3
a) Máquina del ejercicio 8-9. *b*) Diagrama del devanado del inducido de esta máquina.

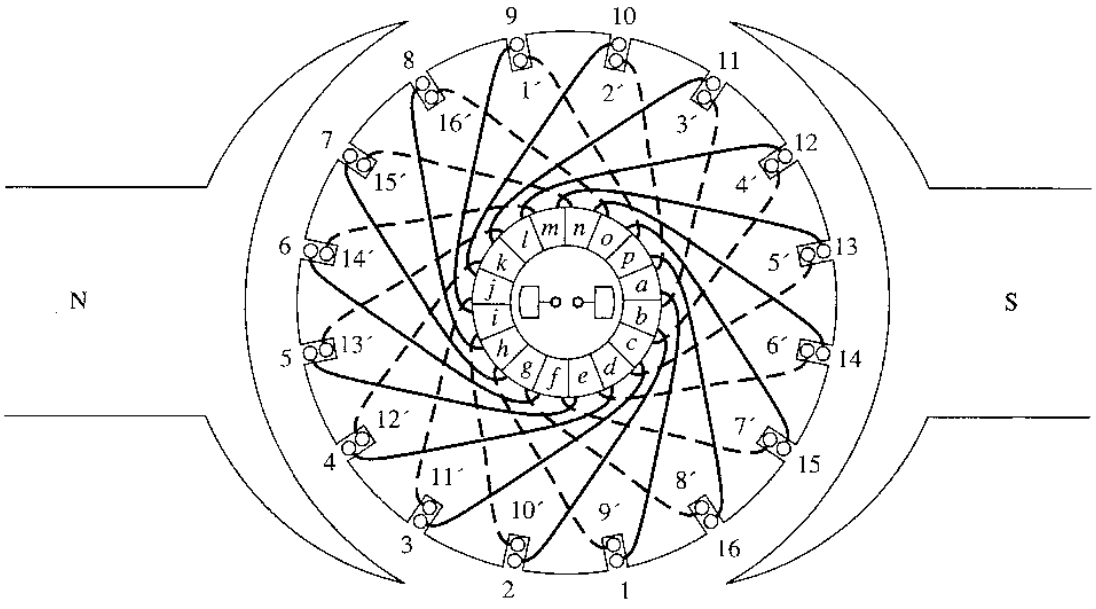


Figura P8-4
Máquina del ejercicio 8-10.

8-9 Con referencia al devanado de la máquina mostrada en la figura P8-3:
- *a*) ¿Cuántas trayectorias paralelas de corriente hay a través de este devanado del inducido?
- *b*) ¿Dónde deberían estar localizadas las escobillas de esta máquina para lograr una conmutación adecuada? ¿Cuál debería ser su ancho?
- *c*) ¿Cuál es la multiplicidad de esta máquina?
- *d*) Si el voltaje de un solo conductor situado bajo las caras polares en esta máquina es e, ¿cuál es el voltaje en sus terminales?

8-10 Describa en detalle el devanado de la máquina mostrada en la figura P8-4. Si se aplica un voltaje positivo a la escobilla bajo la cara polar norte, ¿en qué forma rotará este motor?

REFERENCIAS

1. Del Toro, V. *Electric Machines and Power Systems.* Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1985.
2. Fitzgerald, A. E., C. Kingsley, Jr., and S. D. Umans. *Electric Machinery.* 5th ed. New York: McGraw-Hill, 1990.
3. Hubert, Charles I. *Preventative Maintenance of Electrical Equipment.* 2nd ed. New York: McGraw-Hill, 1969.
4. Kosow, Irving L. *Electric Machinery and Transformers.* Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall, 1972.
5. National Electrical Manufacturers Association. *Motors and Generators,* Publication MG1-1993, Washington, D.C., 1993.
6. Siskind, Charles. *Direct Current Machinery.* New York: McGraw-Hill, 1952.
7. Wernink, E. H. (ed.). *Electric Motor Handbook.* London: McGraw-Hill, 1978.

CAPÍTULO 9

MOTORES Y GENERADORES DC

Los motores de corriente directa son máquinas dc utilizadas como motores; y los generadores dc son máquinas dc utilizadas como generadores. Como se anotó en el capítulo 8, la misma máquina física puede operar como motor o como generador, dependiendo de la dirección del flujo de potencia a través de ella. Este capítulo examina los diferentes tipos de motores dc que se pueden fabricar y explica las ventajas y desventajas de cada uno de ellos. Se incluye una discusión sobre el arranque del motor dc y los controles de estado sólido. El capítulo concluye con un análisis de los generadores dc.

9-1 INTRODUCCIÓN A LOS MOTORES DC

Los primeros sistemas de potencia en los Estados Unidos fueron sistemas dc pero, hacia los años de 1890, los sistemas de potencia ac fueron primando sobre los sistemas dc. A pesar de este hecho, los motores dc continuaron siendo una fracción importante de la maquinaria comprada cada año hasta los años de 1960 (esa fracción declinó en los últimos 30 años). ¿Por qué fueron tan comunes los motores dc si los sistemas de potencia dc en sí fueron raros?

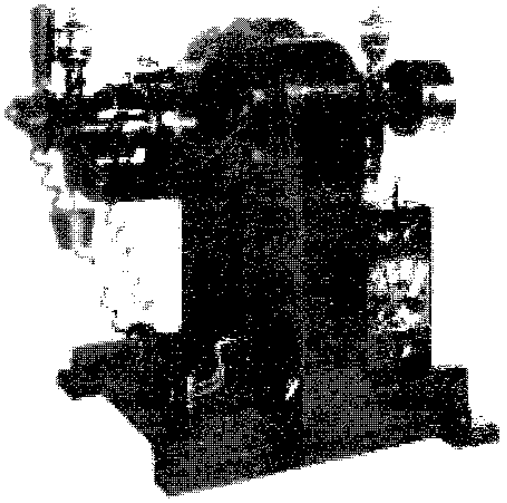
Hubo varias razones para la popularidad prolongada de los motores dc. Una fue que los sistemas de potencia dc son comunes aun en automóviles, camiones y aviones. Cuando un vehículo tiene un sistema de potencia dc, tiene sentido considerar el uso de los motores dc. Los motores dc también se aplicaban cuando se requerían amplias variaciones de velocidad. Antes de la amplia difusión del uso de inversores rectificadores de potencia electrónicos, los motores dc no fueron igualados en aplicaciones de control de velocidad. Aunque no se tuviera fuente de potencia dc, los rectificadores de estado sólido y los circuitos recortadores se utilizaron para crear la potencia necesaria; los motores dc se utilizaron para proveer el control de velocidad deseado (hoy en día se prefieren los motores de inducción con grupos de controladores de estado sólido para la mayoría de las aplicaciones de control de velocidad. Sin embargo, hay todavía aplicaciones donde se prefieren los motores dc).

Los motores dc se comparan frecuentemente por sus regulaciones de velocidad. La *regulación de velocidad* (SR) de un motor se define como

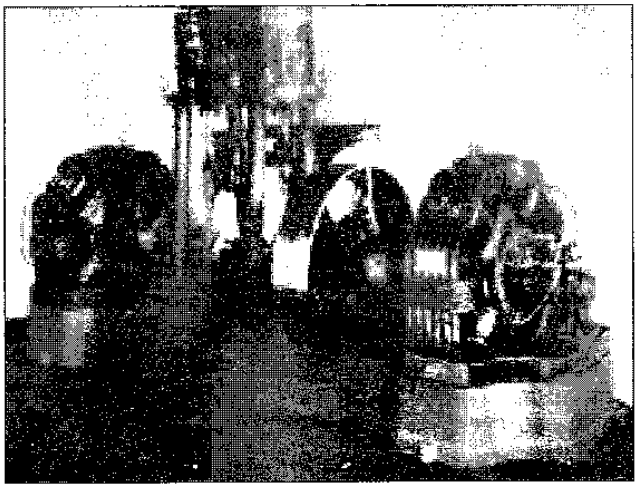
$$\boxed{\text{SR} = \frac{\omega_{\text{nl}} - \omega_{\text{fl}}}{\omega_{\text{fl}}} \times 100\%} \tag{9-1}$$

$$\boxed{\text{SR} = \frac{n_{\text{nl}} - n_{\text{fl}}}{n_{\text{fl}}} \times 100\%} \tag{9-2}$$

Es una medida aproximada de la forma de la característica par-velocidad de un motor; una regulación de velocidad positiva significa que la velocidad del motor disminuye con el aumento de carga y una regulación negativa de velocidad significa que la velocidad aumenta cuando aumenta la carga. La magnitud de la regulación de velocidad dice, aproximadamente, qué tan empinada es la pendiente de la curva par-velocidad.



a)



b)

Figura 9-1
Primeros motores dc. *a*) Uno de los primeros motores dc, construido por Elihu Thompson en 1886. Su capacidad era de cerca de ½ hp (*cortesía de General Electric Company*). *b*) Motor dc más grande, de cuatro polos, de cerca de comienzos del siglo. Nótese la manivela para desplazar las escobillas al plano neutral (*cortesía de General Electric Company*).

Los motores dc son, claro está, accionados por una fuente de potencia dc. A menos que se especifique otra cosa, *se supone que el voltaje de entrada es constante*, puesto que esta suposición simplifica el análisis de los motores y la comparación entre los diferentes tipos de ellos.

Hay cinco clases principales de motores dc de uso general:

1. El motor dc de excitación separada
2. El motor dc con excitación en derivación
3. El motor dc de imán permanente
4. El motor dc serie
5. El motor dc compuesto

Cada uno de estos tipos de motor dc se examinará por separado.

9-2 CIRCUITO EQUIVALENTE DEL MOTOR DC

En la figura 9-2 se muestra el circuito equivalente de un motor dc. En esta figura, el circuito del inducido está representado por una fuente ideal de voltaje E_A y una resistencia R_A. Esta representación es el equivalente Thevenin de la estructura total del rotor, incluidas las bobinas del rotor, los interpolos y los devanados de compensación, si los hay. La caída de voltaje en la escobilla está representada por una pequeña batería $V_{esc.}$ opuesta en dirección al flujo de corriente de la máquina. Las bobinas de campo que producen el flujo magnético en el generador están representadas por la inductancia L_F y la resistencia R_F. La resistencia separada R_{adj} representa una resistencia exterior variable, utilizada para controlar la cantidad de corriente en el circuito de campo.

Existen algunas variantes y simplificaciones de este circuito equivalente básico. Con frecuencia, el voltaje de caída en la escobilla es sólo una pequeña fracción del voltaje generado en una máquina. En casos en los cuales no es demasiado crítico, el voltaje de caída en la escobilla puede despreciarse o incluirse aproximadamente en el valor de R_A. A veces, la resistencia interna de las bobinas de campo también se agrupa con la resistencia variable y a este total se le llama R_F (*véase* figura 9-2*b*). Una tercera variante es aquella en la cual los generadores tienen más de una bobina de campo, todo lo cual aparecerá en el circuito equivalente.

El voltaje interno generado en esta máquina está dado por la ecuación

$$\boxed{E_A = K\phi\omega} \tag{8-38}$$

y el par inducido desarrollado por la máquina está dado por

$$\boxed{\tau_{\text{ind}} = K\phi I_A} \tag{8-49}$$

Estas dos ecuaciones, la correspondiente a la ley de voltajes de Kirchhoff del circuito del inducido y la curva de magnetización de la máquina, son las herramientas necesarias para analizar el comportamiento y el funcionamiento de un motor dc.

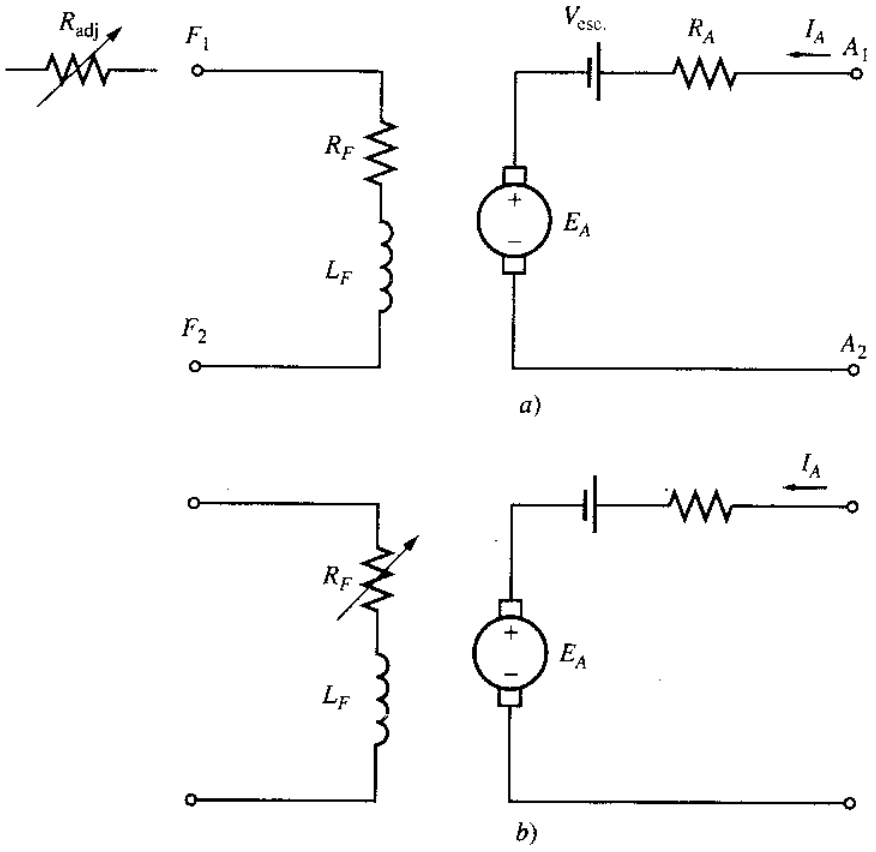


Figura 9-2

a) Circuito equivalente de un motor dc. *b*) Circuito equivalente simplificado en que se elimina la caída de voltaje en la escobilla y se combina R_{adj} con la resistencia de campo.

9-3 CURVA DE MAGNETIZACIÓN DE UNA MÁQUINA DC

El voltaje interno generado E_A de un motor o generador dc está dado por la ecuación (8-38):

$$\boxed{E_A = K\phi\omega} \tag{8-38}$$

En consecuencia, E_A es directamente proporcional al flujo en la máquina y a la velocidad de rotación de ella. ¿Cómo se relaciona el voltaje interno generado con la corriente de campo de la máquina?

La corriente de campo en una máquina dc produce una fuerza magnetomotriz de campo dada por $\mathcal{F} = N_F I_F$, la cual produce un flujo en la máquina de acuerdo con la curva de magnetización (figura 9-3). Puesto que la corriente de campo es directamente proporcional a la fuerza magnetomotriz y E_A es directamente proporcional al flujo, es costumbre presentar la curva de magnetización como la gráfica de E_A contra la corriente de campo a una velocidad ω_0 dada (figura 9-4).

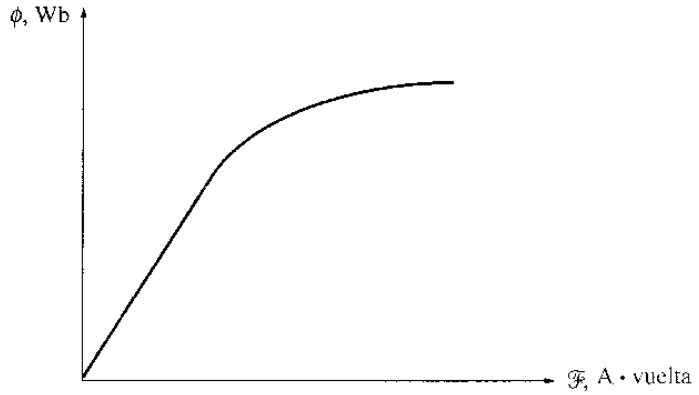


Figura 9-3
Curva de magnetización de un material ferromagnético (ϕ contra $\mathcal{F}$).

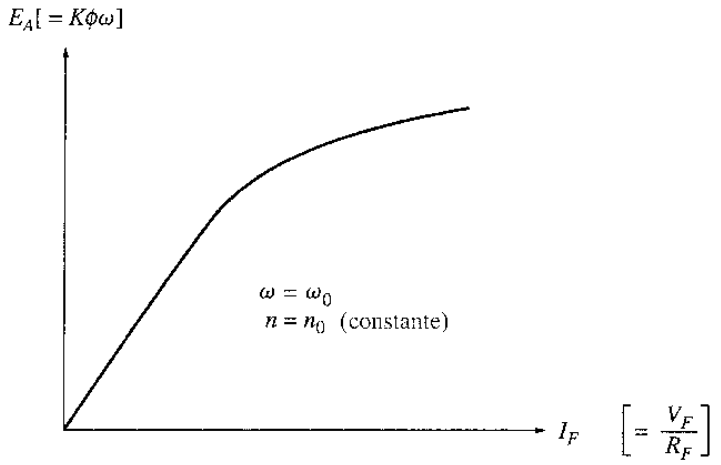


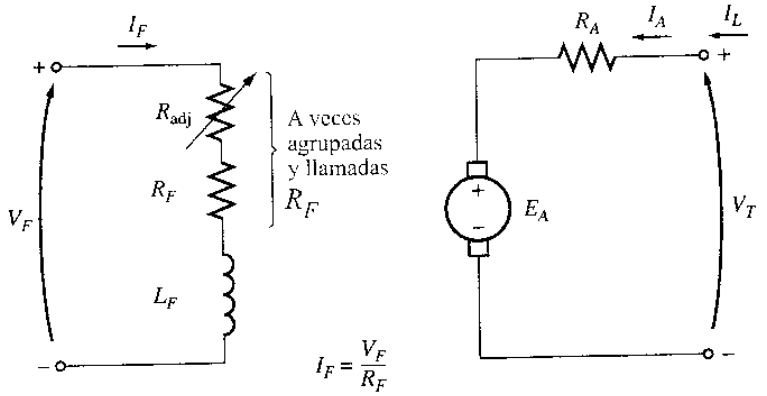
Figura 9-4
Curva de magnetización de una máquina dc expresada como una gráfica de E_A contra I_F, a una velocidad ω_0 dada.

Es importante anotar que para obtener la máxima potencia posible de salida por libra de peso de la máquina, la mayoría de los motores y los generadores están diseñados para operar cerca del punto de saturación de la curva de magnetización (en el codo de la curva), lo cual implica que se requiere un gran aumento de corriente de campo para obtener un pequeño aumento en E_A, cuando opera cercano a la plena carga.

Las curvas de magnetización de la máquina dc utilizadas en este libro están disponibles en forma electrónica para simplificar la solución de ejercicios por MATLAB. Cada curva de magnetización se almacena en un archivo MAT separado. Cada archivo MAT comprende tres variables: las `if-values`, que contienen los valores de la corriente de campo; las `ea-values`, que contienen los valores correspondientes de E_A; y la `n-0`, que contiene la velocidad a que se midió la curva de magnetización en revoluciones por minuto.

9-4 MOTORES DC CON EXCITACIÓN SEPARADA Y MOTORES DC EN DERIVACIÓN

La figura 9-5*a* muestra el circuito equivalente de un motor dc con excitación separada; la figura 9-5*b*, el de un motor dc en derivación. Un motor dc con excitación separada es un motor cuyo circuito de campo es alimentado por una fuente de potencia separada de voltaje constante, mientras que un motor dc en derivación es aquel cuyo circuito de campo obtiene su potencia directamente de los terminales del inducido del motor. Si se supone que el voltaje de alimentación al motor es constante, no hay casi diferencia de comportamiento entre estas dos máquinas. A menos que se especifique lo contrario, siempre que se describe el comportamiento de un motor en derivación, también se incluye el motor de excitación separada.

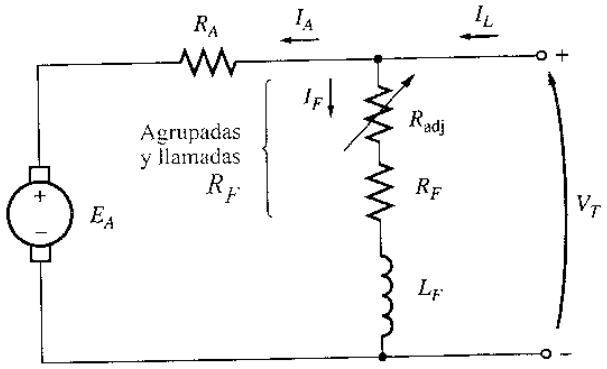


$$I_F = \frac{V_F}{R_F}$$

$$V_T = E_A + I_A R_A$$

$$I_L = I_A$$

a)



$$I_F = \frac{V_T}{R_F}$$

$$V_T = E_A + I_A R_A$$

$$I_L = I_A + I_F$$

b)

Figura 9-5
a) Circuito equivalente de un motor dc con excitación separada. *b*) Circuito equivalente de un motor dc en derivación.

La ecuación correspondiente a la ley de voltajes de Kirchhoff (KVL) para el circuito del inducido de estos motores es

$$\boxed{V_T = E_A + I_A R_A} \tag{9-3}$$

Característica de los terminales de un motor dc en derivación

Una característica de los terminales de una máquina es una gráfica de las cantidades de salida de la máquina contra cada una de las demás. En un motor, las cantidades de salida son el par al eje y la velocidad; por tanto, su característica de los terminales es una gráfica del *par contra la velocidad* en su salida.

¿Cómo responde un motor dc en derivación a una carga? Suponga que aumenta la carga en el eje de este motor; entonces el par de carga τ_{carga} excederá el par inducido τ_{ind} en la máquina, y el motor comenzará a reducir la velocidad. Cuando el motor se frena, su voltaje interno generado disminuye ($E_A = K\phi\omega \downarrow$) y la corriente del inducido del motor $I_A = (V_T - E_A \downarrow)/R_A$ aumenta. Cuando aumenta la corriente del inducido, aumenta el par inducido ($\tau_{ind} = K\phi I_A \uparrow$) y, finalmente, el par inducido igualará al de carga a una velocidad mecánica de rotación ω más baja.

La característica de salida de un motor dc en derivación se puede deducir de las ecuaciones del voltaje inducido y del par del motor, junto con la ecuación correspondiente a la ley de voltajes de Kirchhoff. Esta última ecuación, aplicada al motor en derivación es

$$V_T = E_A + I_A R_A \tag{9-3}$$

El voltaje inducido $E_A = K\phi\omega$ tal que

$$V_T = K\phi\omega + I_A R_A \tag{9-4}$$

Puesto que $\tau_{ind} = K\phi I_A$, la corriente I_A puede ser expresada como

$$I_A = \frac{\tau_{ind}}{K\phi} \tag{9-5}$$

Combinando las ecuaciones (9-4) y (9-5) se obtiene

$$V_T = K\phi\omega + \frac{\tau_{ind}}{K\phi} R_A \tag{9-6}$$

Finalmente, despejando la velocidad del motor se obtiene

$$\boxed{\omega = \frac{V_T}{K\phi} - \frac{R_A}{(K\phi)^2}\tau_{ind}} \tag{9-7}$$

Esta ecuación representa justamente una línea recta con pendiente negativa. La característica resultante par-velocidad de un motor dc en derivación se muestra en la figura 9-6*a*.

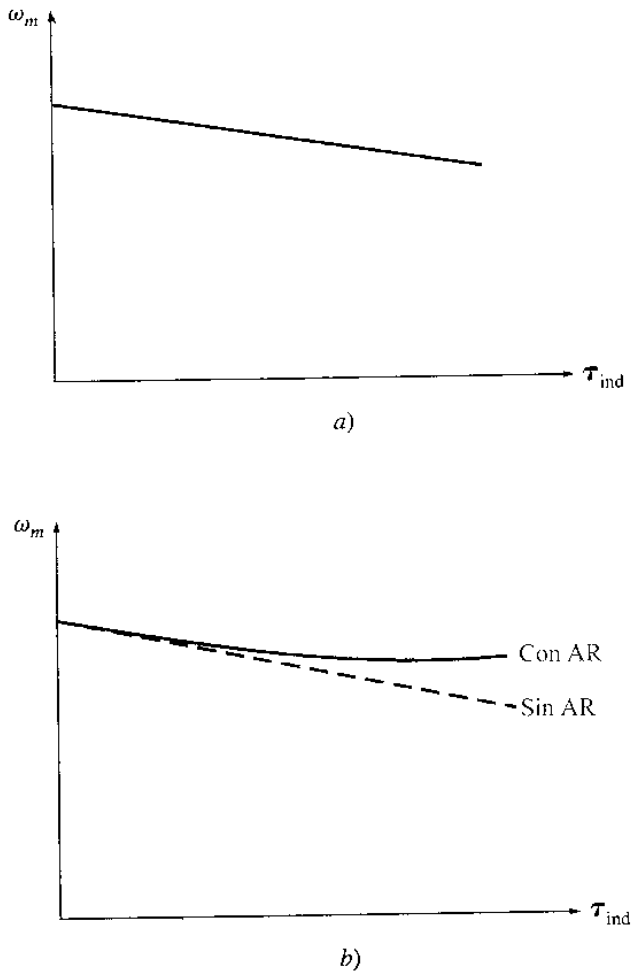


Figura 9-6
a) Característica par-velocidad de un motor dc en derivación o de un motor dc con excitación separada, y devanados de compensación para eliminar la reacción del inducido. *b*) Característica par-velocidad del motor, con reacción del inducido presente.

Es importante tener en cuenta que, para una variación lineal de la velocidad del motor con respecto al par, los otros términos de esta expresión deben permanecer constantes cuando cambia la carga. Se supone que el voltaje en los terminales, suministrado por la fuente de potencia dc, es constante; si no es constante, las variaciones de voltaje afectarán la forma de la curva par-velocidad.

La reacción del inducido es otro efecto *interno del motor* que también puede afectar la forma de la curva par-velocidad. Si un motor presenta reacción del inducido, el efecto de debilitamiento del flujo *reduce* el flujo en la máquina a medida que aumenta la carga. Como muestra la ecuación (9-7), la reducción del flujo aumenta la velocidad del motor, a cualquier carga dada, más allá de la velocidad a que podría girar si no se presentara la reacción del inducido. La figura 9-6*b* muestra la característica de par-velocidad de un motor en derivación con reacción del inducido. Si un motor tiene devanados de compensación, es claro que no se presentarán los problemas de debilitamiento del flujo en la máquina, y éste será constante.

Si un motor dc en derivación tiene devanados de compensación tal que *su flujo es constante, independientemente de la carga,* y se conocen la velocidad y la corriente del inducido del motor para cualquier valor de la carga, es posible calcular su velocidad para cualquier otro valor de ésta, mientras se conozca o pueda determinarse la corriente del inducido. El ejemplo 9-1 ilustra este cálculo.

Ejemplo 9-1 Un motor dc en derivación, de 50 hp, 250 V, 1200 r/min, con devanados de compensación, tiene una resistencia del inducido (incluidas las escobillas, los devanados de compensación y los interpolos) de 0.06 Ω. Su circuito de campo tiene una resistencia total $R_{adj} + R_F$ de 50 Ω con lo cual produce una velocidad en vacío de 1200 r/min. Hay 1200 vueltas por polo en el devanado de campo en derivación (*véase* figura 9-7).

a) Encuentre la velocidad de este motor cuando su corriente de entrada es 100 A.
b) Encuentre la velocidad de este motor cuando su corriente de entrada es 200 A.
c) Encuentre la velocidad de este motor cuando su corriente de entrada es 300 A.
d) Dibuje la característica par-velocidad de este motor.

Solución. El voltaje interno generado en una máquina dc, cuando su velocidad se expresa en revoluciones por minuto, está dado por

$$E_A = K'\phi n \tag{8-41}$$

Puesto que la corriente de campo es constante (debido a que V_T y la resistencia de campo son constantes) y no hay efectos de reacción del inducido, *el flujo en este motor es constante.* La relación entre las velocidades y los voltajes internos generados del motor para dos condiciones de carga diferentes es

$$\frac{E_{A2}}{E_{A1}} = \frac{K'\phi n_2}{K'\phi n_1} \tag{9-8}$$

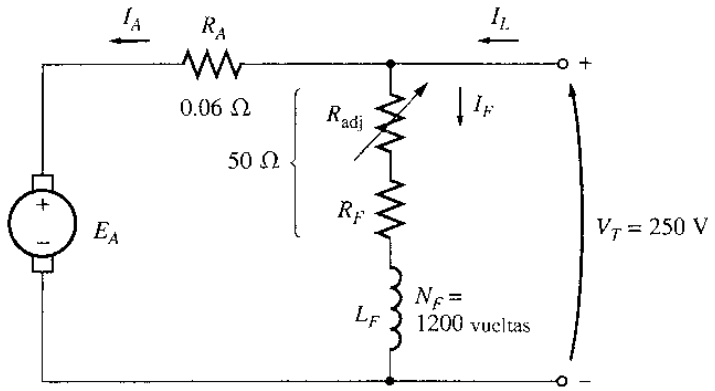


Figura 9-7
Motor en derivación del ejemplo 9-1.

La constante K' se cancela puesto que es una constante para cualquier máquina; el flujo ϕ se cancela según se describió anteriormente. Entonces,

$$n_2 = \frac{E_{A2}}{E_{A1}} n_1 \tag{9-9}$$

En vacío, la corriente del inducido es cero de modo que $E_{A1} = V_T = 250$ V, mientras que la velocidad $n_1 = 1200$ r/min. Si puede calcularse el voltaje interno generado para cualquier otra carga, será posible determinar la velocidad del motor para esa carga, mediante la ecuación (9-9).

a) Si $I_L = 100$ A, entonces la corriente del inducido del motor es

$$\begin{aligned} I_A &= I_L - I_F = I_L - \frac{V_T}{R_F} \\ &= 100 \text{ A} - \frac{250 \text{ V}}{50 \ \Omega} = 95 \text{ A} \end{aligned}$$

Entonces, E_A para esta carga será

$$\begin{aligned} E_A &= V_T - I_A R_A \\ &= 250 \text{ V} - (95 \text{ A})(0.06 \ \Omega) = 244.3 \text{ V} \end{aligned}$$

La velocidad resultante del motor es

$$n_2 = \frac{E_{A2}}{E_{A1}} n_1 = \frac{244.3 \text{ V}}{250 \text{ V}} 1200 \text{ r/min} = 1173 \text{ r/min}$$

b) Si $I_L = 200$ A, la corriente del inducido en el motor es

$$I_A = 200 \text{ A} - \frac{250 \text{ V}}{50 \ \Omega} = 195 \text{ A}$$

Por tanto E_A para esta carga será

$$\begin{aligned} E_A &= V_T - I_A R_A \\ &= 250 \text{ V} - (195 \text{ A})(0.06 \ \Omega) = 238.3 \text{ V} \end{aligned}$$

La velocidad resultante del motor es

$$n_2 = \frac{E_{A2}}{E_{A1}} n_1 = \frac{238.3 \text{ V}}{250 \text{ V}} 1200 \text{ r/min} = 1144 \text{ r/min}$$

c) Si $I_L = 300$ A, la corriente del inducido del motor es

$$I_A = I_L - I_F = I_L - \frac{V_T}{R_F}$$
$$= 300 \text{ A} - \frac{250 \text{ V}}{50 \ \Omega} = 295 \text{ A}$$

En consecuencia, E_A para esta carga será

$$E_A = V_T - I_A R_A$$
$$= 250 \text{ V} - (295 \text{ A})(0.06 \ \Omega) = 232.3 \text{ V}$$

La velocidad resultante del motor es

$$n_2 = \frac{E_{A2}}{E_{A1}} n_1 = \frac{232.3 \text{ V}}{250 \text{ V}} 1200 \text{ r/min} = 1115 \text{ r/min}$$

d) Para dibujar la característica de salida de este motor es necesario encontrar el par correspondiente a cada valor de velocidad. En vacío, el par inducido τ_{ind} es cero. Para hallar el par inducido para cualquier otra carga, se puede partir del hecho de que la potencia convertida en un motor dc es

$$\boxed{P_{conv} = E_A I_A = \tau_{ind} \omega} \qquad (8\text{-}55, 8\text{-}56)$$

De esta ecuación, el par inducido en un motor es

$$\tau_{ind} = \frac{E_A I_A}{\omega} \qquad (9\text{-}10)$$

Por consiguiente, el par inducido cuando $I_L = 100$ A es

$$\tau_{ind} = \frac{(244.3 \text{ V})(95 \text{ A})}{(1173 \text{ r/min})(1 \text{ min/60s})(2\pi \text{ rad/r})} = 190 \text{ N} \cdot \text{m}$$

El par inducido cuando $I_L = 200$ A es

$$\tau_{ind} = \frac{(238.3 \text{ V})(95 \text{ A})}{(1144 \text{ r/min})(1 \text{ min/60 s})(2\pi \text{ rad/r})} = 388 \text{ N} \cdot \text{m}$$

El par inducido cuando $I_L = 300$ A es

$$\tau_{ind} = \frac{(232.3 \text{ V})(295 \text{ A})}{(1115 \text{ r/min})(1 \text{ min/60s})(2\pi \text{ rad/r})} = 587 \text{ N} \cdot \text{m}$$

La figura 9-8 muestra la característica resultante de par-velocidad para este motor.

●

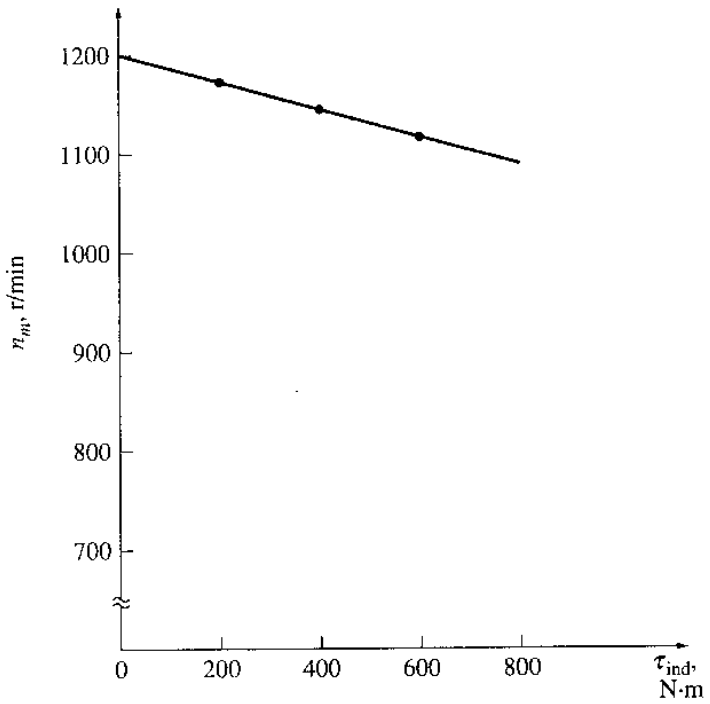


Figura 9-8
Característica par-velocidad del motor del ejemplo 9-1.

Análisis no lineal de un motor dc en derivación

El flujo ϕ y, por tanto, el voltaje interno generado E_A de una máquina dc es una función *no lineal* de su fuerza magnetomotriz. Entonces, cualquier fenómeno que altere la fuerza magnetomotriz en la máquina tendrá un efecto no lineal en el voltaje interno generado de ella. Puesto que el cambio en E_A no se puede calcular analíticamente, debe utilizarse la curva de magnetización de la máquina para determinar con aproximación su E_A para una fuerza magnetomotriz dada. Los dos elementos principales que ayudan a formar la fuerza magnetomotriz de la máquina son la corriente de campo y la reacción del inducido, si está presente.

Puesto que la curva de magnetización es una gráfica directa de E_A contra I_F para una velocidad ω_o dada, el efecto de cambiar la corriente de campo de la máquina se puede determinar de su curva de magnetización.

Si una máquina presenta reacción del inducido, su flujo se reducirá a medida que aumenta la carga. En un motor dc en derivación, la fuerza magnetomotriz total es la igual a la fuerza magnetomotriz del circuito de campo menos la fuerza magnetomotriz debida a la reacción del inducido (AR):

$$\mathcal{F}_{net} = N_F I_F - \mathcal{F}_{AR} \tag{9-11}$$

Puesto que las curvas de magnetización están expresadas como gráficos de E_A contra la corriente de campo, es costumbre definir una *corriente equivalente de campo* que produciría el mismo

voltaje de salida que la combinación de todas las fuerzas magnetomotrices en la máquina. El voltaje resultante E_A puede ser determinado localizando esa corriente equivalente en la curva de magnetización. En un motor dc en derivación la corriente equivalente de campo está dada por

$$I_F^* = I_F - \frac{\mathcal{F}_{AR}}{N_F} \tag{9-12}$$

Cuando se utiliza el análisis no lineal para determinar el voltaje interno generado en un motor dc, debe tenerse en cuenta otro efecto. En una máquina las curvas de magnetización se dibujan para una velocidad particular, usualmente la velocidad nominal de la máquina. ¿Cómo pueden determinarse los efectos de una corriente dada de campo, si el motor está girando a una velocidad diferente de la nominal?

En una máquina dc, cuando la velocidad se expresa en revoluciones por minuto, la ecuación para el voltaje inducido es

$$E_A = K'\phi n \tag{8-41}$$

Para una corriente efectiva de campo dada, el flujo en una máquina es fijo de modo que el voltaje interno generado está relacionado con la velocidad por

$$\frac{E_A}{E_{A0}} = \frac{n}{n_0} \tag{9-13}$$

donde E_{A0} y n_0 representan los valores de referencia del voltaje y de la velocidad respectivamente. Si se conocen las condiciones de referencia de la curva de magnetización y el valor real de E_A por la ley de voltajes de Kirchhoff, entonces es posible determinar la velocidad actual n, partiendo de la ecuación (9-13). La utilización de la curva de magnetización y las ecuaciones (9-12) y (9-13) se ilustra en el siguiente ejemplo, en que se analiza un motor dc con reacción del inducido.

Ejemplo 9-2 Un motor dc en derivación, de 50 hp, 250 V, 1200 r/min *sin* devanados de compensación tiene una resistencia del inducido (incluidas las escobillas y los interpolos) de 0.06 Ω. Su circuito de campo tiene una resistencia total $R_F + R_{adj}$ de 50 Ω, el cual produce una velocidad en vacío de 1200 r/min. Hay 1200 vueltas por polo en el devanado de campo en derivación, y la reacción del inducido produce una fuerza magnetomotriz desmagnetizante de 840 A • vuelta a una corriente de carga de 200 A. La curva de magnetización de esta máquina se muestra en la figura 9-9.

a) Encuentre la velocidad dc este motor cuando su corriente de entrada es 200 A.
b) Este motor es casi idéntico al del ejemplo 9-1, excepto por la ausencia de devanados de compensación. ¿Cómo se puede comparar su velocidad con la del motor anterior, a una corriente de carga de 200 A?
c) Calcule y dibuje la característica par-velocidad para este motor.

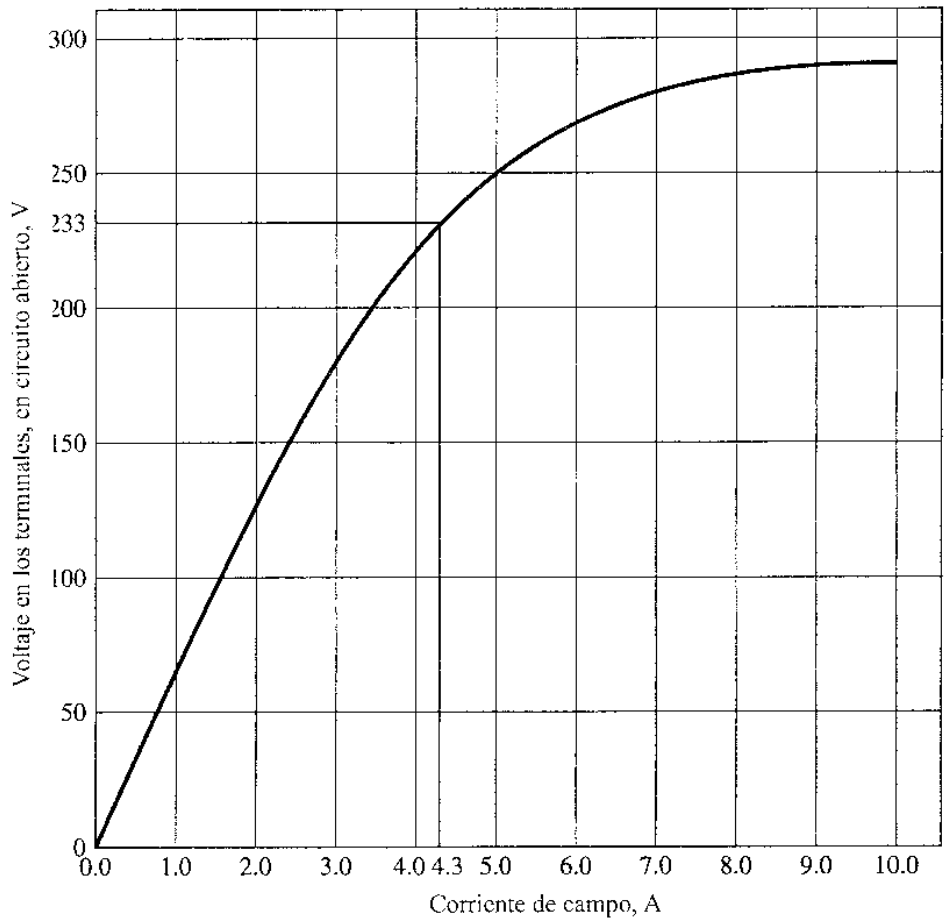


Figura 9-9
Curva de magnetización de un motor dc típico de 250 V, tomada a una velocidad de 1200 r/min.

Solución

a) Si $I_L = 200$ A, entonces la corriente del inducido del motor es

$$I_A = I_L - I_F = I_L - \frac{V_T}{R_F}$$
$$= 200 \text{ A} - \frac{250 \text{ V}}{50 \ \Omega} = 195 \text{ A}$$

Por tanto, el voltaje interno generado de la máquina es

$$E_A = V_T - I_A R_A$$
$$= 250 \text{ V} - (195 \text{ A})(0.06 \ \Omega) = 238.3 \text{ V}$$

Para $I_L = 200$ A, la fuerza magnetomotriz desmagnetizante debida a la reacción del inducido es de 840 A · vuelta, de modo que la corriente efectiva del campo en derivación del motor es

$$I_F^* = I_F - \frac{\mathcal{F}_{AR}}{N_F}$$

$$= 5.0 \text{ A} - \frac{840 \text{ A} \cdot \text{ vuelta}}{1200 \text{ vueltas}} = 4.3 \text{ A} \qquad (9\text{-}12)$$

De la curva de magnetización, esta corriente efectiva de campo produciría un voltaje interno generado E_{A0} de 233 V a una velocidad n_0 de 1200 r/min.

Se conoce que el voltaje interno generado E_{A0} sería 233 V a una velocidad de 1200 r/min. Puesto que el voltaje interno generado real E_A es 238.3 V, la velocidad de operación del motor debe ser

$$\frac{E_A}{E_{A0}} = \frac{n}{n_0} \qquad (9\text{-}13)$$

$$n = \frac{E_A}{E_{A0}} n_0 = \frac{238.3 \text{ V}}{233 \text{ V}}(1200 \text{ r/min}) = 1227 \text{ r/min}$$

b) Con 200 A de carga en el ejemplo 9-1, la velocidad del motor fue n = 1144 r/min. En este ejemplo, la velocidad del motor es 1227 r/min. *Nótese que la velocidad del motor con reacción del inducido es mayor que la del motor que no tiene reacción del inducido.* Este aumento relativo de velocidad se debe al debilitamiento del flujo en la máquina que tiene reacción del inducido.

c) Para deducir la característica par-velocidad de este motor, es necesario calcular el par y la velocidad para muchas condiciones de carga diferentes. Sin embargo, la fuerza magnetomotriz desmagnetizante de la reacción del inducido está dada sólo para una condición de carga (200 A). Puesto que no hay información adicional disponible, se supone que la intensidad de $\mathcal{F}_{AR}$ varía linealmente con la corriente de carga.

A continuación se muestra un archivo-m de MATLAB que automatiza este cálculo, grafica la característica resultante, par-velocidad. Sigue los mismos pasos del literal *a*) para determinar la velocidad para cada corriente de carga y calcula el par inducido a esa velocidad. Nótese que lee la curva de magnetización de un archivo llamado `fig9_9.mat`. Este archivo y las demás curvas de magnetización de este capítulo están disponibles para descargarlas del sitio del libro en la World Wide Web (para obtener más detalles, *véase* el prefacio).

```
% Archivo_m: shunt_ts_curve.m
% Archivo_m que crea un dibujo de la curva par-velocidad del motor
%  dc en derivación con reacción de armadura en el ejemplo 9-2.
% Obtener la curva de magnetización. Este archivo contiene las
% Tres variables if_value, ea_value, y n_O.
load, fig9_9.mat
% Primero, inicialice los valores necesarios en este programa.
v_t = 250;          % Voltaje en terminales (v)
r_f = 50;           % Resistencia de campo (ohms)
r_a = 0.06;         % Resistencia de armadura (ohms)
i_l = 10:10:300;    % Corriente de línea (A)
```

```
n_f = 1200;          % Número de vueltas en el campo
f_ar0 = 840;         % Reacción de armadura a 200 A (A-v/m)

% Calcule la corriente de armadura para cada carga.
i_a = i_l - v_t / r_f;

% Ahora calcule el voltaje interno generado para
% cada corriente de armadura
e_a = v_t - i_a * r_a;

% Calcule la FMM de la reacción de armadura para cada
% corriente de armadura
f_ar = (i_a / 200) * f_ar0;

% Calcule la corriente dc campo efectiva.
i_f = v_t / r_f - f_ar / n_f;

% Calcule el voltaje interno resultante a
% 1200 r/min interpolando la curva de magnetización del motor.
e_a0 = interpl (if_values, ea_values, i_f, 'spline');

% Calcule la velocidad resultante de ecuación (9-13)
n = ( e_a ./ e_a0 ) * n_0;

% Calcule el par inducido correspondiente a cada
% velocidad de ecuaciones (8-55) y (8-56)
t_ind = e_a . * i_a ./ (n * 2 * pi / 60);

% Dibuje la curva par-velocidad
Plot (t_ind,n, 'Color', 'k', 'LineWidth', 2.0);
Hold on;
Xlabel (' tau_¿'{ind} (N-m)','Fontweight', bold);
Ylabel (\ítn_{m} \rm\bf(r\min)','Fontweight''Bold');
(/ b característica par-velocidad del motor, DC en derivación
axis ( [ 0 600 1100 1300]);
grid on;
hold off;
```

La característica resultante par-velocidad se muestra en la figura 9-10. Nótese que para cualquier carga dada, la velocidad del motor con reacción del inducido es mayor que la del motor sin reacción del inducido.

●

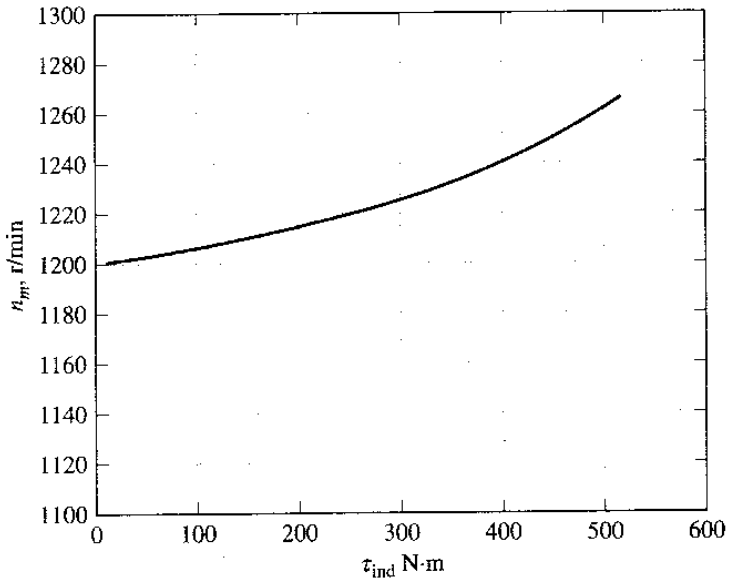


Figura 9-10
Característica par-velocidad del motor con reacción del inducido, del ejemplo 9-2.

Control de velocidad en motores dc en derivación

¿Cómo se puede controlar la velocidad de un motor dc en derivación? Existen dos métodos comunes y otro menos común. Los métodos comunes se han estudiado ya en la máquina lineal simple del capítulo 1 y en la espira rotacional sencilla del capítulo 8. Las dos formas comunes utilizadas para controlar la velocidad de una máquina dc en derivación son:

1. Ajustando la resistencia de campo R_F (y, por tanto, el flujo del campo)
2. Ajustando el voltaje en los terminales, aplicado al inducido.
   El método menos común de control de la velocidad es
3. Insertando una resistencia en serie con el circuito del inducido.
   Cada uno de estos métodos se describe en detalle más adelante.

CAMBIO DE LA RESISTENCIA DE CAMPO. Para entender qué ocurre cuando se cambia la resistencia de campo de un motor dc, supóngase que aumenta la resistencia de campo y obsérvese la respuesta. Si la resistencia de campo aumenta, la corriente de campo disminuye ($I_F = V_T / R_F \uparrow$) y, disminuye la corriente de campo, el flujo de campo ϕ también disminuye con ella. Una disminución de flujo origina la disminución instantánea en el voltaje interno generado E_A ($= K\phi \downarrow \omega$), lo cual causa un gran aumento en la corriente del inducido de la máquina, puesto que

$$I_A \uparrow = \frac{V_T - E_A \downarrow}{R_A}$$

El par inducido en un motor está dado por $\tau_{ind} = K\phi I_A$. *Si* en esta máquina el flujo ϕ disminuye mientras aumenta la corriente I_A, ¿cómo cambia el par inducido? La forma más fácil para responder esta pregunta es verlo en un ejemplo. La figura 9-11 muestra un motor dc en derivación con resistencia interna de 0.25 Ω. Este motor opera normalmente con un voltaje en terminales de 250 V y un voltaje interno generado de 245 V. Entonces, el flujo de corriente del inducido es $I_A = (250\text{ V} - 245\text{ V}) / 0.25\ \Omega = 20$ A. ¿Qué ocurre en este motor si *hay 1% de disminución de flujo?* Si el flujo disminuye 1%, E_A también debe disminuir 1% puesto que $E_A = K\phi\omega$. Por consiguiente E_A caerá a

$$E_{A2} = 0.99\ E_{A1} = 0.99(245\text{ V}) = 242.55\text{V}$$

La corriente del inducido debe aumentar a

$$I_A = \frac{250\text{ V} - 242.55\text{ V}}{0.25\ \Omega} = 29.8\text{ A}$$

En consecuencia, una disminución de 1% en el flujo produce un aumento de 49% en la corriente del inducido.

De modo que para regresar al análisis original, el aumento en la corriente predomina sobre la disminución del flujo, y el par inducido se eleva:

$$\tau_{ind} = K \overset{\downarrow}{\phi} \overset{\Uparrow}{I_A}$$

Puesto que $\tau_{ind} > \tau_{carga}$, la velocidad del motor se incrementa.

Sin embargo, cuando la velocidad aumenta, el voltaje interno generado E_A aumenta y ocasiona la caída de I_A. Como I_A cae, el par inducido τ_{ind} cae también y por último, τ_{ind} iguala de nuevo a τ_{carga} a una mayor velocidad de estado estacionario que antes.

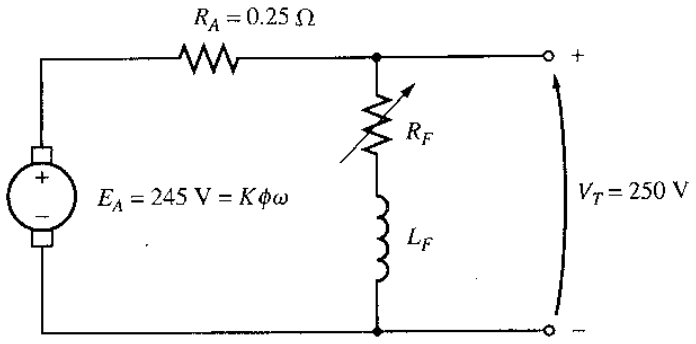


Figura 9-11
Un motor dc de 250 V en derivación, con valores típicos de E_A y R_A.

Para resumir el comportamiento causa-efecto involucrado en este método de control de velocidad:

1. El aumento de R_F causa una disminución de $I_F (= V_T / R_F \uparrow)$.
2. Ante la disminución de I_F, disminuye ϕ.
3. La disminución de ϕ baja $E_A (= K\phi \downarrow \omega)$.
4. La disminución de E_A aumenta $I_A (= V_T - E_A \downarrow) / R_A$.
5. El aumento de I_A incrementa $\tau_{ind} (= K\phi \downarrow I_A \Uparrow)$, (con el cambio en I_A predominante sobre el cambio en el flujo).
6. El aumento de τ_{ind} hace a $\tau_{ind} > \tau_{carga}$, y la velocidad ω aumenta.
7. El aumento de ω aumenta otra vez $E_A = K\phi\omega \uparrow$.
8. El aumento de E_A disminuye I_A.
9. La disminución de I_A reduce τ_{ind} hasta que $\tau_{ind} = \tau_{carga}$ a una velocidad mayor ω.

El efecto de aumentar la resistencia de campo sobre la característica de salida de un motor en derivación se muestra en la figura 9-12*a*. Nótese que cuando disminuye el flujo en la máquina, aumenta la velocidad del motor en vacío, mientras que la pendiente de la curva par-velocidad se inclina más. Naturalmente, disminuyendo R_F podría invertirse el proceso completo, y la velocidad del motor caería.

UNA ADVERTENCIA REFERENTE AL CONTROL DE VELOCIDAD POR RESISTENCIA DE CAMPO. La figura 9-12 muestra el efecto de aumentar la resistencia de campo, en la característica de salida de un motor dc en derivación. Dado que el flujo en la máquina disminuye, la velocidad del motor en vacío aumenta y la pendiente de la curva par-velocidad se inclina más. Esta forma es consecuencia de la ecuación (9-7), la cual describe la característica de los terminales del motor. En la ecuación (9-7), la velocidad en vacío es proporcional al inverso del flujo en el motor, mientras que la pendiente de la curva es proporcional al inverso del cuadrado del flujo. Entonces, una disminución de flujo causa mayor inclinación en la pendiente de la curva par-velocidad.

La figura 9-12*a* muestra la característica de los terminales del motor en el rango de condiciones que va desde vacío hasta plena carga. En este rango, el aumento en la resistencia de campo incrementa la velocidad del motor, como se describió anteriormente en esta sección. Para motores que operan en condiciones comprendidas entre el vacío y la plena carga, se puede esperar que un aumento en R_F eleve la velocidad de operación.

Examínese ahora la figura 9-12*b*, que muestra la característica en los terminales del motor en el rango completo desde la condición de vacío hasta la del rotor frenado. En la figura es visible que, a *muy bajas* velocidades, un aumento en la resistencia del campo *disminuiría* realmente la velocidad del motor. Este efecto ocurre porque, a muy bajas velocidades, el aumento en la corriente del inducido ocasionado por la disminución de E_A no es suficientemente grande para compensar la disminución de flujo en la ecuación del par inducido. Cuando el efecto de la disminución de flujo es mayor que el efecto producido por el aumento en la corriente del inducido, el par inducido se reduce y el motor disminuye su velocidad.

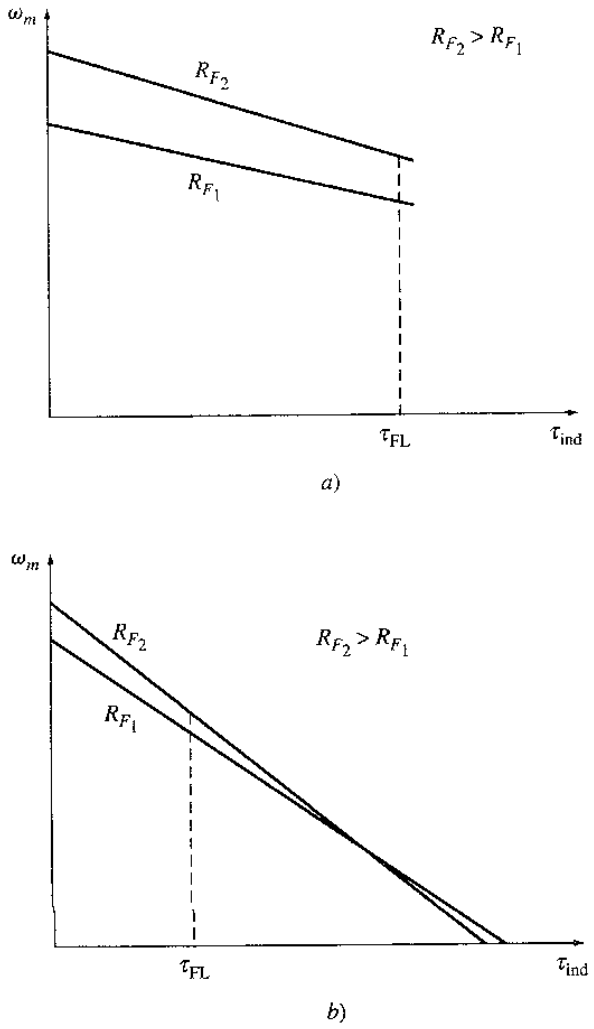


Figura 9-12
Efecto del control de velocidad por resistencia de campo sobre la característica par-velocidad de un motor dc en derivación: *a*) en el rango de operación normal del motor; *b*) en el rango completo desde la condición de vacío hasta la condición de rotor frenado.

Algunos pequeños motores dc, utilizados para propósitos de control, operan a velocidades cercanas a la condición de rotor frenado. En estos motores, un aumento en la resistencia de campo podría no tener algún efecto o disminuir la velocidad del motor. Puesto que los resultados no son predecibles, el control de velocidad por resistencia de campo no debería utilizarse en este tipo de motores. En su lugar, debe usarse el método de control de velocidad por voltaje del inducido.

CAMBIO DEL VOLTAJE EN EL INDUCIDO. La segunda forma de controlar la velocidad implica el cambio del voltaje aplicado al inducido del motor *sin cambiar el voltaje aplicado al campo.*

Para realizar este tipo de control, se requiere una conexión similar a la de la figura 9-13. En efecto, el motor debe ser *excitado por separado* para utilizar el control de voltaje del inducido.

Si el voltaje V_A aumenta, se debe aumentar la corriente del inducido en el motor [$I_A = (V_A \uparrow - E_A) / R_A$]. Como I_A aumenta, el par inducido $\tau_{ind} = K \phi I_A \uparrow$ aumenta de modo que $\tau_{ind} > \tau_{carga}$ y la velocidad ω del motor aumenta.

Como la velocidad ω aumenta, el voltaje interno generado E_A ($= K\phi\omega \uparrow$) aumenta causando una disminución en la corriente del inducido. Esta disminución en I_A reduce el par inducido y ocasiona que éste τ_{ind} iguale al par de carga τ_{carga} a una mayor velocidad ω de rotación.

Para resumir el comportamiento causa-efecto en este método de control de velocidad:

1. Un aumento en V_A eleva I_A [$= (V_A \uparrow - E_A) / R_A$].
2. El aumento de I_A incrementa τ_{ind} ($= K \phi I_A \uparrow$).
3. El aumento de τ_{ind} hace que $\tau_{ind} > \tau_{carga}$, y aumenta ω.
4. El aumento de ω incrementa a E_A ($= K\phi\omega \uparrow$).
5. El aumento de E_A hace que disminuya I_A [$= (V_A \uparrow - E_A) / R_A$].
6. La disminución de I_A reduce a τ_{ind} hasta que $\tau_{ind} = \tau_{carga}$ a una mayor velocidad ω.

En la figura 9-14 se muestra el efecto de un aumento en V_A sobre la característica par-velocidad de un motor con excitación separada. Nótese que en este método de control varía la velocidad de vacío del motor, pero la pendiente de la curva permanece constante.

INSERCIÓN DE RESISTENCIA EN SERIE CON EL CIRCUITO DEL INDUCIDO. Si se inserta una resistencia en serie con el circuito del inducido, se produce un aumento drástico de la pendiente de la característica par-velocidad del motor que lo hace operar con más lentitud si es cargado (figura 9-15). Este hecho puede verse con claridad en la ecuación (9-7). La inserción de una resistencia es un método antieconómico de controlar la velocidad puesto que las pérdidas en la resistencia insertada son muy grandes. Por esta razón, se utiliza en muy pocas ocasiones, en aplicaciones cuando el motor opera la mayor parte del tiempo a plena velocidad o en aplicaciones tan baratas que no justifican el empleo de una forma mejor de controlar la velocidad.

Los dos métodos más comunes para controlar la velocidad del motor en derivación-variación de la resistencia de campo y variación del voltaje del inducido tienen diferentes rangos seguros de operación.

En el control de la resistencia de campo, cuanto menor sea la corriente en un motor dc en derivación (o de excitación separada), gira con más rapidez y cuanto mayor sea la corriente, girará con menos rapidez. Puesto que un aumento en la corriente de campo causa una disminución de velocidad, siempre puede obtenerse un mínimo de velocidad mediante el circuito de control. Esta velocidad mínima ocurre cuando el máximo flujo de corriente permisible atraviesa el circuito de campo del motor.

Si un motor está operando a sus valores nominales de voltaje en terminales, potencia y corriente de campo, estará girando a su velocidad nominal, conocida como *velocidad base*. El control de la resistencia de campo puede regular la velocidad del motor para velocidades por encima de la nominal pero no para velocidades por debajo de ella. Para alcanzar una velocidad más baja que la nominal mediante el circuito de control de campo, se requeriría excesiva corriente de campo y quizá se quemen los devanados de campo.

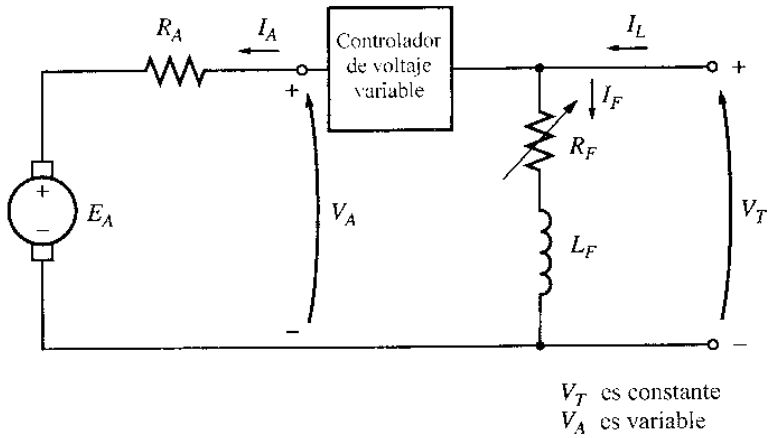


Figura 9-13
Control del voltaje en el inducido de un motor dc en derivación (o de excitación separada).

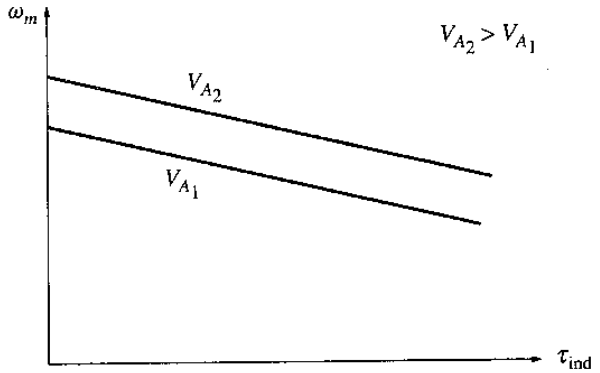


Figura 9-14
Efecto del control de velocidad por voltaje del inducido sobre la característica par-velocidad de un motor dc en derivación.

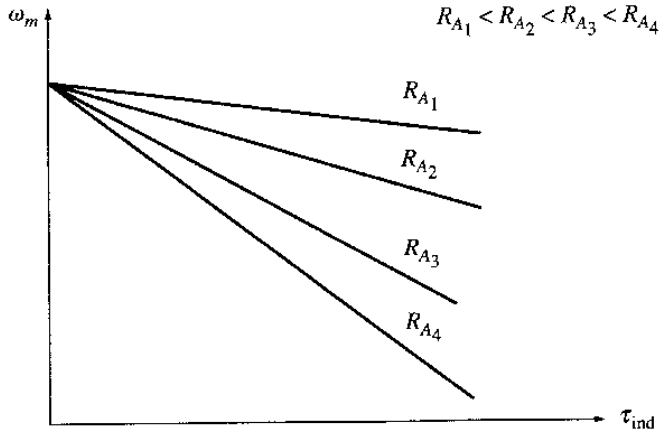


Figura 9-15
Efecto del control de velocidad por resistencia en el inducido en la característica par-velocidad de un motor dc en derivación.

En el control del voltaje del inducido, cuanto más bajo sea el voltaje del inducido en un motor dc de excitación separada, más lento es su giro y, cuanto mayor voltaje del inducido, más rápido es su giro. Puesto que el aumento en el voltaje del inducido incrementa la velocidad, siempre puede obtenerse una velocidad máxima posible mediante el control de voltaje del inducido. Esta velocidad máxima ocurre cuando el voltaje del inducido del motor alcanza su máximo nivel permisible.

Si el motor está operando a sus valores nominales de voltaje, corriente de campo y potencia, estará girando a su velocidad nominal. El control de voltaje del inducido puede regular la velocidad del motor para velocidades inferiores a la nominal pero no para velocidades por encima de ella. Para alcanzar una velocidad mayor que la nominal mediante el control de voltaje del inducido, se requeriría excesivo voltaje en el inducido y podría dañarse el circuito.

Estas dos técnicas de control de velocidad son complementarias. El control de voltaje del inducido funciona bien para velocidades inferiores a la nominal; la resistencia de campo o control de corriente de campo, funciona bien para velocidades por encima de la nominal. Combinando las dos técnicas de control en el mismo motor, es posible obtener un rango de variación de velocidad de hasta 40 a 1 o más. Los motores dc en derivación y de excitación separada tienen excelentes características de control de velocidad.

Existe una diferencia significativa en los límites de par y potencia en la máquina sometida a estos dos tipos de control de velocidad. El factor limitante en cada caso es el calentamiento de los conductores del inducido, el cual fija el límite superior a la magnitud de la corriente I_A del inducido.

En el control por voltaje del inducido, *el flujo en el motor es constante* de modo que el par máximo en el motor es

$$\tau_{\text{máx.}} = K\phi I_{\text{A,máx.}} \tag{9-14}$$

Este par máximo es constante, independientemente de la velocidad de rotación del motor. Puesto que la potencia de salida del motor está dada por $P = \tau\omega$, la potencia máxima del motor a cualquier velocidad, bajo control del voltaje del inducido es

$$P_{\text{máx.}} = \tau_{\text{máx.}}\omega \tag{9-15}$$

Por tanto, *la máxima potencia de salida del motor es directamente proporcional a su velocidad de operación* bajo control de voltaje del inducido.

Por otro lado, cuando se utiliza control por resistencia de campo, el flujo cambia. En esta forma de control, el aumento de velocidad se produce por una disminución en el flujo de la máquina. Para no exceder el límite de corriente del inducido, el límite del par inducido debe disminuir cuando aumenta la velocidad del motor. Puesto que la potencia de salida del motor está dada por $P = \tau\omega$ y el par límite disminuye cuando se aumenta la velocidad del motor, *la máxima potencia de salida de un motor dc bajo control de corriente de campo es constante,* mientras que *el par máximo varía con el inverso de la velocidad del motor.*

En la figura 9-16 se muestran estas limitaciones de potencia y par en el motor dc en derivación para una operación segura en función de la velocidad.

Los siguientes ejemplos ilustran cómo encontrar la nueva velocidad de un motor dc si ésta se modifica mediante los métodos de control de resistencia de campo o de voltaje del inducido.

Ejemplo 9-3 La figura 9-17*a* muestra un motor dc en derivación, de 100 hp, 250 V, 1200 r/min, resistencia del inducido de 0.03 Ω y resistencia de campo de 41.67 Ω. El motor tiene devanados de compensación, de modo que la reacción del inducido se puede ignorar. Las pérdidas mecánicas y las pérdidas en el núcleo se pueden despreciar para los efectos de este ejercicio. Se supone que el motor está manejando una carga con una corriente de línea de 126 A y una velocidad inicial de 1103 r/min. Para simplificar el ejercicio, suponga que la cantidad de corriente del inducido tomada por el motor permanece constante.

a) Si la curva de magnetización de la máquina se muestra en la figura 9-9, ¿cuál es la velocidad del motor si la resistencia del campo aumenta a 50 Ω?
b) Calcule y dibuje la velocidad de este motor como función de la resistencia de campo R_F, suponiendo que la corriente de carga es constante.

Solución

a) El motor tiene una corriente inicial de línea de 126 A, de modo que la corriente inicial del inducido es

$$I_{A1} = I_{L1} - I_{F1} = 126 \text{ A} - \frac{150 \text{ V}}{41.67 \ \Omega} = 120 \text{ A}$$

Por tanto, el voltaje interno generado es

$$E_{A1} = V_T - I_{A1}R_A = 250 \text{ V} - (120 \text{ A})(0.03 \ \Omega)$$
$$= 246.4 \text{ V}$$

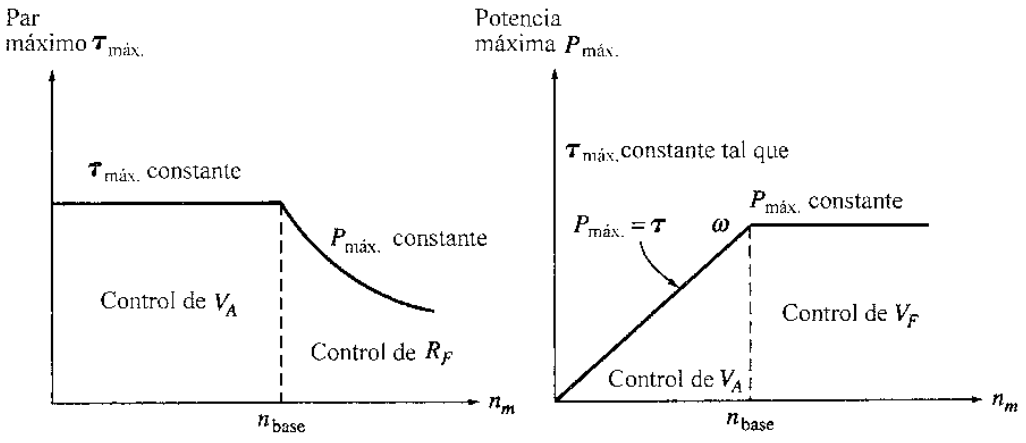


Figura 9-16
Límites de potencia y par como función de la velocidad de un motor en derivación bajo control por voltaje del inducido y por resistencia de campo.

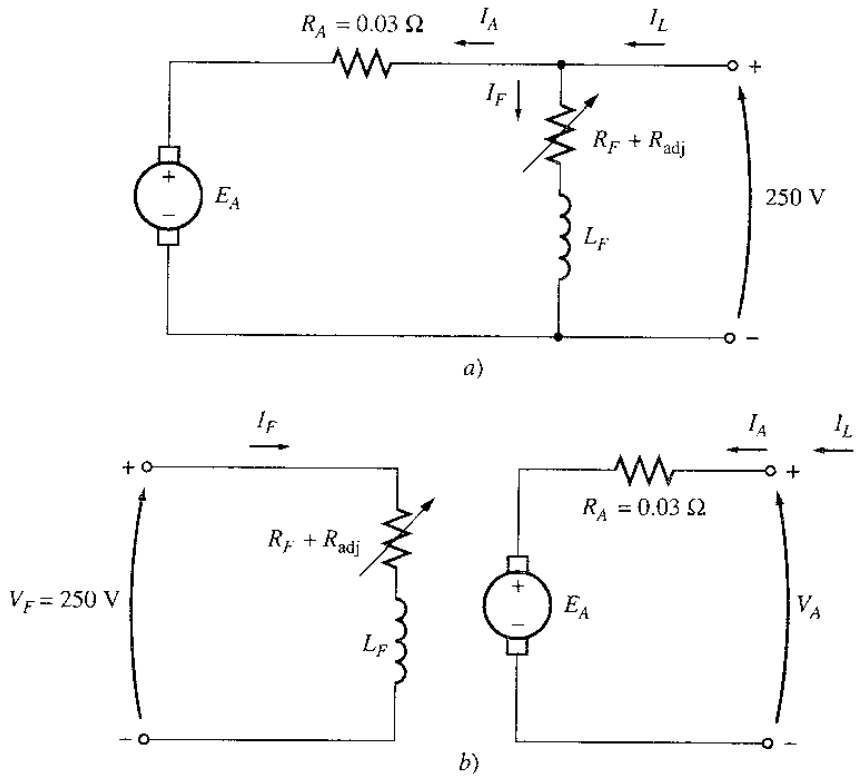


Figura 9-17
a) Motor dc en derivación del ejemplo 9-3. *b*) Motor dc de excitación separada del ejemplo 9-4.

Después que la resistencia de campo aumenta a 50 Ω, la corriente de campo es

$$I_{F2} = \frac{V_T}{R_F} = \frac{250\ \text{V}}{50\ \Omega} = 5\ \text{A}$$

La relación entre el voltaje interno generado a una velocidad y el voltaje interno generado a otra velocidad está dada por la relación de la ecuación (8-41) en las dos velocidades:

$$\frac{E_{A2}}{E_{A1}} = \frac{K'\phi_2 n_2}{K'\phi_1 n_1} \tag{9-16}$$

Puesto que la corriente del inducido se supone constante, $E_{A1} = E_{A2}$ y esta ecuación se reduce a

$$1 = \frac{\phi_2 n_2}{\phi_1 n_1}$$

o

$$n_2 = \frac{\phi_1}{\phi_2} n_1 \tag{9-17}$$

Una curva de magnetización es un dibujo de E_A contra I_F para una velocidad dada. Puesto que los valores de E_A en la curva son directamente proporcionales al flujo, la relación de los voltajes internos generados, obtenida de la curva, es igual a la relación de los flujos en el interior de la máquina. Para $I_F = 5$ A, $E_{A0} = 250$ V, mientras que cuando $I_F = 6$ A, $E_{A0} = 268$ V. Por consiguiente la relación de flujos está dada por

$$\frac{\phi_1}{\phi_2} = \frac{268 \text{ V}}{250 \text{ V}} = 1.076$$

y la nueva velocidad del motor es

$$n_2 = \frac{\phi_1}{\phi_2} n_1 = (1.076)(1103 \text{ r/min}) = 1187 \text{ r/min}$$

b) A continuación se ilustra un archivo-m de MATLAB que calcula la velocidad del motor en función de R_F.

```
% Archivo-m rf_speed control.m
% Archivo-m que crea un dibujo de la velocidad de un motor DC
% en derivación como una función de la resistencia de campo,
% asumiendo una corriente de armadura constante (ejemplo 9-3).

% Obtenga la curva de magnetización. Este archivo contiene
% las tres variables if_value, ea_value, y n_0.
Load fig9_9.mat

% Primero, inicialice los valores necesarios en este programa
v_t = 250;                  % voltaje en terminales (V)
r_f = 40:1:70;              % Resistencia de campo (ohms)
r_a = 0.03;                 % Resistencia de armadura (ohms)
i_a = 120;                  % Corriente de armadura (A)

% El enfoque aquí es calcular e_a0 en la corriente de campo de
% referencia y entonces calcular e_a0 para cada corriente de campo.
% La velocidad de referencia es 1103 r/min, así conociendo e_a0
% y la velocidad de referencia podemos calcular la velocidad
% en las otras corrientes de campo.

% Calcule el voltaje interno generado a 1200 r/min
% para la corriente de campo de referencia (5.A) interpolando
% la curva de magnetización del motor. La velocidad de referencia
% correspondiente a esta corriente de campo es 1103 r/min.
% e_a0_ref = interpl (if_values,5,'spline');
% n_ref = 1103;
```

```
% Calcule la corriente de campo para cada valor de la
% resistencia de campo
i_f = v_t ./ r_f;

% Calcule E_a0 para cada corriente de campo interpolando
% la curva de magnetización del motor
e_a0 = interpl(if_values, ea_values, i_f,'spline';

    % Calcule la velocidad resultante de la ecuación (9-17)
    % n2 = (phil / phi2) * nl = (e_a0_1 / e_a0_2 ) * nl
    n2 = ( e_a0_ref ./ e_a0) * n_ref;

% Dibuje la curva velocidad contra r_f
Plot(r_f,n2, 'Color', 'k', 'LineWidth', 2.0);
Hold on;
Xlabel ('Resistencia de campo, \Omega','Fontweight','Bold');
Ylabel ('\itn_{m}\rm\bf(r/min)','Fontweight','Bold');
Title ('velocidad vs \itR_(F) \rm\bf para un motor DC en
      derivación',... 'Fontweight','Bold');
axis ([40 70 0 1400];
grid on;
hold off;
```

La gráfica resultante se muestra en la figura 9-18. ●

Nótese que, para cargas reales, suponer constante la corriente del inducido cuando cambia R_F no es muy correcto. La corriente del inducido variará con la velocidad dependiendo del par requerido por el tipo de carga unida al motor. Debido a estas diferencias, la curva de velocidad contra R_F será un poco diferente de la que se muestra en la figura 9-18, pero tendrá la misma forma.

Ejemplo 9-4 El motor del ejemplo 9-3 está conectado ahora con excitación separada, como se muestra en la figura 9-17*b*. Al princio el motor gira con $V_A = 250$ V, $I_A = 120$ A y $n = 1103$ r/min mientras suministra una carga de par constante. ¿Cuál será la velocidad de este motor si V_A se reduce a 200 V?

Solución El motor tiene una corriente inicial de línea de 120 A y un voltaje del inducido V_A de 250 V, de modo que el voltaje interno generado E_A es

$$E_A = V_T - I_A R_A = 250\text{ V} - (120\text{ A})(0.03\ \Omega) = 246.4\text{ V}$$

Aplicando la ecuación (9-16) y teniendo en cuenta que el flujo ϕ es constante, la velocidad del motor se puede expresar como

$$\frac{E_{A2}}{E_{A1}} = \frac{K'\phi_2 n_2}{K'\phi_1 n_1} \tag{9-16}$$

$$= \frac{n_2}{n_1}$$

$$n_2 = \frac{E_{A2}}{E_{A1}} n_1$$

Para encontrar E_{A2} se utiliza la ley de voltajes de Kirchhoff:

$$E_{A2} = V_T - I_{A2}R_A$$

Puesto que el par y el flujo son constantes, I_A es constante. Esto produce un voltaje de

$$E_{A2} = 200 \text{ V} - (120 \text{ A})(0.03\ \Omega) = 196.4 \text{ V}$$

La velocidad final del motor es

$$n_2 = \frac{E_{A2}}{E_{A1}} n_1 = \frac{196.4 \text{ V}}{246.4 \text{ V}} 1103 \text{ r/min} = 879 \text{ r/min}$$

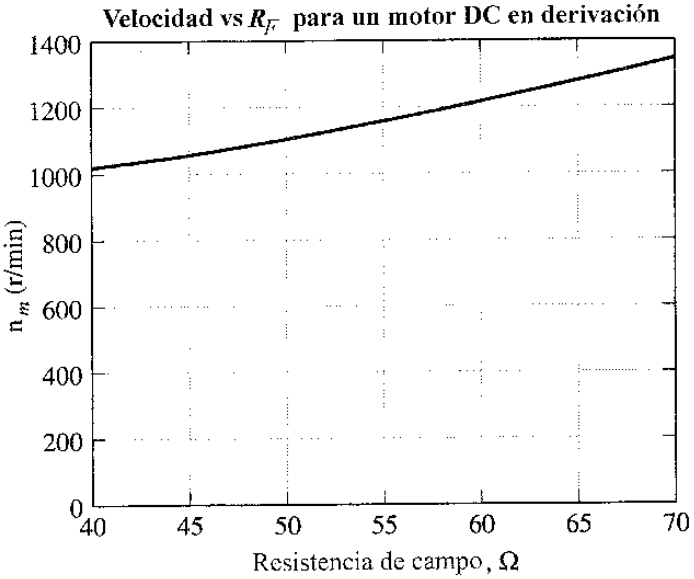


Figura 9-18
Dibujo de la velocidad contra la resistencia de campo para el motor dc en derivación del ejemplo 9-3.

Efecto de un circuito de campo abierto

La sección anterior de este capítulo contiene un análisis sobre el control de velocidad mediante variación de la resistencia de campo de un motor dc en derivación. Cuando la resistencia de campo aumenta, la velocidad del motor se incrementa. ¿Qué ocurriría si se llevara este efecto al extremo, si se aumentara *sustancialmente* la resistencia de campo? ¿Qué ocurriría si el circuito de campo fuera abierto en realidad mientras el motor estuviera rotando? Con base en el análisis anterior se sabe que el flujo de la máquina caería drásticamente, hasta ϕ_{res}, y E_A ($= K\phi\omega$) también disminuiría. Esto causaría un aumento enorme en la corriente del inducido, y el par inducido resultante será bastante mayor que el par de carga sobre el motor; por tanto, la velocidad del motor comenzará a aumentar y continuará incrementándose.

Los resultados producidos por un circuito de campo abierto pueden ser desastrosos. Cuando el autor no se había graduado, su grupo de laboratorio cometió una vez un error de este tipo. El grupo estaba trabajando con un pequeño grupo motor-generador accionado por un motor dc de 3 hp en derivación. El motor estaba conectado y listo para operar pero hubo justamente *un* pequeño error: cuando se conectó el circuito de campo, éste se protegió con fusible de 0.3 A en lugar del fusible de 3 A que se suponía debió usarse.

Cuando el motor se puso en operación, funcionó normalmente cerca de 3 segundos y luego, de repente, se presentó un destello en el fusible. De inmediato la velocidad del motor subió con gran vertiginosidad. En segundos alguien apagó el interruptor principal, pero ya el tacómetro unido al motor marcaba 4000 r/min, y el motor sólo estaba dimensionado para 800 r/min.

Sobra decir que la experiencia atemorizó a cada uno de los presentes y los motivó a tener *más* cuidado con la protección del circuito de campo. En los circuitos de arranque y protección de un motor dc, es normal incluir un *relé de pérdida de campo* para desconectar el motor de la línea si se produce la pérdida de la corriente de campo.

Un efecto similar puede ocurrir en los motores dc en derivación normales que operan con campos ligeros, si los efectos de su reacción del inducido son muy severos. Si la reacción del inducido en un motor dc en derivación es severa, un aumento de carga puede debilitar suficientemente el flujo para causar el aumento de la velocidad del motor. Sin embargo, la mayoría de las cargas tienen curvas par-velocidad cuyo par *aumenta* con la velocidad, de modo que la velocidad aumentada del motor incrementa su carga, lo cual aumenta la reacción del inducido y debilita otra vez su flujo. El debilitamiento del flujo ocasiona un mayor aumento de velocidad, de carga, etc., hasta que el motor se *desboca*. Esta condición es conocida como *embalamiento* del motor.

En motores que operan con muy severos cambios de carga y ciclos pesados, el problema de debilitamiento del flujo puede resolverse instalando devanados de compensación. Infortunadamente, los devanados de compensación son demasiado costosos para utilizarlos en motores corrientes. La solución al problema del embalamiento, utilizada para motores menos costosos, de ciclos de trabajo menos pesados, es disponer una o dos vueltas de composición acumulativa* a los polos del motor. Cuando aumenta la carga, se incrementa la fuerza magnetomotriz de las vueltas en serie y contrarresta la fuerza magnetomotriz desmagnetizante de la reacción del inducido. Un motor en derivación equipado con unas pocas series de vueltas como éstas se denomina *motor en derivación estabilizado.*

9-5 MOTOR DC DE IMÁN PERMANENTE

Un *motor dc de imán permanente* (PMDC) es un motor dc cuyos polos están hechos de imanes permanentes. En algunas aplicaciones, los motores dc de imán permanente ofrecen muchos más beneficios que los motores dc en derivación. Puesto que estos motores no requieren circuito de campo externo, no tienen las pérdidas en el cobre del circuito de campo asociadas con los motores dc en derivación. Debido a que no requieren devanados de campo, estos motores pueden ser más pequeños que los correspondientes motores dc en derivación. Los motores PMDC son muy comunes en tamaños pequeños de caballaje fraccional y subfraccional, en los cuales no puede justificarse el costo y espacio de un circuito separado de campo.

Sin embargo, los motores PMDC tienen algunas desventajas porque los imanes permanentes no pueden producir tan alta densidad de flujo como la de un campo externo en derivación. En consecuencia, el motor PMDC tendrá un par inducido τ_{ind}, por amperio de corriente del inducido I_A, menor que el de un motor en derivación del mismo tamaño y construcción. Además, los motores PMDC corren el riesgo de la desmagnetización. Como se mencionó en el capítulo 8, en una máquina dc la corriente del inducido I_A produce su propio campo magnético. La fuerza magnetomotriz del inducido se resta de la de los polos bajo algunas zonas de las caras polares y se adiciona a la fuerza magnetomotriz de los polos en otras (*véanse* figuras 8-23 y 8-25), reduciendo el flujo neto total de la máquina. Éste es el efecto de reacción del inducido. En una máquina PMDC, el flujo polar es justamente el residual en los imanes permanentes. Si la corriente del inducido llega a ser muy grande se corre el riesgo de que la fuerza magnetomotriz del inducido desmagnetice los polos, reduciendo y reorientando permanentemente el flujo residual en ellos. La desmagnetización también puede ser causada por calentamiento excesivo, el cual puede ocurrir durante periodos prolongados de sobrecarga.

La figura 9-19*a* muestra una curva de magnetización para un material ferromagnético típico. Es un dibujo de la densidad de flujo **B** contra la intensidad de campo magnético **H** (o lo que es igual, un dibujo del flujo de campo ϕ contra la fuerza magnetomotriz $\mathcal{F}$). Cuando se aplica a este material una fuerza magnetomotriz externa fuerte y luego se quita, un flujo residual $\mathbf{B}_{res}$ permanecerá en el material. Para que el flujo residual sea cero, es necesario aplicar una intensidad magnetizante coercitiva $\mathbf{H}_C$ con una polaridad opuesta a la polaridad de la intensidad magnetizante **H** que originalmente estableció el campo magnético. Para aplicaciones comunes en máquinas como rotores y estatores, deberá escogerse un material ferromagnético que tenga tan pequeña $\mathbf{B}_{res}$ y $\mathbf{H}_C$ como sea posible, ya que este material tendrá bajas pérdidas por histéresis.

Por otra parte, un buen material para fabricar los polos de un motor PMDC deberá tener *tanto la mayor densidad de flujo residual* $\mathbf{B}_{res}$ *posible como la mayor intensidad magnetizante coercitiva* $\mathbf{H}_C$ *posible.* La curva de magnetización de este material se muestra en la figura 9-19*b*. La $\mathbf{B}_{res}$ grande produce un gran flujo en la máquina, mientras que la $\mathbf{H}_C$ grande indica que se requeriría una gran corriente para desmagnetizar los polos.

En los últimos 40 años se han desarrollado varios materiales magnéticos nuevos con características deseables para fabricar imanes permanentes. Los principales tipos son los materiales ceramicomagnéticos (ferrita) y los materiales magnéticos de tierras raras. La figura 9-19*c* muestra

* *N. del T.* La composición en motores dc es tratada por el autor en la sección 9-7 de este capítulo.

el segundo cuadrante de las curvas de magnetización de algunos imanes cerámicos y de tierras raras, comparados con la curva de magnetización de una aleación ferromagnética convencional (Alnico 5). Es obvio, de la comparación, que los mejores imanes de tierras raras pueden producir el mismo flujo residual que las mejores aleaciones convencionales ferromagnéticas y ambos son bastante inmunes a los problemas de desmagnetización debidos a la reacción del inducido.

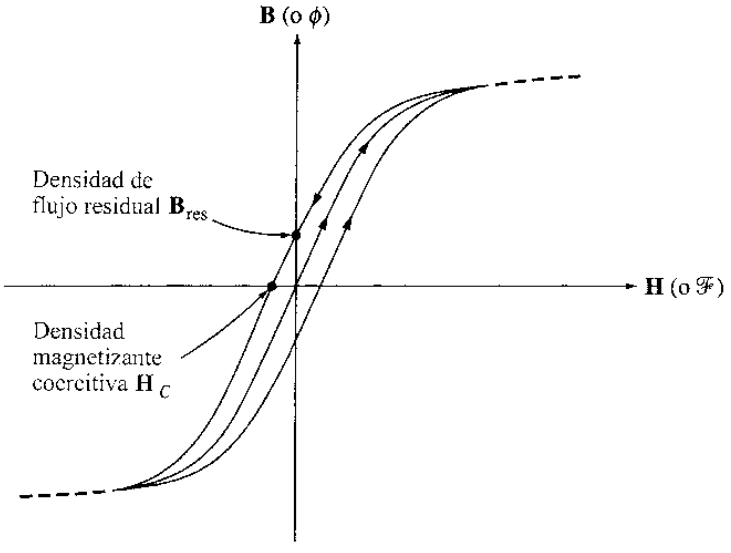
Un motor dc de imán permanente es básicamente la misma máquina que un motor dc en derivación, excepto que *el flujo de un motor PMDC es fijo.* Por tanto, no es posible controlar la velocidad de un motor PMDC variando la corriente o el flujo del campo. Los únicos métodos de control de velocidad disponibles para un motor PMDC son los de control de voltaje del inducido y control de la resistencia del inducido.

Para obtener mayor información sobre los motores PMDC *véanse* las referencias 4 y 10.

9-6 MOTOR DC SERIE

Un motor dc serie es un motor cuyo devanado de campo relativamente consta de unas pocas vueltas conectadas en serie con el circuito del inducido. El circuito equivalente de un motor dc serie se muestra en la figura 9-20. En un motor dc serie, la corriente del inducido, la corriente de campo y la corriente de línea son iguales. La ecuación correspondiente a la ley de voltajes de Kirchhoff para este motor es

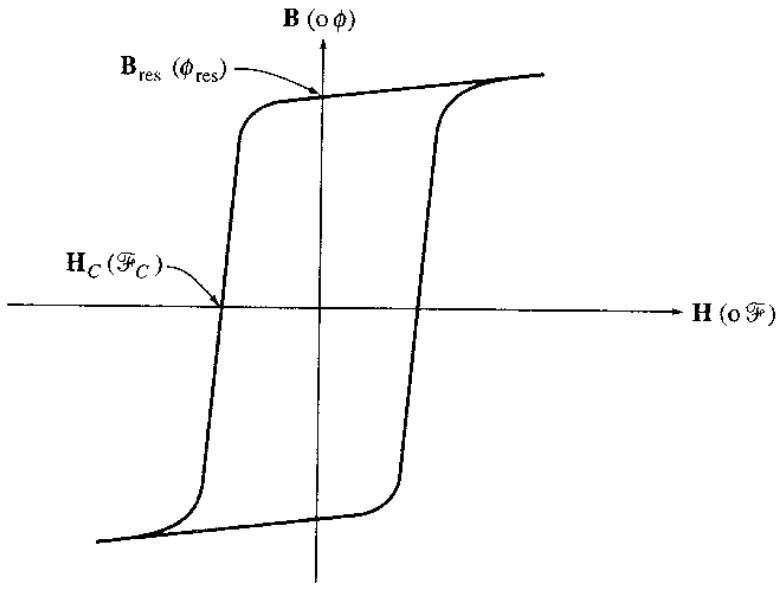
$$V_T = E_A + I_A(R_A + R_S) \tag{9-18}$$



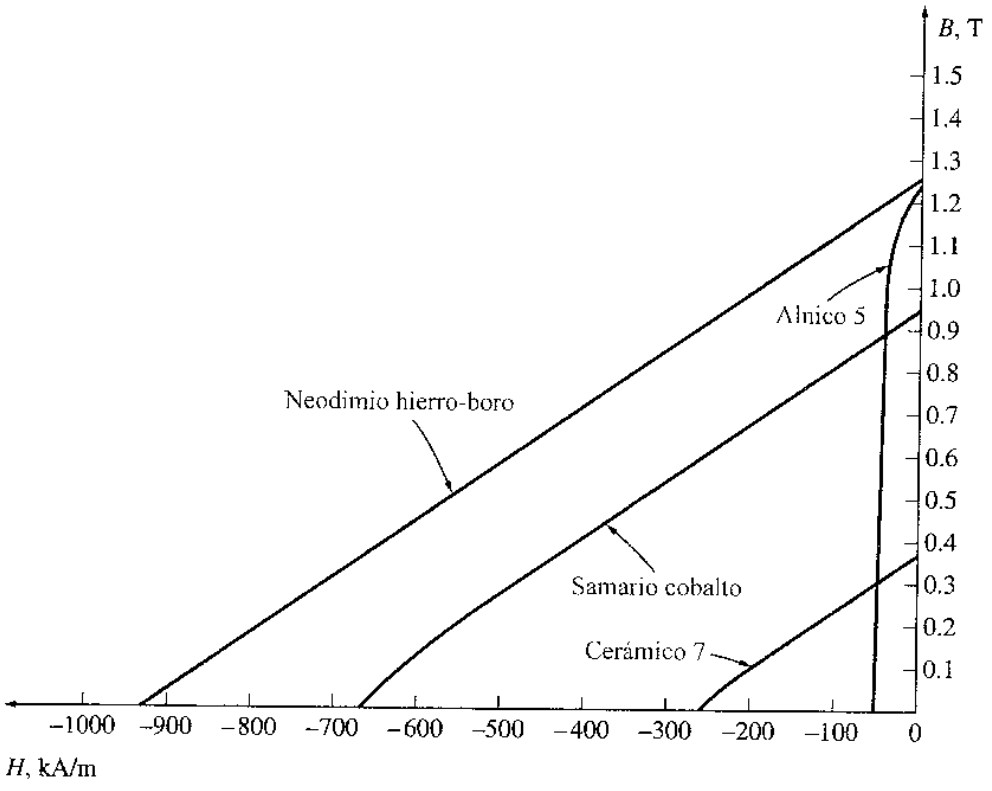
a)

Figura 9-19

a) Curva de magnetización de un material ferromagnético típico. Nótese el lazo de histéresis. Después que se aplica una gran intensidad de campo magnetizante **H** al núcleo y luego es removida, una densidad de flujo residual $\mathbf{B}_{res}$ permanece en el núcleo. Este flujo puede ser llevado a cero si se aplica al núcleo una intensidad de campo magnetizante coercitiva $\mathbf{H}_C$ de polaridad opuesta. En este caso, un valor relativamente pequeño de ella desmagnetizará al núcleo.



b)



c)

Figura 9-19 (*continuación*)

b) Curva de magnetización de un material ferromagnético adecuado para utilizarlo en imanes permanentes. Nótese la alta densidad de flujo residual $\mathbf{B}_{res}$ y la relativamente grande intensidad de campo magnetizante coercitiva $\mathbf{H}_C$. *c*) Segundo cuadrante de las curvas de magnetización de algunos materiales magnéticos típicos. Nótese que los imanes de tierras raras combinan un alto flujo residual con una alta intensidad de campo magnetizante coercitiva.

Par inducido en un motor dc serie

La característica en terminales de un motor dc serie es muy diferente de la del motor dc en derivación estudiado anteriormente. El comportamiento básico de un motor dc serie se debe al hecho de que *el flujo es directamente proporcional a la corriente del inducido,* al menos hasta llegar a la saturación. Cuando se incrementa la carga del motor, también aumenta su flujo. Como se estudió al principio, un aumento de flujo en el motor ocasiona una disminución en su velocidad; el resultado es una caída drástica en la característica de par-velocidad de un motor en serie.

El par inducido en esta máquina está dado por la ecuación (8-49):

$$\tau_{\text{ind}} = K\phi I_A \tag{8-49}$$

En esta máquina, el flujo es directamente proporcional a la corriente del inducido (al menos hasta que el metal se satura). Entonces, el flujo puede estar dado por

$$\phi = cI_A \tag{9-19}$$

donde c es una constante de proporcionalidad. En esta máquina el par inducido está dado por

$$\tau_{\text{ind}} = K\phi I_A = KcI_A^2 \tag{9-20}$$

En otras palabras, el par en el motor es proporcional al cuadrado de la corriente del inducido. Como resultado de esta relación, es fácil observar que un motor serie produce más par por amperio que cualquier otro motor dc. El motor serie se utiliza en aplicaciones que requieren pares muy altos. Ejemplos de tales aplicaciones son los motores de arranque en vehículos automotores, motores de elevadores y motores de tracción en locomotoras.

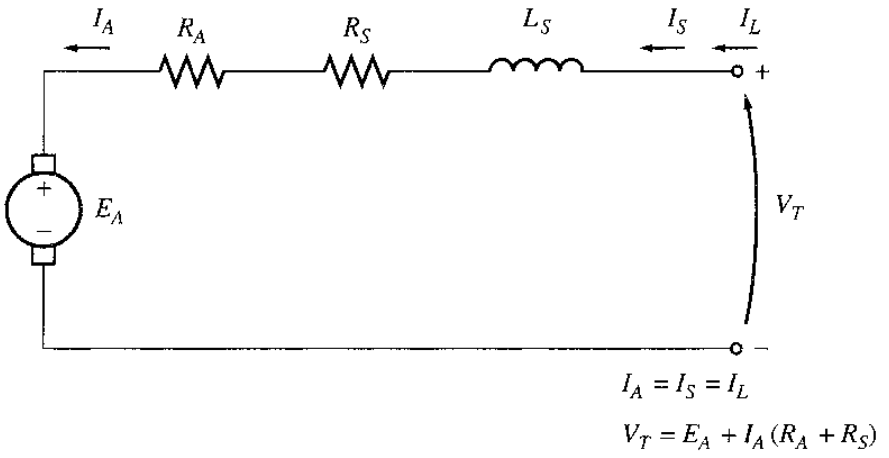


Figura 9-20
Circuito equivalente de un motor dc serie.

Característica en los terminales de un motor dc serie

Para determinar la característica en los terminales de un motor dc serie, el análisis se basará en la premisa de que la curva de magnetización es lineal, y luego se considerarán los efectos de la saturación en un análisis gráfico.

Suponer que la curva de magnetización es lineal implica que el flujo en el motor será dado por la ecuación (9-19):

$$\phi = cI_A \tag{9-19}$$

Esta ecuación se utilizará para deducir la curva característica par-velocidad del motor serie.

La deducción de la característica par-velocidad de un motor serie comienza por aplicar la ley de voltajes de Kirchhoff:

$$V_T = E_A + I_A(R_A + R_S) \tag{9-18}$$

De la ecuación (9-20), la corriente del inducido puede expresarse como

$$I_A = \sqrt{\frac{\tau_{\text{ind}}}{Kc}}$$

También, $E_A = K\phi\omega$. Sustituyendo estas expresiones en la ecuación (9-18) se obtiene

$$V_T = K\phi\omega + \sqrt{\frac{\tau_{\text{ind}}}{Kc}}(R_A + R_S) \tag{9-21}$$

Si en esta expresión pudiera eliminarse el flujo, el par de un motor se relacionará directamente con su velocidad. Para eliminar el flujo en la expresión, nótese que

$$I_A = \frac{\phi}{c}$$

y la ecuación de par inducido se puede escribir de nuevo como

$$\tau_{\text{ind}} = \frac{K}{c}\phi^2$$

En consecuencia, el flujo en el motor puede volverse a escribir como

$$\phi = \sqrt{\frac{c}{K}}\sqrt{\tau_{\text{ind}}} \tag{9-22}$$

Sustituyendo la ecuación (9-22) en la ecuación (9-21) y resolviendo para la velocidad se obtiene

$$V_T = K\sqrt{\frac{c}{K}}\sqrt{\tau_{\text{ind}}}\omega + \sqrt{\frac{\tau_{\text{ind}}}{Kc}}(R_A + R_S)$$

$$\sqrt{Kc}\sqrt{\tau_{\text{ind}}}\omega = V_T - \frac{R_A + R_S}{\sqrt{Kc}}\sqrt{\tau_{\text{ind}}}$$

$$\omega = \frac{V_T}{\sqrt{Kc}\sqrt{\tau_{\text{ind}}}} - \frac{R_A + R_S}{Kc}$$

La relación par-velocidad resultante es

$$\boxed{\omega = \frac{V_T}{\sqrt{Kc}}\frac{1}{\sqrt{\tau_{\text{ind}}}} - \frac{R_A + R_S}{Kc}} \tag{9-23}$$

Nótese que en un motor serie no saturado, la velocidad del motor varía con el inverso de la raíz cuadrada del par. ¡Esta relación es bastante inusual! Esta característica ideal par-velocidad se dibuja en la figura 9-21.

En esta ecuación se observa de inmediato una desventaja de los motores serie. Cuando el par de este motor tiende a cero, su velocidad tiende a infinito. En la práctica, el par nunca puede llegar a cero debido a que es necesario contrarrestar las pérdidas mecánicas, en el núcleo y misceláneas. Sin embargo, si no se conecta otra carga al motor, éste puede girar con demasiada rapidez y producir un daño severo. *Nunca* descargue por completo un motor serie ni conecte uno de ellos a una carga mediante una correa u otro mecanismo que pudiera romperse. Si ocurriera eso y el motor llegase a quedar sin carga mientras está girando, el resultado podría ser grave.

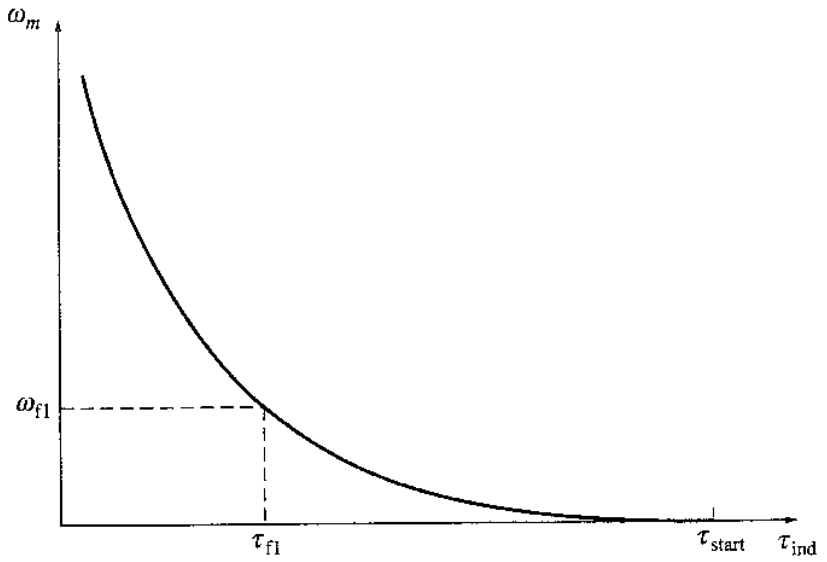


Figura 9-21
Característica par-velocidad de un motor dc serie.

En el ejemplo 9-5 se ilustra el análisis no lineal de un motor dc serie con efectos de saturación magnética, pero ignorando la reacción del inducido.

Ejemplo 9-5 La figura 9-20 muestra un motor dc serie de 250 V con devanados de compensación y una resistencia total en serie $R_A + R_S$ de 0.08 Ω. El campo serie consta de 25 vueltas por polo, y tiene la curva de magnetización mostrada en la figura 9-22.

a) Encuentre la velocidad y el par inducido de este motor cuando la corriente del inducido es 50 A.
b) Calcule y dibuje la característica par-velocidad de este motor.

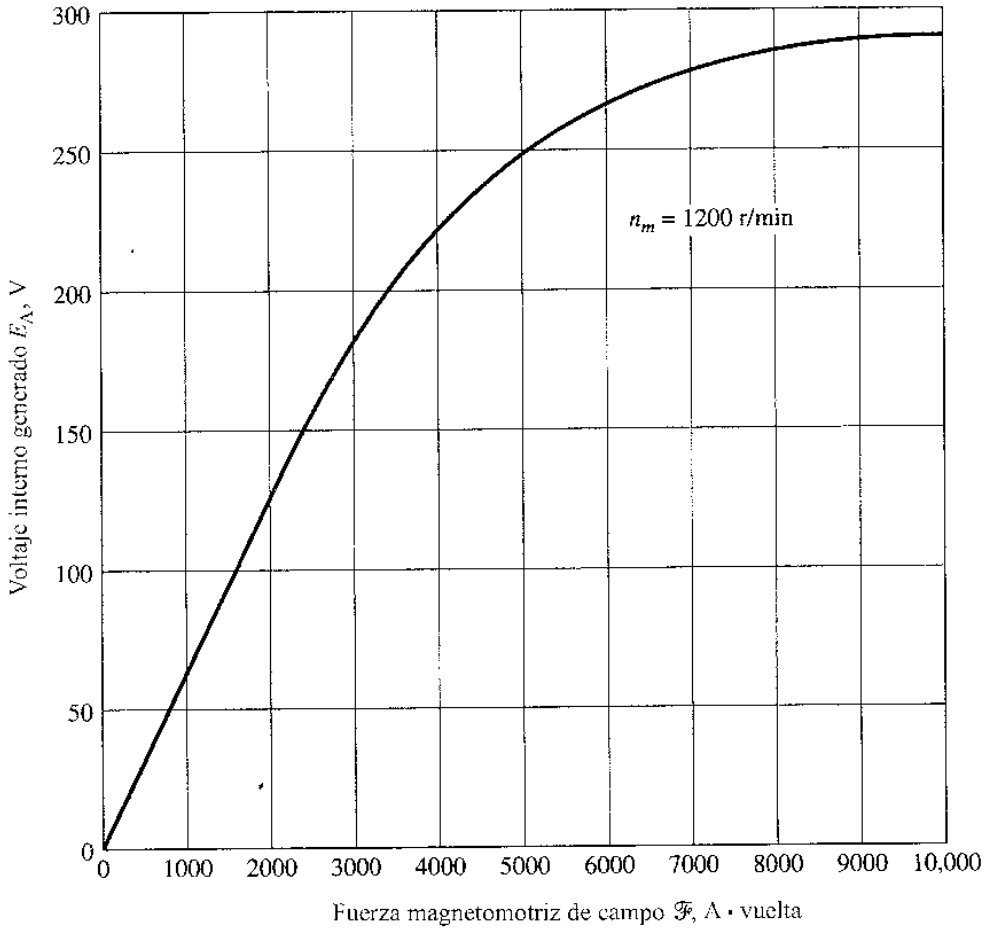


Figura 9-22
Curva de magnetización del motor del ejemplo 9-5. Esta curva se tomó con velocidad n_m = 1200 r/min.

Solución

a) Para analizar el comportamiento de un motor serie saturado, se escogen puntos a lo largo de la curva de operación y se hallan el par y la velocidad para cada punto. Nótese que la curva de magnetización está dada en unidades de fuerza magnetomotriz (amperios-vuelta) contra E_A para una velocidad de 1200 r/min, de modo que los valores calculados de E_A deben ser comparados con los valores equivalentes a 1200 r/min para determinar la velocidad real del motor.

Para $I_A = 50$ A,

$$E_A = V_T - I_A(R_A + R_S) = 250 \text{ V} - (50\text{A})(0.08\ \Omega) = 246 \text{ V}$$

Puesto que $I_A = I_F = 50$ A, la fuerza magnetomotriz es

$$\mathcal{F} = NI = (25 \text{ vueltas})(50 \text{ A}) = 1250 \text{ A} \cdot \text{vueltas}$$

De la curva de magnetización en $\mathcal{F} = 1250$ A • vuelta, $E_{A0} = 80$ V. Para obtener la velocidad corregida del motor recuérdese que, de la ecuación (9-13),

$$n = \frac{E_A}{E_{A0}} n_0$$

$$= \frac{246 \text{ V}}{80 \text{ V}} 120 \text{ r/min} = 3690 \text{ r/min}$$

Para encontrar el par inducido suministrado por el motor a esa velocidad, recuérdese que $P_{conv} = E_A I_A = \tau_{ind} \omega$. Entonces

$$\tau_{ind} = \frac{E_A I_A}{\omega}$$

$$= \frac{(246 \text{ V})(50 \text{ A})}{(3690 \text{ r/min})(1 \text{ min}/60 \text{ s})(2\pi \text{ rad/r})} = 31.8 \text{ N} \cdot \text{m}$$

b) Para calcular la característica par-velocidad completa, deben repetirse los pasos del literal *a*) para muchos valores de corriente del inducido. En seguida se muestra un archivo-m de MATLAB que calcula las características par-velocidad de un motor dc serie. Nótese que la curva de magnetización utilizada por este programa trabaja en términos de la fuerza magnetomotriz de campo en lugar de la corriente efectiva de campo.

```
% Archivo-m: series_ts_curve.m
% Archivo-m que crea un dibujo de la curva par-velocidad del
% motor dc serie con reacción armadura en ejemplo 9-5.

% Obtenga la curva de magnetización. Este archivo contiene las
% tres variables mmf_values, ea_values, y n_0.
load fig9_22-mat
```

```
% Primero, inicialice los valores necesarios en este programa
v_t = 250;                  %   Voltaje en terminales (v)
r_a = 0.08;                 %   Armadura + resistencia de campo (ohms)
i_a = 10:10:300;            %   Corriente de armadura (línea) (A)
n_s = 25;                   %   Número de espiras serie en el campo

% Calcule la FMM para cada carga
f = n_s * i_a;

% Calcule el voltaje interno generado e_a.
e_a = v_t - i_a * r_a;

% Calcule el voltaje interno generado a
% 1200 r/min interpolando la curva de magnetización del motor.
e_a0 = interpl (mmf_values,ea_values, f,'spline');

% Calcule la velocidad del motor de ecuación (9-13).
n = (e_a ./ e_a0) * n_0;

% Calcule el par inducido correspondiente a cada velocidad de
% ecuaciones (8-55) y (8-56).
t_ind = e_a .* i_a ./ (n * 2 * pi / 60);

Dibuje la curva par-velocidad
plot (t_ind, n,'Color', 'k','LineWidth',2.0);
hold on;
Xlabel ('\tau_{ind} (N-m)', 'Fontweight', 'Bold');
Ylabel ('\tn_{m} \rm\bf(r/min)','Fotweight','Bold');
title ('característica par-velocidad del motor DC serie', ...
  'Fontweight','Bold');
axis ([ 0 700 0 5000]);
grid on;
hold off;
```

La característica par-velocidad resultante del motor se muestra en la figura 9-23. Nótese el severo exceso de velocidad en pares muy pequeños.

●

Control de velocidad de motores dc serie

A diferencia del motor dc en derivación, hay sólo una forma eficiente de variar la velocidad de un motor dc serie: cambiar el voltaje en los terminales del motor. Si se aumenta el voltaje en los terminales del motor, el primer término de la ecuación (9-23) aumenta y resulta *una mayor velocidad para cualquier par dado.*

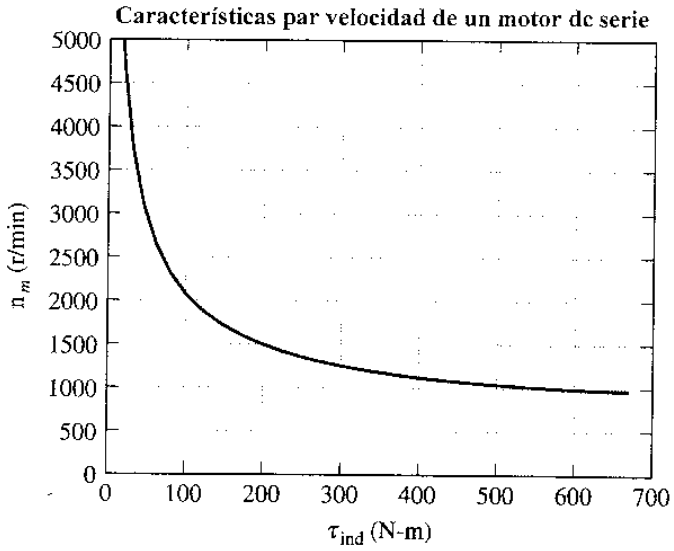


Figura 9-23
Característica par-velocidad del motor dc serie del ejemplo 9-5.

La velocidad de los motores dc serie puede ser controlada también insertando una resistencia en serie en el circuito del motor, pero esta técnica despilfarra potencia y sólo se utiliza en periodos intermitentes durante el arranque de algunos motores.

Hasta hace 30 años o más no había una forma conveniente de cambiar V_T, de modo que el único método de control de velocidad disponible fue la antieconómica resistencia en serie. Todo eso ha cambiado hoy en día debido a la introducción de los circuitos de control basados en los SCR. En el capítulo 3 se analizaron técnicas para obtener voltajes variables en los terminales, en las cuales se profundizará más adelante en este capítulo.

9-7 MOTOR DC COMPUESTO

Un motor dc compuesto es aquel que tiene *campo en derivación y campo en serie*. Tal motor se muestra en la figura 9-24. Los puntos que se marcan en las dos bobinas de campo tienen el mismo significado que los marcados en un transformador: *la corriente que fluye hacia dentro, por el punto, produce una fuerza magnetomotriz positiva.* Si la corriente fluye hacia dentro por los puntos marcados en las dos bobinas de campo, las fuerzas magnetomotrices resultantes se suman para producir una fuerza magnetomotriz total mayor. Esta situación se conoce como *composición acumulativa.* Si la corriente de una bobina de campo fluye hacia dentro por el punto, mientras que la corriente de la otra bobina de campo sale por el punto, las fuerzas magnetomotrices se restan. En la figura 9-24 los puntos redondos corresponden a la composición acumulativa del motor y los cuadrados, a la composición diferencial.

La ecuación correspondiente a la ley de voltajes de Kirchhoff para un motor dc compuesto es

$$V_T = E_A + I_A(R_A + R_S) \tag{9-24}$$

La corriente en el motor compuesto está relacionada por

$$I_A = I_L - I_F \tag{9-25}$$

$$I_F = \frac{V_T}{R_F} \tag{9-26}$$

La fuerza magnetomotriz neta y la corriente efectiva del campo en derivación en el motor compuesto están dadas por

$$\boxed{\mathcal{F}_{\text{net}} = \mathcal{F}_F \pm \mathcal{F}_{\text{SE}} - \mathcal{F}_{\text{AR}}} \tag{9-27}$$

y

$$\boxed{I_F^* = I_F \pm \frac{N_{SE}}{N_F} I_A - \frac{\mathcal{F}_{\text{AR}}}{N_F}} \tag{9-28}$$

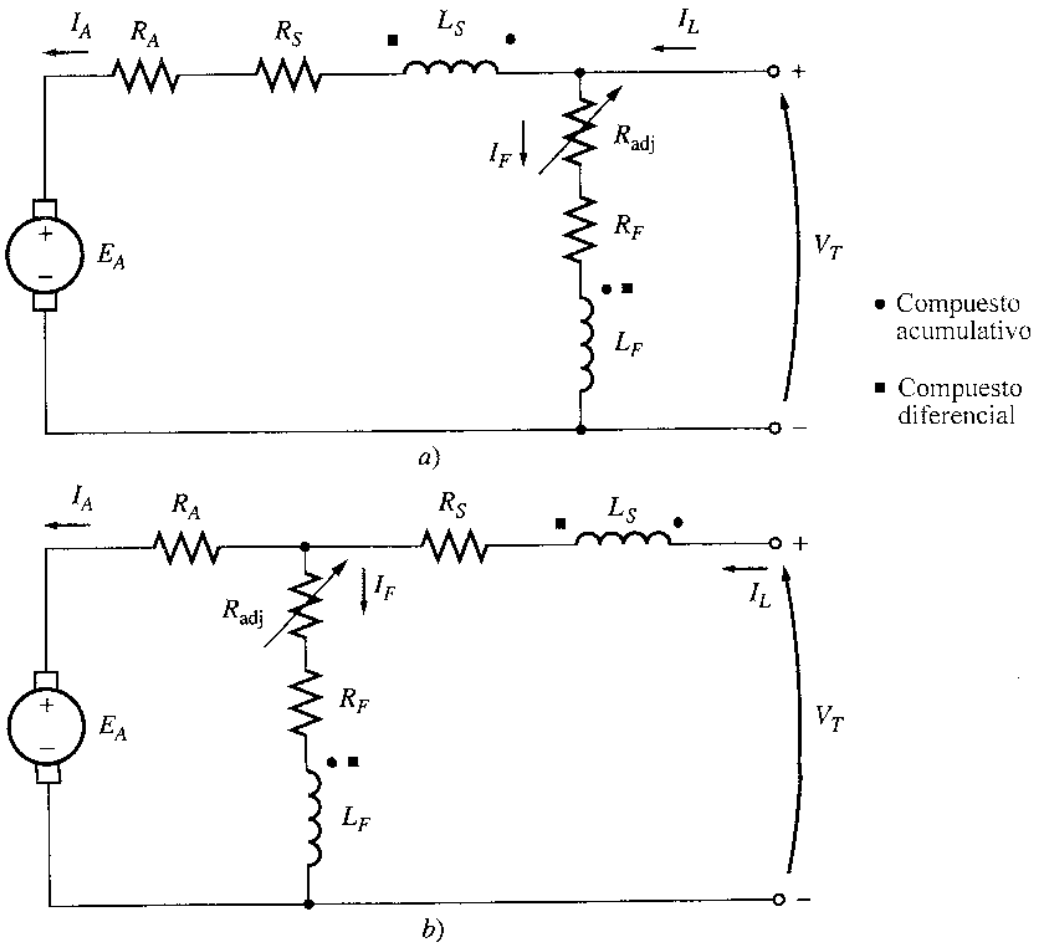


Figura 9-24
Circuito equivalente de los motores dc compuestos: *a*) conexión en derivación larga; *b*) conexión en derivación corta.

donde el signo positivo en las ecuaciones está asociado a un motor compuesto acumulativo y el signo menos se asocia al motor compuesto diferencial.

Característica par-velocidad de un motor dc compuesto acumulativo

En el motor dc compuesto acumulativo hay una componente de flujo que es constante y otra componente que es proporcional a la corriente del inducido (y, por tanto, a su carga). Por consiguiente, el motor compuesto acumulativo tiene un par de arranque mayor que un motor en derivación (cuyo flujo es constante), pero menor par de arranque que un motor serie (cuyo flujo total es proporcional a la corriente del inducido).

En algún grado, el motor dc compuesto acumulativo combina las mejores características del motor en derivación y del motor serie. Como en el motor serie, tiene par extra para el arranque; como en un motor dc en derivación, no se desboca en vacío.

Con cargas ligeras, el campo serie tiene un efecto muy pequeño de modo que el motor se comporta casi como un motor en derivación. Cuando la carga llega a ser muy grande, el flujo del devanado serie es muy importante y la curva par-velocidad comienza a parecerse a la característica del motor serie. La figura 9-25 muestra una comparación de las características par-velocidad de cada uno de los tipos de estas máquinas.

Para determinar la curva característica de un motor dc compuesto acumulativo por análisis no lineal, se utiliza un técnica similar a la empleada en los motores dc en derivación y en serie estudiados. Tal análisis será ilustrado en un ejemplo posterior.

Característica par-velocidad de un motor dc compuesto diferencial

En un motor dc compuesto diferencial, *las fuerzas magnetomotrices del campo en derivación y del campo en serie se restan una de otra.* Esto significa que cuando la carga aumenta en el motor I_A se incrementa y *el flujo en el motor disminuye.* Como el flujo disminuye, la velocidad del motor aumenta. Este aumento de velocidad causa otro incremento en la carga, el cual eleva más a I_A, disminuye más el flujo e incrementa de nuevo la velocidad. Como resultado de esto, el motor compuesto diferencial es inestable y tiende a embalarse. Esta inestabilidad es *peor* que la de un motor en derivación con reacción del inducido. Es tan mala que un motor compuesto diferencial es inadecuado para cualquier aplicación.

Para agravar la situación, es imposible arrancar tal motor. En condiciones de arranque la corriente del inducido y la corriente del campo serie son muy grandes. Puesto que el flujo serie se resta del flujo en derivación, el campo serie puede invertir la polaridad magnética de los polos de la máquina. El motor permanecerá típicamente quieto o girará con lentitud en dirección contraria mientras se quema debido a la excesiva corriente del inducido. Cuando va a arrancar este tipo de motor, su campo serie debe cortocircuitarse de modo que se comporte como un motor común en derivación durante el periodo de arranque.

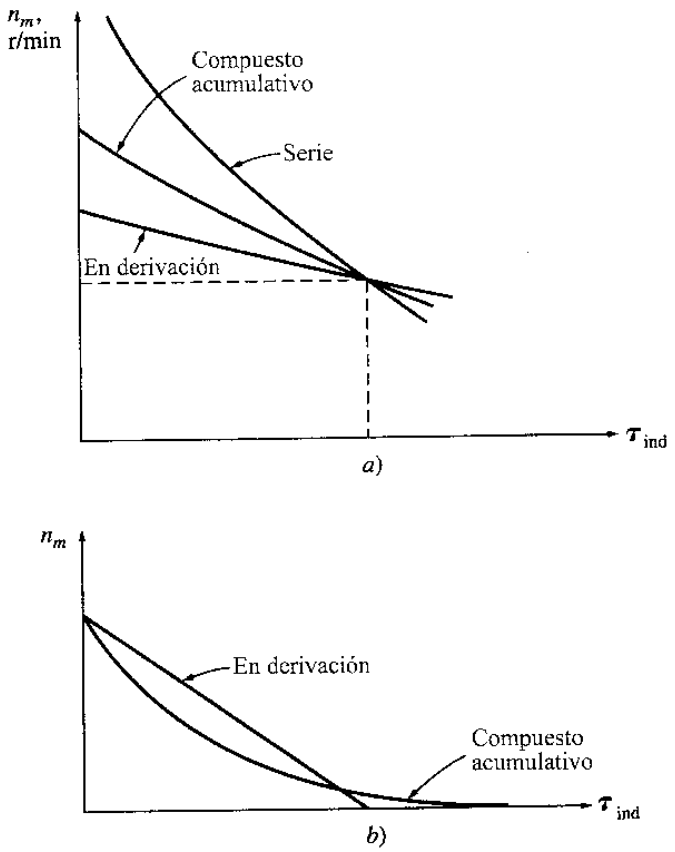


Figura 9-25
a) Característica par-velocidad de un motor dc compuesto acumulativo, comparado con los motores serie y en derivación de la misma capacidad a plena carga. *b*) Característica par-velocidad de un motor dc compuesto acumulativo, comparado con un motor en derivación con la misma velocidad en vacío.

Debido a los problemas de estabilidad del motor dc compuesto diferencial, no es utilizado *intencionalmente* casi nunca. Sin embargo, al invertir la dirección del flujo de potencia en un generador compuesto acumulativo, puede resultar un motor compuesto diferencial. Por tal razón, si se utilizan generadores dc compuestos acumulativos para suministrar potencia a un sistema, tendrán un circuito de disparo de potencia inversa para desconectarlos de la línea si se invierte el flujo de potencia. Ningún grupo motor-generador, en el cual se espera flujo de potencia en ambas direcciones, puede utilizar un motor compuesto diferencial ni, por tanto, un generador compuesto acumulativo.

La figura 9-26 muestra una característica en terminales, típica de un motor dc compuesto diferencial.

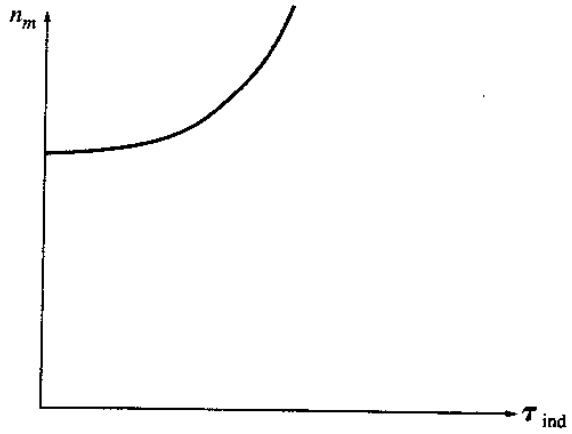


Figura 9-26
Característica par-velocidad de un motor dc compuesto diferencial.

Análisis no lineal de motores dc compuestos

La determinación del par y la velocidad de un motor dc compuesto se ilustra en el ejemplo 9-6.

Ejemplo 9-6 Un motor dc compuesto, de 100 hp, 250 V, con devanados de compensación, tiene una resistencia interna, incluidos los devanados serie, de 0.04 Ω. Hay 1000 vueltas por polo en el campo en derivación y 3 vueltas por polo en el devanado serie. La máquina se muestra en la figura 9-27; su curva de magnetización, en la figura 9-9. En vacío, la resistencia de campo ha sido ajustada para hacer girar el motor a 1200 r/min. Las pérdidas en el núcleo, mecánicas y misceláneas se pueden despreciar.

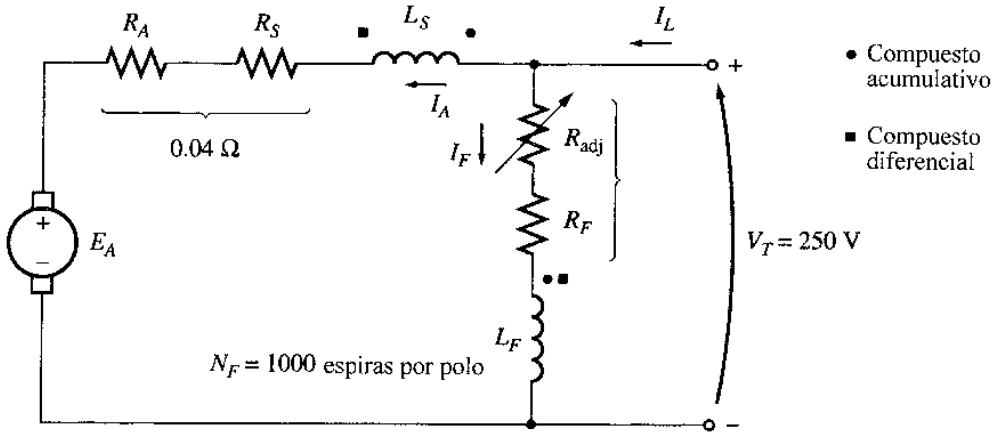


Figura 9-27
El motor dc compuesto del ejemplo 9-6.

a) ¿Cuál es la corriente del campo en derivación de esta máquina, en vacío?
b) Si el motor es compuesto acumulativo, encuentre su velocidad cuando $I_A = 200$ A.
c) Si el motor es compuesto diferencial, halle su velocidad cuando $I_A = 200$ A.

Solución

a) En vacío, la corriente del inducido es cero de modo que el voltaje interno generado del motor debe ser igual a V_T, lo cual significa que debe ser 250 V. De la curva de magnetización, una corriente de campo de 5 A producirá un voltaje E_A de 250 V a 1200 r/min. Entonces, la corriente del campo en derivación debe ser 5 A.

b) Cuando fluye una corriente del inducido de 200 A en el motor, el voltaje interno generado en la máquina es

$$\begin{aligned} E_A &= V_T - I_A(R_A + R_S) \\ &= 250 \text{ V} - (200 \text{ A})(0.04\ \Omega) = 242 \text{ V} \end{aligned}$$

La corriente efectiva de campo de este motor compuesto acumulativo es

$$\begin{aligned} I_F^* &= I_F + \frac{N_{SE}}{N_F} I_A - \frac{\mathcal{F}_{AR}}{N_F} \qquad (9\text{-}28) \\ &= 5 \text{ A} + \frac{3}{1000} 200 \text{ A} = 5.6 \text{ A} \end{aligned}$$

De la curva de magnetización, $E_{A0} = 262$ V a velocidad $n_0 = 1200$ r/min. Por tanto, la velocidad del motor será

$$\begin{aligned} n &= \frac{E_A}{E_{A0}} n_0 \\ &= \frac{242 \text{ V}}{262 \text{ V}} 1200 \text{ r/min} = 1108 \text{ r/min} \end{aligned}$$

c) Si la máquina es compuesta diferencial, la corriente efectiva de campo es

$$\begin{aligned} I_F^* &= I_F - \frac{N_{SE}}{N_F} I_A - \frac{\mathcal{F}_{AR}}{N_F} \qquad (9\text{-}28) \\ &= 5 \text{ A} - \frac{3}{1000} 200 \text{ A} = 4.4 \text{ A} \end{aligned}$$

De la curva de magnetización, $E_{A0} = 236$ V a velocidad $n_0 = 1200$ r/min. Por consiguiente, la velocidad del motor será

$$n = \frac{E_A}{E_{A0}} n_0$$
$$= \frac{242 \text{ V}}{236 \text{ V}} 1200 \text{ r/min} = 1230 \text{ r/min}$$

Nótese que la velocidad del motor compuesto acumulativo disminuye con la carga, mientras que la velocidad del motor compuesto diferencial aumenta con la carga.

●

Control de velocidad en el motor dc compuesto acumulativo

Las técnicas disponibles para controlar la velocidad de un motor dc compuesto acumulativo son iguales a las empleadas en el motor en derivación:

1. Cambio de la resistencia de campo R_F.
2. Cambio del voltaje del inducido V_A.
3. Cambio de la resistencia del inducido R_A.

Los argumentos que describen los efectos del cambio en R_F o en V_A son muy similares a los expuestos anteriormente para el motor en derivación.

En teoría, el motor dc compuesto diferencial podría ser controlado de manera semejante, pero esto poco importa, puesto que el motor compuesto diferencial casi nunca se utiliza.

9-8 ARRANCADORES PARA MOTORES DC

Para que un motor dc funcione de manera adecuada, debe tener incorporado algún equipo de control y protección especial. Los propósitos de este equipo son

1. Proteger el motor contra daños debidos a cortocircuitos en el equipo
2. Proteger el motor contra daños por sobrecargas prolongadas
3. Proteger el motor contra daño por corrientes de arranque excesivas
4. Proporcionar la forma adecuada para controlar la velocidad de operación del motor

Las primeras tres funciones se analizarán en esta sección; y la cuarta, será considerada en la sección 9-9.

Problemas en el arranque de motores dc

Para que un motor dc funcione bien, debe ser protegido de daño físico durante el periodo de arranque. En condiciones de arranque, el motor no está girando, por tanto, $E_A = 0$ V. Puesto que

la resistencia interna de un motor dc normal es muy baja comparada con su tamaño (3% a 6 % por unidad para motores medianos), fluye una corriente *muy alta*.

Consideremos por ejemplo el motor de 50 hp, 250 V, del ejemplo 9-1. Este motor tiene una resistencia del inducido R_A de 0.06 Ω y corriente de plena carga menor que 200 A, pero la corriente de arranque es

$$I_A = \frac{V_T - E_A}{R_A}$$
$$= \frac{250\text{ V} - 0\text{ V}}{0.06\ \Omega} = 4167\text{ A}$$

Esta corriente equivale a 20 veces la corriente nominal de plena carga del motor. Es posible que un motor experimente daños graves debido a tales corrientes, a pesar de que sólo esté expuesto a ellas durante un breve instante.

Una solución al problema de corriente excesiva durante el arranque consiste en insertar una *resistencia de arranque* en serie con el inducido para restringir el flujo de corriente hasta cuando E_A crezca y sirva de limitante. La resistencia no debe estar en el circuito permanentemente debido a que originaría pérdidas excesivas y causaría una caída demasiado grande en la característica par-velocidad del motor con un aumento de la carga.

En consecuencia, se debe insertar una resistencia en el circuito del inducido para limitar la corriente que fluye en el arranque y debe ser removida cuando la velocidad del motor crece. En la práctica moderna, una resistencia de arranque está conformada por una serie de tramos cada uno de los cuales sale del circuito del motor a medida que se incrementa la velocidad del motor para limitar la corriente en éste a un valor seguro, aunque nunca llega a un valor demasiado bajo para una rápida aceleración.

La figura 9-28 muestra un motor en derivación con una resistencia extra de arranque que puede ser sacada del circuito cerrando los contactos de 1A, 2A y 3A. Se requieren dos acciones para que un arrancador de motor sea funcional. La primera es escoger el tamaño y número de tramos de resistencia necesarios para limitar la corriente de arranque a los valores deseados. La segunda es diseñar un circuito de control que cierre los contactos de derivación de la resistencia en el tiempo adecuado para desconectar del circuito aquellas partes de la resistencia.

Algunos de los antiguos arrancadores para motor dc utilizaron resistencias de arranque continuas que eran sacadas gradualmente del circuito por una persona que movía su manubrio (figura 9-29). Este tipo de arrancador tuvo algunos problemas, como su gran dependencia de que la persona que arrancaba el motor no moviera el manubrio demasiado rápido o demasiado despacio. Si la resistencia era cortocircuitada con demasiada rapidez (antes que el motor pudiera acelerar lo suficientemente), el flujo de corriente resultante podía ser demasiado grande. Por otra parte, si la resistencia era cortocircuitada con demasiada lentitud, la resistencia de arranque podía quemarse. Puesto que dependen de una persona para su operación correcta, estos arrancadores para motor estuvieron sujetos al problema del error humano. En la actualidad han sido casi totalmente desplazados en las nuevas instalaciones por circuitos automáticos de arranque.

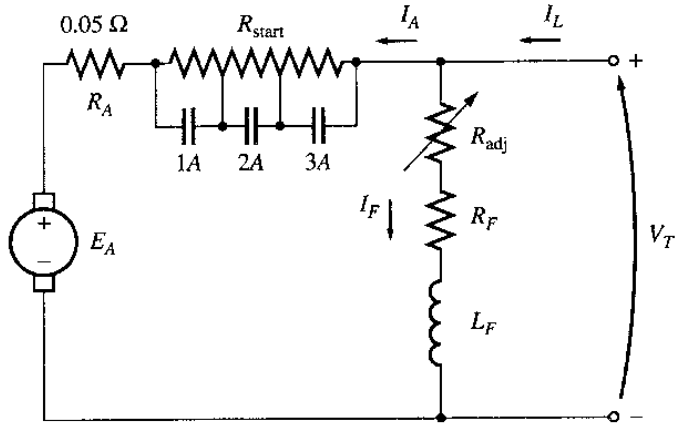


Figura 9-28
Motor dc en derivación con resistencia de arranque en serie con el inducido. Los contactos 1A, 2A y 3A cortocircuitan secciones de la resistencia de arranque cuando se cierran.

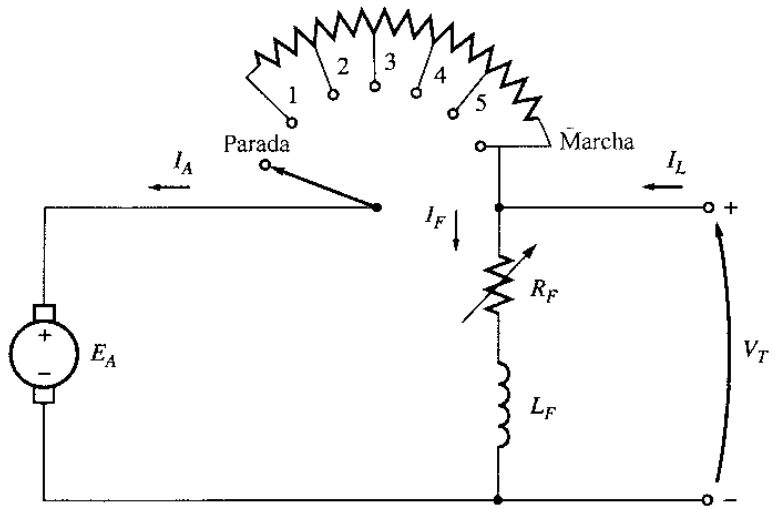


Figura 9-29
Arrancador manual para motor dc.

El ejemplo 9-7 ilustra la selección del tamaño y el número de segmentos de resistencia exigidos por un circuito arrancador automático. El problema de la temporización requerida para cortocircuitar los segmentos de resistencia exterior al circuito del inducido será examinado más adelante.

Ejemplo 9-7 La figura 9-28 muestra un motor dc en derivación, de 100 hp, 250 V, 350 A, con resistencia del inducido de 0.05 Ω. Se desea diseñar un circuito arrancador para este motor que limitará la máxima corriente de arranque al *doble* de su valor nominal y pondrá fuera del circuito las secciones de la resistencia cuando la corriente del inducido caiga a su valor nominal.

a) ¿Cuántos tramos de resistencia de arranque se requerirán para limitar la corriente al rango especificado?
b) ¿Cuál debe ser el valor de cada segmento de resistencia? ¿A qué voltaje debería ser cortocircuitado cada tramo de la resistencia de arranque?

Solución

a) La resistencia de arranque debe seleccionarse de modo que el flujo de corriente iguale al doble de la corriente nominal del motor cuando éste se conecta en principio a la línea. Cuando el motor comienza a acelerar, se producirá un voltaje interno generado E_A. Puesto que este voltaje se opone al voltaje en los terminales del motor, el aumento del voltaje interno generado disminuye el flujo de corriente en el motor. Cuando la corriente que fluye en el motor cae a su valor nominal, se debe retirar del circuito una sección de la resistencia de arranque para aumentar la corriente de arranque hasta 200% de la corriente nominal. Como el motor continúa acelerando, el voltaje E_A continúa aumentando y la corriente del inducido, disminuyendo. Cuando la corriente que fluye en el motor cae de nuevo a su valor nominal, se debe desconectar otra sección de la resistencia de arranque. Este proceso se repite hasta que la resistencia de arranque que debe ser removida en una etapa dada es menor que la resistencia del circuito del inducido del motor. En este punto, la resistencia del inducido del motor limitará la corriente a un valor seguro.

¿Cuántos pasos se requieren para llevar a cabo la limitación de corriente? Para obtener la respuesta, se define R_{tot} como la resistencia original en el circuito de arranque. Por tanto, R_{tot} es la suma de la resistencia de cada etapa de la resistencia de arranque junto con la resistencia del circuito del inducido del motor:

$$R_{tot} = R_1 + R_2 + \cdots + R_A \tag{9-29}$$

Ahora se define $R_{tot,i}$ como la resistencia total que permanece en el circuito de arranque luego de que se han cortocircuitado las etapas 1 a i. La resistencia que queda en el circuito luego de remover las etapas 1 a i es

$$R_{tot,i} = R_{i+1} + \cdots + R_A \tag{9-30}$$

Nótese también que la resistencia inicial de arranque debe ser

$$R_{tot} = \frac{V_T}{I_{máx.}}$$

En la primera etapa del circuito de arranque, la resistencia R_1 debe ser desconectada del circuito cuando la corriente I_A cae a

$$I_A = \frac{V_T - E_A}{R_{tot}} = I_{mín.}$$

Después de desconectado ese tramos de resistencia, la corriente del inducido debe saltar a

$$I_A = \frac{V_T - E_A}{R_{tot,1}} = I_{máx.}$$

Puesto que $E_A (= K\phi\omega)$ es directamente proporcional a la velocidad del motor, la cual no puede cambiar instantáneamente, la cantidad $V_T - E_A$ debe ser constante en el instante en que se desconecta la resistencia. Entonces

$$I_{\text{mín.}}R_{\text{tot}} = V_T - E_A = I_{\text{máx.}}R_{\text{tot,1}}$$

o la resistencia que queda en el circuito después de desconectar el primer tramo es

$$R_{\text{tot,1}} = \frac{I_{\text{mín.}}}{I_{\text{máx.}}} R_{\text{tot}} \tag{9-31}$$

Por extensión directa, la resistencia que queda en el circuito después de que el enésimo tramo ha sido desconectado es

$$R_{\text{tot},n} = \left(\frac{I_{\text{mín.}}}{I_{\text{máx.}}}\right)^n R_{\text{tot}} \tag{9-32}$$

El proceso de arranque se completa cuando $R_{\text{tot,n}}$, para el tramo n, es menor o igual a la resistencia interna del inducido R_A del motor. En ese punto, R_A puede limitar la corriente al valor deseado. En el límite donde $R_A = R_{\text{tot},n}$.

$$R_A = R_{\text{tot},n} = \left(\frac{I_{\text{mín.}}}{I_{\text{máx.}}}\right)^n R_{\text{tot}} \tag{9-33}$$

$$\frac{R_A}{R_{\text{tot}}} = \left(\frac{I_{\text{mín.}}}{I_{\text{máx.}}}\right)^n \tag{9-34}$$

Resolviendo para n se obtiene

$$n = \frac{\log (R_A/R_{\text{tot}})}{\log (I_{\text{mín.}}/I_{\text{máx.}})} \tag{9-35}$$

donde n debe ser redondeada al próximo valor entero puesto que no es posible tener un número fraccionario de tramos en el arranque. Si n tiene una parte fraccionaria, cuando se desconecta la etapa final de la resistencia de arranque, la corriente del inducido del motor saltará a un valor más pequeño que $I_{\text{máx.}}$.

En este problema particular, la relación $I_{\text{mín.}}/I_{\text{máx.}} = 0.5$ y, R_{tot} es

$$R_{\text{tot}} = \frac{V_T}{I_{\text{máx.}}} = \frac{250\ \text{V}}{700\ \text{A}} = 0.357\ \Omega$$

por tanto

$$n = \frac{\log (R_A/R_{\text{tot}})}{\log (I_{\text{mín.}}/I_{\text{máx.}})} = \frac{\log (0.05\ \Omega/0.357\ \Omega)}{\log (350\ \text{A}/700\ \text{A})} = 2.84$$

El número de tramos requeridos será tres.

b) El circuito del inducido contendrá la resistencia del inducido R_A y tres resistencias de arranque R_1, R_2 y R_3. Este arreglo se muestra en la figura 9-28.

Al principio $E_A = 0$ V e $I_A = 700$ A, entonces,

$$I_A = \frac{V_T}{R_A + R_1 + R_2 + R_3} = 700 \text{ A}$$

Por tanto, la resistencia total debe ser

$$R_A + R_1 + R_2 + R_3 = \frac{250 \text{ V}}{700 \text{ A}} = 0.357 \ \Omega \tag{9-36}$$

Esta resistencia total será colocada en el circuito hasta que la corriente caiga a 350 A. Esto ocurre cuando

$$E_A = V_T - I_A R_{\text{tot}} = 250 \text{ V} - (350 \text{ A})(0.357 \ \Omega) = 125 \text{ V}$$

Cuando $E_A = 125$ V, I_A ha caído a 350 A y es tiempo de cortocircuitar la primera resistencia de arranque R_1. Cuando ésta es desconectada, la corriente debe saltar a 700 A. Por consiguiente

$$R_A + R_2 + R_3 = \frac{V_T - E_A}{I_{\text{máx.}}} = \frac{250 \text{ V} - 125 \text{ V}}{700 \text{ A}} = 0.1786 \ \Omega \tag{9-37}$$

Esta resistencia total estará en el circuito hasta que I_A caiga de nuevo a 350 A. Esto ocurre cuando E_A

$$E_A = V_T - I_A R_{\text{tot}} = 250 \text{ V} - (350 \text{ A})(0.1786 \ \Omega) = 187.5 \text{ V}$$

Cuando $E_A = 187.5$ V, I_A ha caído a 350 A y es tiempo de cortocircuitar la segunda resistencia de arranque R_2. Cuando ésta es cortocircuitada, la corriente debe saltar a 700 A. En consecuencia

$$R_A + R_3 = \frac{V_T - E_A}{I_{\text{máx.}}} = \frac{250 \text{ V} - 187.5 \text{ V}}{700 \text{ A}} = 0.0893 \ \Omega \tag{9-38}$$

Esta resistencia total estará en el circuito hasta que I_A caiga de nuevo a 350 A. Esto ocurre cuando E_A es

$$E_A = V_T - I_A R_{\text{tot}} = 250 \text{ V} - (350 \text{ A})(0.0893 \ \Omega) = 218.75 \text{ V}$$

Cuando $E_A = 218.75$ V, I_A ha caído a 350 A y es tiempo de cortocircuitar la tercera resistencia de arranque R_3. Cuando ésta es cortocircuitada, únicamente permanece la resistencia interna del motor. Ahora sin embargo, R_A sola puede limitar la corriente del motor a

$$I_A = \frac{V_T - E_A}{R_A} = \frac{250 \text{ V} - 218.75 \text{ V}}{0.05 \ \Omega}$$

$$= 625 \text{ A} \quad \text{(menor que el máximo permitido)}$$

A partir de este punto, el motor puede aumentar su velocidad por sí mismo.

De las ecuaciones (9-34) a (9-36) se pueden calcular los valores de resistencia requeridos:

$$R_3 = R_{tot,3} - R_A = 0.0893\ \Omega - 0.05\ \Omega = 0.0393\ \Omega$$

$$R_2 = R_{tot,2} - R_3 - R_A = 0.1786\ \Omega - 0.0393\ \Omega - 0.05\ \Omega = 0.0893\ \Omega$$

$$R_1 = R_{tot,1} - R_2 - R_3 - R_A = 0.357\ \Omega - 0.1786\ \Omega - 0.0393\ \Omega - 0.05\ \Omega = 0.1786\ \Omega$$

y R_1, R_2 y R_3 son cortocircuitadas cuando E_A llega a ser 125, 187.5 y 218.75 V, respectivamente. ●

Circuitos de arranque para el motor dc

Una vez seleccionadas las resistencias de arranque, ¿cómo se pueden controlar los contactos de cortocircuitado para asegurar que cierren en el momento oportuno? Para llevar a cabo esta conmutación se utilizan varios esquemas diferentes; dos de las técnicas más comunes se examinarán en esta sección. Sin embargo es necesario presentar algunas de las componentes utilizadas en circuitos de arranque de motores.

La figura 9-30 ilustra algunos de los equipos comúnmente utilizados en los circuitos de control de motores. Tales elementos son los fusibles, interruptores pulsadores, relés, relés de temporización y relés de sobrecarga.

La figura 9-30*a* muestra el símbolo para un fusible. En un circuito de control de motor, los fusibles sirven para proteger el motor contra daño por cortocircuitos. Están colocados en las líneas de potencia que alimentan a los motores. Si un motor experimenta un cortocircuito, los fusibles de la línea que lo alimenta se quemarán, abriendo el circuito antes que el motor pueda sufrir daños mayores.

La figura 9-30*b* muestra los interruptores pulsadores de tipo resorte. Hay dos tipos básicos de tales interruptores: normalmente abiertos y normalmente cerrados. Los de contacto *normalmente abierto* están abiertos cuando el botón está en reposo, y cierran cuando el botón ha sido pulsado; los de contacto *normalmente cerrado* están cerrados cuando el botón está en reposo, y abren cuando el botón ha sido pulsado.

En la figura 9-30*c* se muestra un relé que consta de una bobina principal y varios contactos. La bobina principal se simboliza por un círculo, los contactos se representan como líneas paralelas. Los contactos son de dos tipos: normalmente abiertos y normalmente cerrados. Un contacto *normalmente abierto* es aquel que está abierto cuando el relé está desenergizado; un contacto *normalmente cerrado* es aquel que está cerrado cuando el relé está desenergizado. Cuando se aplica potencia eléctrica al relé (el relé es energizado) sus contactos cambian de estado: los normalmente abiertos se cierran y los normalmente cerrados se abren.

En la figura 9-30*d* se muestra un relé de tiempo en atraso que se comporta como un relé ordinario, excepto en que, cuando es energizado, muestra un atraso ajustable de tiempo antes que sus contactos cambien de estado.

En la figura 9-30*e* se muestra un relé de sobrecarga* que consiste en una bobina de calentamiento y algunos contactos normalmente cerrados. La corriente que fluye al motor pasa a través de las bobinas de calentamiento. Si la carga sobre el motor llega a ser muy grande, la corriente que fluye hacia aquél calentará las bobinas del relé, lo cual causará la apertura de los contactos normalmente cerrados del relé y éstos, a su vez, activan algunos de los elementos del circuito de protección del motor.

En la figura 9-31 se muestra un circuito común para arranque de motor, el cual utiliza estas componentes. En este circuito, una serie de relés de tiempo en atraso cierran los contactos que remueven cada sección de la resistencia de arranque en el tiempo correcto, después de aplicar potencia al motor. Cuando se pulsa el botón de arranque en este circuito, se conecta el circuito del inducido del motor a su fuente de potencia y la máquina arranca con toda la resistencia en el circuito. Sin embargo, el relé 1TD se energiza al mismo tiempo que arranca el motor, de modo

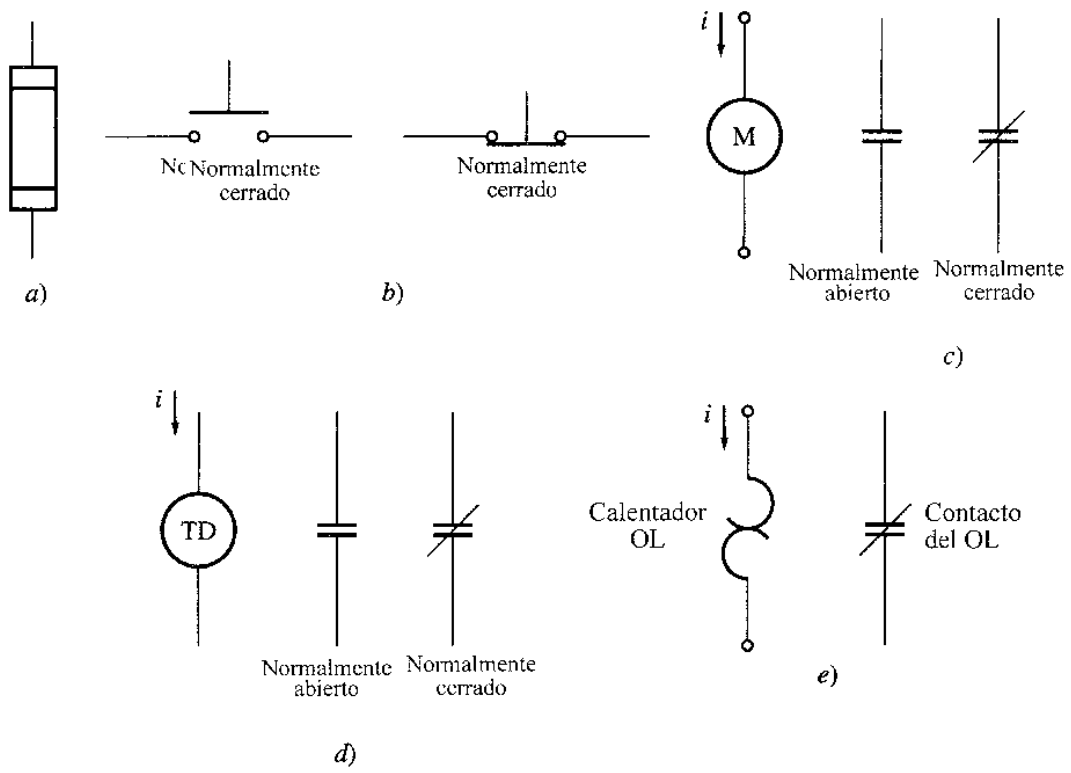


Figura 9-30

a) Fusible. *b*) Interruptores pulsadores normalmente abiertos y normalmente cerrados. *c*) Bobina de relé y contactos. *d*) Relé de tiempo en atraso y contactos. *e*) Relé de sobrecarga y sus contactos normalmente cerrados.

* *N. del T.* También se conocen con el nombre de relés térmicos.

que después de algún tiempo de atraso, los contactos 1TD cierran y remueven parte de la resistencia de arranque del circuito. Simultáneamente, el relé 2TD se energiza y después de otro atraso en tiempo, los contactos de 2TD se cierran removiendo la segunda parte de la resistencia reguladora de arranque. Cuando los contactos de 2TD se cierran, el relé 3TD se energiza de tal manera que el proceso se repite de nuevo y al final, el motor gira a plena velocidad sin resistencia de arranque en su circuito. Si los atrasos en tiempo se escogen de manera adecuada, las resistencias de arranque se pueden cortocircuitar en el momento justo para limitar la corriente del motor a sus valores de diseño.

Otro tipo de arrancador para motor se muestra en la figura 9-32. Aquí, una serie de relés determinan cuál es el valor de E_A en el motor y cortocircuitan la resistencia de arranque cuando E_A se eleva a valores predeterminados. Este tipo de arrancador es mejor que el anterior, puesto que si el motor está bastante cargado y arranca con más lentitud que la normal, su resistencia del inducido está aún desconectada cuando su corriente cae al valor adecuado.

Nótese que ambos circuitos de arranque tienen un relé en el circuito de campo marcado como FL. Éste es un *relé de pérdida de campo*. Si se pierde la corriente de campo por alguna razón, el relé de pérdida de campo se desenergiza, lo cual a su vez desconecta la potencia que llega al relé M. Cuando se desenergiza el relé M, sus contactos normalmente abiertos abren y desconectan el motor de la fuente de suministro. Este relé evita que el motor se embale si pierde su corriente de campo.

Nótese también que hay un relé de sobrecarga en cada circuito del arrancador del motor. Si la potencia tomada del motor es excesiva, estos relés se calentarán por encima de su valor fijado y abren los contactos normalmente cerrados OL, desenergizando el relé M. Cuando se desenergiza el relé M, sus contactos normalmente abiertos se abren y desconectan el motor de la fuente de alimentación para protegerlo contra daño por cargas excesivas prolongadas.

9-9 SISTEMA WARD-LEONARD Y CONTROLADORES DE VELOCIDAD DE ESTADO SÓLIDO

La velocidad de los motores dc de excitación separada, en derivación o compuestos, se puede variar de tres maneras: cambiando la resistencia de campo, cambiando el voltaje del inducido o cambiando la resistencia del inducido. De estos métodos, quizás el más útil sea el control del voltaje del inducido puesto que permite amplias variaciones de la velocidad, sin afectar el par máximo del motor.

En el curso de los años se han desarrollado sistemas de control de motor para aprovechar los altos pares y las variadas velocidades disponibles gracias al control de voltaje del inducido de los motores dc. Antes que estuvieran disponibles las componentes electrónicas de estado sólido, era difícil producir un voltaje dc variable.

De hecho, la forma normal para variar el voltaje del inducido en un motor dc era proveerlo de su propio generador separado.

En la figura 9-33 se muestra un sistema de control del voltaje del inducido de este tipo. Esta figura muestra un motor ac que sirve como motor primario para un generador dc, el cual a su vez se utiliza para suministrar un voltaje dc a un motor dc. Tal sistema de máquinas es llamado *sistema Ward-Leonard*, versátil en extremo.

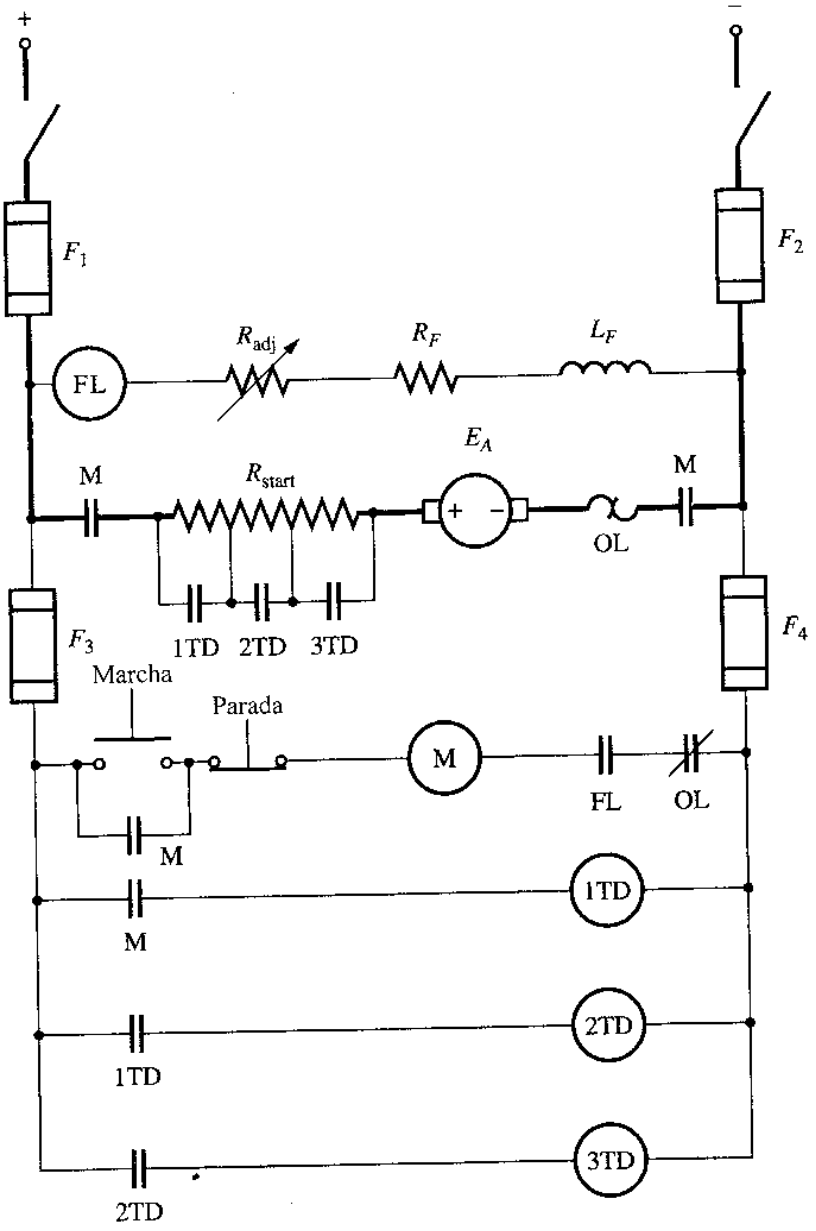


Figura 9-31
Circuito para arrancador de motor dc con relés de tiempo en atraso para cortocircuitar la resistencia de arranque.

En este sistema de control de motores, el voltaje del inducido del motor puede ser controlado variando la corriente de campo del generador dc. Este voltaje del inducido permite que la velocidad del motor varíe de manera moderada entre un valor muy pequeño y la velocidad nominal. La velocidad del motor puede ajustarse por encima de la velocidad nominal, reduciendo la corriente de campo del motor. Con tan flexible arreglo, es posible controlar por completo la velocidad del motor.

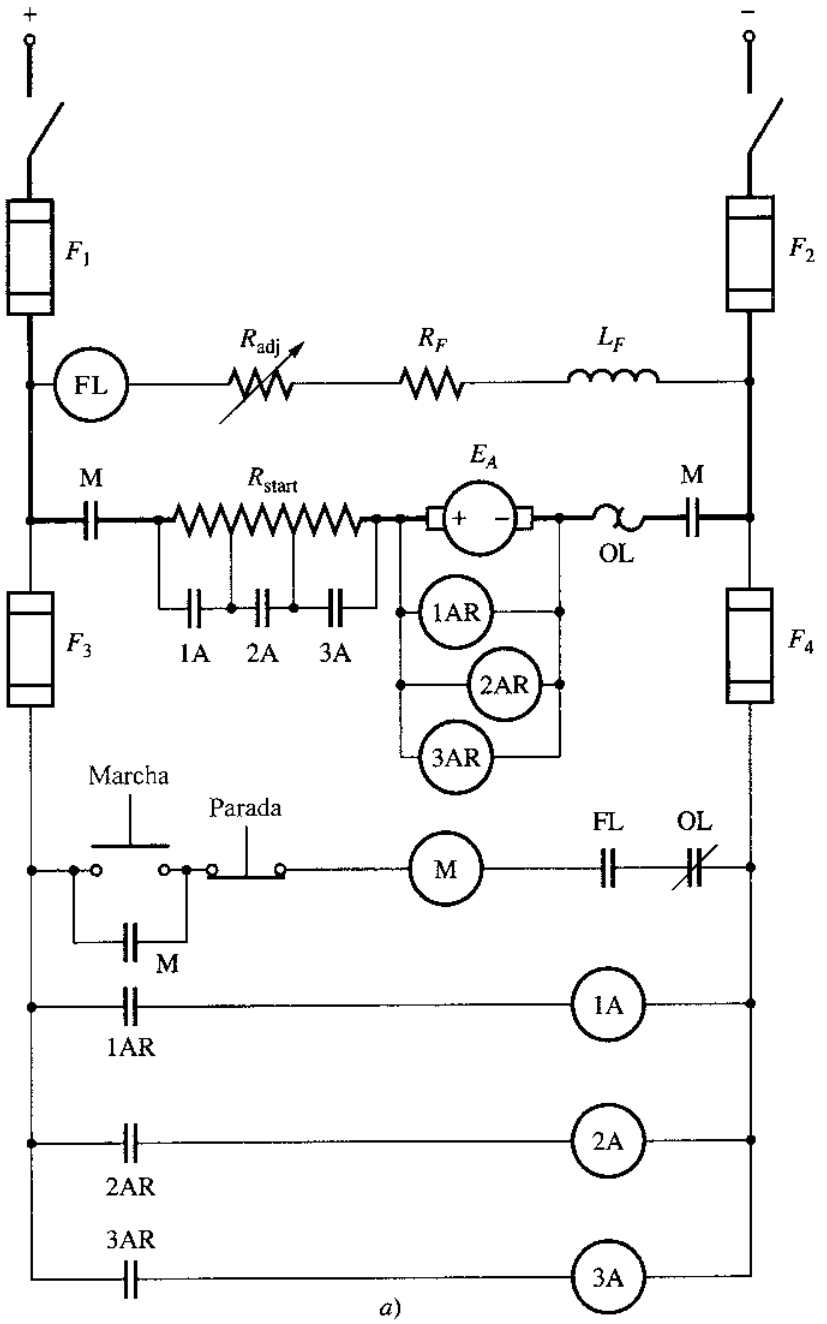


Figura 9-32

a) Circuito dc arranque para motor dc que utiliza relés sensores de contratensión para cortocircuitar la resistencia de arranque.

Además, si se invierte la corriente de campo del generador, se invierten la polaridad del voltaje del inducido del generador y la dirección de rotación del motor. Por tanto, mediante el sistema Ward-Leonard de control de motor dc, es posible obtener un rango muy amplio de variación de velocidad *en cualquier dirección de rotación.*

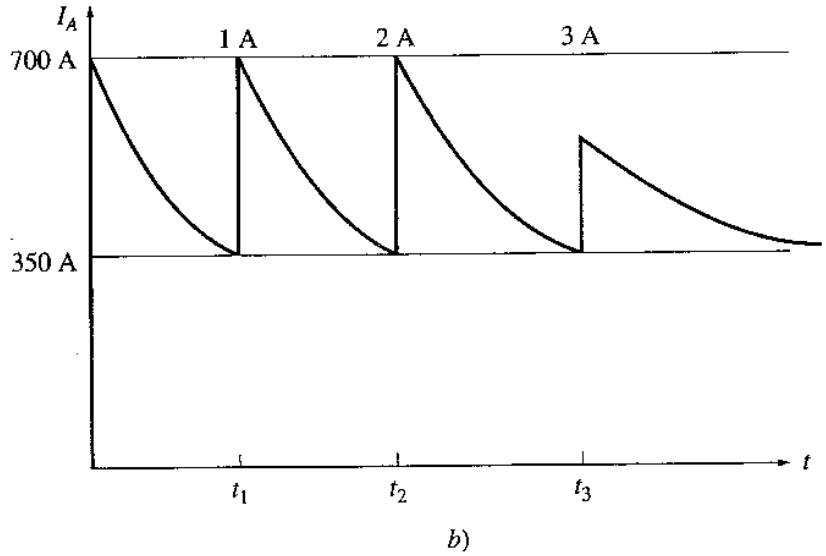


Figura 9-32 ***(continuación)***
b) Corriente del inducido en un motor dc durante el arranque.

Otra ventaja del sistema Ward-Leonard radica en que puede "regenerar" o devolver la energía del movimiento de la máquina a las líneas de suministro. Si se utiliza el motor dc de un sistema Ward-Leonard para levantar primero una carga pesada y bajarla luego, el motor actúa como generador cuando la carga está bajando, y suministra potencia de vuelta al sistema de potencia. En esta forma puede recuperarse mucha de la energía requerida para elevar la carga en primer lugar, y reducir los costos totales de operación de la máquina.

Los posibles modos de operación de la máquina dc se muestran en el diagrama par-velocidad de la figura 9-34. Cuando este motor está rotando en su dirección normal y suministrando un par en la dirección de rotación, opera en el primer cuadrante de la figura. Si se invierte la corriente de campo del generador, se invertirá el voltaje en los terminales del generador, lo que a su vez invierte el voltaje del inducido del motor. Cuando el voltaje del inducido se invierte y la corriente de campo del motor permanece inmodificable, tanto el par como la velocidad del motor se invierten y la máquina opera como motor en el tercer cuadrante del diagrama. Si se invierte sólo el par o la velocidad del motor, mientras la otra cantidad permanece sin modificar, la máquina sirve como generador devolviendo potencia al sistema de potencia dc. Debido a que el sistema Ward-Leonard permite rotación y regeneración en cada dirección, se llama *sistema de control de cuatro cuadrantes.*

Las desventajas del sistema Ward-Leonard son obvias. Una es que el usuario está forzado a comprar *tres* máquinas completas de capacidad esencialmente igual, lo cual es muy costoso. Otra desventaja es que tres máquinas serán mucho menos eficientes que una sola. Debido a su costo y baja eficiencia relativa, el sistema Ward-Leonard ha sido remplazado en las nuevas aplicaciones por los circuitos controladores basados en SCR.

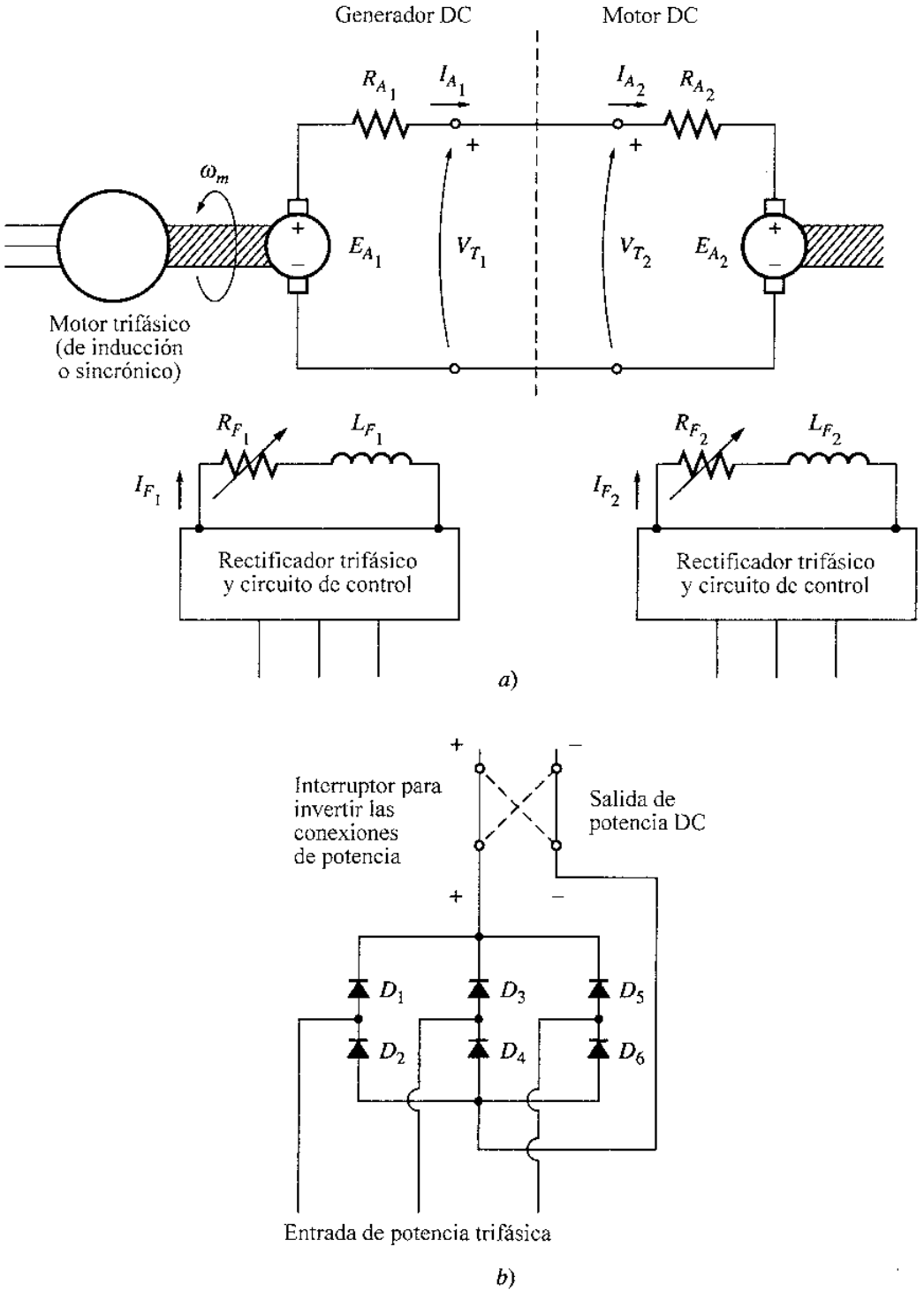


Figura 9-33

a) Sistema Ward-Leonard para control de velocidad de un motor dc. *b*) Circuito para producir la corriente de campo en el generador dc y en el motor dc.

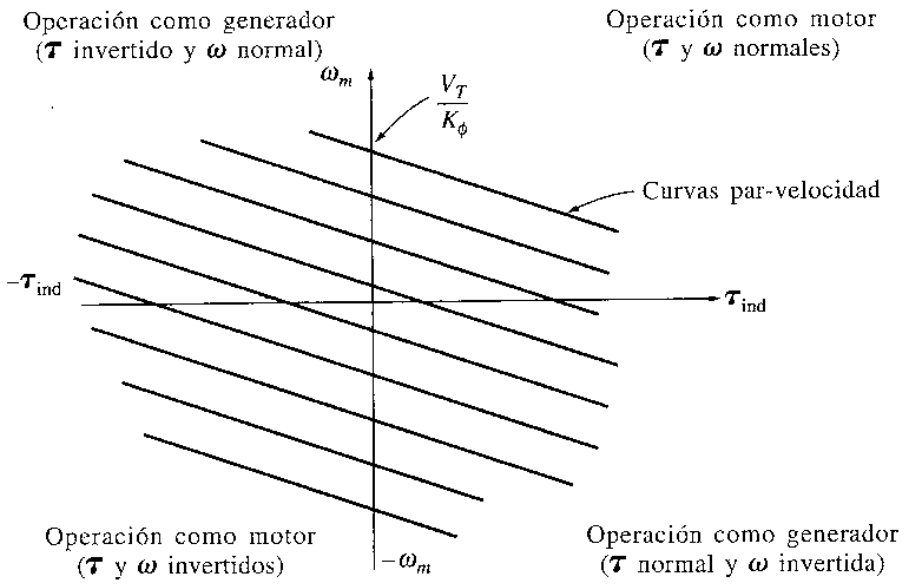


Figura 9-34
Rango de operación de un sistema Ward-Leonard de control de motor. El motor puede operar como motor en los cuadrantes de dirección hacia delante (cuadrante 1) o hacia atrás (cuadrante 3), y también puede regenerar en los cuadrantes 2 y 4.

En la figura 9-35 se muestra un circuito sencillo controlador del voltaje dc del inducido. El voltaje medio aplicado al inducido del motor y, por tanto, la velocidad media del mismo dependen de la fracción de tiempo en que el voltaje de alimentación se aplique al inducido. Ésta a su vez depende de la fase relativa en la cual son disparados los SCR del circuito rectificador. Este circuito particular sólo es capaz de suministrar un voltaje de inducido con una polaridad, de modo que el motor únicamente puede ser invertido conmutando la polaridad de su conexión de campo. Nótese que no es posible que fluya corriente del inducido hacia fuera del terminal positivo de este motor puesto que la corriente no puede regresar a través de un SCR. En consecuencia, este motor *no puede* regenerar y cualquier energía suministrada al motor no puede ser recuperada. Este tipo de circuito de control es un controlador de dos cuadrantes, como se muestra en la figura 9-35*b*.

En la figura 9-36 se muestra un circuito más avanzado capaz de suministrar un voltaje de inducido con cualquier polaridad. Este circuito de control de voltaje del inducido puede permitir el flujo de corriente hacia fuera de los terminales positivos del generador, de modo que un motor con este tipo de control puede regenerar. Si la polaridad del circuito de campo del motor se puede conmutar también, entonces el circuito de estado sólido es un controlador completo de cuatro cuadrantes como el sistema Ward-Leonard.

Un controlador de dos cuadrantes, o uno completo de cuatro cuadrantes, construido con SCR es más económico que las dos máquinas extras completas necesarias para el sistema Ward-Leonard; por esta razón, los sistemas controladores de velocidad de estado sólido han desplazado a los sistemas Ward-Leonard en las nuevas aplicaciones.

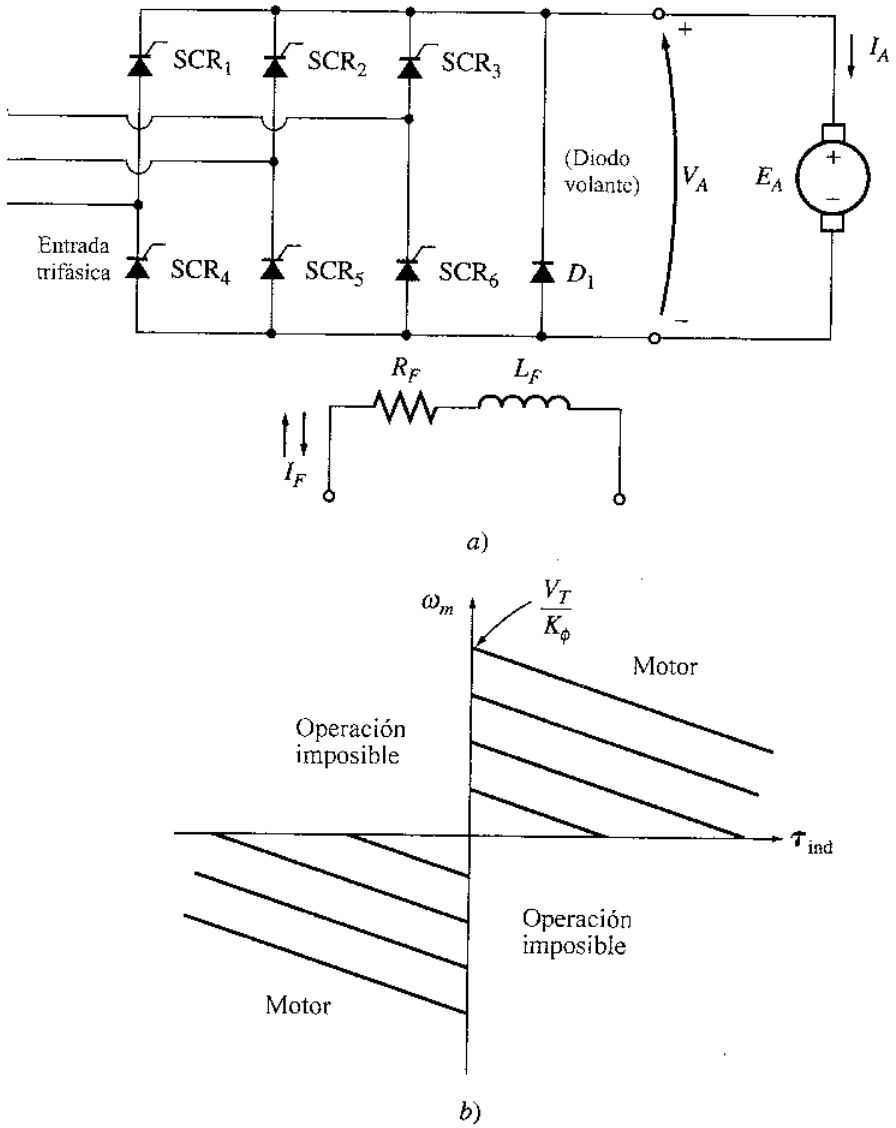


Figura 9-35

a) Controlador de estado sólido para motor dc, de dos cuadrantes. Puesto que la corriente no puede fluir hacia fuera de los terminales positivos del inducido, este motor no puede actuar como generador, devolviendo potencia al sistema. *b)* Cuadrantes posibles de operación dc este controlador de motor.

En la figura 9-37 se muestra un controlador para motor dc en derivación, de dos cuadrantes, con control de velocidad por voltaje del inducido y, en la figura 9-38, un diagrama de bloques simplificado del controlador. Este controlador tiene un voltaje constante de campo suministrado por un rectificador trifásico de onda completa y un voltaje variable en los terminales del inducido suministrado por seis SCR dispuestos como un rectificador trifásico de onda completa. El voltaje suministrado al inducido del motor se controla ajustando el ángulo de disparo de los SCR en el puente. Puesto que este controlador de motor tiene un voltaje fijo de campo y un voltaje variable del inducido, sólo es capaz de controlar la velocidad del motor para velocidades menores o iguales a la velocidad nominal (*véase* "Cambio del voltaje del inducido" en la sección 9-4). El circuito controlador es idéntico al mostrado en la figura 9-35, excepto en que se muestra toda la electrónica de control y los circuitos de realimentación.

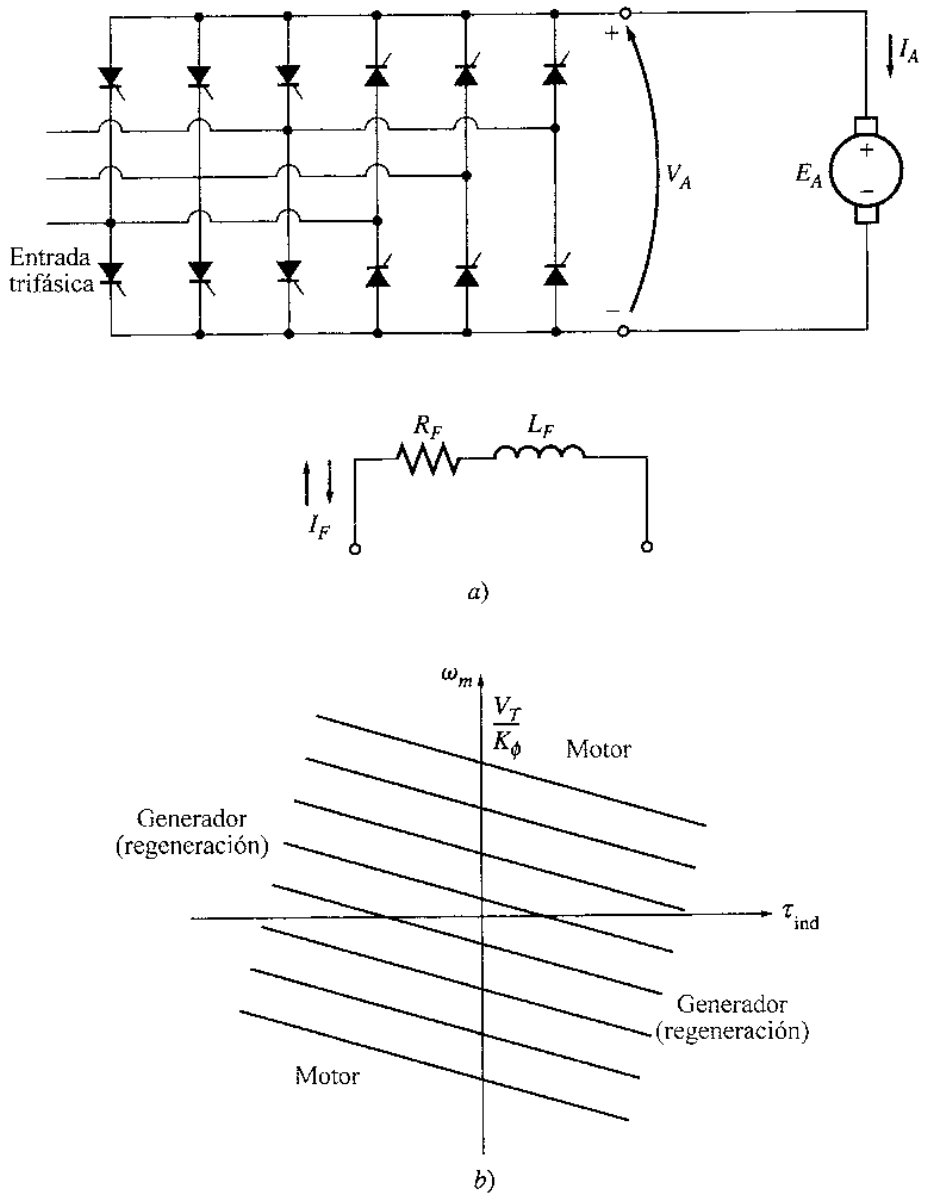
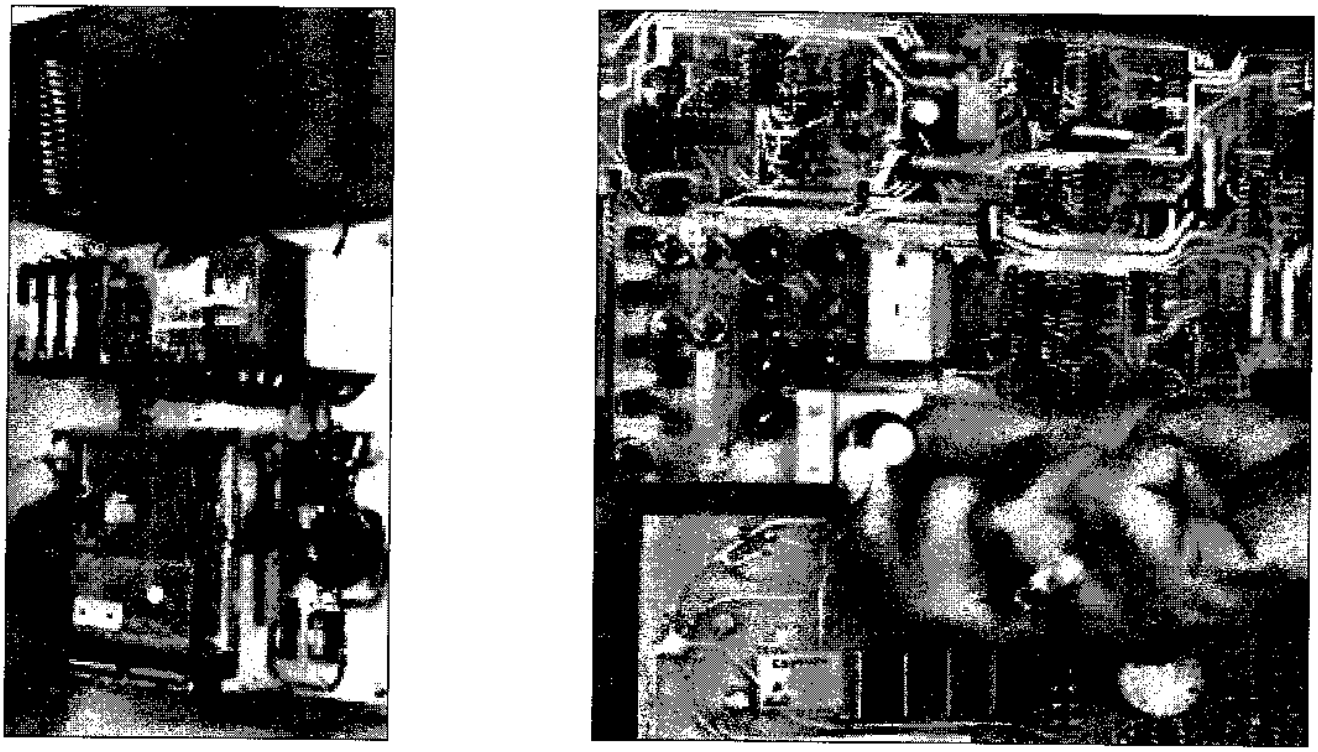


Figura 9-36

a) Controlador de estado sólido de cuatro cuadrantes, para motor dc. *b*) Posibles cuadrantes de operación de este controlador de motor.

Las principales secciones de este controlador para motor dc incluyen:

1. Una sección del circuito de protección para resguardar el motor de corrientes del inducido excesivas, bajo voltaje en las terminales y corriente de pérdida de campo.
2. Un circuito de arranque y parada que conecta y desconecta el motor de la línea.
3. Una sección de electrónica de alta potencia para convertir la potencia trifásica ac en potencia dc para los circuitos de campo y del inducido del motor.



a) *b)*

Figura 9-37

a) Controlador de estado sólido típico para motor dc en derivación (*cortesía de MagneTek, Inc.*) *b)* Vista en primer plano de la sección del circuito de electrónica de baja potencia que muestra los elementos de ajuste para limitación de corriente, tasa de aceleración, tasa de desaceleración, velocidad mínima y velocidad máxima (*cortesía de MagneTek, Inc*).

4. Una sección de electrónica de baja potencia que provee los pulsos de disparo de los SCR, que suministran el voltaje del inducido al motor. Esta sección contiene varias subsecciones principales, las cuales se describirán posteriormente.

Sección del circuito de protección

La sección del circuito de protección combina varios elementos diferentes que, en conjunto, garantizan la operación segura del motor. Algunos de los elementos de seguridad típicos incluidos en este tipo de controlador son

1. *Fusibles limitadores de corriente.* Desconectar el motor, con seguridad y rapidez, de la línea de potencia, si se presenta un cortocircuito dentro del motor. Los fusibles limitadores de corriente pueden interrumpir corrientes de hasta varios cientos de miles de amperios.
2. *Disparador estático instantáneo.* Desconecta el motor, si la corriente del inducido excede el 300% de su valor nominal. Si la corriente del inducido excede el máximo valor permisible, el circuito de disparo activa el relé de falla, el cual desenergiza el relé de marcha abriendo los contactores principales y desconectando el motor de la línea.

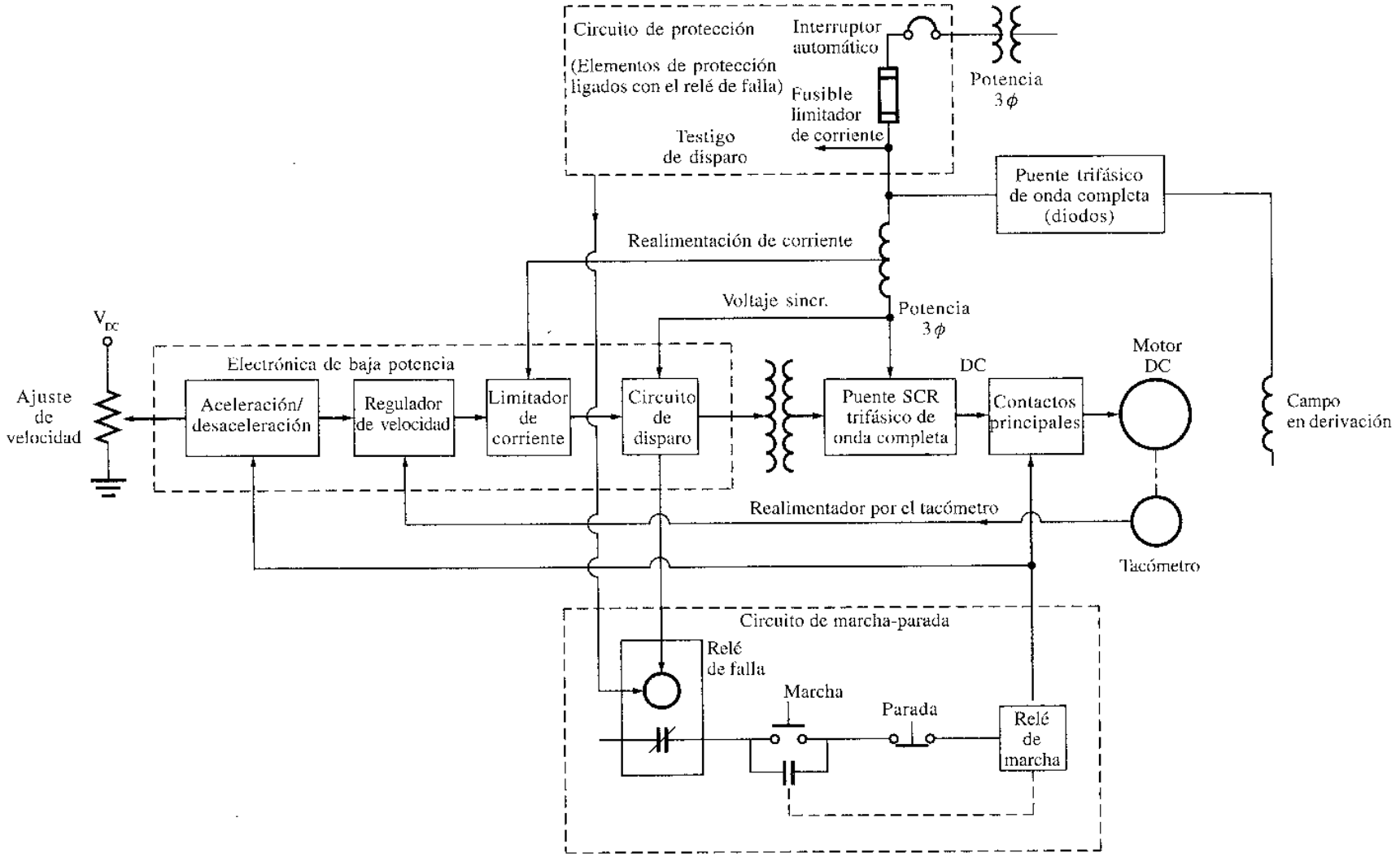


Figura 9-38

Diagrama de bloques simplificado del controlador de estado sólido para motor dc en derivación mostrado en la figura 9-37 (*simplificado de un diagrama de bloques suministrado por MagneTek, Inc.*)

3. *Disparador de tiempo inverso, por sobrecarga.* Protege contra condiciones de sobrecorriente sostenida no tan grande para operar el disparador estático instantáneo, pero suficientemente grande para dañar al motor si se permite que continúe durante tiempo indefinido. El término *tiempo inverso* implica que cuanto mayor sea la corriente que fluye en el motor, más rápidamente actúa la protección de sobrecarga (figura 9-39). Por ejemplo, un disparador de tiempo inverso podría tardar un minuto completo para disparar si el flujo de corriente fuera 150% de la corriente nominal del motor, y 10 segundos para disparar, si el flujo de corriente fuera 200% de la corriente nominal del motor.
4. *Disparador de bajo voltaje.* Desenergiza el motor, si el voltaje de la línea de alimentación de éste cae más de 20%.
5. *Disparador por pérdida de campo.* Desenergiza el motor, si pierde el circuito de campo.
6. *Disparador por sobretemperatura.* Desenergiza el motor, si está en peligro de sobrecalentamiento.

Sección del circuito de arranque y parada

La sección del circuito de arranque y parada contiene los controles necesarios para arrancar y detener el motor, abriendo o cerrando los contactos principales que conectan el motor a la línea. El motor es puesto en marcha pulsando el botón de arranque, y es detenido pulsando el botón de parada o energizando el relé de falla. En cada caso, se desenergiza el relé de marcha y se abren los contactos principales que conectan el motor a la línea.

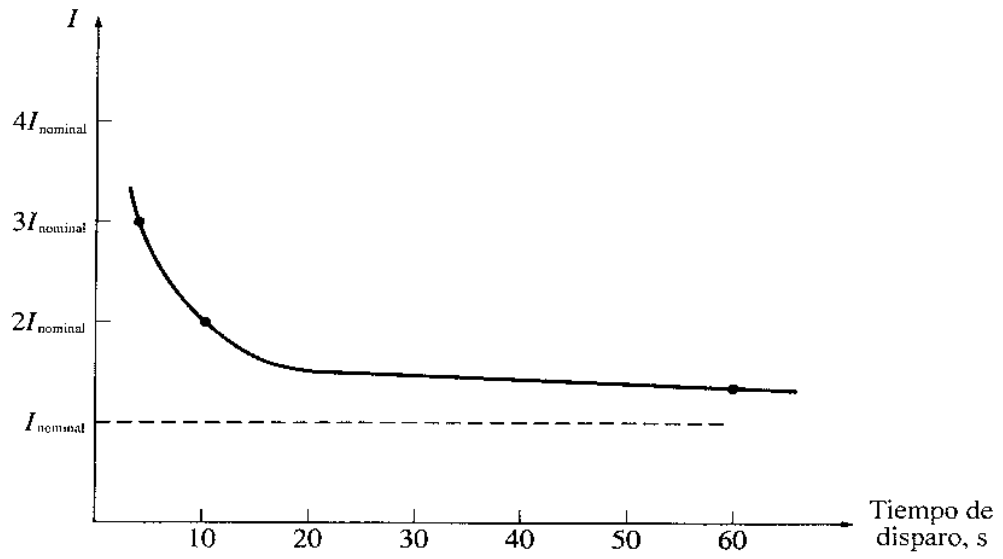


Figura 9-39
Característica de disparo de tiempo inverso.

Sección de electrónica de alta potencia

La sección de electrónica de alta potencia contiene un diodo rectificador trifásico de onda completa para proveer un voltaje constante al circuito de campo del motor y un rectificador trifásico de onda completa SCR para proveer un voltaje variable al circuito del inducido del motor.

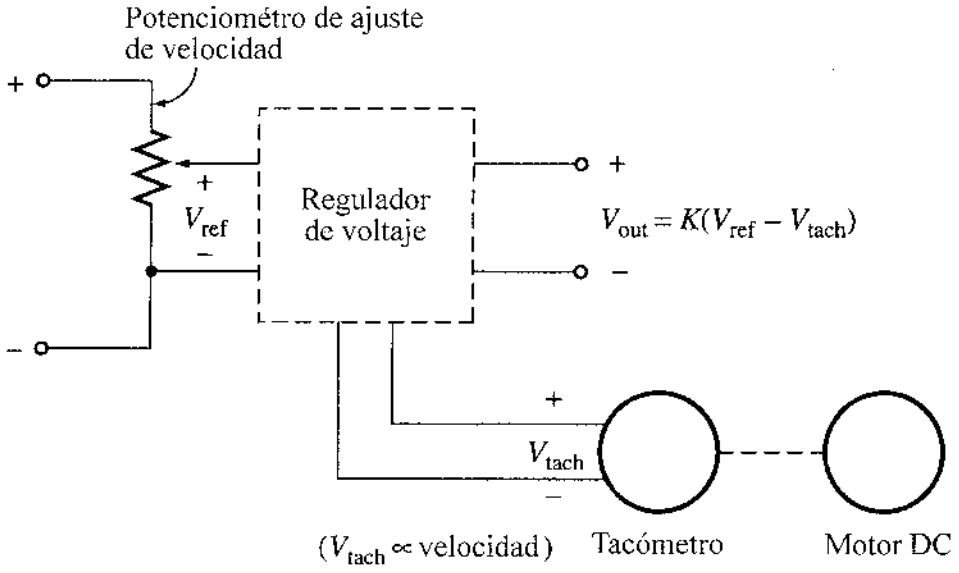
Sección de electrónica de baja potencia

La sección de electrónica de baja potencia provee los pulsos de disparo a los SCR que suministran el voltaje del inducido al motor. Ajustando el tiempo de disparo de los SCR, la sección de electrónica de baja potencia ajusta el voltaje medio del inducido del motor. La sección de electrónica de baja potencia contiene los siguientes subsistemas:

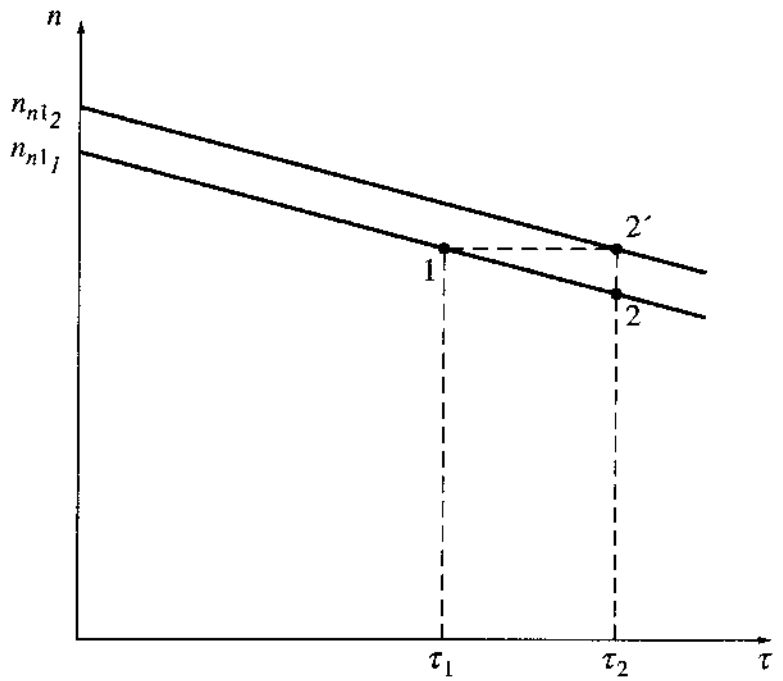
1. *Circuito de regulación de velocidad.* Este circuito mide la velocidad del motor con un tacómetro, la compara con la deseada (un nivel de voltaje de referencia) y aumenta o disminuye el voltaje del inducido en la cantidad necesaria para mantener constante la velocidad en el valor deseado. Por ejemplo, si la carga al eje del motor aumenta, el motor desacelera. La disminución de velocidad reducirá el voltaje generado por el tacómetro, alimentado dentro del circuito de regulación de velocidad. Puesto que el nivel de voltaje correspondiente a la velocidad del motor cae por debajo del nivel de referencia, el circuito regulador de velocidad adelantará el tiempo de disparo de los SCR produciendo mayor voltaje del inducido, que tenderá a aumentar la velocidad del motor hasta alcanzar el nivel deseado (*véase* figura 9-40). Si el diseño es adecuado, un circuito de este tipo puede proveer regulaciones de velocidad de 0.1% entre condiciones de vacío y de plena carga.

   La velocidad de operación deseada del motor es controlada cambiando el nivel del voltaje de referencia, que puede ajustarse con un pequeño potenciómetro, como se muestra en la figura 9-40.
2. *Circuito limitador de corriente.* Este circuito mide la corriente de estado estacionario que fluye al motor, la compara con la máxima deseada (fijada por un nivel de voltaje de referencia) y disminuye el voltaje del inducido, si es necesario, para evitar que la corriente exceda el máximo valor deseado. La corriente máxima deseada se puede ajustar en un amplio rango, por ejemplo, de 0 a 200% o más de la corriente nominal del motor. Esta corriente límite podría ser fijada típicamente mayor que la corriente nominal de modo que el motor pueda acelerar en condiciones de plena carga.
3. *Circuito de aceleración y desaceleración.* Este circuito limita la aceleración y desaceleración del motor a un valor seguro. Siempre que se produce un dramático cambio de velocidad, este circuito interviene para asegurar que la transición de la velocidad original a la nueva velocidad sea moderada y no ocasione una excesiva corriente del inducido transitoria en el motor.

El circuito de aceleración y desaceleración elimina por completo la necesidad de insertar una resistencia de arranque puesto que arrancar el motor es justamente otra clase de gran cambio de velocidad, y el circuito de aceleración y desaceleración actúa para que el aumento de velocidad sea uniforme todo el tiempo. Este aumento gradual de la velocidad limita la corriente que fluye en el inducido de la máquina a un valor seguro.



a)



b)

Figura 9-40

a) El circuito regulador de velocidad produce un voltaje de salida proporcional a la diferencia entre la velocidad deseada del motor (fijada por V_{ref}) y la velocidad actual del motor (medida por V_{tach}). Este voltaje de salida se aplica al circuito de disparo de tal forma que cuanto mayor sea el voltaje de salida, más pronto encienden los SCR del circuito de control y mayor es el voltaje medio en los terminales. *b)* Efecto de aumentar la carga en un motor dc en derivación con regulador de velocidad. Se aumenta la carga en el motor. Si el regulador no estuviera presente, el motor desaceleraría y operaría en el punto 2. Cuando el regulador de velocidad está presente, detecta la disminución de velocidad y levanta el voltaje del inducido del motor para compensar. Esto eleva la curva característica completa par-velocidad del motor, que operaría en el punto 2′.

9-10 CÁLCULOS DE EFICIENCIA DEL MOTOR DC

Para calcular la eficiencia de un motor dc, se deben determinar las siguientes pérdidas:

1. Pérdidas en el cobre
2. Pérdidas por caída en las escobillas
3. Pérdidas mecánicas
4. Pérdidas en el núcleo
5. Pérdidas misceláneas

Las pérdidas en el cobre del motor equivalen a las pérdidas I^2R en los circuitos de campo y de inducido del motor. Estas pérdidas se pueden encontrar conociendo las corrientes en la máquina y las dos resistencias. Para determinar la resistencia en el circuito del inducido de una máquina, bloquéese el rotor de modo que no pueda girar y aplíquese un *pequeño* voltaje dc a los terminales del inducido. Ajústese este voltaje hasta que la corriente que fluye en el inducido sea igual a la corriente nominal del inducido de la máquina. La relación entre el voltaje aplicado y el flujo de corriente resultante del inducido es R_A. Cuando se efectúa esta prueba, la corriente debe ser casi igual al valor de plena carga porque R_A varía con la temperatura y, al valor de corriente de plena carga, los devanados del inducido estarán cerca de su temperatura normal de operación.

La resistencia resultante no será precisa porque

1. El enfriamiento que ocurre normalmente cuando el motor está girando no se producirá.
2. Puesto que hay un voltaje ac en los conductores del rotor durante la operación normal, éstos experimentan alguna cantidad del efecto pelicular, lo cual aumenta más la resistencia del inducido.

La norma 113 de la IEEE (referencia 5) trata de los procedimientos de prueba para máquinas dc. Esta norma establece un procedimiento más exacto para determinar R_A, y puede ser utilizado si se requiere.

La resistencia de campo se determina suministrando el voltaje nominal total de campo al circuito de campo y midiendo la corriente de campo resultante. La resistencia de campo R_F es justamente la relación entre el voltaje de campo y la corriente de campo.

Las pérdidas por caída en las escobillas se aproximan con frecuencia agrupándolas con las pérdidas en el cobre. Si se tratan por separado, pueden determinarse en una gráfica del potencial de contacto contra la corriente, según el tipo particular de escobilla que esté utilizándose. Las pérdidas por caída en las escobillas son justamente el producto del voltaje de caída en la escobilla V_{BD} por la corriente del inducido I_A.

Las pérdidas en el núcleo y las pérdidas mecánicas se determinan en conjunto. Si se deja girar libremente un motor en vacío a la velocidad nominal, entonces no hay potencia de salida de la máquina. Puesto que el motor está sin carga, I_A es muy pequeña y las pérdidas en el cobre del inducido son despreciables. Por tanto, si las pérdidas en el cobre del campo se restan de la potencia de entrada del motor, el remanente de ésta está formado por las pérdidas mecánicas y las pérdidas en el núcleo de la máquina a esa velocidad. Estas pérdidas se llaman *pérdidas rotacionales en vacío* del motor. Mientras la velocidad del motor permanezca aproximadamente igual a la que tenía

cuando se midieron las pérdidas, las pérdidas rotacionales en vacío son una buena estimación de las pérdidas mecánicas y las pérdidas en el núcleo, bajo carga en la máquina. A continuación se da un ejemplo de la determinación de la eficiencia del motor.

Ejemplo 9-8 Un motor dc en derivación, de 50 hp, 250 V, 1200 r/min, tiene una corriente nominal del inducido de 170 A y una corriente nominal de campo de 5 A. Cuando se bloquea su rotor, un voltaje del inducido de 10.2 V (excluidas las escobillas) produce 170 A de flujo de corriente, y un voltaje de campo de 250 V produce un flujo de corriente de campo de 5 A. Se supone que el voltaje de caída en las escobillas es 2 V. En vacío, con un voltaje en los terminales igual a 240 V, la corriente del inducido es igual a 13.2 A, la corriente de campo es 4.8 A y la velocidad del motor es 1150 r/min.

a) ¿Cuánta es la potencia de salida de este motor en condiciones nominales?
b) ¿Cuál es la eficiencia del motor?

Solución. La resistencia del inducido de esta máquina es aproximadamente

$$R_A = \frac{10.2 \text{ V}}{170 \text{ A}} = 0.06 \ \Omega$$

y la resistencia de campo es

$$R_F = \frac{250 \text{ V}}{5 \text{ A}} = 50 \ \Omega$$

Entonces, a plena carga, las pérdidas I^2R en el inducido son

$$P_A = (170 \text{ A})^2(0.06 \ \Omega) = 1734 \text{ W}$$

y las pérdidas I^2R en el circuito de campo son

$$P_F = (5 \text{ A})^2(50 \ \Omega) = 1250 \text{ W}$$

Las pérdidas en las escobillas a plena carga, están dadas por

$$P_{\text{esc.}} = V_{\text{BD}} I_A = (2 \text{ V})(170 \text{ A}) = 340 \text{ W}$$

Las pérdidas rotacionales a plena carga son equivalentes a las pérdidas rotacionales en vacío, puesto que las velocidades de vacío y de plena carga del motor no difieren mucho. Estas pérdidas pueden hallarse determinando la potencia de entrada al circuito del inducido en vacío y suponiendo que las pérdidas en el cobre del inducido y por caída en las escobillas son despreciables, lo cual significa que la potencia de entrada del inducido en vacío es igual a las pérdidas rotacionales:

$$P_{\text{tot}} = P_{\text{núcleo}} + P_{\text{mec.}} = (240 \text{ V})(13.2 \text{ A}) = 3168 \text{ W}$$

a) Si la carga es nominal, la potencia de entrada de este motor está dada por

$$P_{\text{in}} = V_T I_L = (250 \text{ V})(175 \text{ A}) = 43{,}750 \text{ W}$$

Su potencia de salida está dada por

$$\begin{aligned} P_{out} &= P_{in} - P_{esc.} - P_{cu} - P_{núcleo} - P_{mec.} - P_{misc.} \\ &= 43{,}750\ \text{W} - 340\ \text{W} - 1734\ \text{W} - 1250\ \text{W} - 3168\ \text{W} - (0.01)(43{,}750\ \text{W}) \\ &= 36{,}820\ \text{W} \end{aligned}$$

donde las pérdidas misceláneas se toman como 1% de la potencia de entrada.

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{P_{out}}{P_{out}} \times 100\% \\ &= \frac{36{,}820\ \text{W}}{43{,}750\ \text{W}} \times 100\% = 84.2\% \end{aligned}$$

b) La eficiencia de este motor a plena carga es

●

9-11 INTRODUCCIÓN A LOS GENERADORES DC

Los generadores dc son máquinas de corriente continua utilizadas como generadores. Como se puntualizó antes, no hay diferencia real entre un generador y un motor excepto por la dirección del flujo de potencia. Existen cinco tipos principales de generadores dc, clasificados de acuerdo con la manera de producir su flujo de campo:

1. *Generador de excitación separada.* En un generador de excitación separada, el flujo de campo se obtiene de una fuente de potencia separada del generador en sí mismo.
2. *Generador en derivación.* En un generador en derivación, el flujo de campo se obtiene conectando el circuito de campo directamente a través de los terminales del generador.
3. *Generador serie.* En un generador serie, el flujo de campo se produce conectando el circuito de campo en serie con el inducido del generador.
4. *Generador compuesto acumulativo.* En un generador compuesto acumulativo están presentes tanto un campo en derivación como un campo serie, y sus efectos son aditivos.
5. *Generador compuesto diferencial.* En un generador compuesto diferencial están presentes tanto un campo en derivación como un campo serie, pero sus efectos se restan.

Estos tipos de generadores dc difieren en su característica en terminales (voltaje-corriente) y, por tanto, en las aplicaciones para las cuales son adecuados.

Los generadores dc son comparados por sus voltajes, potencias nominales, eficiencias y regulaciones de voltaje. *La regulación de voltaje* (VR) está definida por la ecuación

$$VR = \frac{V_{nl} - V_{fl}}{V_{fl}} \times 100\% \tag{9-39}$$

donde V_{nl} es el voltaje en los terminales del generador en vacío y V_{fl} es el voltaje en los terminales del generador a plena carga. Es una medida aproximada de la forma de la característica voltaje-corriente del generador: una regulación de voltaje positiva significa una característica descendente y una regulación de voltaje negativa significa una característica en ascenso.

Todos los generadores están accionados por una fuente de potencia mecánica denominada *motor primario* del generador. Un motor primario para un generador dc puede ser una turbina de vapor, un motor diesel o también un motor eléctrico. Puesto que la velocidad del motor primario afecta el voltaje de salida del generador, y las características de velocidad de los motores primarios pueden variar ampliamente, es costumbre *suponer que la velocidad de los motores primarios es constante* para comparar la regulación de voltaje y las características de salida de los diferentes generadores. En este capítulo se supondrá que la velocidad de un generador es constante, a menos que se especifique lo contrario.

Los generadores dc son muy escasos en los sistemas de potencia modernos.Incluso sistemas de potencia dc como los de los automóviles utilizan generadores ac más rectificadores para producir la potencia dc.

El circuito equivalente de un generador dc se muestra en la figura 9-42; en la figura 9-43, una versión simplificada de aquél. Ambos son similares a los circuitos equivalentes de un motor dc, excepto que la dirección del flujo de corriente y las pérdidas en las escobillas se invierten.

Figura 9-41
El primer generador dc práctico. Éste es un duplicado exacto del "Mary Ann de pata larga", primer generador comercial dc fabricado por Thomas Edison en 1879. Fue dimensionado para 5 kW, 100 V y 1200 r/min (*cortesía de General Electric Company*).

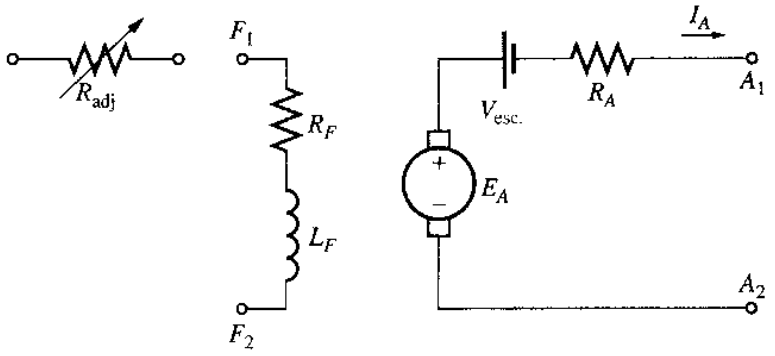


Figura 9-42
Circuito equivalente de un generador dc.

9-12 GENERADOR DE EXCITACIÓN SEPARADA

Un generador dc de excitación separada es aquel cuya corriente de campo es suministrada por una fuente externa separada de voltaje dc. El circuito equivalente de tal máquina se muestra en la figura 9-44. En este circuito, V_T representa el voltaje actual medido en los terminales del generador e I_L representa la corriente que fluye en las líneas conectadas a los terminales. El voltaje interno generado es E_A y la corriente del inducido es I_A. Es claro que la corriente del inducido es igual a la corriente de línea en un generador de excitación separada:

$$I_A = I_L \tag{9-40}$$

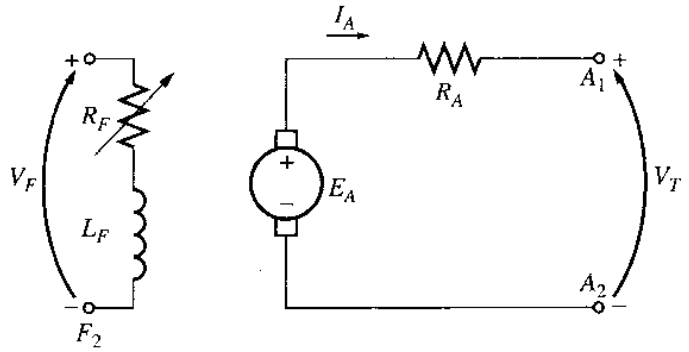


Figura 9-43
Circuito equivalente simplificado de un generador dc, en que R_F combina las resistencias de las bobinas de campo y del control variable.

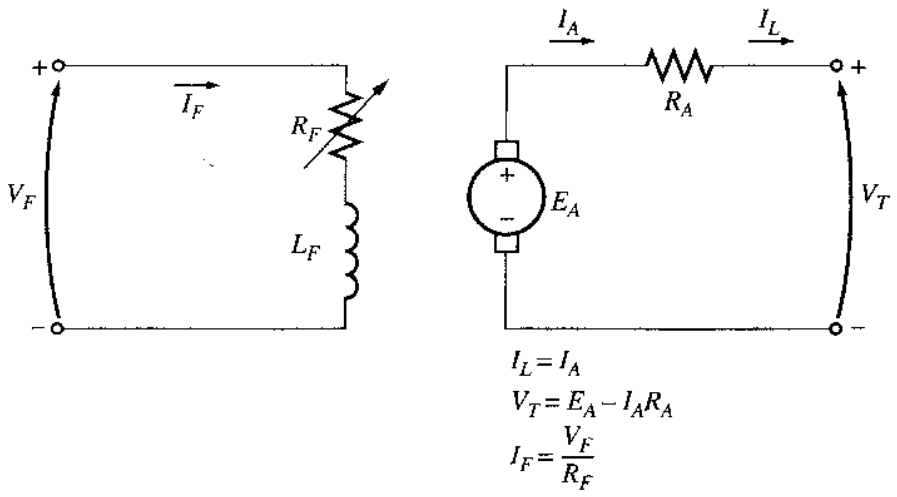


Figura 9-44
Generador dc de excitación separada.

Característica en terminales de un generador dc de excitación separada

La *característica en terminales* de un dispositivo es una gráfica de las cantidades de salida del dispositivo comparadas entre sí. En un generador dc, las cantidades de salida son su voltaje en terminales y su corriente de línea. La característica en terminales de un generador con excitación separada es una gráfica de V_T contra I_L a una velocidad constante ω. Por la ley de voltajes de Kirchhoff, el voltaje en los terminales es

$$V_T = E_A - I_A R_A \tag{9-41}$$

Puesto que el voltaje interno generado es independiente de I_A, la característica en los terminales de un generador de excitación separada es una línea recta, como se muestra en la figura 9-45*a*.

¿Qué ocurre en un generador de esta clase cuando aumenta la carga? Cuando se incrementa la carga suministrada por el generador, I_L (y por tanto I_A) aumenta. Como la corriente del inducido aumenta, se incrementa la caída $I_A R_A$ y cae el voltaje en los terminales del generador.

Esta característica en los terminales no es siempre del todo exacta. En generadores sin devanados de compensación, un aumento en I_A origina un incremento en la reacción del inducido y ésta causa debilitamiento del flujo, que a su turno ocasiona una disminución en $E_A = K\phi\downarrow\omega$, la cual disminuye aún más el voltaje en los terminales del generador. La característica resultante en los terminales se muestra en la figura 9-45*b*. En los dibujos posteriores, se supondrá que los generadores tienen devanados de compensación a menos que se indique lo contrario. Sin embargo, es importante recordar que la reacción del inducido puede modificar las características si no existen los devanados de compensación.

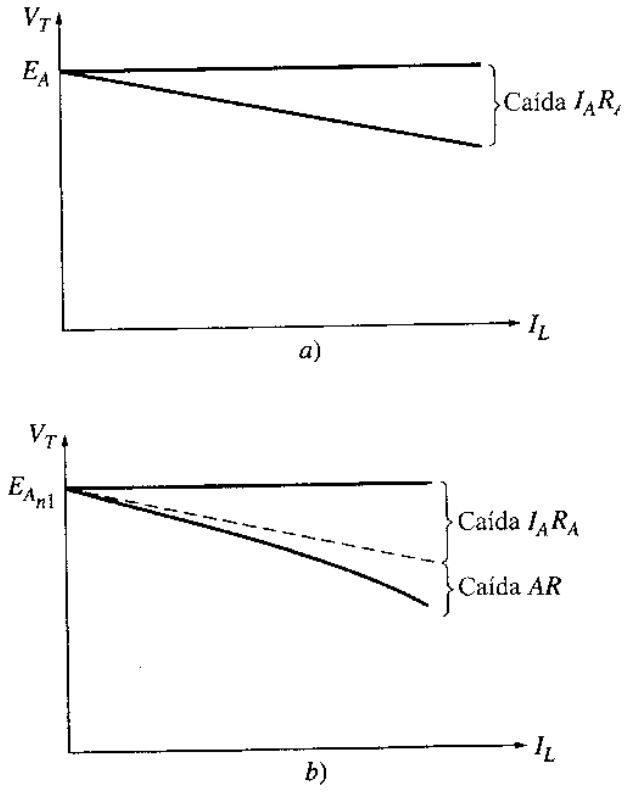


Figura 9-45
Característica de los terminales de un generador dc de excitación separada: *a*) con los devanados de compensación y *b*) sin éstos.

Control del voltaje en los terminales

El voltaje en los terminales de un generador dc de excitación separada puede controlarse cambiando el voltaje interno generado E_A de la máquina. Según la ley de voltajes de Kirchhoff $V_T = E_A - I_A R_A$, de modo que, si E_A se aumenta, V_T aumentará y si E_A disminuye, V_T disminuirá. Puesto que el voltaje interno generado E_A está dado por la ecuación $E_A = K\phi\omega$, hay dos formas posibles de controlar el voltaje de este generador:

1. *Cambio de la velocidad de rotación.* Si ω aumenta, entonces $E_A = K\ \phi\ \omega\uparrow$ se incrementa; por tanto, $V_T = E_A\uparrow - I_A R_A$ también aumenta.
2. *Cambio de la corriente de campo.* Si R_F disminuye, entonces aumenta la corriente de campo ($I_F = V_F / R_F\downarrow$). En consecuencia, el flujo ϕ en la máquina aumenta. Como el flujo aumenta, $E_A = K\phi\uparrow\omega$ debe elevarse también, de modo que $V_T = E_A\uparrow - I_A R_A$ se incrementa.

En muchas aplicaciones, el rango de velocidad del motor primario es muy limitado; por tal razón el voltaje en los terminales se controla, cambiando la corriente de campo. En la figura 9-46*a* se muestra un generador de excitación separada que opera sobre una carga resistiva. La figura 9-46*b* muestra el efecto de una disminución en la resistencia de campo sobre el voltaje en los terminales del generador cuando está operando bajo carga.

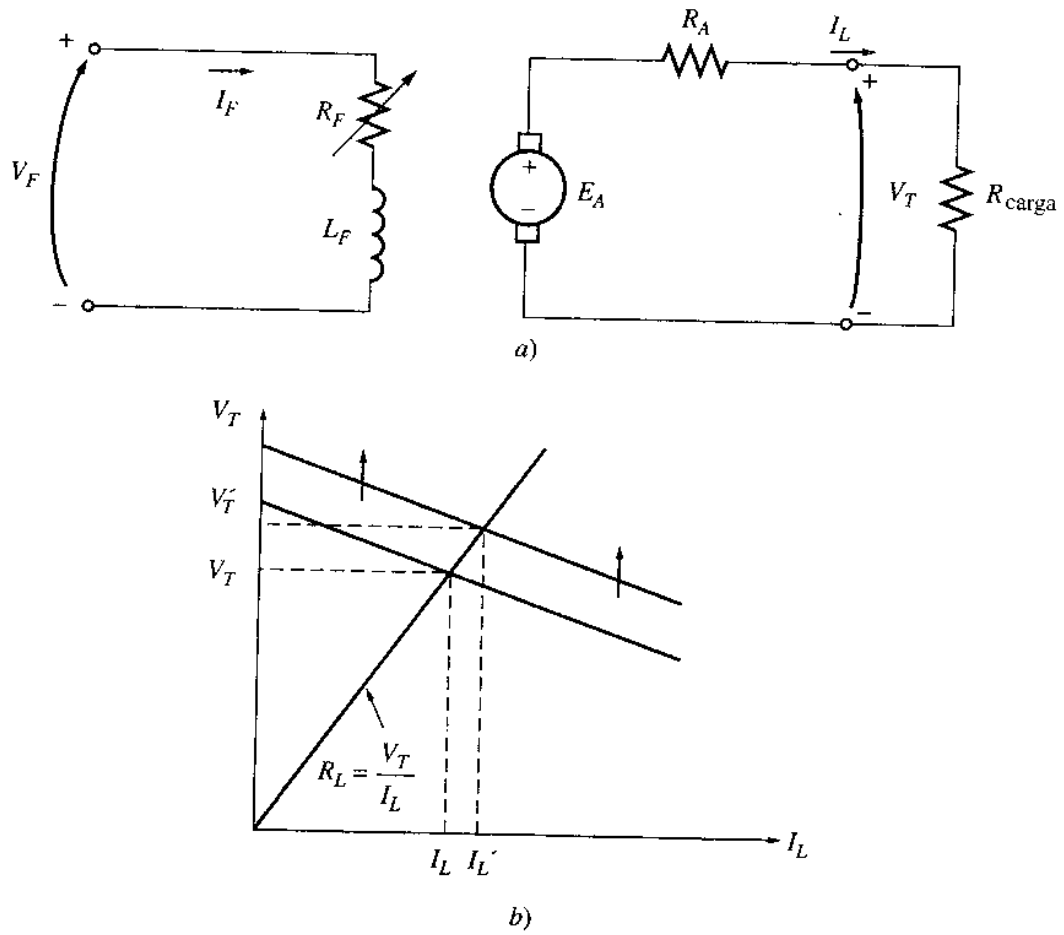


Figura 9-46

a) Generador dc de excitación separada, con carga resistiva. b) Efecto de disminuir la resistencia de campo en el voltaje de salida del generador.

Análisis no lineal de un generador dc de excitación separada

Debido a que el voltaje interno generado es una función no lineal de la fuerza magnetomotriz de un generador, no es posible calcular sencillamente el valor de E_A esperado para una corriente de campo dada. La curva de magnetización del generador debe utilizarse para calcular aproximadamente el voltaje de salida correspondiente a un voltaje de entrada dado.

Además, si una máquina tiene reacción del inducido, su flujo se reducirá con cada aumento de carga y hará que E_A disminuya. La única forma para determinar aproximadamente el voltaje de salida en la máquina con reacción del inducido es utilizar el análisis gráfico.

La fuerza magnetomotriz total en un generador de excitación separada es la fuerza magnetomotriz del circuito de campo menos la fuerza magnetomotriz debida a la reacción del inducido (AR):

$$\mathcal{F}_{net} = N_F I_F - \mathcal{F}_{AR} \tag{9-42}$$

Como con los motores dc, es costumbre definir una *corriente equivalente de campo* que produciría el mismo voltaje de salida que la combinación de todas las fuerzas magnetomotrices en la máquina. El voltaje resultante E_{A0} puede ser determinado localizando esa corriente equivalente sobre la curva de magnetización. La corriente equivalente de campo de un generador dc de excitación separada está dada por

$$I_F^* = I_F - \frac{\mathcal{F}_{AR}}{N_F} \tag{9-43}$$

Así mismo, la diferencia entre la velocidad de la curva de magnetización y la velocidad real del generador debe ser tomada en cuenta utilizando la ecuación (9-13):

$$\frac{E_A}{E_{A0}} = \frac{n}{n_0} \tag{9-13}$$

El siguiente ejemplo ilustra el análisis de un generador dc de excitación separada.

Ejemplo 9-9 En la figura 9-47 se muestra un generador dc de excitación separada dimensionado para 172 kW, 430 V, 400 A y 1800 r/min. Su curva de magnetización aparece en la figura 9-48. Esta máquina tiene las siguientes características:

$R_A = 0.05\ \Omega$ $\qquad$ $V_F = 430$ V

$R_F = 20\ \Omega$ $\qquad$ $N_F = 1000$ vueltas por polo

$R_{adj} = 0$ a $300\ \Omega$

a) Si la resistencia variable R_{adj} en el circuito de campo de este generador se ajusta a 63 Ω y el motor primario del generador gira a 1600 r/min, ¿cuál es el voltaje en los terminales del generador en vacío?

b) ¿Cuál sería su voltaje si se conectara una carga de 360 A a sus terminales? Suponga que el generador tiene devanados de compensación.

c) ¿Cuál sería su voltaje si se conectara una carga de 360 A a sus terminales, pero el generador no tiene devanados de compensación? Suponga que la reacción del inducido a esta carga es 450 A • vuelta.

d) ¿Qué ajuste debería efectuarse al generador para restablecer el voltaje en los terminales al valor hallado en el literal *a*)?

e) ¿Cuánta corriente de campo sería necesaria para restablecer el voltaje en terminales a su valor de vacío? (suponga que la máquina tiene devanados de compensación). ¿Cuál debe ser el valor de la resistencia R_{adj} para llevar a cabo esta operación?

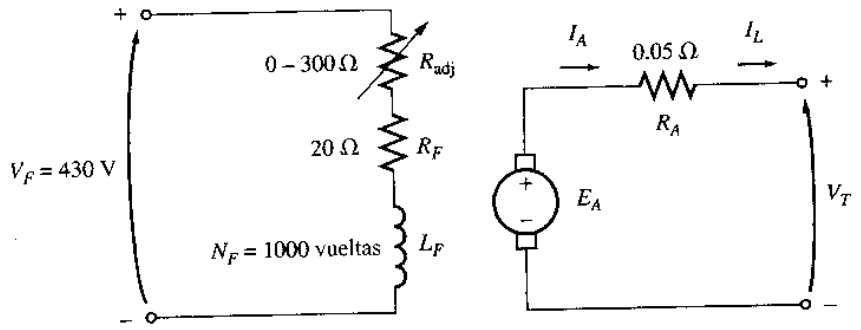
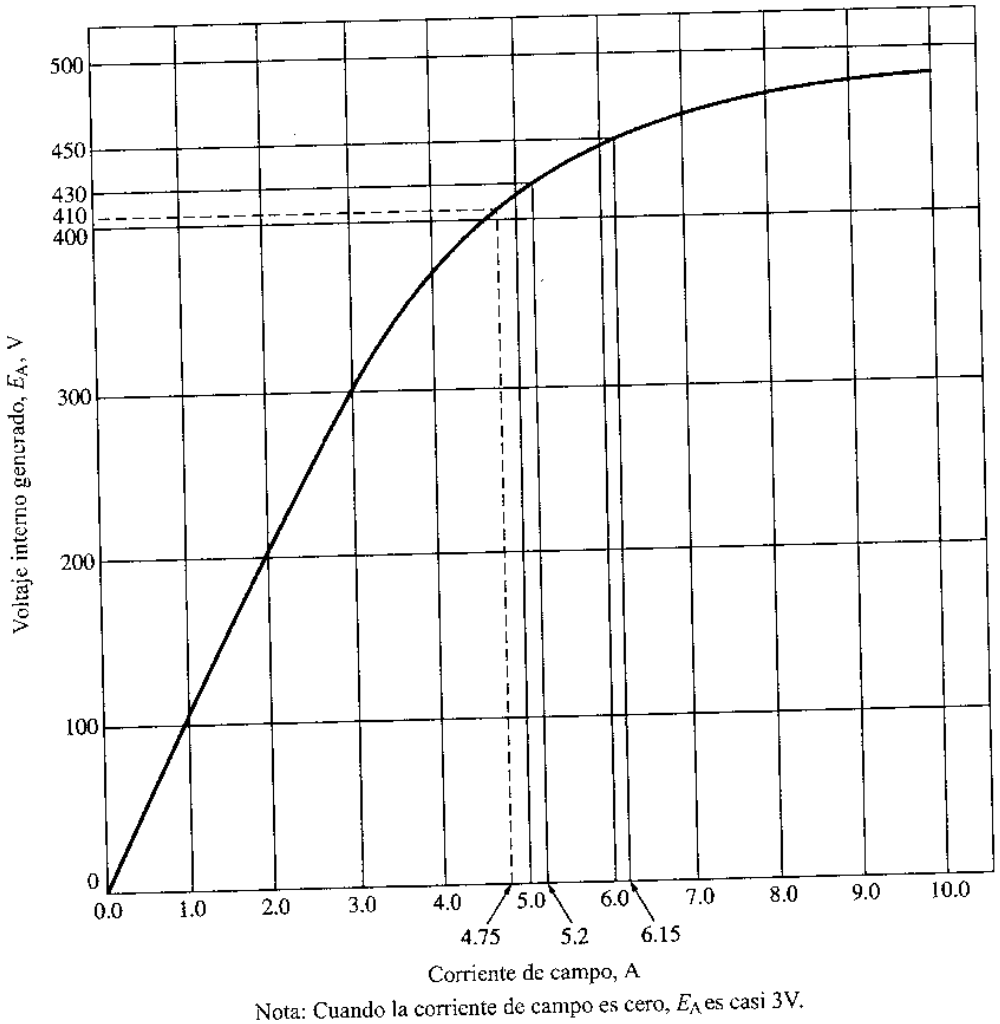


Figura 9-47
Generador dc de excitación separada, del ejemplo 9-9.



Nota: Cuando la corriente de campo es cero, E_A es casi 3V.

Figura 9-48
Curva de magnetización del generador del ejemplo 9-9.

Solución

a) Si la resistencia total del circuito de campo del generador es

$$R_F + R_{\text{adj}} = 83\ \Omega$$

entonces la corriente de campo en la máquina es

$$I_F = \frac{V_F}{R_F} = \frac{430\ \text{V}}{83\ \Omega} = 5.2\ \text{A}$$

De la curva de magnetización de la máquina, esta corriente produciría un voltaje $E_{A0} = 430$ V a una velocidad de 1800 r/min. Dado que el generador está girando a $n_m = 1600$ r/min, su voltaje interno generado E_A será

$$\frac{E_A}{E_{A0}} = \frac{n}{n_0}$$

$$E_A = \frac{1600\ \text{r/min}}{1800\ \text{r/min}} 430\ \text{V} = 382\ \text{V}$$

Puesto que $V_T = E_A$ en condiciones de vacío, el voltaje de salida del generador es $V_T = 382$ V.

b) Si se conectara una carga de 360 A a los terminales de este generador, el voltaje en los terminales sería

$$V_T = E_A - I_A R_A = 382\ \text{V} - (360\ \text{A})(0.05\ \Omega) = 364\ \text{V}$$

c) Si se conectara una carga de 360 A a los terminales de este generador y éste tuviera 450 A • vuelta de reacción del inducido, la corriente efectiva de campo sería

$$I_F^* = I_F - \frac{\mathcal{F}_{\text{AR}}}{N_F} = 5.2\ \text{A} - \frac{450\ \text{A} \cdot \text{vuelta}}{1000\ \text{vuelta}} = 4.75\ \text{A}$$

De la curva de magnetización, $E_{A0} = 410$ V de modo que el voltaje interno generado a 1600 r/min sería

$$\frac{E_A}{E_{A0}} = \frac{n}{n_0} \qquad (9\text{-}13)$$

$$E_A = \frac{1600\ \text{r/min}}{1800\ \text{r/min}} 410\ \text{V} = 364\ \text{V}$$

Por tanto, el voltaje en terminales del generador sería

$$V_T = E_A - I_A R_A = 364\ \text{V} - (360\ \text{A})(0.05\ \Omega) = 346\ \text{V}$$

Éste es menor que el anterior debido a la reacción del inducido.

d) El voltaje en terminales del generador cayó de modo que para restablecerlo a su valor original, se debe aumentar el voltaje del generador. Esto requiere un aumento en E_A e implica que R_{adj} debe disminuir para aumentar la corriente de campo del generador.

e) Para que el voltaje en los terminales retorne a 382 V, el valor requerido de E_A es

$$E_A = V_T + I_A R_A = 382 \text{ V} + (360 \text{ A})(0.05\ \Omega) = 400 \text{ V}$$

Para obtener un voltaje E_A de 400 V a $n_m = 1600$ r/min, el voltaje equivalente a 1800 r/min sería

$$\frac{E_A}{E_{A0}} = \frac{n}{n_0}$$

$$E_{A0} = \frac{1800 \text{ r/min}}{1600 \text{ r/min}} 400 \text{ V} = 450 \text{ V} \tag{9-13}$$

De la curva de magnetización, este voltaje requiere una corriente de campo $I_F = 6.15$ A. La resistencia del circuito de campo tendría que ser

$$R_F + R_{\text{adj}} = \frac{V_F}{I_F}$$

$$20\ \Omega + R_{\text{adj}} = \frac{430 \text{ V}}{6.15 \text{ A}} = 69.9\ \Omega$$

$$R_{\text{adj}} = 49.9\ \Omega \approx 50\ \Omega$$

●

Nótese que, para la misma corriente de campo y de carga, el generador con reacción del inducido tuvo menor salida de voltaje que el generador sin reacción del inducido. En este generador se exagera la reacción del inducido para ilustrar sus efectos, que son menores en máquinas modernas bien diseñadas.

9-13 GENERADOR DC EN DERIVACIÓN

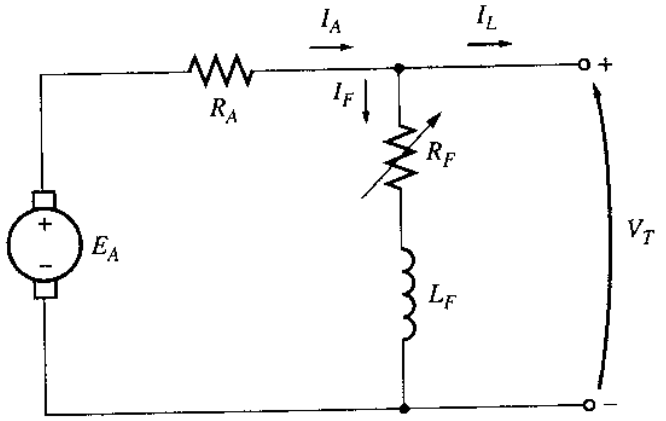
Un generador dc en derivación es aquel que suministra su propia corriente de campo conectando su campo directamente a los terminales de la máquina. El circuito equivalente de un generador dc en derivación se muestra en la figura 9-49. En este circuito, la corriente del inducido de la máquina alimenta tanto al circuito de campo como a la carga conectada a la máquina:

$$\boxed{I_A = I_F + I_L} \tag{9-44}$$

La ecuación correspondiente a la ley de voltajes de Kirchhoff para el circuito del inducido de esta máquina es

$$\boxed{V_T = E_A - I_A R_A} \tag{9-45}$$

Este tipo de generador tiene una clara ventaja sobre el generador dc de excitación separada porque no requiere fuente externa alguna para el circuito de campo, aunque esto deja una importante pregunta sin responder: Si el generador suministra su propia corriente de campo, ¿cómo obtiene el flujo de campo inicial para arrancar cuando se energiza en primera instancia?



$$I_A = I_F + I_L$$

$$V_T = E_A - I_A R_A$$

$$I_F = \frac{V_T}{R_F}$$

Figura 9-49
Circuito equivalente de un generador dc en derivación.

Aumento de voltaje en un generador en derivación

Si el generador de la figura 9-49 no tiene carga conectada a él y el motor primario comienza a girar el eje del generador, ¿cómo aparece el voltaje inicial en los terminales de la máquina?

El aumento de voltaje en un generador dc depende de la presencia de un *flujo residual* en los polos del generador. Cuando un generador comienza a girar, se generará un voltaje interno dado por

$$E_A = K\phi_{\text{res}}\omega$$

Este voltaje aparece en los terminales del generador (puede ser sólo un volt o dos). La aparición de ese voltaje en los terminales causa un flujo de corriente en la bobina de campo del generador ($I_F = V_T \uparrow / R_F$). Esta corriente de campo produce una fuerza magnetomotriz en los polos que incrementa el flujo en ellos, el cual aumenta $E_A = K\phi \uparrow \omega$, que a su turno incrementa el voltaje en los terminales V_T. Cuando se eleva V_T, I_F se eleva aún más, aumentando más el flujo ϕ, que incrementa E_A, etc.

Este comportamiento de aumento de voltaje se muestra en la figura 9-50. Nótese que el efecto de la saturación magnética en las caras polares limita con el tiempo el voltaje en los terminales del generador.

La figura 9-50 muestra el aumento del voltaje como si hubiese ocurrido en pasos discretos. Estos pasos se dibujan para destacar la realimentación positiva entre el voltaje interno del generador y su corriente de campo. En un generador real, el voltaje no aumenta en pasos discretos: en su lugar, tanto E_A como I_F aumentan simultáneamente hasta que alcanzan las condiciones de estado estacionario.

¿Qué ocurre si arranca un generador en derivación y no aumenta el voltaje? ¿Qué podría estar fallando? Hay varias causas posibles para que no aumente el voltaje durante el arranque. Entre éstas están:

1. *Ausencia de flujo magnético residual* en el generador para comenzar el proceso. Si el flujo residual $\phi_{res} = 0$, entonces $E_A = 0$ y el voltaje nunca aumentaría. Si ocurre este problema, desconecte el campo del circuito del inducido y conéctelo directamente a una fuente dc externa; por ejemplo, a una batería. El flujo de corriente proveniente de la fuente externa dejará un flujo residual en los polos que permitirá un arranque normal. Este procedimiento se conoce como "centelleo del campo".
2. *Inversión de la dirección de rotación del generador* o de las conexiones del campo. En todo caso, el flujo residual produce un voltaje interno generado E_A. Este voltaje E_A origina una corriente de campo que genera un flujo que *se opone* al residual, en lugar de sumarse a él. En estas circunstancias, el flujo disminuye por debajo de ϕ_{res} y no puede generarse ningún voltaje.

   Este problema puede solucionarse invirtiendo la dirección de las conexiones de campo o centelleando el campo con la polaridad magnética opuesta.
3. *Ajuste de la resistencia de campo a un valor superior al de la resistencia crítica.* Para entender este problema, remítase a la figura 9-51. El generador en derivación aumentará el voltaje hasta el punto en que la curva de magnetización interseca la línea de resistencia de campo. Si la resistencia de campo tiene el valor R_2 mostrado en la figura, su línea es aproximadamente paralela a la curva de magnetización. En ese punto, la fluctuación del voltaje del generador puede ser muy amplia y presentar sólo pequeños cambios en R_F I_A. Este valor de la resistencia se llama *resistencia crítica.* Si R_F excede el valor de la resistencia crítica (como en R_3 de la figura), entonces el voltaje de operación en estado estacionario está en el nivel residual y nunca se elevará. La solución a este problema es reducir R_F.

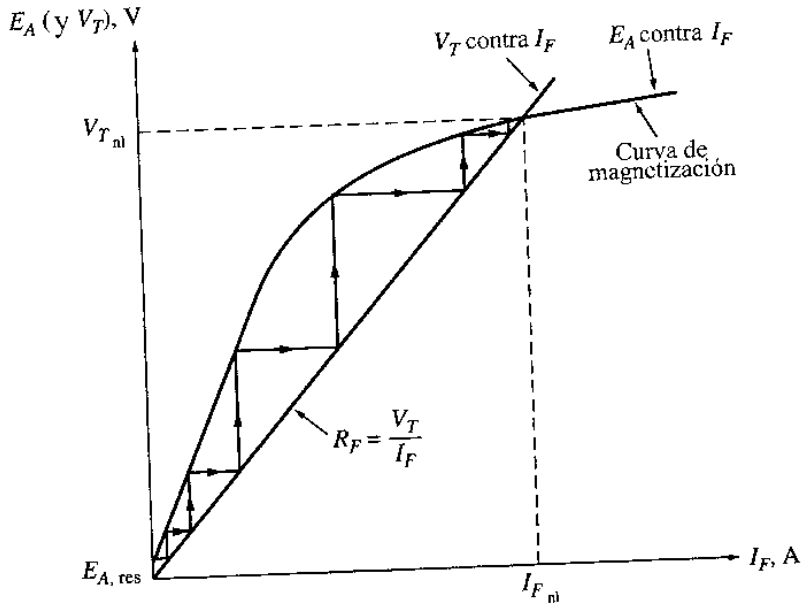


Figura 9-50
Aumento del voltaje en el arranque de un generador dc en derivación.

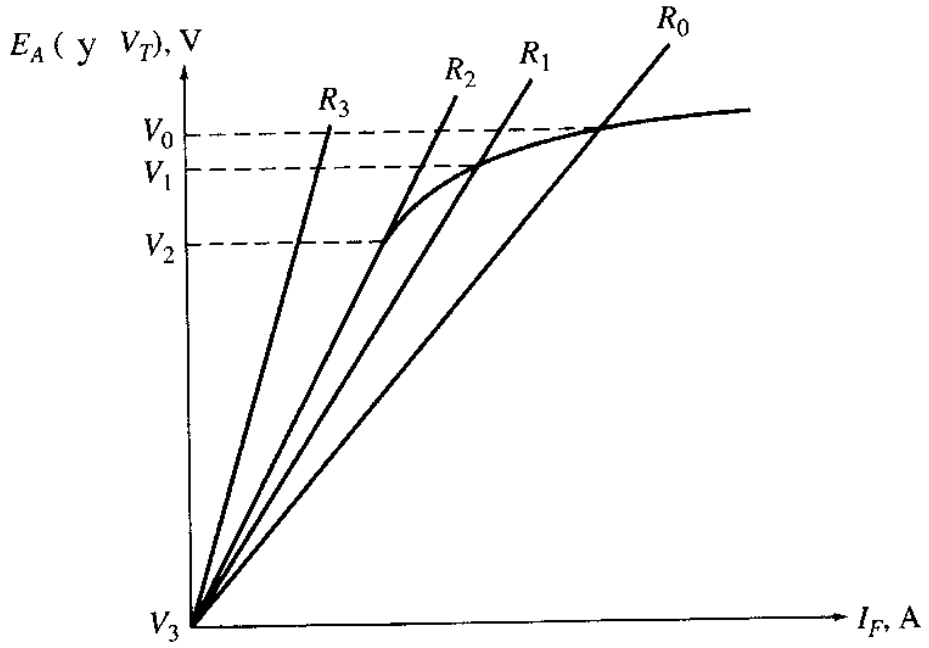


Figura 9-51
Efecto de la resistencia del campo en derivación sobre el voltaje en los terminales de un generador dc en vacío. Si $R_F > R_2$ (resistencia crítica), entonces el voltaje del generador nunca se elevará.

Puesto que el voltaje de la curva de magnetización varía como función de la velocidad del eje, la resistencia crítica varía también con la velocidad. En general, cuanto más baja sea la velocidad del eje, menor es la resistencia crítica.

Característica de los terminales de un generador dc en derivación

La característica de los terminales de un generador dc en derivación difiere de la de un generador dc de excitación separada en que la cantidad de corriente de campo en la máquina depende del voltaje en sus terminales. Para entender la característica de los terminales de un generador en derivación, se parte de la máquina descargada, luego se adiciona carga y se observa lo que ocurre.

Como se incrementa la carga sobre el generador, I_L aumenta y por tanto $I_A = I_F + I_L \uparrow$ también aumenta. Un aumento en I_A, incrementa la caída de voltaje en la resistencia del inducido $I_A R_A$ y causa que $V_T = E_A - I_A \uparrow R_A$ disminuya. Éste es el mismo comportamiento observado en un generador de excitación separada. Sin embargo, cuando V_T disminuye, la corriente de campo en la máquina disminuye con él. Esto causa que el flujo en la máquina disminuya, y se reduzca E_A. La reducción de E_A causa una reducción más fuerte del voltaje en los terminales $V_T = E_A \downarrow - I_A R_A$. La característica de los terminales resultante se muestra en la figura 9-52. Nótese que el descenso del voltaje es más pronunciado que la caída $I_A R_A$ en un generador de excitación separada. En otras palabras, la regulación de voltaje de este generador es peor que la regulación de voltaje lograda con el mismo equipo conectado con excitación separada.

Control de voltaje para un generador dc en derivación

Al igual que en el generador de excitación separada, existen dos maneras de controlar el voltaje de un generador en derivación:

1. Cambio de la velocidad del eje ω_m del generador.
2. Cambio de la resistencia de campo del generador y, por tanto, cambiando la corriente de campo.

El cambio de la resistencia de campo es el principal método utilizado para controlar el voltaje en los terminales de los generadores reales en derivación. Si la resistencia de campo R_F disminuye, entonces la corriente de campo $I_F = V_T/R_F \downarrow$ aumenta. Cuando I_F se incrementa el flujo ϕ de la máquina aumenta y origina un incremento en el voltaje interno generado E_A. El aumento en E_A causa que el voltaje en los terminales del generador también aumente.

Análisis de generadores dc en derivación

En ocasiones, el análisis de un generador dc en derivación es más complicado que el de un generador de excitación separada debido a que la corriente de campo de la máquina depende directamente de su propio voltaje de salida. En primer lugar se aborda el análisis del generador en derivación para máquinas sin reacción del inducido y después se incluyen los efectos de reacción del inducido.

La figura 9-53 muestra una curva de magnetización de un generador dc en derivación, dibujada a la velocidad real de operación de la máquina. La resistencia de campo R_F, que es igual a V_T/I_F, aparece como una línea recta tendida sobre la curva de magnetización. *En vacío,* $V_T = E_A$ y el generador opera al voltaje en el cual la curva de magnetización interseca la línea de resistencia de campo.

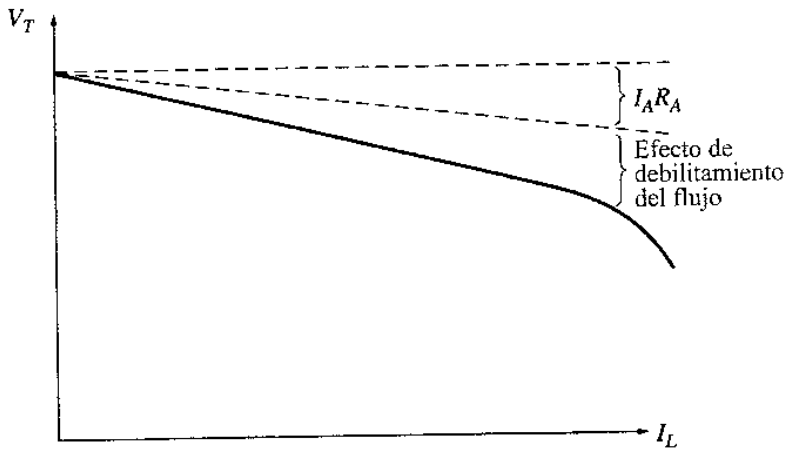


Figura 9-52
Característica de los terminales de un generador dc en derivación.

La clave para entender el análisis gráfico de los generadores en derivación es recordar la ley de voltajes de Kirchhoff (KVL):

$$V_T = E_A - I_A R_A \tag{9-45}$$

o

$$\boxed{E_A - V_T = I_A R_A} \tag{9-46}$$

La diferencia entre el voltaje interno generado y el voltaje en los terminales corresponde a la caída $I_A R_A$ en la máquina. La línea de todos los valores posibles de E_A es la curva de magnetización, y la línea de todos los voltajes posibles en los terminales es la línea de resistencia ($I_F = V_T/R_F$). Por tanto, para encontrar el voltaje en los terminales para una carga dada, es necesario determinar la caída $I_A R_A$ y localizar el lugar de la gráfica donde la caída encaja *exactamente* entre la línea E_A y la línea V_T. Existen por lo menos dos lugares de la curva donde la caída $I_A R_A$ encajará exactamente. Si hay dos puntos posibles, el más cercano al voltaje de vacío representará un punto normal de operación.

Un dibujo detallado que muestra varios puntos diferentes sobre la característica de un generador dc en derivación es el de la figura 9-54. Nótese la línea discontinua de la figura 9-54*b*. Esta línea es la característica de los terminales cuando la carga está disminuyendo. La razón por la cual no coincide con la línea de aumento de carga es la histéresis en los polos del estator del generador.

Si un generador en derivación presenta reacción del inducido, este proceso se complica un poco más. La reacción del inducido produce una fuerza magnetomotriz desmagnetizante en el generador, simultánea con la caída $I_A R_A$ en la máquina.

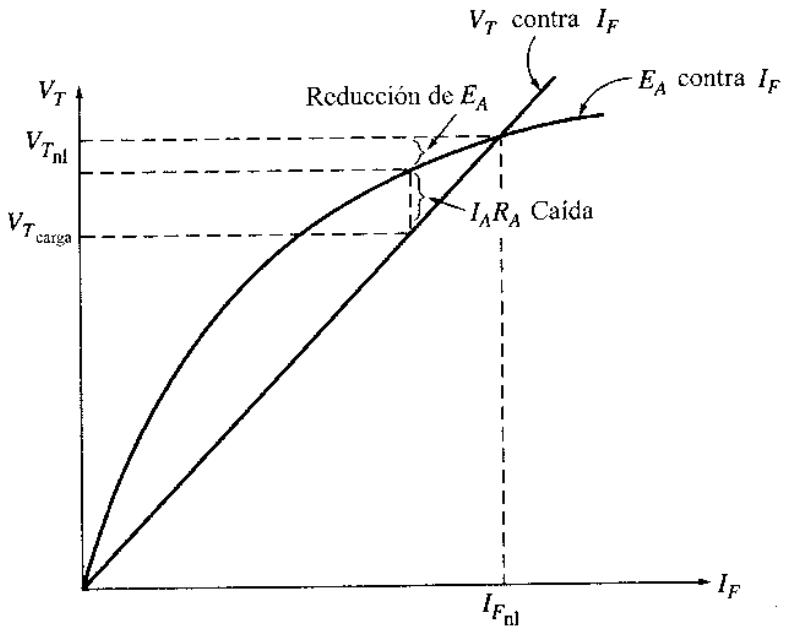


Figura 9-53
Análisis gráfico de un generador dc en derivación, con devanados de compensación.

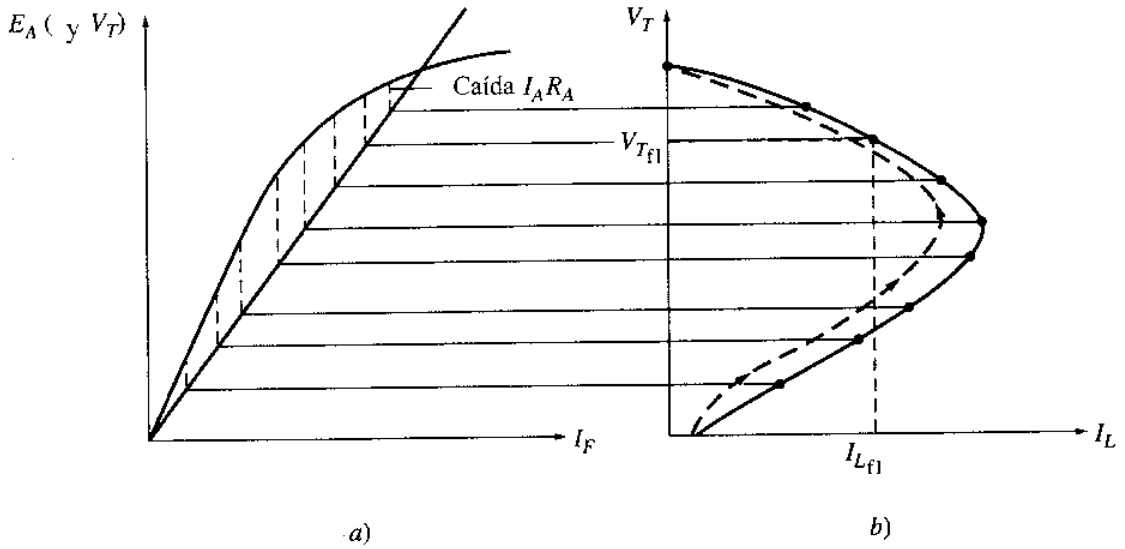


Figura 9-54
Deducción gráfica de la característica de los terminales de un generador dc en derivación.

Para analizar un generador que presenta reacción del inducido, supóngase que se conoce su corriente del inducido; entonces se conoce la caída de voltaje resistiva $I_A R_A$ y, así mismo, la fuerza magnetomotriz desmagnetizante de la corriente del inducido. El voltaje en los terminales de este generador debe ser suficientemente alto para suministrar el flujo del generador *después de restar los efectos desmagnetizantes de la reacción del inducido.* Para cumplir este requerimiento, tanto la fuerza magnetomotriz de la reacción del inducido como la caída $I_A R_A$ deben encajar entre la línea E_A y la línea V_T. Para determinar el voltaje de salida para una fuerza magnetomotriz dada, se debe localizar el lugar bajo la curva de magnetización donde el triángulo formado por los efectos de la reacción del inducido y de $I_A R_A$ *encaja exactamente* entre la línea de los posibles valores V_T y la línea de los posibles valores E_A (*véase* figura 9-55).

9-14 GENERADOR DC SERIE

Un generador dc serie es aquel cuyo campo está conectado en serie con su inducido. Puesto que el inducido tiene una corriente *mucho* mayor que un campo en derivación, el campo serie en un generador de esta clase tendrá sólo unas muy pocas vueltas de alambre y el conductor utilizado será mucho más grueso que el de un campo en derivación. Puesto que la fuerza magnetomotriz está dada por la ecuación $\mathcal{F} = NI$, unas pocas vueltas con alta corriente pueden producir una fuerza magnetomotriz igual a la producida por muchas vueltas con baja corriente. Un campo serie se diseña para que tenga la más baja resistencia posible, dado que la corriente de plena carga fluye a través de él. En la figura 9-56 se muestra el circuito equivalente de un generador serie dc. Aquí, la corriente del inducido, la corriente de campo y la corriente de línea son iguales. La ecuación correspondiente a la ley de voltajes de Kirchhoff para esta máquina es

$$\boxed{V_T = E_A - I_A(R_A + R_S)} \tag{9-47}$$

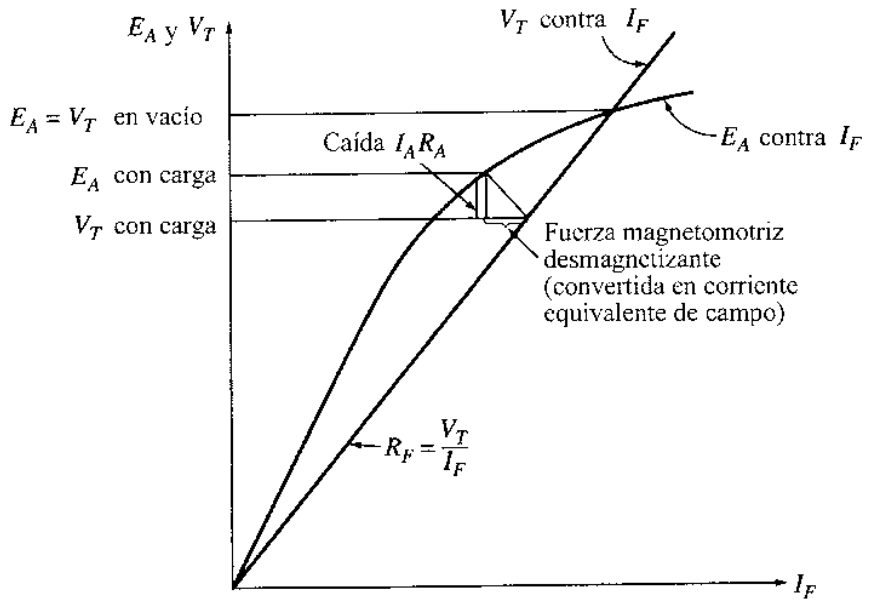


Figura 9-55
Análisis gráfico de un generador dc en derivación con reacción del inducido.

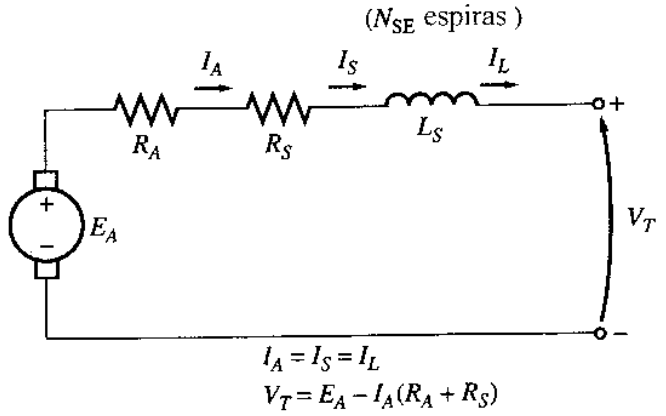


Figura 9-56
Circuito equivalente de un generador dc serie.

Característica de los terminales de un generador serie

La curva de magnetización de un generador dc serie se parece mucho a la de cualquier generador. En vacío, sin embargo, no hay corriente de campo; por tanto, V_T se reduce a un pequeño nivel dado por el flujo residual de la máquina. Cuando aumenta la carga, aumenta la corriente de campo y E_A se eleva con rapidez. Aunque la caída $I_A(R_A + R_S)$ también aumenta, al principio el aumento en E_A es más rápido que la caída $I_A(R_A + R_S)$, en consecuencia, V_T aumenta. Al poco rato, la máquina se aproxima a la saturación y E_A llega a ser casi constante. En ese punto, la caída resistiva es el efecto predominante, y V_T comienza a caer.

En la figura 9-57 se muestra este tipo de característica. Es obvio que esta máquina no sería una buena fuente de voltaje constante. En efecto, su regulación de voltaje es un número negativo grande.

Los generadores serie se utilizan sólo en unas pocas aplicaciones especiales donde puede explotarse la característica empinada del voltaje del equipo. Una de tales aplicaciones es la soldadura de arco. Los generadores en serie utilizados en soldadura de arco se diseñan deliberadamente con gran reacción del inducido, la cual les da una característica de los terminales como la que se muestra en la figura 9-58. Nótese que cuando los electrodos del soldador hacen contacto entre sí, antes de comenzar a soldar, fluye una corriente muy alta. Cuando el operador separa los electrodos del soldador, se produce un aumento muy empinado en el voltaje del generador, mientras la corriente permanece alta. Este voltaje asegura que el arco de soldadura se mantenga en el aire, entre los electrodos.

9-15 GENERADOR DC COMPUESTO ACUMULATIVO

Un generador dc compuesto acumulativo es un generador dc con *campo serie y campo en derivación* conectados de tal manera que las fuerzas magnetomotrices de los dos campos se suman. La figura 9-59 muestra el circuito equivalente de un generador dc compuesto acumulativo en conexión de "derivación larga". Los puntos que aparecen en las dos bobinas de campo tienen el mismo significado que los puntos sobre un transformador: *la corriente que fluye hacia dentro de las bobinas por el extremo marcado con punto produce una fuerza magnetomotriz positiva.* Nótese que la corriente del inducido fluye hacia adentro por el extremo de la bobina de campo serie marcado con punto y que la corriente del campo en derivación I_F fluye hacia dentro por el extremo de la bobina de campo en derivación marcado con punto. Entonces, la fuerza magnetomotriz total de esta máquina está dada por

$$\mathcal{F}_{\text{net}} = \mathcal{F}_F + \mathcal{F}_{\text{SE}} - \mathcal{F}_{\text{AR}} \tag{9-48}$$

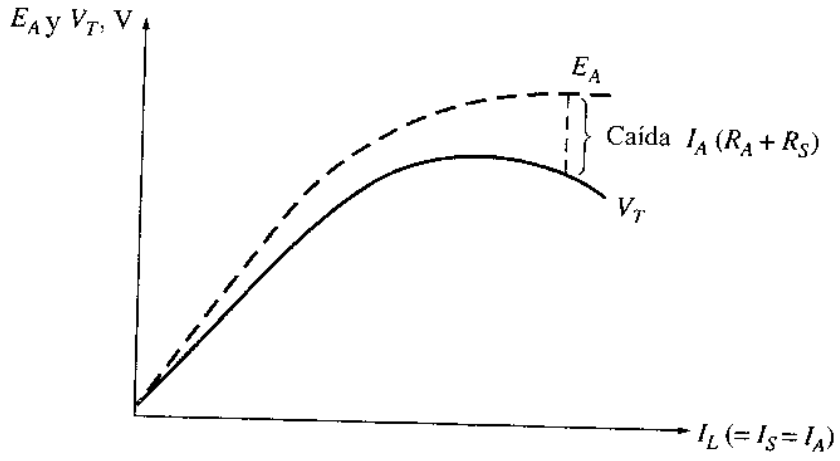


Figura 9-57
Deducción de la característica de los terminales para un generador dc serie.

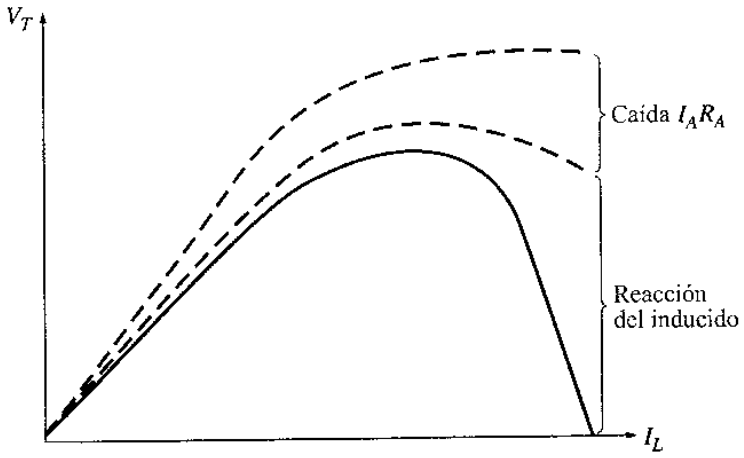
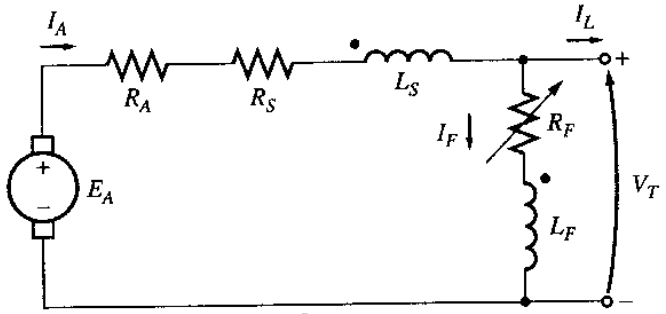


Figura 9-58
Característica de los terminales de un generador serie con grandes efectos de reacción del inducido, adecuado para soldadores eléctricos.



$$I_A = I_L + I_F$$
$$V_T = E_A - I_A(R_A + R_S)$$
$$I_F = \frac{V_T}{R_F}$$
$$\mathcal{F}_{net} = N_F I_F + N_{SE} I_A - \mathcal{F}_{AR}$$

Figura 9-59
Circuito equivalente de un generador dc compuesto acumulativo con conexión en derivación larga.

donde $\mathcal{F}_F$ es la fuerza magnetomotriz del campo en derivación, $\mathcal{F}_{SE}$ es la fuerza magnetomotriz del campo serie y $\mathcal{F}_{AR}$ es la fuerza magnetomotriz de la reacción del inducido. La corriente equivalente efectiva del campo en derivación de esta máquina está dada por

$$N_F I_F^* = N_F I_F + N_{SE} I_A - \mathcal{F}_{AR}$$

$$\boxed{I_F^* = I_F + \frac{N_{SE}}{N_F} I_A - \frac{\mathcal{F}_{AR}}{N_F}} \tag{9-49}$$

Las otras relaciones de voltaje y corriente para este generador son

$$\boxed{I_A = I_F + I_L} \tag{9-50}$$

$$\boxed{V_T = E_A - I_A(R_A + R_S)} \tag{9-51}$$

$$\boxed{I_F = \frac{V_T}{R_F}} \tag{9-52}$$

Otra forma de acoplar un generador compuesto acumulativo es la conexión en "derivación corta", donde el campo serie está fuera del circuito de campo en derivación y tiene una corriente I_L que fluye a través de él, en lugar de I_A. En la figura 9-60 se muestra un generador dc compuesto acumulativo en derivación corta.

Característica de los terminales de un generador dc compuesto acumulativo

Para entender la característica de los terminales de un generador dc compuesto acumulativo, es necesario comprender los efectos que actúan dentro de la máquina.

Si aumenta la carga sobre el generador, entonces la corriente de carga I_L aumenta. Puesto que $I_A = I_F + I_L \uparrow$, la corriente del inducido I_A también aumenta. En este punto, ocurren dos efectos en el generador:

1. Como se eleva I_A, la caída de voltaje $I_A(R_A + R_S)$ aumenta. Esto tiende a causar una disminución en el voltaje en los terminales $V_T = E_A - I_A \uparrow (R_A + R_S)$.
2. Cuando aumenta I_A, la fuerza magnetomotriz del campo serie $\mathcal{F}_{SE} = N_{SE} I_A$ aumenta. Esto incrementa la fuerza magnetomotriz total $\mathcal{F}_{tot} = N_F I_F + N_{SE} I_A \uparrow$, la cual aumenta el flujo en el generador. El incremento del flujo en el generador eleva E_A, que a su vez tiende a hacer que $V_T = E_A \uparrow - I_A(R_A + R_S)$ aumente.

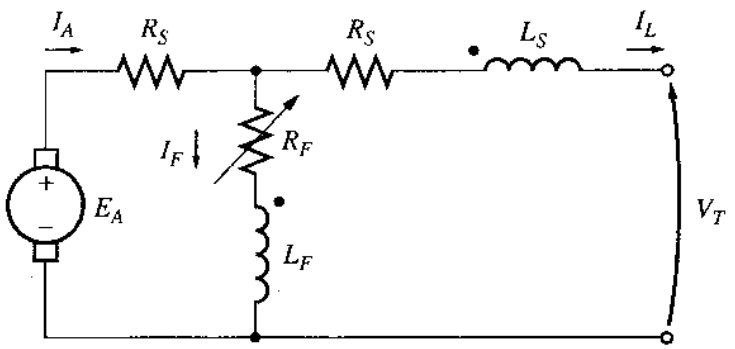


Figura 9-60
Circuito equivalente de un generador dc compuesto acumulativo conectado en derivación corta.

Estos dos efectos se oponen entre sí pues el uno tiende a *aumentar* V_T y el otro, a *disminuirlo.* ¿Cuál efecto predomina en una máquina dada? Todo depende de cuántas vueltas en serie tengan los polos de la máquina. La pregunta puede ser respondida tomando varios casos individuales:

1. *Pocas espiras en serie* (N_{SE} *pequeño*). Si hay sólo unas pocas espiras en serie, prima el efecto de la caída resistiva de voltaje. El voltaje cae como en un generador en derivación, pero no en forma tan abrupta (figura 9-61). Este tipo de construcción, donde el voltaje en los terminales a plena carga es menor que el de vacío, se llama *hipocompuesto (o compuesto parcial).*
2. *Más espiras en serie* (N_{SE} *mayor*). Si hay mayor cantidad de espiras de alambre en serie sobre los polos, al comienzo prima el efecto de fortalecimiento del flujo y el voltaje en los terminales aumenta con la carga. Sin embargo, cuando la carga continúa aumentando, se crea saturación magnética y la caída resistiva es más fuerte que el efecto de aumento del flujo. En tal máquina, *el voltaje en los terminales aumenta primero y luego cae, cuando la carga aumenta.* Si V_T en vacío es igual a V_T a plena carga, el generador se denomina *generador compuesto plano.*
3. *Se añaden aún más espiras en serie* (N_{SE} *grande*). Si se añaden aún más espiras en serie al generador, el efecto del fortalecimiento del flujo predomina un tiempo más prolongado antes de que prime la caída resistiva . El resultado es una característica cuyo voltaje en los terminales a plena carga supera el correspondiente en vacío. Si V_T a plena carga excede a V_T en vacío, el generador se denomina *generador hipercompuesto.*

Todas estas posibilidades se ilustran en la figura 9-61.

También es posible reunir todas estas características de voltaje en un *solo generador* si se utiliza una resistencia de desviación. La figura 9-62 muestra un generador dc compuesto acumulativo con un número relativamente grande de espiras en serie N_{SE} y una resistencia de desviación conectada alrededor del campo serie. Si la resistencia R_{div} se ajusta a un valor grande, la mayoría de la corriente del inducido fluye a través de la bobina del campo serie, y el generador es hipercompuesto. Si la resistencia R_{div} se ajusta a un valor pequeño, la mayoría de la corriente fluye por fuera de la bobina del campo serie, a través de R_{div} y el generador es hipocompuesto. Se puede ajustar uniformemente con la resistencia para obtener la cantidad de compuesto deseada.

Control de voltaje en generadores dc compuestos acumulativos

Las técnicas disponibles para controlar un generador dc compuesto acumulativo son las mismas que se utilizan para controlar el voltaje de los generadores dc en derivación:

1. Cambio de la velocidad de rotación. Un aumento en ω causa que $E_A = K\phi\,\omega \uparrow$ aumente, incrementándose el voltaje en los terminales $V_T = E_A \uparrow - I_A(R_A + R_S)$.
2. Cambio en la corriente de campo. Una disminución en R_F causa que $I_F = V_T/R_F \downarrow$ aumente, lo que incrementa la fuerza magnetomotriz total en el generador. Como $\mathcal{F}_{\text{tot}}$ aumenta, el flujo ϕ en la máquina aumenta y $E_A = K\phi \uparrow \omega$ se eleva. Finalmente, un aumento en E_A eleva V_T.

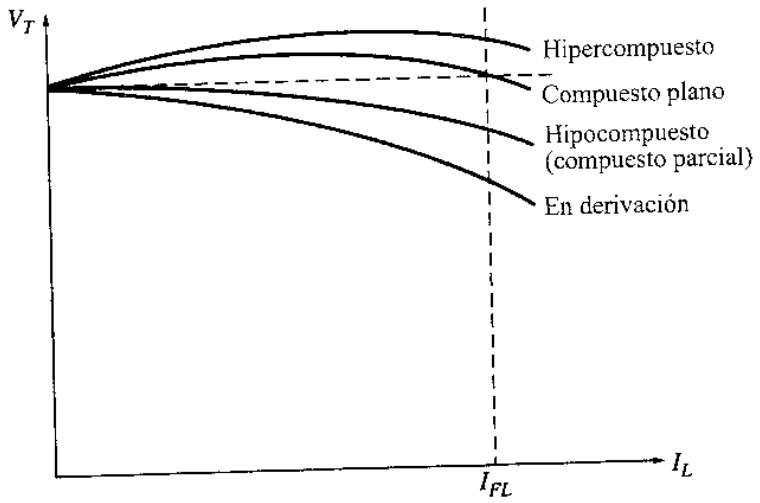


Figura 9-61
Características en terminales de generadores dc compuestos acumulativos.

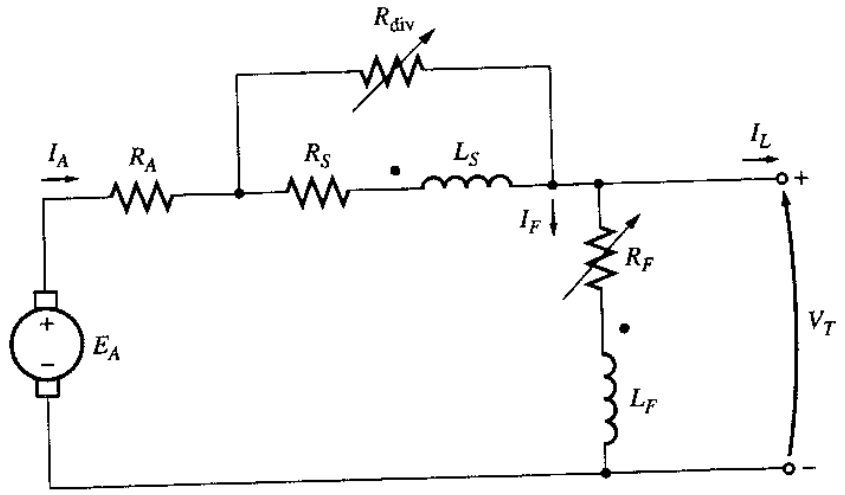


Figura 9-62
Generador dc compuesto acumulativo con resistencia de desviación.

Análisis de los generadores dc compuestos acumulativos

Las ecuaciones (9-53) y (9-54) son la clave para describir las características en terminales de un generador dc compuesto acumulativo. La corriente equivalente del campo en derivación I_{eq}, debida a los efectos del campo serie y de la reacción del inducido, está dada por

$$I_{eq} = \frac{N_{SE}}{N_F} I_A - \frac{\mathcal{F}_{AR}}{N_F} \tag{9-53}$$

Por tanto, la corriente efectiva de campo en derivación de la máquina es

$$I_F^* = I_F + I_{eq} \tag{9-54}$$

Esta corriente equivalente I_{eq} representa una distancia horizontal a la izquierda o a la derecha de la línea de resistencia de campo ($R_F = V_T/R_F$) a lo largo de los ejes de la curva de magnetización.

La caída resistiva en el generador está dada por $I_A(R_A + R_S)$, la cual representa una distancia a lo largo del eje vertical sobre la curva de magnetización. La corriente equivalente I_{eq} y la caída resistiva de voltaje $I_A(R_A + R_S)$ dependen de la potencia de la corriente del inducido I_A. En consecuencia, son los dos lados de un triángulo cuyo tamaño es función de I_A. Para encontrar el voltaje de salida para una carga dada, se determina el tamaño del triángulo y se halla un punto donde el triángulo encaja *exactamente* entre la línea de corriente de campo y la curva de magnetización.

Esta idea se ilustra en la figura 9-63. El voltaje en los terminales, en condiciones de vacío, será el punto en el cual se intersecan la línea de resistencia y la curva de magnetización, como se explicó antes. Cuando se adiciona carga al generador, aumenta la fuerza magnetomotriz del campo serie y se elevan la corriente equivalente del campo en derivación I_{eq} y la caída resistiva de voltaje $I_A(R_A + R_S)$ en la máquina. Para encontrar el valor del nuevo voltaje de salida en el generador, es preciso deslizar el borde extremo izquierdo del triángulo resultante a lo largo de la línea de corriente de campo en derivación hasta que el vértice superior del triángulo toque la curva de magnetización. El vértice superior del triángulo representa el voltaje interno generado de la máquina, mientras que la línea inferior representa el voltaje en terminales de la máquina.

La figura 9-64 muestra el proceso, repetido varias veces, para construir una característica de los terminales completa para el generador.

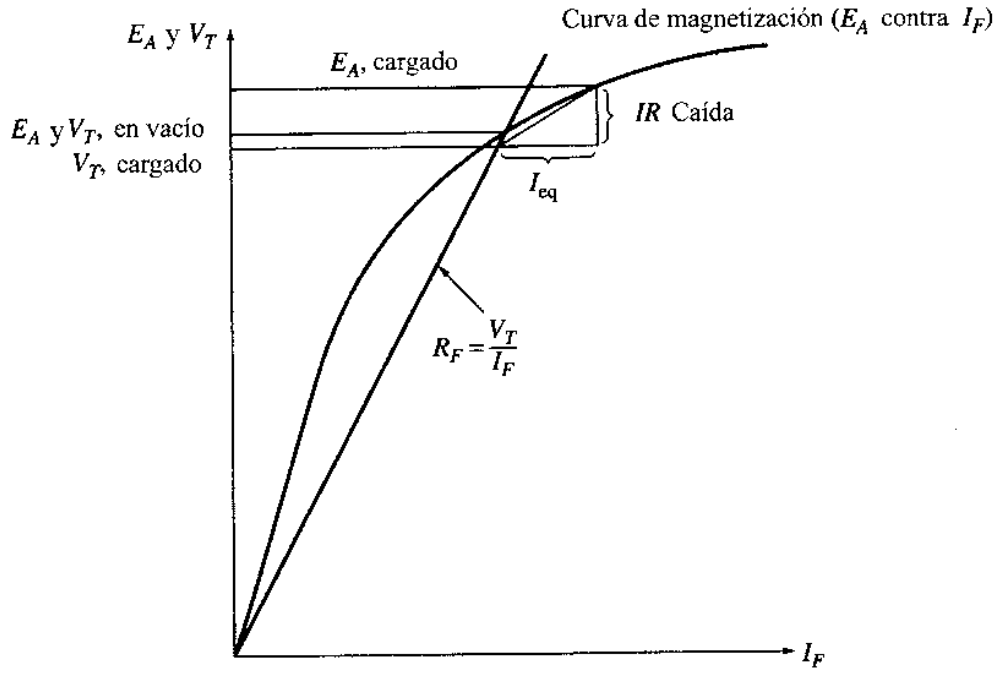


Figura 9-63
Análisis gráfico de un generador dc compuesto acumulativo.

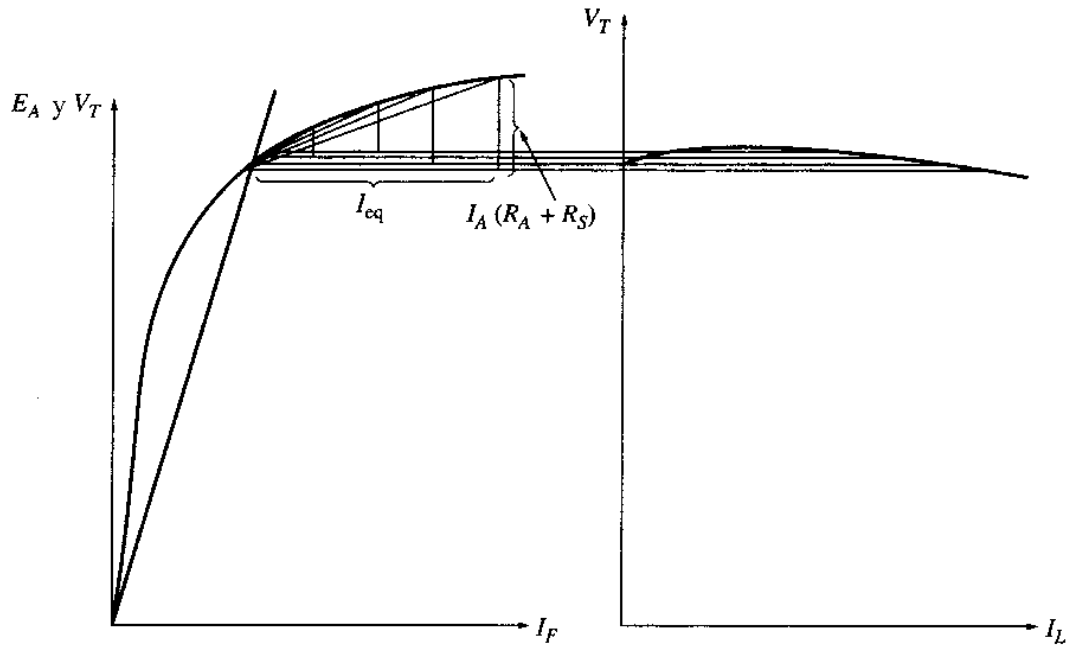


Figura 9-64
Deducción gráfica de la característica en los terminales de un generador dc compuesto acumulativo.

9-16 GENERADOR DC COMPUESTO DIFERENCIAL

Un generador dc compuesto diferencial es un generador con dos campos, el campo en derivación y el campo serie, pero *sus fuerzas magnetomotrices se restan entre sí.* En la figura 9-65 se muestra el circuito equivalente de un generador dc compuesto diferencial. Nótese que la corriente del inducido está fluyendo *hacia fuera* de una bobina por el extremo marcado con punto, mientras que la corriente del campo en derivación está fluyendo *hacia dentro* por el extremo de la bobina marcado con punto. En esta máquina, la fuerza magnetomotriz neta es

$$\mathcal{F}_{net} = \mathcal{F}_F - \mathcal{F}_{SE} - \mathcal{F}_{AR} \tag{9-55}$$

$$\mathcal{F}_{net} = N_F I_F - N_{SE} I_A - \mathcal{F}_{AR} \tag{9-56}$$

y la corriente equivalente de campo en derivación debida al campo serie y la reacción del inducido está dada por

$$I_{eq} = -\frac{N_{SE}}{N_F} I_A - \frac{\mathcal{F}_{AR}}{N_F} \tag{9-57}$$

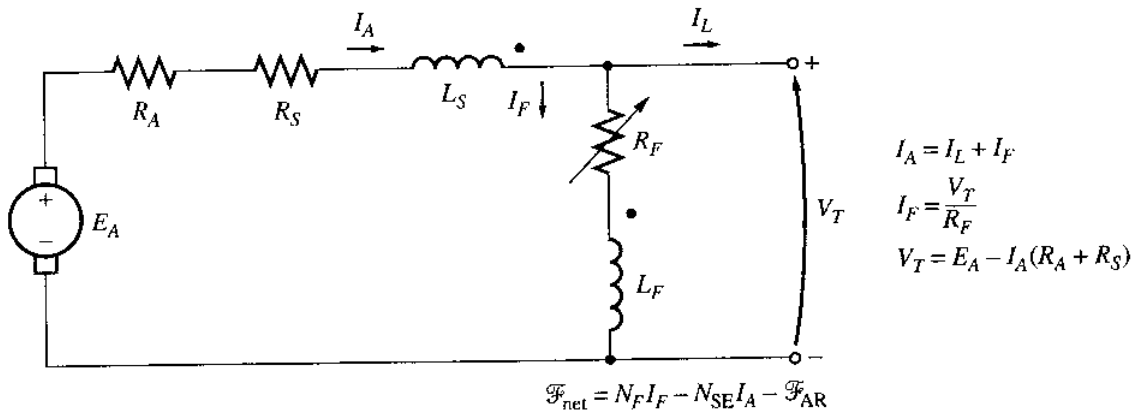


Figura 9-65
Circuito equivalente de un generador dc compuesto diferencial con conexión en derivación larga.

La corriente total efectiva de campo en derivación en esta máquina es

$$I_F^* = I_F + I_{eq} \tag{9-58a}$$

o

$$\boxed{I_F^* = I_F - \frac{N_{SE}}{N_F} I_A - \frac{\mathcal{F}_{AR}}{N_F}} \tag{9-58b}$$

Como el generador compuesto acumulativo, el generador compuesto diferencial puede ser conectado en derivación larga o en derivación corta.

Característica de los terminales de un generador dc compuesto diferencial

En el generador dc compuesto diferencial ocurren los mismos dos efectos que se presentaron en el generador dc compuesto acumulativo. Esta vez, sin embargo, ambos efectos actúan en la misma dirección. Ellos son:

1. Cuando aumenta I_A, aumenta también la caída de voltaje $I_A(R_A + R_S)$. Este aumento tiende a causar una disminución en el voltaje en los terminales $V_T = E_A - I_A \uparrow (R_A + R_S)$.
2. Cuando se incrementa I_A, la fuerza magnetomotriz del campo serie $\mathcal{F}_{SE} = N_{SE} I_A$ también aumenta. Este aumento en la fuerza magnetomotriz del campo serie *reduce* la fuerza magnetomotriz neta del generador ($\mathcal{F}_{tot} = N_F I_F - N_{SE} I_A \uparrow$) que, a su vez, reduce el flujo neto en el generador. Una disminución de flujo disminuye a E_A, lo que a su vez disminuye V_T.

Puesto que ambos efectos tienden a *disminuir* V_T, el voltaje cae drásticamente cuando se aumenta la carga en el generador. En la figura 9-66 se muestra una característica de los terminales típica para un generador dc compuesto diferencial.

Control de voltaje de generadores dc compuestos diferenciales

Aunque las características de caída de voltaje en un generador dc compuesto diferencial son bastante malas, es posible ajustar el voltaje en los terminales para una carga dada. Las técnicas disponibles para ajustar el voltaje en los terminales son las mismas empleadas en los generadores dc en derivación y compuestos acumulativos:

1. Cambio de la velocidad de rotación ω_m.
2. Cambio de la corriente de campo I_F.

Análisis gráfico de un generador dc compuesto diferencial

El voltaje característico de un generador dc compuesto diferencial es determinado gráficamente de la misma forma utilizada para el generador dc compuesto acumulativo. Para encontrar la característica de los terminales de la máquina, remítase a la figura 9-67.

La porción de la corriente efectiva del campo en derivación, debida al campo en derivación real, es siempre igual a V_T/R_F puesto que hay mucha corriente en el campo en derivación. La corriente efectiva de campo remanente está dada por I_{eq}, y es la suma de los efectos del campo serie y de la reacción del inducido. Esta corriente equivalente I_{eq} representa una distancia *negativa* horizontal a lo largo del eje de la curva de magnetización puesto que ambos, el campo serie y la reacción del inducido, son sustractivos.

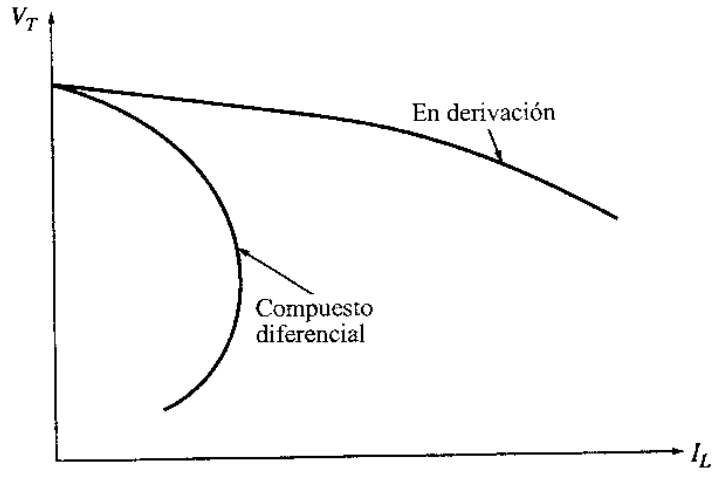


Figura 9-66
Característica de los terminales de un generador dc compuesto diferencial.

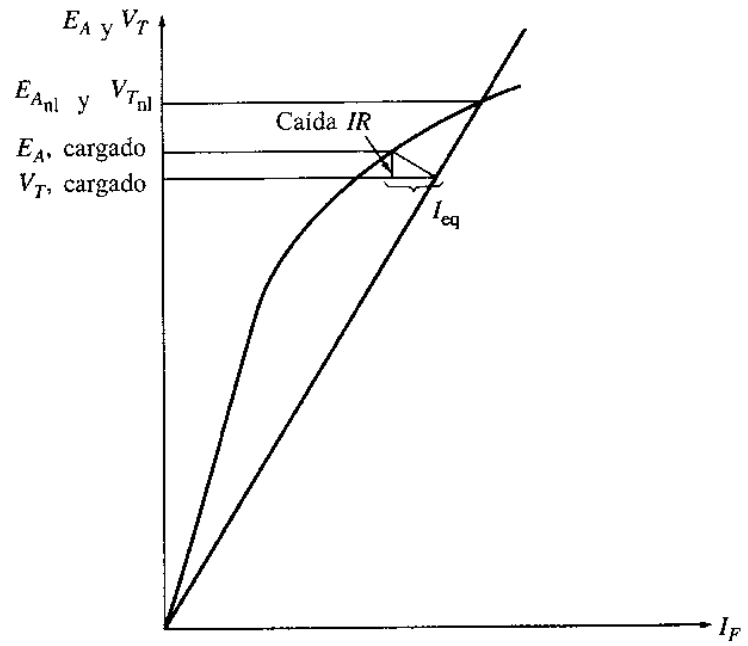


Figura 9-67
Análisis gráfico de un generador dc compuesto diferencial.

La caída resistiva en el generador está dada por $I_A(R_A + R_S)$, la cual representa una distancia a lo largo del eje vertical de la curva de magnetización. Para encontrar el voltaje de salida para una carga dada, se determina el tamaño del triángulo formado por la caída de voltaje resistiva e I_{eq} y se halla un punto en donde el triángulo encaja *exactamente* entre la línea de corriente de campo y la curva de magnetización.

La figura 9-68 muestra el proceso, repetido varias veces, para construir una característica completa de los terminales para el generador.

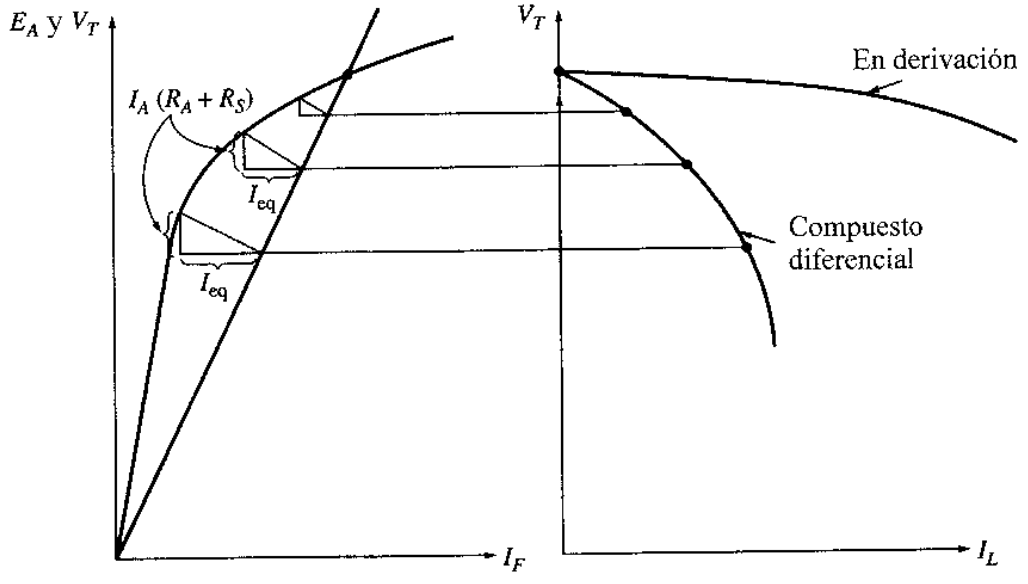


Figura 9-68
Deducción gráfica de la característica de los terminales de un generador dc compuesto diferencial.

9-17 RESUMEN

Existen varios tipos de motores dc, diferentes por la manera de obtener los flujos de campo. Estos tipos de motores son de excitación separada, en derivación, de imán permanente, serie y compuestos. La forma de obtener el flujo afecta la manera como éste varía debido a la carga, la cual a su vez afecta la característica par-velocidad total del motor.

Un motor dc en derivación o uno de excitación separada tiene una característica par-velocidad cuya velocidad cae linealmente con el aumento del par. Su velocidad puede ser controlada cambiando su corriente de campo y su voltaje o su resistencia del inducido.

Un motor dc de imán permanente es la misma máquina básica, excepto que su flujo se obtiene de imanes permanentes. Su velocidad puede ser controlada por cualquiera de los métodos antes mencionados, menos por variación de la corriente de campo.

Un motor serie tiene el par de arranque más alto que cualquier motor dc, pero tiende a desbocarse en vacío. Se utiliza en aplicaciones de muy alto par donde la regulación de velocidad no es importante; por ejemplo, en arrancadores de vehículos.

Un motor dc compuesto acumulativo es un término medio entre el motor serie y el motor en derivación, con las mejores características de cada uno de ellos. Un motor dc compuesto diferencial es un completo desastre. Es inestable y tiende a desbocarse cuando se le pone carga.

Los generadores dc son máquinas dc utilizadas como generadores. Existen varios tipos de generadores dc, que difieren en los métodos para obtener sus flujos de campo. Estos métodos afectan las características de salida de los diferentes tipos de generadores. Los tipos de generadores dc comunes son excitación separada, en derivación, serie, compuesto acumulativo y compuesto diferencial.

Los generadores en derivación y compuesto dependen de la no linealidad de sus curvas de magnetización para lograr voltajes estables de salida. Si la curva de magnetización de una máquina dc fuera una línea recta, entonces nunca se intersecarían la curva de magnetización y la línea de voltaje en los terminales del generador y habría voltaje estable en condiciones de vacío. Puesto que los efectos no lineales están en el centro de la operación de los generadores, los voltajes de salida de los generadores dc sólo pueden determinarse gráficamente, o numéricamente utilizando un computador.

Hoy en día los generadores dc han sido remplazados en muchas aplicaciones por fuentes de potencia alterna y componentes electrónicos de estado sólido. Esto ocurre incluso en los automóviles, unos de los usuarios más comunes de la potencia dc.

PREGUNTAS Y TEMAS DE ANÁLISIS

9-1 ¿En qué consiste la regulación de velocidad de un motor dc?

9-2 ¿Cómo puede ser controlada la velocidad de un motor dc en derivación? Explique en detalle.

9-3 ¿Cuál es la diferencia práctica entre un motor dc de excitación separada y uno en derivación?

9-4 ¿Qué efecto tiene la reacción del inducido sobre la característica par-velocidad de un motor dc en derivación? ¿Pueden ser graves los efectos de la reacción del inducido? ¿Cómo se soluciona este problema?

9-5 ¿Cuál es la característica deseable de los imanes permanentes en las máquinas PMDC?

9-6 ¿Cuáles son las principales características de un motor dc serie? ¿Cuáles son sus usos?
9-7 ¿Cuáles son las características de un motor dc compuesto acumulativo?
9-8 ¿Cuáles son los problemas asociados a un motor dc compuesto diferencial?
9-9 ¿Qué ocurre en un motor dc en derivación, si su circuito de campo se abre mientras está rotando?
9-10 ¿Por qué se utiliza una resistencia de arranque en circuitos de motores dc?
9-11 ¿Cómo puede desconectarse del circuito del inducido del motor una resistencia de arranque en el momento preciso durante el arranque?
9-12 ¿En qué consiste el sistema Ward-Leonard de control de motores? ¿Cuáles son sus ventajas y sus desventajas?
9-13 ¿Qué es la regeneración?
9-14 ¿Cuáles son las ventajas y las desventajas de los controladores dc estado sólido para motor, comparados con el sistema Ward-Leonard?
9-15 ¿Cuál es el propósito del relé de pérdida de campo?
9-16 ¿Qué tipo de dispositivos de protección se incluyen en los controladores típicos de estado sólido para motores? ¿Cómofuncionan?
9-17 ¿Cómo puede invertirse la dirección de rotación de un motor dc de excitación separada?
9-18 ¿Cómo puede invertirse la dirección de rotación de un motor dc en derivación?
9-19 ¿Cómo puede invertirse la dirección de rotación de un motor dc serie?
9-20 Nombre y describa las características de los cinco tipos de generadores contemplados en este capítulo.
9-21 ¿Cómo ocurre la elevación de voltaje en un generador dc en derivación durante el arranque?
9-22 ¿Qué podría impedir la elevación del voltaje en el arranque? ¿Cómo puede solucionarse este problema?
9-23 ¿Cómo afecta la reacción del inducido el voltaje de salida en un generador dc de excitación separada?
9-24 ¿Qué ocasiona la rápida caída de voltaje al aumentar la carga en un generador dc compuesto diferencial?

EJERCICIOS

Los ejercicios 9-1 a 9-12 se refieren al siguiente motor dc:

$P_{\text{nominal}} = 30$ hp	$I_{L,\text{nominal}} = 110$ A
$V_T = 240$ V	$N_F = 2700$ vueltas por polo
$n_{\text{nominal}} = 1200$ r/min	$N_{SE} = 12$ vueltas por polo
$R_A = 0.19\ \Omega$	$R_F = 75\ \Omega$
$R_S = 0.02\ \Omega$	$R_{\text{adj}} = 100$ a $400\ \Omega$

Las pérdidas rotacionales equivalen a 3550 W a plena carga. La curva de magnetización se muestra en la figura P9-1.

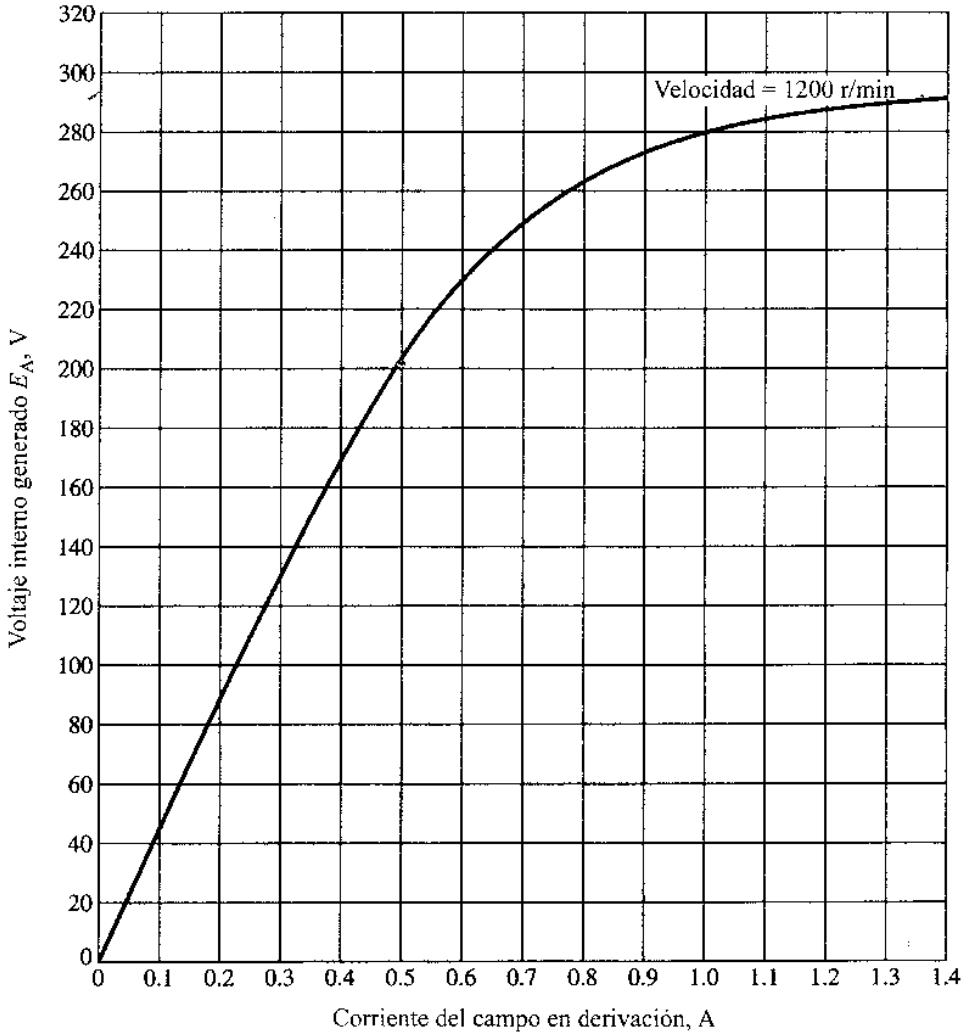


Figura P9-1
Curva de magnetización para el motor dc, ejercicios 9-1 a 9-12. Esta curva fue trazada para una velocidad constante de 1200 r/min.

En los ejercicios 9-1 a 9-7, suponga que el motor descrito antes puede ser conectado en derivación. El circuito equivalente del motor en derivación se muestra en la figura P9-2.

9-1 Si se ajusta la resistencia R_{adj} en 175 Ω, ¿cuál es la velocidad de rotación del motor en condiciones de vacío?

9-2 Si no existe reacción del inducido, ¿cuál es la velocidad del motor a plena carga? ¿Cuál es la regulación de velocidad del motor?

9-3 Si el motor está operando a plena carga y su resistencia variable R_{adj} se aumenta a 250 Ω, ¿cuál es la nueva velocidad del motor? Compare la velocidad del motor, a plena carga R_{adj} = 175 Ω, con la velocidad a plena carga si R_{adj} = 250 Ω (suponga que no hay reacción del inducido, como en el ejercicio anterior).

9-4 Suponga que el motor está operando a plena carga y que la resistencia variable R_{adj} es de nuevo 175 Ω. Si a plena carga la reacción del inducción es 1200 A•vuelta, ¿cuál es la velocidad del motor? ¿Cómo puede compararse con el resultado del ejercicio 9-2?

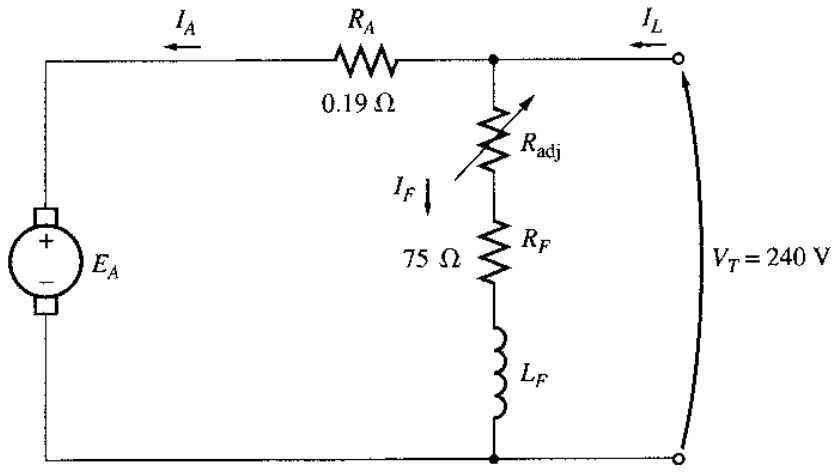


Figura P9-2
Circuito equivalente del motor en derivación, ejercicios 9-1 a 9-7.

9-5 Si R_{adj} puede ser ajustada de 100 a 400 Ω ¿cuáles son las velocidades máxima y mínima posibles de este motor en vacío?

9-6 ¿Cuál es la corriente de arranque de esta máquina, si arranca conectándola directamente a la fuente de potencia V_T? ¿Cómo se compara esta corriente de arranque con la corriente del motor a plena carga?

9-7 Dibuje la característica par-velocidad de este motor suponiendo que no hay reacción del inducido y que la reacción del inducido a plena carga es1200 A • vuelta.

Para los ejercicios 9-8 y 9-9, el motor dc en derivación es reconectado con excitación separada, como se muestra en la figura P9-3. El motor tiene un voltaje de campo fijo V_F de 240 V y un voltaje del inducido V_A que puede variar entre 120 y 240 V.

9-8 ¿Cuál es la velocidad de vacío de este motor con excitación separada cuando $R_{adj} = 175$ Ω y *a*) $V_A = 120$ V, *b*) $V_A = 180$ V, *c*) $V_A = 240$ V?

9-9 Para el motor de excitación separada del ejercicio 9-8:
a) ¿Cuál es la máxima velocidad de vacío alcanzable si varían tanto V_A como R_{adj}?
b) ¿Cuál es la mínima velocidad de vacío alcanzable si varían tanto V_A como R_{adj}?

9-10 Si el motor es compuesto acumulativo, como se muestra en la figura P9-4, y si $R_{adj} = 175$ Ω, ¿cuál es su velocidad en vacío? ¿Cuál es su velocidad a plena carga? ¿Cuál es su regulación de velocidad? Calcule y dibuje la característica par-velocidad para este motor (desprecie los efectos de la reacción del inducido en este ejercicio).

9-11 Si el motor es compuesto acumulativo y está operando a plena carga, ¿cuál será la nueva velocidad del motor si se aumenta R_{adj} a 250 Ω? ¿Cómo es la nueva velocidad comparada con la velocidad a plena carga calculada en el ejercicio 9-10?

9-12 El motor es compuesto diferencial.
a) Si $R_{adj} = 175$ Ω ¿cuál es la velocidad de vacío del motor?
b) ¿Cuál es la velocidad del motor cuando la corriente del inducido llega a 20 A? ¿40 A? ¿ 60 A?
c) Calcule y dibuje la curva característica par-velocidad de este motor.

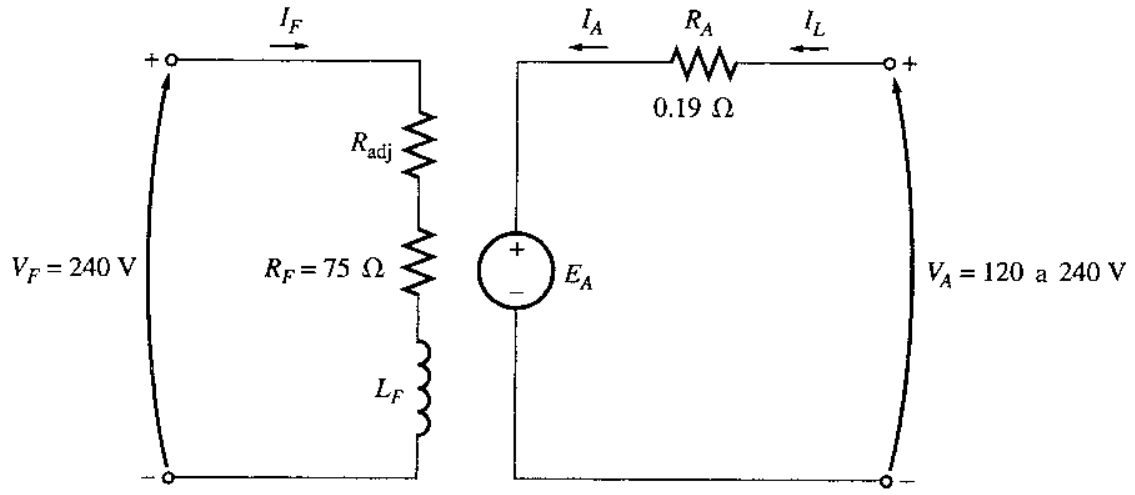


Figura P9-3
Circuito equivalente del motor de excitación separada, ejercicios 9-8 y 9-9.

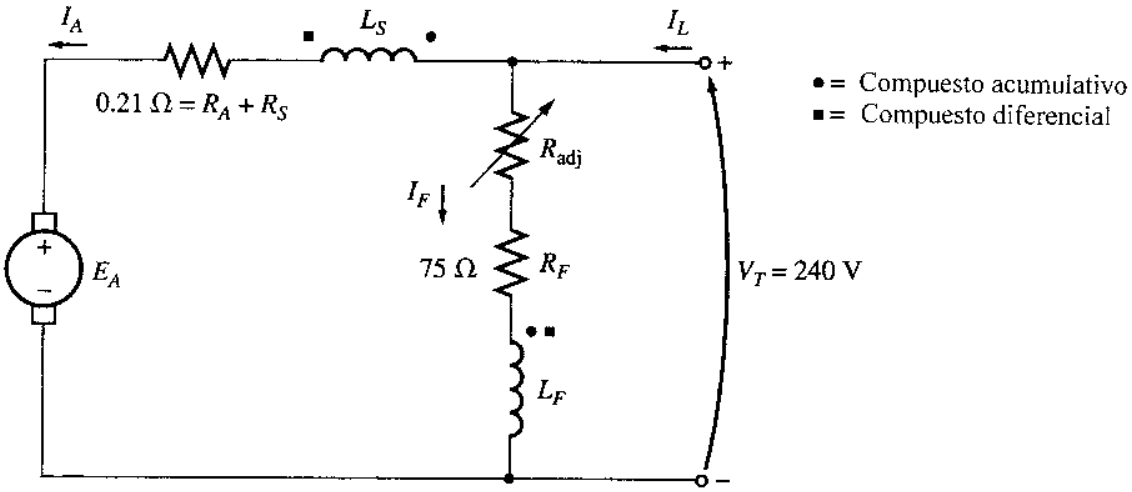


Figura P9-4
Circuito equivalente del motor compuesto, ejercicios 9-10 a 9-12.

9-13 Un motor dc serie de 7.5 hp, 120 V, tiene una resistencia del inducido de 0.2 Ω y una resistencia de campo serie de 0.16 Ω. A plena carga, la corriente de entrada es 58 A y la velocidad nominal es 1050 r/min. En la figura P9-5 se muestra su curva de magnetización. Las pérdidas en el núcleo equivalen a 200 W y las pérdidas mecánicas a 240 W a plena carga. Suponga que las pérdidas mecánicas varían con el cubo de la velocidad del motor y que las pérdidas en el núcleo son constantes.

a) ¿Cuál es la eficiencia del motor a plena carga?

b) ¿Cuáles son la velocidad y eficiencia del motor, si la corriente del inducido es 35 A?

c) Dibuje la característica par-velocidad de este motor.

9-14 Un motor serie de 20 hp, 240 V, 76 A, 900 r/min, tiene un devanado de campo de 33 espiras por polo. Su resistencia del inducido es 0.09 Ω y su resistencia de campo es 0.06 Ω. La curva de magnetización expresada en términos de fuerza magnetomotriz contra E_A a 900 r/min está dada por la siguiente tabla:

E_A, V	95	150	188	212	229	243
$\mathcal{F}$, A • vuelta	500	1000	1500	2000	2500	3000

La reacción del inducido es despreciable en esta máquina.

a) Calcule el par, la velocidad y la potencia de salida del motor a plena carga a 33, 67, 100 y 133% de la corriente del inducido (desprecie las pérdidas rotacionales).
b) Dibuje la característica par-velocidad de esta máquina.

9-15 Al probar un motor dc en derivación de 300 hp, 440 V, 560 A y 863 r/min, se obtuvieron los siguientes datos:
Prueba de rotor bloqueado:

V_A = 16.3 V excluidas las escobillas $\quad V_F$ = 440 V

I_A = 500 A $\quad I_F$ = 8.86 A

Operación en vacío:

V_A = 16.3 V incluidas las escobillas $\quad I_F$ = 8.76 A

I_A = 23.1 A $\quad$ n = 863 r/min

¿Cuál es la eficiencia del motor en condiciones nominales? [*Nota:* suponga que (1) la caída de voltaje en las escobillas es 2 V, (2) las pérdidas en el núcleo deben determinarse a un voltaje del inducido igual al voltaje del inducido a plena carga, y (3) las pérdidas misceláneas equivalen a 1% a plena carga.]

Los ejercicios 9-16 a 9-19 se refieren a un motor dc de 240 V, 100 A, que tiene ambos devanados: en derivación y en serie. Sus características son

R_A = 0.14 Ω $\quad N_F$ = 1500 vueltas

R_S = 0.05 Ω $\quad N_{SE}$ = 8 vueltas

R_F = 200 Ω $\quad n_m$ = 1800 r/min

R_{adj} = 0 a 300 Ω fijada normalmente en 120 Ω

Este motor tiene devanados de compensación e interpolos. La curva de magnetización de este motor a 1800 r/min se muestra en la figura P9-6.

9-16 El motor descrito antes está conectado en *derivación.*
a) ¿Cuál es la velocidad en vacío de este motor cuando R_{adj} = 120 Ω?
b) ¿Cuál es su velocidad a plena carga?
c) En condiciones de vacío, ¿qué rango de velocidades posibles se puede lograr ajustando R_{adj}?

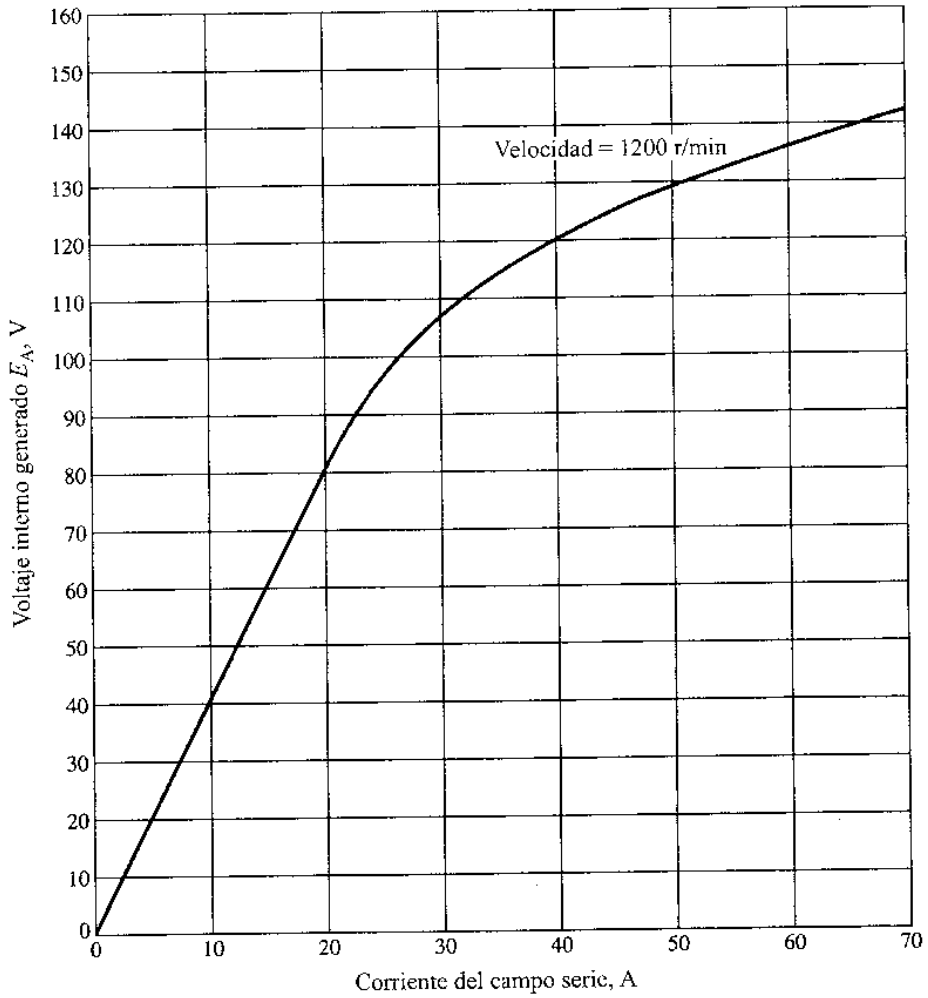


Figura P9-5
Curva de magnetización para el motor serie del ejercicio 9-13. Esta curva fue trazada para una velocidad constante de 1200 r/min.

9-17 Esta máquina se conecta ahora como motor dc compuesto acumulativo; $R_{adj} = 120\ \Omega$.
a) ¿Cuál es la velocidad de este motor a plena carga?
b) Dibuje la característica par-velocidad de este motor.
c) ¿Cuál es su regulación de velocidad?

9-18 Si se reconecta el motor como compuesto diferencial, y $R_{adj} = 120\ \Omega$, deduzca la forma de su característica par-velocidad.

9-19 A partir de la máquina del ejercicio anterior se construye un motor serie sin incluir el campo en derivación. Deduzca la característica par-velocidad del motor resultante.

9-20 Se va a diseñar un circuito de arranque automático para un motor en derivación dimensionado para 20 hp, 240 V y 80 A. La resistencia del inducido del motor es 0.12 Ω y la resistencia del campo en derivación es 40 Ω. El motor va a arrancar con no más de 250% de la corriente nominal del inducido y, tan pronto como la corriente caiga a su valor nominal, se va a cortocircuitar un tramo de la resistencia de arranque. ¿Cuántos tramos de resistencia de arranque se requieren y qué tan grande debería ser cada una?

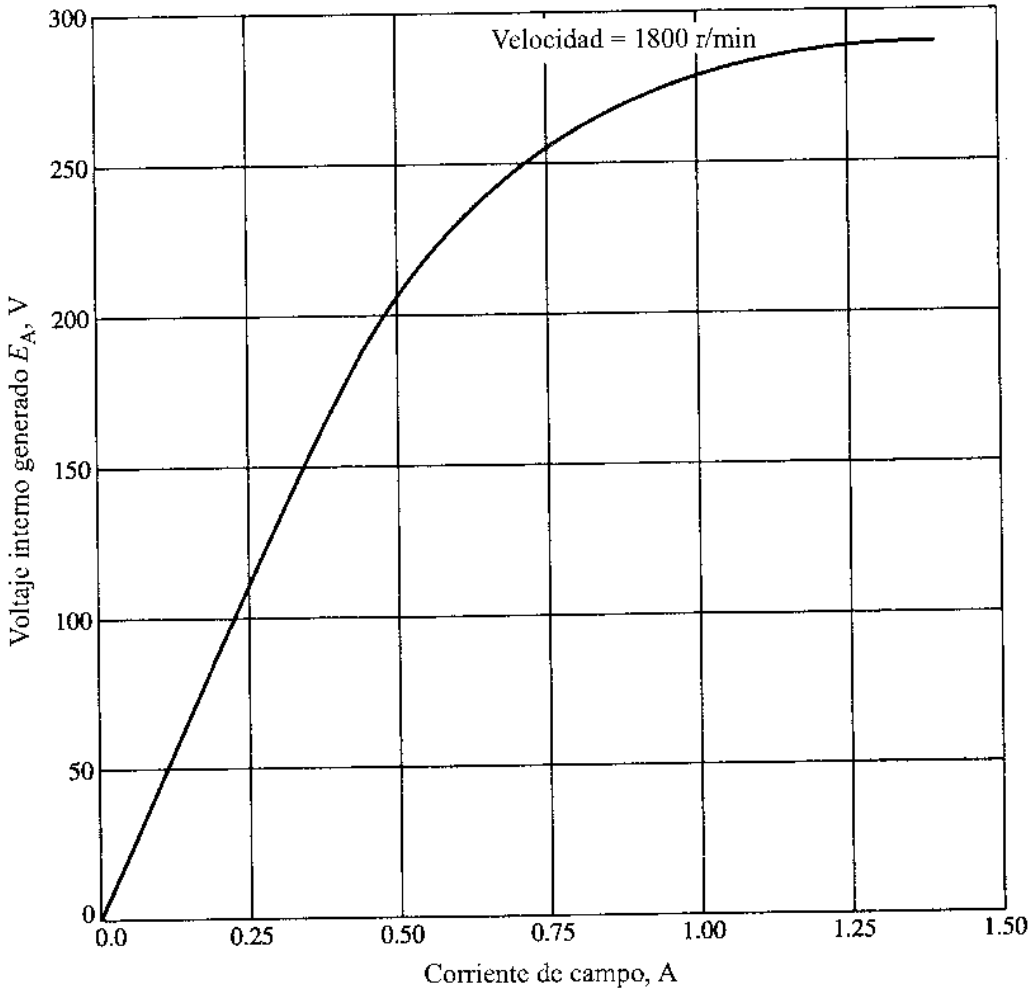


Figura P9-6
Curva de magnetización para el motor dc, ejercicios 9-16 a 9-19.

9-21 Cuando un motor dc en derivación de 7.5 hp, 120 V y 1000 r/min opera en condiciones nominales, la corriente del inducido es 60 A a plena carga. La resistencia del inducido del motor es $R_A = 0.12\ \Omega$ y la resistencia de campo R_F es 40 Ω. La resistencia ajustable en el circuito de campo R_{adj} puede variar en el rango de 0 a 100 Ω, pero normalmente se fija en 50 Ω. La reacción del inducido puede ser ignorada en esta máquina. La curva de magnetización de este motor, trazada para la velocidad de 1000 r/min, está dada en forma tabular:

E_A, V	5	78	95	112	118	126
I_F, A	0.00	0.80	1.00	1.28	1.44	2.88

a) ¿Cuál es la velocidad de este motor cuando está girando en las condiciones nominales especificadas antes?
b) La potencia de salida del motor es 7.5 hp en condiciones nominales. ¿Cuál es el par de salida del motor?
c) ¿Cuáles son las pérdidas en el cobre y las pérdidas rotacionales en el motor a plena carga? (ignore las pérdidas misceláneas)

d) ¿Cuál es la eficiencia del motor a plena carga?
e) Si se descarga el motor sin cambios en el voltaje en los terminales ni en R_{adj}, ¿cuál es la velocidad del motor en vacío?
f) Suponga que el motor está girando en las condiciones de vacío descritas en el literal *e*). ¿Qué ocurriría al motor si fuera abierto su circuito de campo? Ignorando la reacción del inducido, ¿cuál sería la velocidad final de estado estacionario del motor en esas condiciones?
g) ¿Qué rango de velocidades de vacío es posible obtener en este motor, dado el rango de ajuste disponible de las resistencia de campo con R_{adj}?

9-22 La curva de magnetización de un generador dc de excitación separada se muestra en la figura P9-7. El generador está dimensionado para 6 kW, 120 V, 50 A, y 1800 r/min y se muestra en la figura P9-8. Su circuito de campo está dimensionado para 5 A. Se conocen los siguientes datos de la máquina:

$R_A = 0.18\ \Omega$ $\qquad$ $V_F = 120$ V

$R_{adj} = 0$ a $30\ \Omega$ $\qquad$ $R_F = 24$ W

$N_F = 1000$ vueltas por polo

Responda las siguientes preguntas sobre este generador, suponiendo que no hay reacción del inducido.

a) Si este generador está operando en vacío, ¿cuál es el rango de ajuste del voltaje que se puede llevar a cabo cambiando R_{adj}?
b) Si se deja variar la resistencia de campo de 0 a 30 Ω y se permite variar la velocidad del generador de 1500 a 2000 r/min, ¿cuáles son el máximo y el mínimo voltaje en vacío de este generador?

9-23 Si la corriente del inducido del generador del ejercicio 9-22 es 50 A, la velocidad del generador es 1700 r/min y el voltaje en los terminales es 106 V, ¿cuánta corriente de campo debe estar fluyendo en el generador?

9-24 Si la reacción del inducido del generador del ejercicio 9-22 a plena carga equivale a 400 A • vuelta de fuerza magnetomotriz, ¿cuál será el voltaje en los terminales del generador cuando $I_F = 5$ A, $n_m = 1700$ r/min e $I_A = 50$ A?

9-25 Se reconecta como generador en derivación la máquina del ejercicio 9-22 y se muestra en la figura P9-9. La resistencia de campo en derivación R_{adj} se ajusta a 10 Ω, y la velocidad del generador es 1800 r/min.

a) En condiciones de vacío, ¿cuál es el voltaje en los terminales del generador?
b) Suponiendo que no hay reacción del inducido, ¿cuál es el voltaje en terminales del generador si la corriente del inducido es 20 A? ¿40 A?
c) Suponiendo que la reacción del inducido es igual a 200 A•vuelta a plena carga, ¿cuál es el voltaje en los terminales del generador si una corriente del inducido es 20 A? ¿40 A?
d) Calcule y dibuje las características en los terminales de este generador con reacción del inducido y sin ésta.

9-26 Si la máquina del ejercicio 9-25 está girando a 1800 r/min con una resistencia de campo $R_{adj} = 10\ \Omega$ y la corriente del inducido es 25 A, ¿cuál será el voltaje resultante en los terminales del generador? Si la resistencia de campo disminuye a 5 Ω, mientras que la corriente del inducido permanece en 25 A, ¿cuál será el nuevo voltaje resultante en los terminales? (suponga que no hay reacción del inducido).

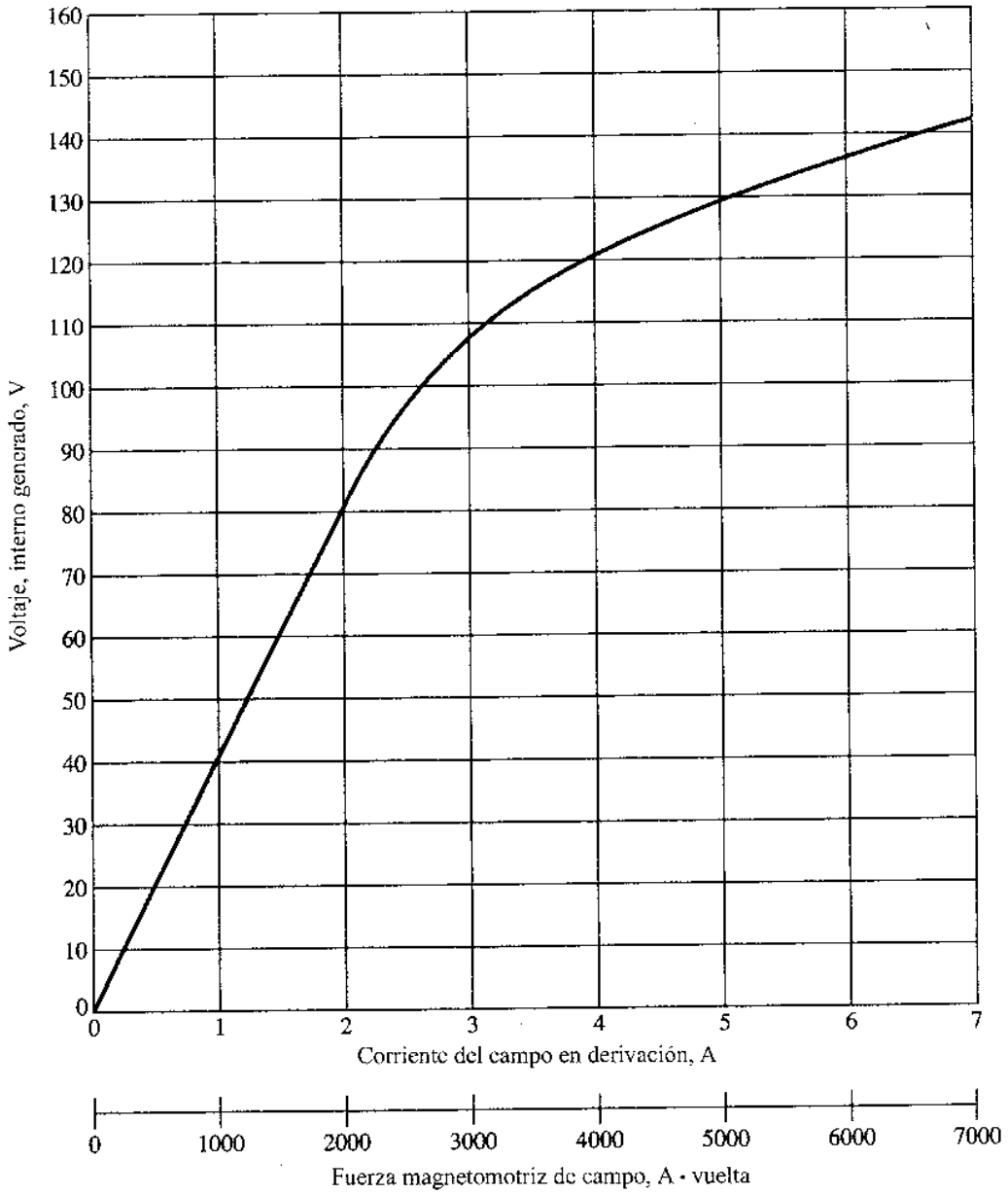


Figura P9-7
Curva de magnetización para los ejercicios 9-22 a 9-28. Esta curva fue trazada para una velocidad de 1800 r/min.

9-27 Un generador dc compuesto acumulativo de 120 V, 50 A, tiene las siguientes características:

$R_A + R_S = 0.20\ \Omega$ $\qquad$ $N_F = 1000$ espiras

$R_F = 20\ \Omega$ $\qquad$ $N_{SE} = 15$ espiras

$R_{adj} = 0$ a $30\ \Omega$ ajustado en $10\ \Omega$ $\qquad$ $n_m = 1800$ r/min

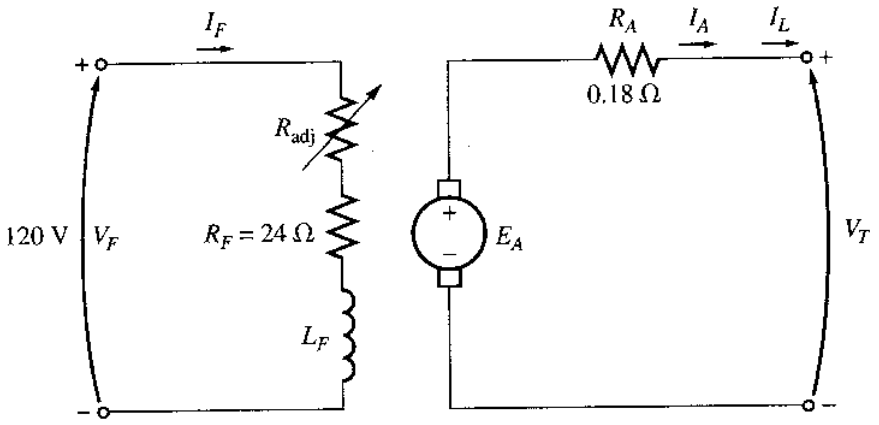


Figura P9-8
Generador dc de excitación separada, ejercicios 9-22 a 9-24.

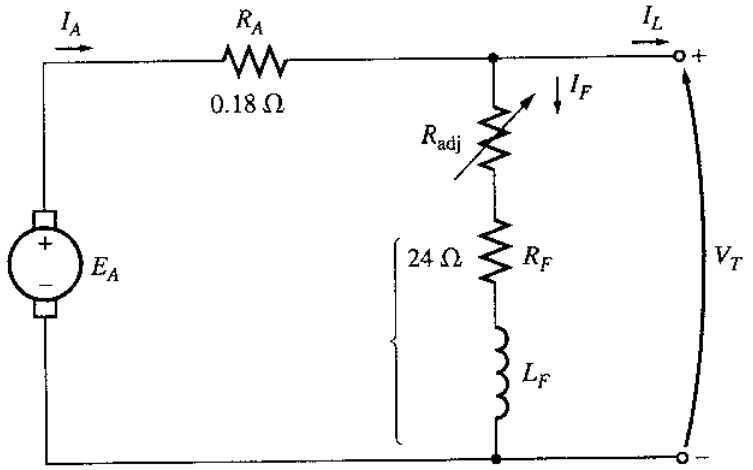


Figura P9-9
Generador dc en derivación, ejercicios 9-25 y 9-26.

La máquina tiene la curva de magnetización mostrada en la figura P9-7. Su circuito equivalente se muestra en la figura P9-10. Responda las siguientes preguntas sobre esta máquina suponiendo que no hay reacción del inducido.

a) Si el generador está operando en vacío, ¿cuál es el voltaje en sus terminales?
b) Si el generador tiene una corriente del inducido de 20 A, ¿cuál es el voltaje en sus terminales?
c) Si el generador tiene una corriente del inducido de 40 A, ¿cuál es el voltaje en sus terminales?
d) Calcule y dibuje la característica de los terminales de esta máquina.

9-28 Si la máquina descrita en el ejercicio 9-27 se reconecta como generador dc compuesto diferencial, ¿cómo aparecerá su característica de los terminales? Dedúzcala como en el ejercicio 9-27.

9-29 Un generador dc compuesto acumulativo está operando bien como generador dc compuesto plano. Luego, se apaga y se invierte su conexión de campo en derivación.

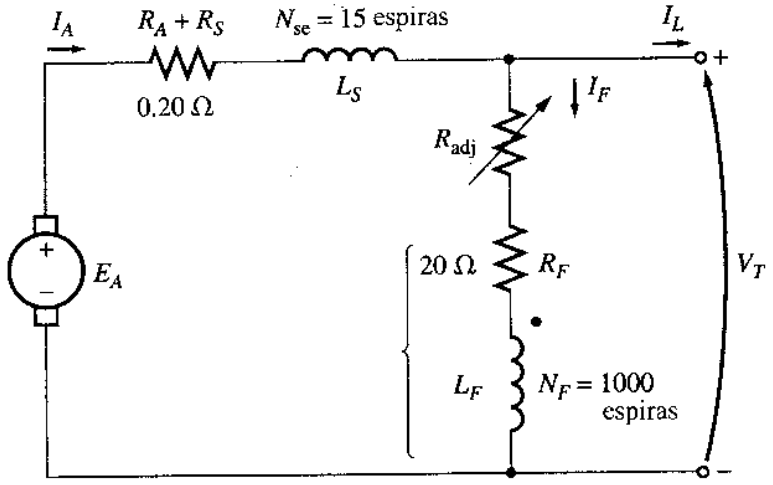


Figura P9-10
Generador dc compuesto, ejercicios 9-27 y 9-28.

a) Si se acciona este generador en la misma dirección de antes, ¿se formará algún voltaje de salida en sus terminales? Explique su respuesta.
b) ¿Se formará voltaje por rotación en la dirección opuesta? Explique su respuesta.
c) En la dirección de rotación en la cual se forma voltaje, ¿será compuesto acumulativo o compuesto diferencial el generador?

9-30 Una máquina sincrónica trifásica está conectada mecánicamente a una máquina dc en derivación formando el grupo motor-generador mostrado en la figura P9-11. La máquina dc está conectada a un sistema de potencia dc que suministra 240 V constantes y la máquina ac está conectada a un barraje infinito de 480 V, 60 Hz.

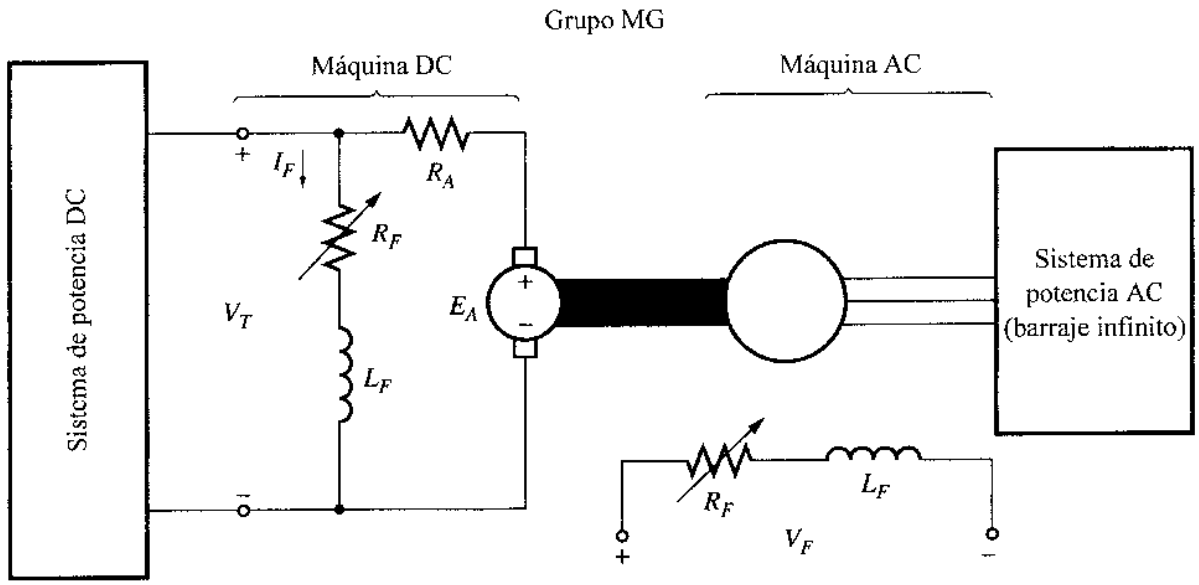


Figura P9-11
Grupo motor-generador del ejercicio 9-30.

La máquina dc tiene cuatro polos y está dimensionada para 50 kW y 240 V; la resistencia del inducido en por unidad es 0.04. La máquina ac tiene cuatro polos y está conectada en Y; está dimensionada para 50 kVA, 480 V, factor de potencia 0.8 y su reactancia sincrónica saturada es 2.0 Ω por fase.

Todas las pérdidas, excepto las de la resistencia del inducido de la máquina dc, pueden ser despreciadas en este ejercicio. Suponga que las curvas de magnetización de las dos máquinas son lineales.

a) Inicialmente la máquina ac está suministrando 50 kVA al sistema de potencia ac a factor de potencia de 0.8 en atraso.
   1. ¿Cuánta potencia está siendo suministrada al motor dc desde el sistema de potencia dc?
   2. ¿Cuánto es el voltaje interno generado E_A de la máquina dc?
   3. ¿Cuánto es el voltaje interno generado E_A de la máquina ac?

b) La corriente de campo en la máquina ac aumenta 5%. ¿Qué efecto tiene este cambio en la potencia real suministrada por el grupo motor-generador? ¿Sobre la potencia reactiva suministrada por grupo motor-generador? Calcule la potencia real y reactiva suministrada o consumida por la máquina ac en estas condiciones. Dibuje el diagrama fasorial de la máquina ac antes del cambio en la corriente de campo y después de éste.

c) Partiendo de las condiciones del literal *b*), la corriente de campo de la máquina dc disminuye 1%. ¿Qué efecto tiene el cambio en la potencia real suministrada por el grupo motor-generador? ¿En la potencia reactiva suministrada por el grupo motor-generador? Calcule la potencia real y reactiva suministrada o consumida por la máquina ac en estas condiciones. Dibuje el diagrama fasorial de la máquina ac antes y después del cambio en la corriente de campo de la máquina dc de éste.

d) Basado en los resultados anteriores, responda las siguientes preguntas:
   1. ¿Cómo puede controlarse el flujo de potencia real de un grupo motor-generador ac-dc?
   2. ¿Cómo puede controlarse la potencia reactiva suministrada o consumida por la máquina ac sin afectar el flujo de potencia real?

REFERENCIAS

1. Chaston, A. N. *Electric Machinery*. Reston, Va.: Reston Publications, 1986.
2. Fitzgerald, A. E., and C. Kingsley, Jr. *Electric Machinery*. New York: McGraw-Hill, 1952.
3. Fitzgerald, A. E., C. Kingsley, Jr., and S.D. Umans. *Electric Machinery*, 5th ed. New York: Mc-Graw-Hill, 1990.
4. Heck, C. *Magnetic Materials and Their Applications*. London: Butterworth & Co., 1974.
5. IEEE Standard 113-1985, *Guide on Test Procedures for DC Machines*. Piscataway, N.J.: IEEE, 1985. (Note que esta norma ha sido oficialmente retirada pero aún está disponible.)
6. Kloeffler, S. M., R. M. Kerchner, and J. L. Brenneman. *Direct Current Machinery*. Rev. Ed. New York: Macmillan, 1948.
7. Kosow, Irving L. *Electric Machinery and Transformers*. Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall, 1972.
8. McPherson, George. *An Introduction to Electrical Machines and Transformers*. New York: Wiley, 1981.
9. Siskind, Charles S. *Direct-Current Machinery*. New York: McGraw-Hill, 1952.
10. Slemon, G. R., and A. Straughen. *Electric Machines*. Reading, Mass.: Addison-Wesley, 1980.
11. Werninck, E. H. (ed.). *Electric Motor Handbook*. London: McGraw-Hill, 1978.

CAPÍTULO 10

MOTORES MONOFÁSICOS Y DE USO ESPECIAL

Los capítulos 4 a 7 estuvieron dedicados a la operación de las dos clases principales de máquinas ac (las sincrónicas y las de inducción) en sistemas de potencia *polifásicos.* De estos tipos, los motores y los generadores son, sin lugar a dudas, los más comunes en los grandes escenarios comerciales e industriales. Sin embargo, la mayoría de los hogares y pequeños negocios no tienen energía trifásica disponible. Para tales lugares, todos los motores deben operar con fuentes de potencia *monofásicas.* Este capítulo estudia la teoría y operación de dos de los principales tipos de motores monofásicos: el motor universal y el motor de inducción monofásico. El motor universal, extensión del motor serie dc, se describe en la sección 10-1.

El motor monofásico de inducción se describe en las secciones 10-2 a 10-5. El principal problema asociado al diseño de los motores monofásicos de inducción es que, a diferencia de las fuentes trifásicas, las monofásicas *no* producen campo magnético rotacional. En cambio, el campo magnético producido por una fuente monofásica permanece estacionario en posición y *es pulsante* con el tiempo. Puesto que no hay campo magnético rotacional neto, los motores de inducción convencionales no pueden funcionar, y requieren diseños especiales.

Además, hay un número de motores de uso especial que no han sido estudiados en este libro. Éstos incluyen los de reluctancia, los de histéresis, los motores de avance paso a paso y los motores dc sin escobillas, que se estudian en la sección 10.6.

10-1 EL MOTOR UNIVERSAL

Quizás la aproximación más sencilla al diseño de un motor que operará en un sistema de potencia ac monofásico consista en tomar una máquina dc y accionarla desde una fuente ac. Recuérdese, capítulo 8, que el par inducido en un motor dc está dado por

$$\tau_{\text{ind}} = K\phi I_A \tag{8-49}$$

Si la polaridad del voltaje aplicado a un motor dc en derivación o serie se invierte, *tanto* la dirección del flujo de campo *como* la dirección de la corriente del inducido se invierten, y el par

inducido resultante continúa en la misma dirección de antes. Por tanto, sería posible obtener un par pulsante, pero unidireccional, a partir de un motor dc conectado a una fuente de potencia ac.

Tal diseño es práctico sólo para el motor dc serie (*véase* figura 10-1), puesto que la corriente del inducido y la corriente de campo en la máquina deben invertirse exactamente en el mismo momento. Para los motores dc en derivación, la muy alta inductancia de campo tiende a atrasar la inversión de la corriente de campo y, por tanto, a reducir de manera inaceptable el par inducido medio del motor.

Para que un motor dc serie funcione con efectividad en un sistema de potencia alterna, sus polos de campo y la carcasa del estator deben estar laminados por completo. Si no fuera así sus pérdidas en el núcleo serían enormes. Cuando los polos y el estator están laminados, este motor se denomina *motor universal* ya que puede funcionar desde una fuente ac o desde una fuente dc.

Cuando el motor gira conectado a una fuente ac, la conmutación será mucho más pobre que cuando está conectado a una fuente dc. El chisporroteo adicional en las escobillas es ocasionado por la acción de transformador que induce voltajes en los devanados bajo conmutación. Estas chispas acortan bastante la vida de la escobilla y pueden ser fuente de radiointerferencia en ciertos medios.

En la figura 10-2 se muestra una característica típica par-velocidad de un motor universal. Esta característica difiere de la característica par-velocidad de la misma máquina que opera conectada a una fuente de voltaje dc por dos razones:

1. Los devanados del inducido y de campo tienen reactancia bastante grande a 50 ó 60 Hz. Una parte significativa del voltaje de entrada cae a través de estas reactancias; por tanto, E_A es *menor* para un voltaje de entrada dado durante la operación ac que durante la operación dc. Puesto que $E_A = K\phi\omega$, para una corriente del inducido y un par inducido dados, el motor es *más lento* en corriente alterna que en corriente continua.
2. Además, el voltaje máximo de un sistema ac es $\sqrt{2}$ veces su valor rms, de modo que podría ocurrir saturación magnética cerca de la corriente máxima de la máquina. Esta saturación podría reducir significativamente el flujo rms del motor para un nivel de corriente dado y tiende a reducir el par inducido de la máquina.

   Recuérdese que una disminución en el flujo aumenta la velocidad de la máquina dc; en consecuencia, este efecto puede compensar de manera parcial la disminución de velocidad causada por el primer efecto.

Aplicaciones de los motores universales

El motor universal tiene la característica par-velocidad descendente, fuertemente empinada de un motor dc serie, de modo que no es adecuado para aplicaciones de velocidad constante. Sin embargo, por ser compacto y dar más par por amperio que cualquier otro motor monofásico, se utiliza en aplicaciones donde se requieren un peso ligero y alto par.

Aplicaciones típicas de este motor son las aspiradoras eléctricas, los taladros y las herramientas manuales similares, así como los utensilios de cocina.

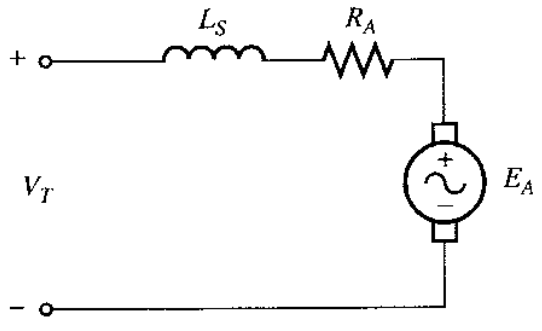


Figura 10-1
Circuito equivalente de un motor universal.

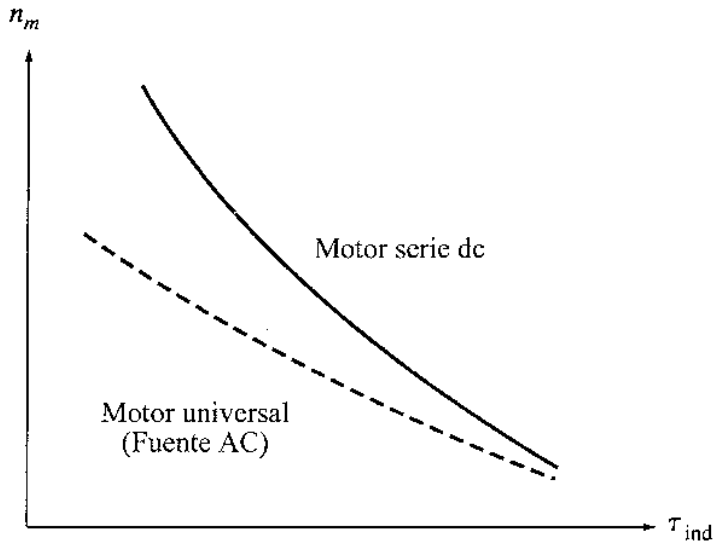


Figura 10-2
Comparación de la característica par-velocidad de un motor universal cuando opera conectado a fuentes ac y dc.

Control de velocidad de los motores universales

Como con los motores dc serie, la mejor forma de controlar la velocidad de un motor universal es variar su voltaje rms de entrada. Cuanto mayor sea el voltaje rms de entrada, mayor es la velocidad resultante del motor. En la figura 10-3 se muestran características típicas par-velocidad de un motor universal, como función del voltaje.

En la práctica, el voltaje medio aplicado a tal motor varía con uno de los circuitos SCR o TRIAC introducidos en el capítulo 3. En la figura 10-4 se muestran dos de tales circuitos de control de velocidad. Las resistencias variables mostradas en estas figuras son los ajustadores de velocidad del motor (tal resistencia podría ser el disparador de un taladro de velocidad variable).

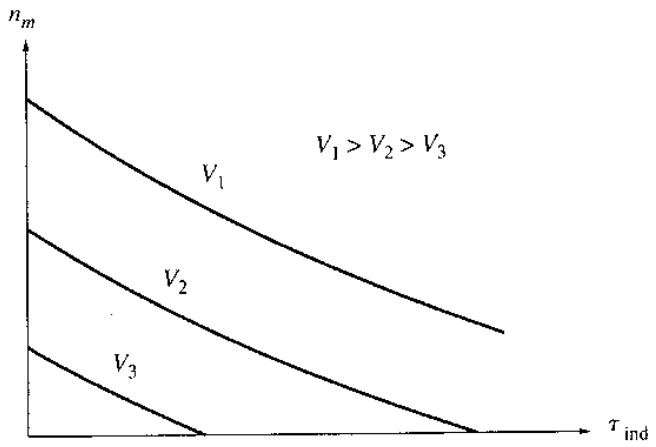


Figura 10-3
Efecto de cambiar el voltaje en los terminales sobre la característica par-velocidad de un motor universal.

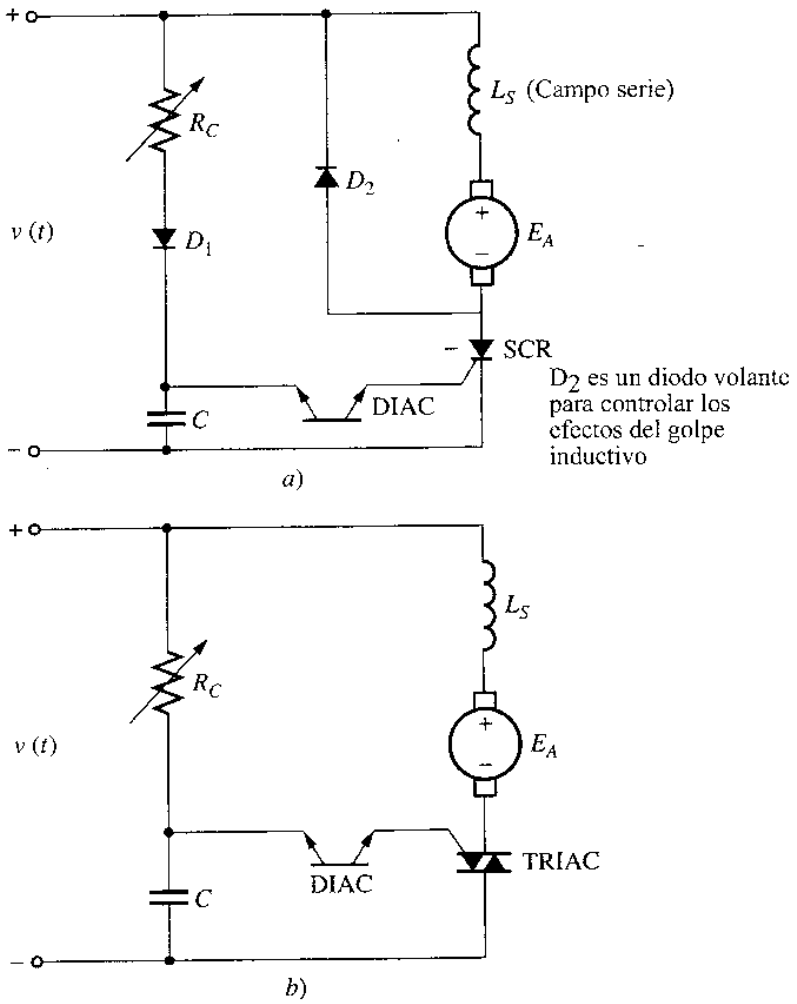


Figura 10-4
Ejemplo de circuitos de control de velocidad de motor universal. *a*) De media onda; *b*) de onda completa.

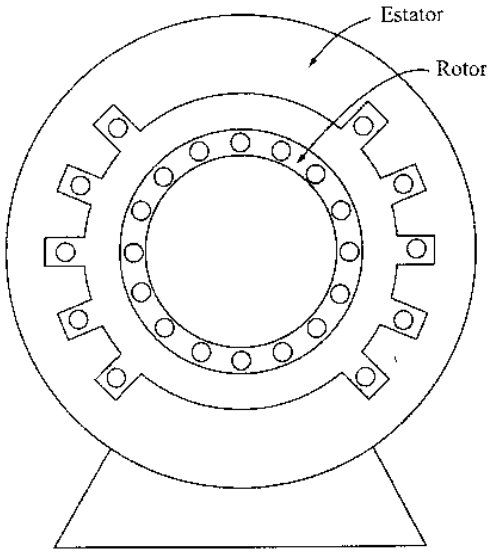


Figura 10-5
Construcción de un motor monofásico de inducción. El rotor es igual al de un motor trifásico de inducción, pero el estator tiene únicamente una sola fase distribuida.

10-2 INTRODUCCIÓN A LOS MOTORES DE INDUCCIÓN MONOFÁSICOS

Otro motor monofásico común es la versión monofásica del motor de inducción. En la figura 10-5 se muestra un motor de inducción con rotor de jaula de ardilla y estator monofásico.

Los motores monofásicos de inducción experimentan una grave desventaja. Puesto que sólo hay una fase en el devanado del estator, el campo magnético en un motor monofásico de inducción no rota. En su lugar, primero *pulsa* con gran intensidad, luego con menos intensidad, pero permanece siempre en la misma dirección. Puesto que no hay campo magnético rotacional en el estator, un motor monofásico de inducción *no tiene par de arranque.*

Este hecho es fácil de observar examinando el motor cuando su rotor está estacionario. El flujo del estator de la máquina aumenta primero y decrece luego, pero siempre apunta en la misma dirección. Puesto que el campo magnético del estator no rota, *no hay movimiento relativo* entre el campo del estator y las barras del rotor. Por tanto, no hay voltaje inducido debido al movimiento relativo en el rotor, no fluye corriente debida al movimiento relativo en el rotor ni hay par inducido. En realidad, se induce un voltaje en las barras del rotor por acción de transformador ($d\phi/dt$) y, puesto que las barras están cortocircuitadas, fluye corriente en el rotor. Sin embargo, este campo magnético está alineado con el campo magnético del estator y no produce par neto sobre el rotor,

$$\begin{aligned} \tau_{\text{ind}} &= k\mathbf{B}_R \times \mathbf{B}_S \\ &= kB_R B_S \operatorname{sen}\gamma \\ &= kB_R B_S \operatorname{sen} 180° = 0 \end{aligned} \tag{4-58}$$

Como el rotor está detenido, el motor parece un transformador con el devanado secundario cortocircuitado (*véase* figura 10-6).

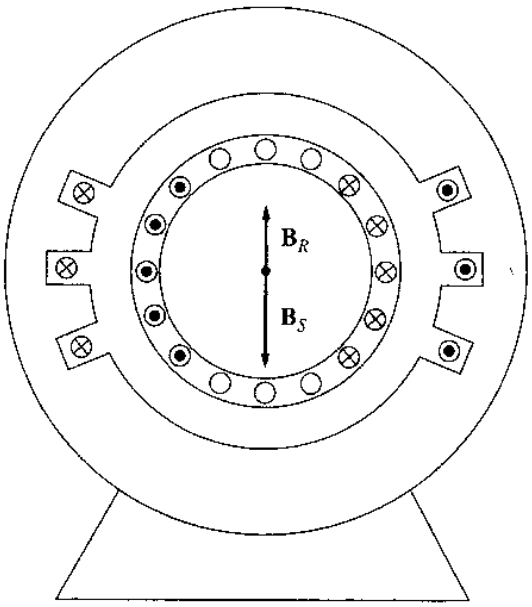


Figura 10-6
Motor monofásico de inducción en condiciones de arranque. El devanado del estator induce voltajes y corrientes opuestos en el circuito del rotor, que originan un campo magnético del rotor, *alineado* con el campo magnético del estator. $\tau_{ind} = 0$.

El hecho de que los motores monofásicos de inducción no posean par intrínseco de arranque fue un impedimento grave para su desarrollo temprano. Al comienzo del desarrollo de los motores de inducción a finales de los años de 1880 y principios de la década de 1890, los primeros sistemas de potencia ac disponibles eran monofásicos de 133 Hz. Con los materiales y técnicas disponibles entonces, fue imposible construir un motor que funcionara bien. El motor de inducción sólo llegó a ser un producto comercial cuando se desarrollaron los sistemas de potencia trifásicos de 60 Hz a mediados de la década de 1890.

Sin embargo, *una vez que el motor comienza a girar, se induce un par en él.* Existen dos teorías básicas que explican por qué se produce un par en el rotor una vez empieza a girar. Una es la llamada *teoría de doble campo giratorio* de los motores de inducción monofásicos, la otra es la llamada *teoría de campo cruzado* de los motores de inducción monofásicos. Cada una de ellas se describirá a continuación.

Teoría de doble campo giratorio de los motores de inducción monofásicos

La teoría de doble campo giratorio de los motores de inducción monofásicos establece que un campo magnético estacionario pulsante se puede transformar en dos campos magnéticos *rotacionales* de igual magnitud pero de direcciones opuestas. El motor de inducción responde a cada uno de los campos magnéticos por separado y el par neto en la máquina será la suma de los pares debidos a cada uno de los dos campos magnéticos.

La figura 10-7 muestra cómo un campo magnético estacionario pulsante puede transformarse en dos campos magnéticos rotacionales iguales y opuestos. La densidad de flujo del campo magnético estacionario está dada por

$$\mathbf{B}_S(t) = (\mathbf{B}_{\text{máx.}}\cos\,\omega t)\,\hat{\mathbf{j}} \tag{10-1}$$

Un campo magnético que rota en sentido de las manecillas del reloj puede expresarse como

$$\mathbf{B}_{\text{CW}}(t) = \left(\frac{1}{2}B_{\text{máx.}}\cos\,\omega t\right)\hat{\mathbf{i}} - \left(\frac{1}{2}B_{\text{máx.}}\text{sen}\,\omega t\right)\hat{\mathbf{j}} \tag{10-2}$$

y, un campo magnético que rota en sentido contrario a las manecillas del reloj puede expresarse como

$$\mathbf{B}_{\text{CCW}}(t) = \left(\frac{1}{2}B_{\text{máx.}}\cos\,\omega t\right)\hat{\mathbf{i}} + \left(\frac{1}{2}B_{\text{máx.}}\text{sen}\,\omega t\right)\hat{\mathbf{j}} \tag{10-3}$$

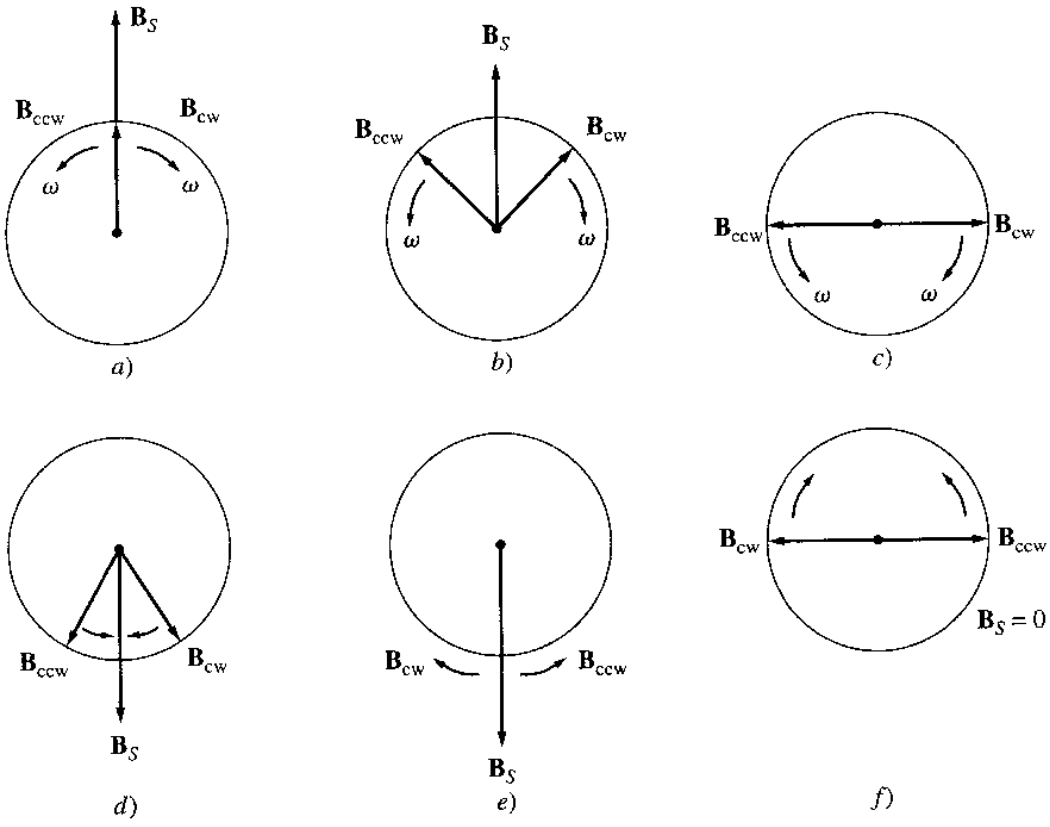


Figura 10-7
Transformación de un único campo magnético pulsante en dos campos magnéticos de igual magnitud y direcciones opuestas. Nótese que el vector suma de los dos campos magnéticos permanece todo el tiempo en el plano vertical.

Nótese que la suma del campo magnético que gira en sentido de las manecillas del reloj con el que gira en sentido contrario a ellas es igual al campo magnético pulsante estacionario $\mathbf{B}_S$:

$$\mathbf{B}_S(t) = \mathbf{B}_{CW}(t) + \mathbf{B}_{CCW}(t) \tag{10-4}$$

La característica par-velocidad de un motor de inducción trifásico, resultado de su único campo magnético rotacional, se muestra en la figura 10-8*a*. Un motor de inducción monofásico responde a cada uno de los dos campos magnéticos presentes en él; en consecuencia, el par inducido neto en el motor es la *diferencia* entre las dos curvas par-velocidad. En la figura 10-8*b* se muestra este par neto. Nótese que a velocidad cero no hay par neto; por tanto, el motor no tiene par de arranque.

La característica par-velocidad mostrada en la figura 10-8*b* no es una descripción muy exacta del par en un motor de inducción monofásico. Ésta se formó por superposición de dos características trifásicas e ignoró el hecho de que ambos campos magnéticos están presentes *simultáneamente* en el motor monofásico.

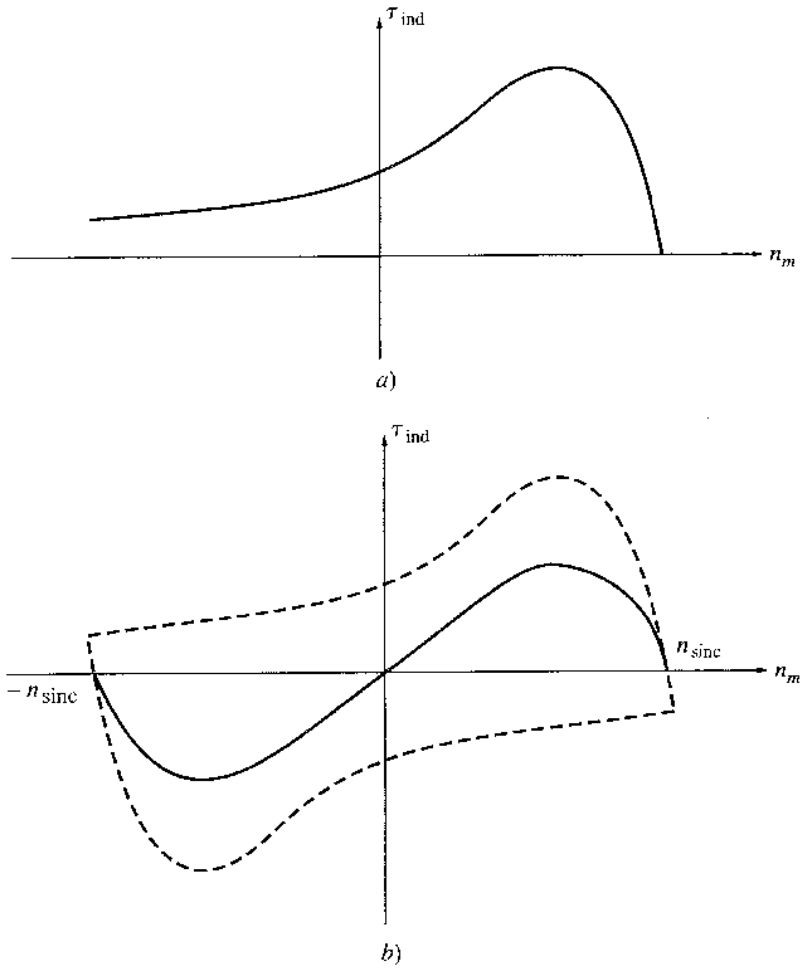


Figura 10-8
a) Característica par-velocidad de un motor trifásico de inducción. *b*) Curvas características par-velocidad de los dos campos magnéticos estatóricos iguales y que rotan en direcciones opuestas.

Si se aplica potencia a un motor trifásico mientras es forzado a girar en sentido contrario, sus corrientes rotóricas serán muy altas (*véase* figura 10-9*a*). Sin embargo, la reactancia del rotor es mucho mayor que su resistencia debido a que la frecuencia del rotor también es muy alta. Puesto que la reactancia del rotor es tan alta, la corriente del rotor atrasa el voltaje de éste en casi 90° produciendo un campo magnético que está aproximadamente a 180° del campo magnético del estator (*véase* figura 10-10). El par inducido en el motor es proporcional al seno del ángulo entre los dos campos; dado que el seno de un ángulo cercano a 180° es un número muy pequeño, el par del motor sería muy pequeño excepto porque las corrientes muy altas del rotor compensan parcialmente el efecto de los ángulos del campo magnético (*véase* figura 10-9*b*).

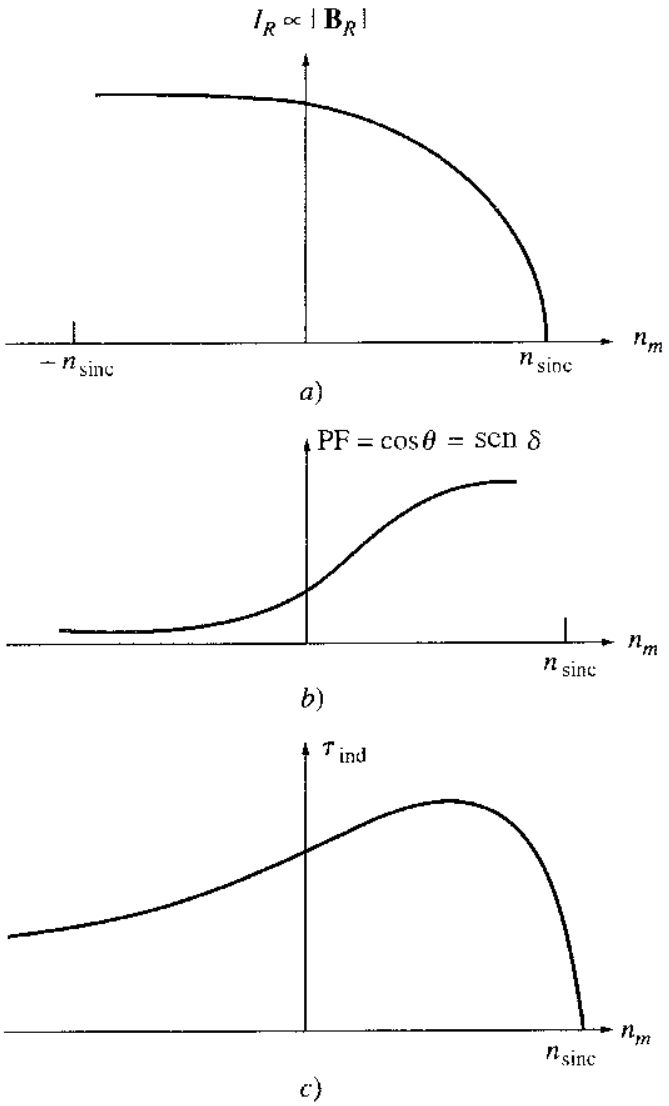


Figura 10-9
La característica par-velocidad de un motor trifásico de inducción es proporcional tanto a la intensidad del campo magnético del rotor, como al seno del ángulo entre los campos. Cuando el rotor se gira hacia atrás, I_R e I_S son muy altas, pero el ángulo entre los campos es muy grande y ese ángulo limita al par del motor.

Por otra parte, tanto el campo magnético directo como el inverso están presentes en un motor monofásico y ambos son producidos por la *misma* corriente. Los dos campos, el directo y el inverso, están en serie entre sí y cada uno aporta en el motor una componente del voltaje total en el estator. Debido a que ambos campos magnéticos están presentes, el campo magnético rotacional directo (el cual tiene una alta resistencia efectiva de rotor R_2/s) limitará el flujo de corriente estatórica en el motor (la cual produce ambos campos, el directo y el inverso). Puesto que la corriente que suministra el campo magnético estatórico inverso está limitada a un pequeño valor y que el campo magnético inverso del rotor está a un ángulo muy grande con respecto al campo magnético inverso del estator, el par debido a los campos inversos es *muy* pequeño cuando el motor opera cerca de la velocidad sincrónica. La figura 10-11 muestra una característica más exacta par-velocidad para el motor de inducción monofásico.

Además del par neto medio mostrado en la figura 10-11, se producen pulsaciones de par a dos veces la frecuencia estatórica. Estas pulsaciones de par son causadas cuando los campos magnéticos directo e inverso se entrecruzan, dos veces por ciclo. Aunque estas pulsaciones de par no producen par medio, aumentan la vibración y hacen que los motores monofásicos de inducción sean más ruidosos que los trifásicos del mismo tamaño. No hay forma de eliminar estas pulsaciones puesto que la potencia instantánea siempre llega en forma de pulsos en un circuito monofásico. Un diseñador debe prever esta vibración inherente al diseño mecánico de los motores monofásicos de inducción.

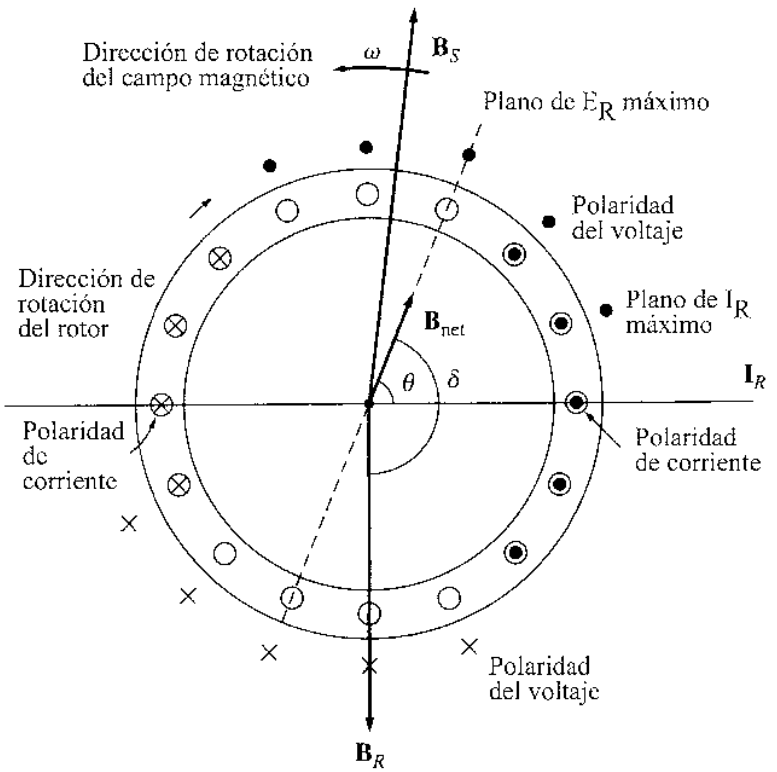


Figura 10-10
Cuando el rotor del motor es forzado a girar hacia atrás, el ángulo γ entre $\mathbf{B}_R$ y $\mathbf{B}_S$ se aproxima a 180°.

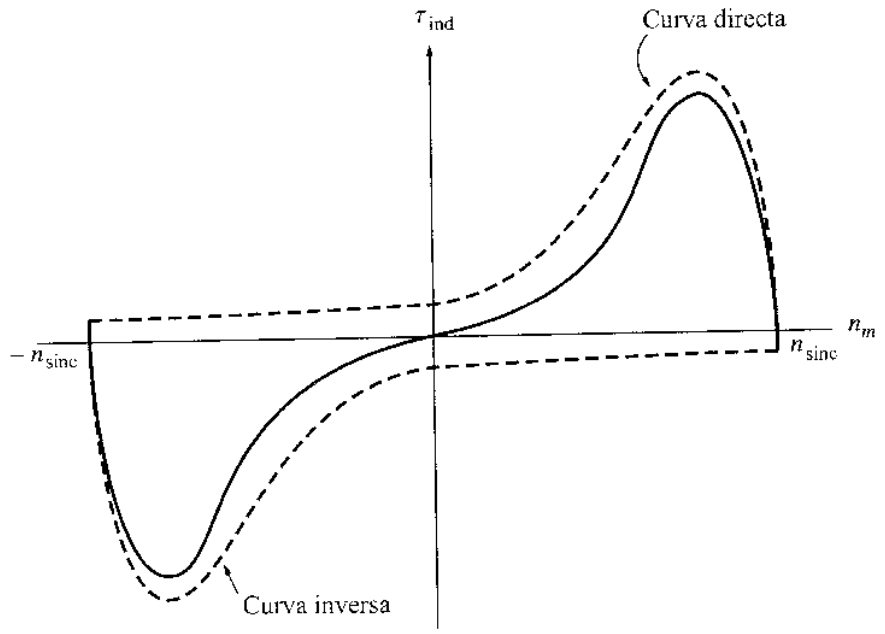


Figura 10-11
Característica par-velocidad de un motor monofásico de inducción, teniendo en cuenta la limitación de corriente sobre el campo magnético rotacional inverso, causada por la presencia del campo magnético rotacional directo.

Teoría de campo cruzado en los motores monofásicos de inducción

La teoría de campo cruzado en los motores monofásicos de inducción estudia el motor de inducción desde un punto de vista diferente. Esta teoría se ocupa de los voltajes y corrientes que el campo magnético estacionario del estator puede inducir en las barras del rotor cuando éste está en movimiento.

Considérese un motor monofásico de inducción cuyo rotor se ha puesto en marcha por algún medio externo. En la figura 10-12*a* se muestra tal motor. En las barras del rotor se inducen voltajes cuyo valor pico ocurre en los devanados que pasan directamente bajo los devanados del estator. Estos voltajes rotóricos producen un flujo de corriente en el rotor pero, debido a la alta reactancia de éste, la corriente atrasa al voltaje en casi 90°. Puesto que el rotor gira cerca de la velocidad sincrónica, esos 90° de atraso en la corriente producen un desplazamiento *angular* de casi 90° entre el plano del voltaje pico del rotor y el plano de la corriente pico. En la figura 10-12*b* se muestra el campo magnético resultante del rotor.

El campo magnético del rotor es un tanto menor que el del estator debido a las pérdidas en el rotor, difieren cerca de 90° *tanto en espacio como en tiempo*. Si se suman en diferentes tiempos estos dos campos magnéticos, se observa que el campo magnético total en el motor está rotando en dirección contraria a las manecillas del reloj (*véase* figura 10-13). Con un campo magnético rotacional presente en el motor de inducción, éste desarrollará un par neto en la dirección del movimiento y ese par mantendrá girando al motor.

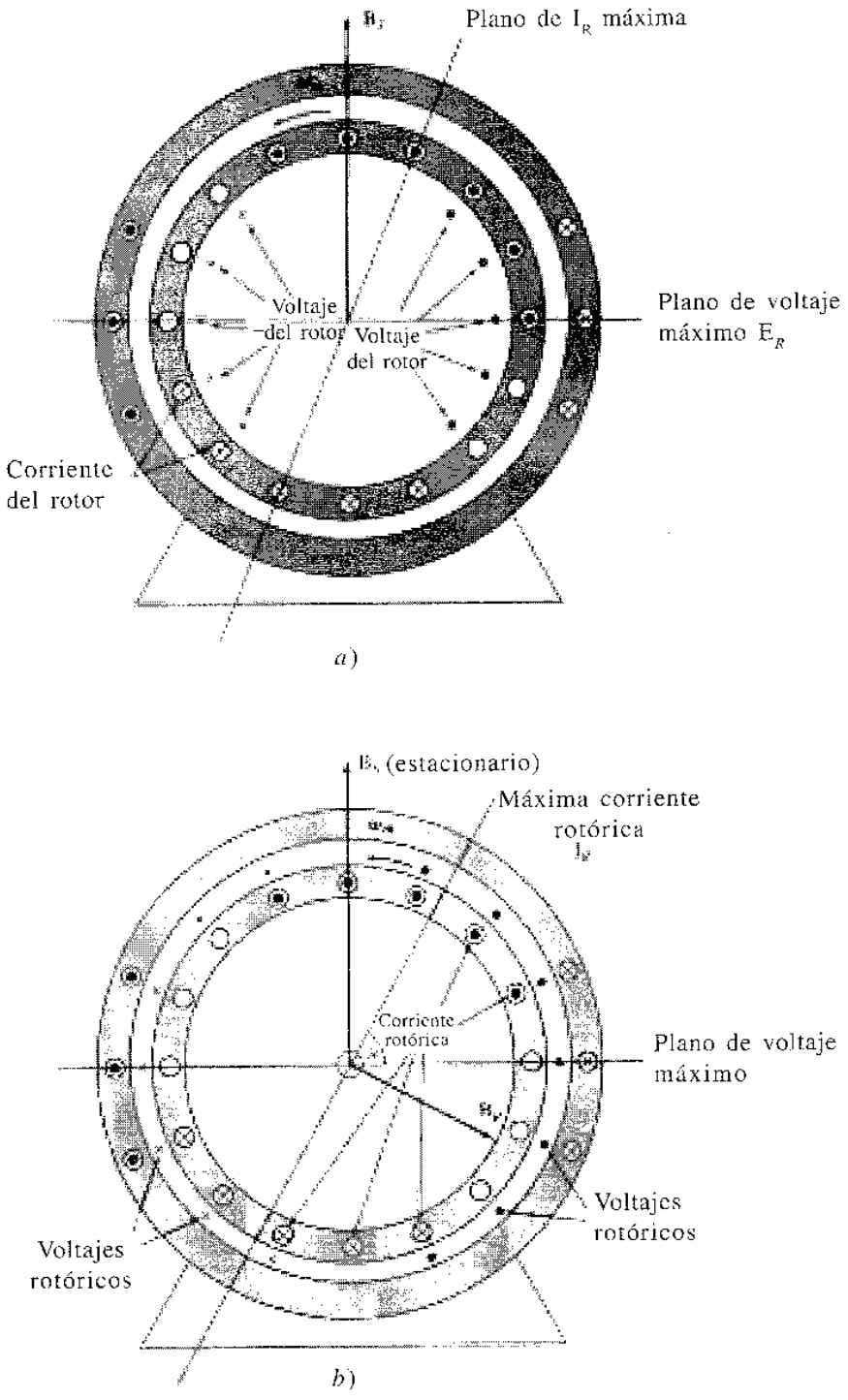


Figura 10-12

a) Desarrollo del par inducido en un motor monofásico de inducción desde el punto de vista de la teoría de campo cruzado. Si el campo del estator es pulsante, inducirá voltajes en las barras del rotor como lo demuestran las marcas internas del rotor. Sin embargo, la corriente del rotor está atrasada casi 90° del voltaje del rotor y, si el rotor está girando, la corriente del rotor alcanzará su valor pico cuando el ángulo sea diferente al del ángulo de voltaje de rotor. *b*) Esta corriente rotórica atrasada produce un campo magnético en el rotor a un ángulo diferente del ángulo del campo magnético del estator.

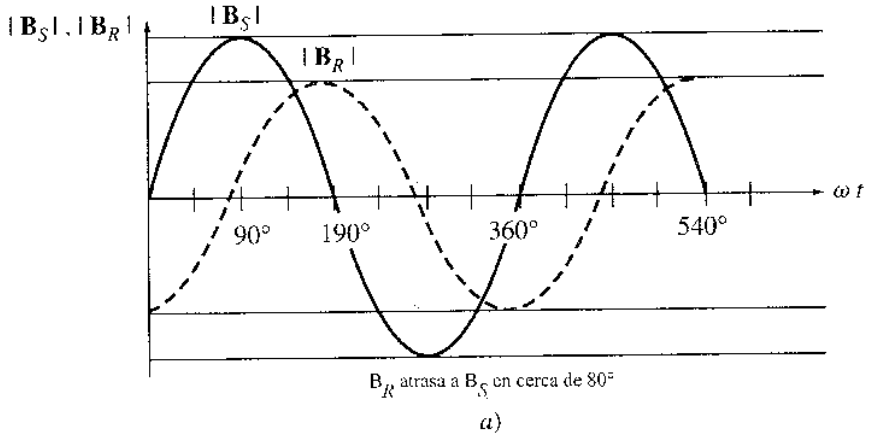


Figura 10-13
a) *Magnitudes* de los campos magnéticos como función del tiempo.

Si el rotor del motor hubiera estado girando originalmente en dirección de las manecillas del reloj, el par resultante tendría esa misma dirección y mantendría, de nuevo, girando el rotor.

10-3 ARRANQUE DE MOTORES DE INDUCCIÓN MONOFÁSICOS

Como se explicó antes, un motor monofásico de inducción no tiene par de arranque intrínseco. Existen tres técnicas para arrancar estos motores monofásicos de inducción, que se clasifican de acuerdo con los métodos utilizados para producir su par de arranque. Estas técnicas de arranque difieren en el costo y en la cantidad de par producido; un ingeniero utiliza la técnica menos costosa que cumpla los requerimientos de par en una aplicación dada. Las tres principales técnicas son:

1. Devanados de fase partida
2. Devanados con capacitor
3. Polos estatóricos sombreados

Estas tres técnicas de arranque son métodos para lograr que uno de los dos campos magnéticos giratorios sea más fuerte que el otro en el motor y, en consecuencia, dar a éste un "apoyo" inicial en una u otra dirección.

Devanados de fase partida

Un motor de fase partida es un motor de inducción monofásico de dos devanados estatóricos, uno principal (*M*) y otro auxiliar (*A*) (*véase* figura 10-14). Estos dos devanados están separados 90° eléctricos sobre el estator del motor; el devanado auxiliar está diseñado para ser desconecta-

do del circuito, a cierta velocidad dada, mediante un interruptor centrífugo. El devanado auxiliar se diseña con una relación resistencia/reactancia mayor que la del devanado principal de modo que la corriente en el devanado auxiliar *adelanta* a la corriente del devanado principal. En general, esta relación *R/X* más alta se logra utilizando hilo conductor menor para el devanado auxiliar. Este hilo conductor menor es permitido en el devanado auxiliar puesto que tan sólo es utilizado para el arranque y, por tanto, no debe conducir continuamente la corriente plena.

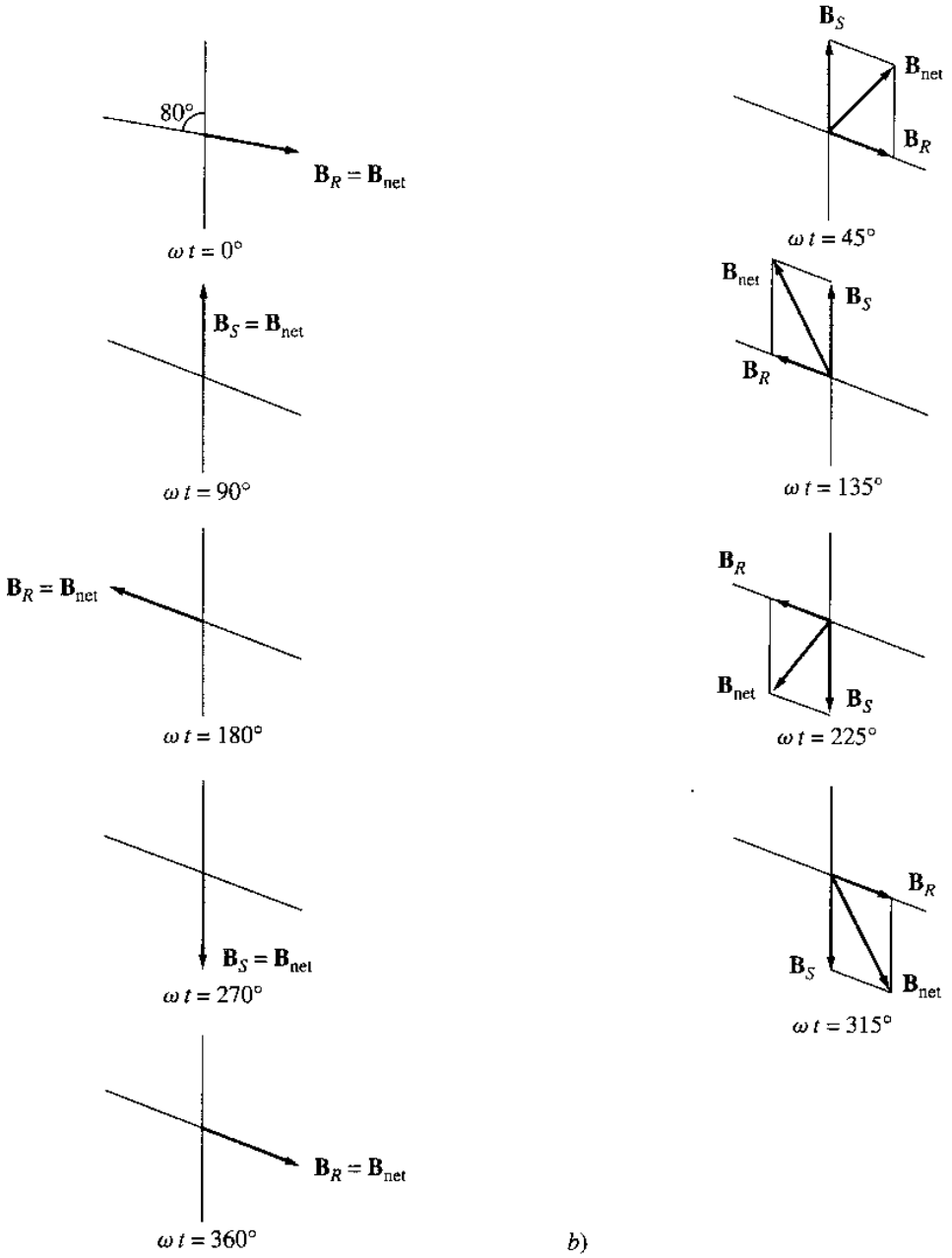


Figura 10-13 (*continuación*)
b) Vector suma de los campos magnéticos del rotor y el estator para varios tiempos, que muestran un campo magnético neto que rota en dirección contraria a las manecillas del reloj.

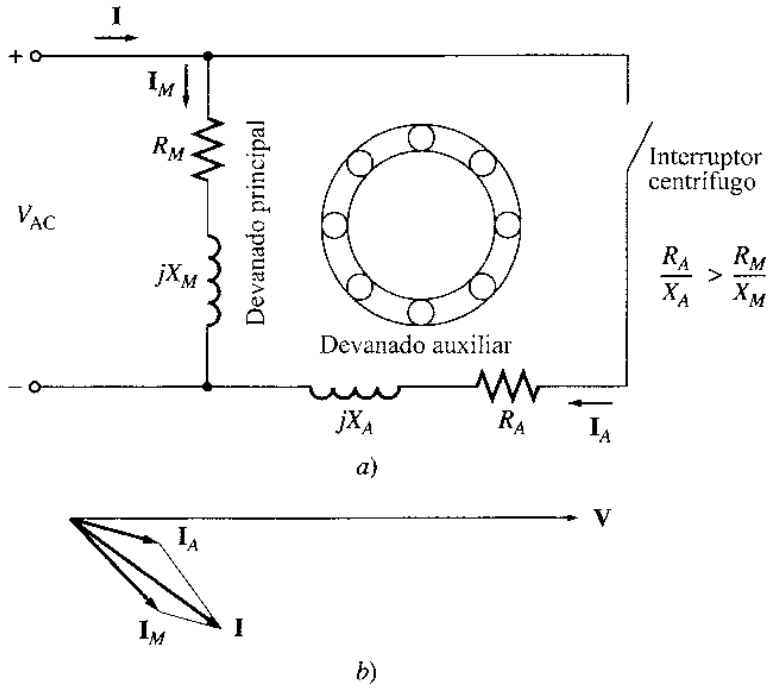


Figura 10-14

a) Motor de inducción de fase partida. *b*) Corrientes en el motor en condiciones de arranque.

Para entender la función del devanado auxiliar, remítase a la figura 10-15. Puesto que la corriente en el devanado auxiliar adelanta a la corriente del devanado principal, el campo magnético $\mathbf{B}_A$ alcanza su máximo valor antes que el campo magnético principal $\mathbf{B}_M$. Dado que $\mathbf{B}_A$ llega a su valor pico primero que $\mathbf{B}_M$, en el campo magnético hay una rotación neta en sentido opuesto a las manecillas del reloj. En otras palabras, el devanado auxiliar logra que uno de los campos magnéticos estatóricos rotacionales opuestos sea mayor que el otro y provee un par de arranque neto para el motor. En la figura 10-15*c* se muestra una característica típica par-velocidad.

La figura 10-16 muestra un diagrama del corte de un motor de fase partida. Es fácil observar los devanados principal y auxiliar (los devanados auxiliares son los hilos conductores de menor diámetro) y el interruptor centrífugo que desconecta del circuito los devanados auxiliares cuando el motor se aproxima a su velocidad de operación.

Los motores de fase partida tienen un par de arranque moderado justamente con baja corriente de arranque y se utilizan para aplicaciones en las cuales no se requieren muy altos pares de arranque, tales como ventiladores, sopladores y bombas centrífugas. Se encuentran disponibles tamaños de fracción de caballo de potencia y son bastante baratos.

En un motor de inducción de fase partida, la corriente en el devanado auxiliar alcanza siempre su valor máximo antes que la corriente en el devanado principal y, por tanto, el campo magnético del devanado auxiliar alcanza siempre su máximo antes que el del devanado principal. La dirección de rotación del motor está determinada por el hecho de que el ángulo espacial del campo magnético del devanado auxiliar esté 90° adelante o 90° atrás del ángulo del devanado

principal. Puesto que ese ángulo puede variar de 90° adelante a 90° atrás conmutando las conexiones del devanado auxiliar, *la dirección de rotación del motor puede invertirse al invertir las conexiones del devanado auxiliar* mientras permanecen sin modificar las conexiones del devanado principal.

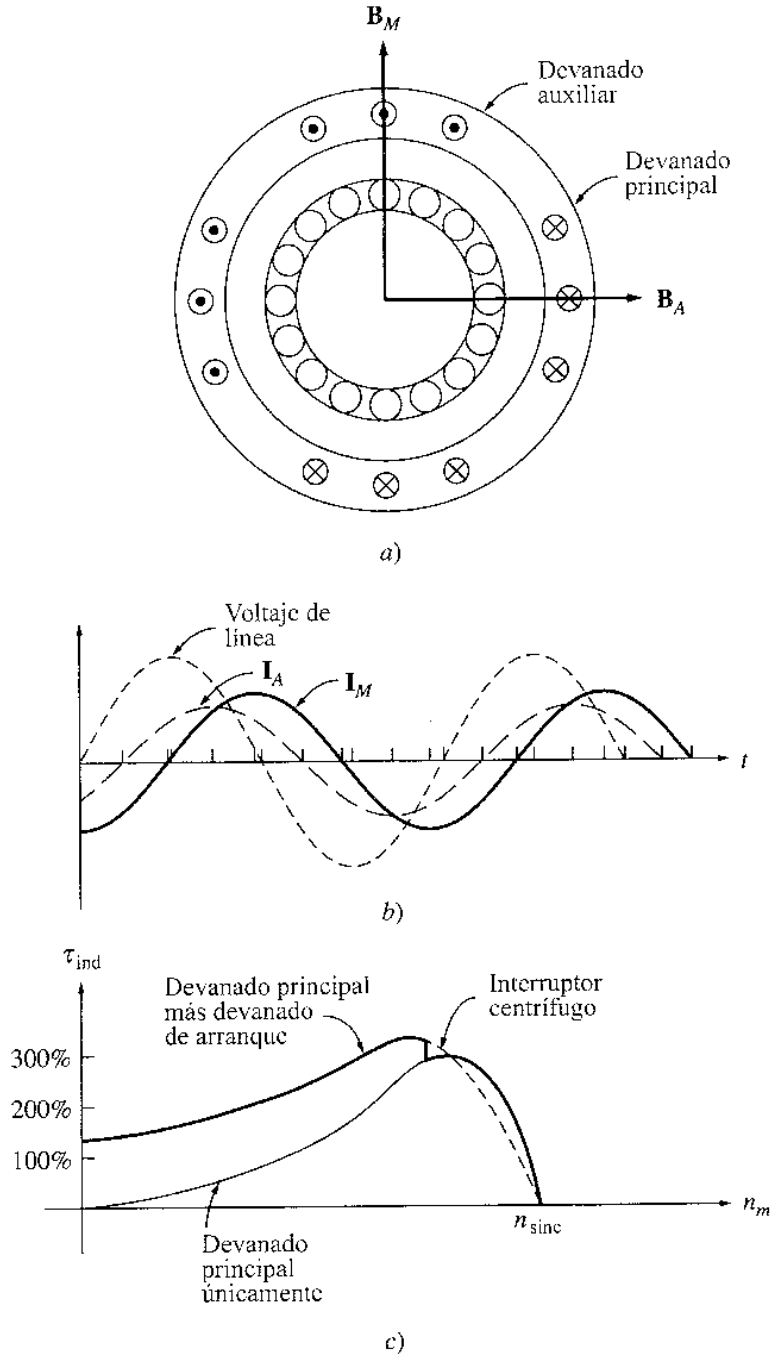


Figura 10-15

a) Relación entre los campos magnéticos principal y auxiliar. *b*) $\mathbf{I}_A$ alcanza su valor máximo antes que $\mathbf{I}_M$, produce una rotación neta de los campos magnéticos en sentido contrario de las manecillas del reloj. *c*) Característica par-velocidad resultante.

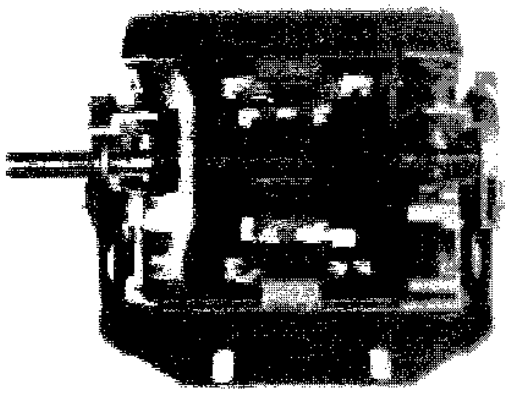


Figura 10-16
Vista en corte de un motor de fase partida que muestra los devanados principal y auxiliar y el interruptor centrífugo (*cortesía de Westinghouse Electric Corporation*).

Motores con arranque por capacitor

En algunas aplicaciones, el par de arranque es insuficiente para arrancar una carga sobre el eje del motor. En esos casos, se pueden utilizar motores con arranque por capacitor (figura 10-17). En un motor con arranque por capacitor, se dispone de un capacitor en serie con el devanado auxiliar del motor. Seleccionando de manera adecuada el tamaño del capacitor, la fuerza magnetomotriz de la corriente de arranque en el devanado auxiliar puede ajustarse para igualarla a la fuerza magnetomotriz de la corriente del devanado principal, y puede lograrse que el ángulo de fase de la corriente del devanado auxiliar adelante en 90° la corriente en el devanado principal. Puesto que los dos devanados están físicamente separados 90°, una diferencia de fase de 90° en la corriente producirá un solo campo magnético rotacional uniforme del estator y el motor se comportará como si estuviera arrancando conectado a una fuente de potencia trifásica. En este caso, el par de arranque del motor puede sobrepasar 300% de su valor nominal (*véase* figura 10-18).

Los motores con arranque por capacitor son más costosos que los de fase partida y se utilizan en aplicaciones en las cuales se requiera un alto par de arranque. Aplicaciones típicas de tales motores son los compresores, las bombas, los equipos de aire acondicionado y otros equipos que deben arrancar con carga (*véase* figura 10-19).

Motores de capacitor permanente dividido y motores de capacitor de arranque-capacitor de marcha

El capacitor de arranque mejora tanto la característica par-velocidad de un motor de inducción que algunas veces se incorpora un pequeño capacitor en el devanado auxiliar del motor. Si se escoge adecuadamente el valor del capacitor, tal motor tendrá un campo magnético rotacional uniforme para alguna carga específica y se comportará como un motor trifásico de inducción en ese punto. Tal diseño se llama *motor de capacitor dividido permanente* o *motor de capacitor de arranque y de marcha* (figura 10-20). Los motores de capacitor dividido permanente son más

sencillos que los motores de arranque por capacitor puesto que no requieren interruptor de arranque. Para cargas normales son más eficientes y tienen un factor de potencia más alto y par más suave que los motores de inducción monofásicos corrientes.

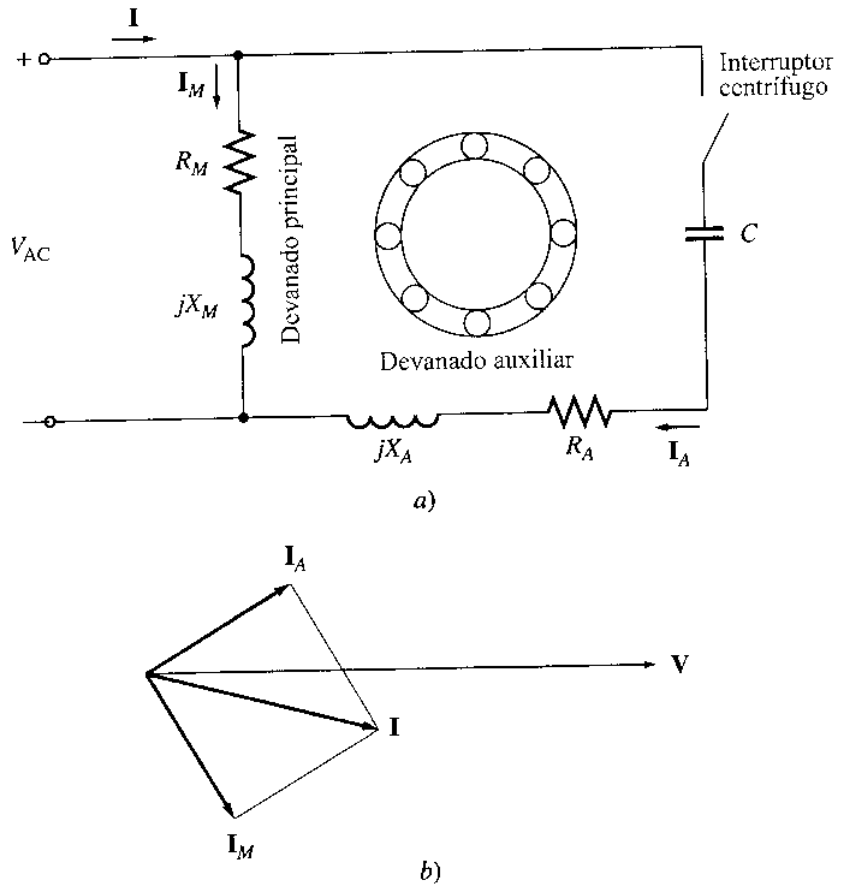


Figura 10-17
a) Motor de inducción con arranque por capacitor. *b*) Ángulos de corrientes en el arranque de este motor.

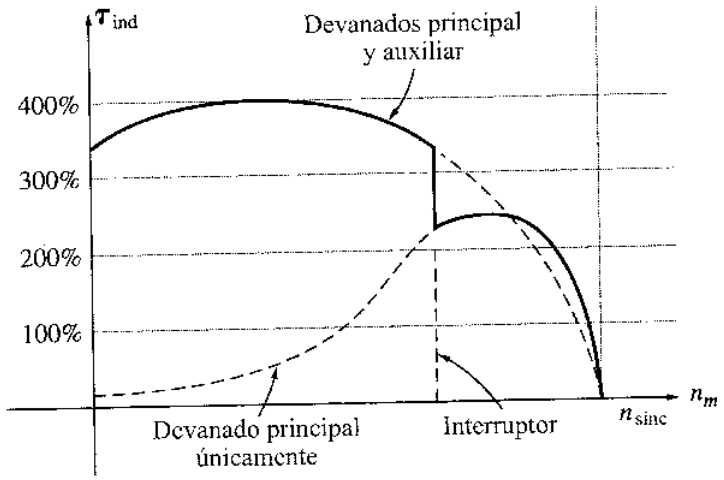
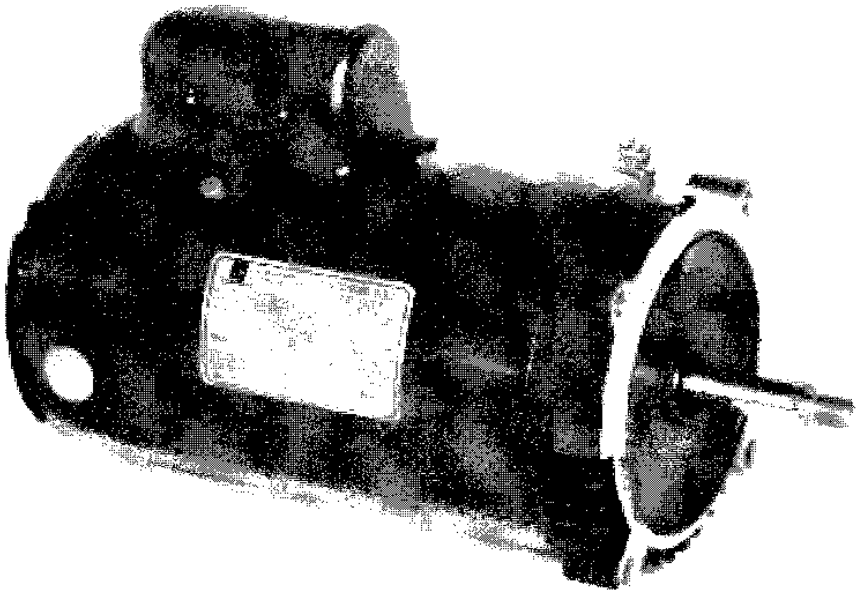
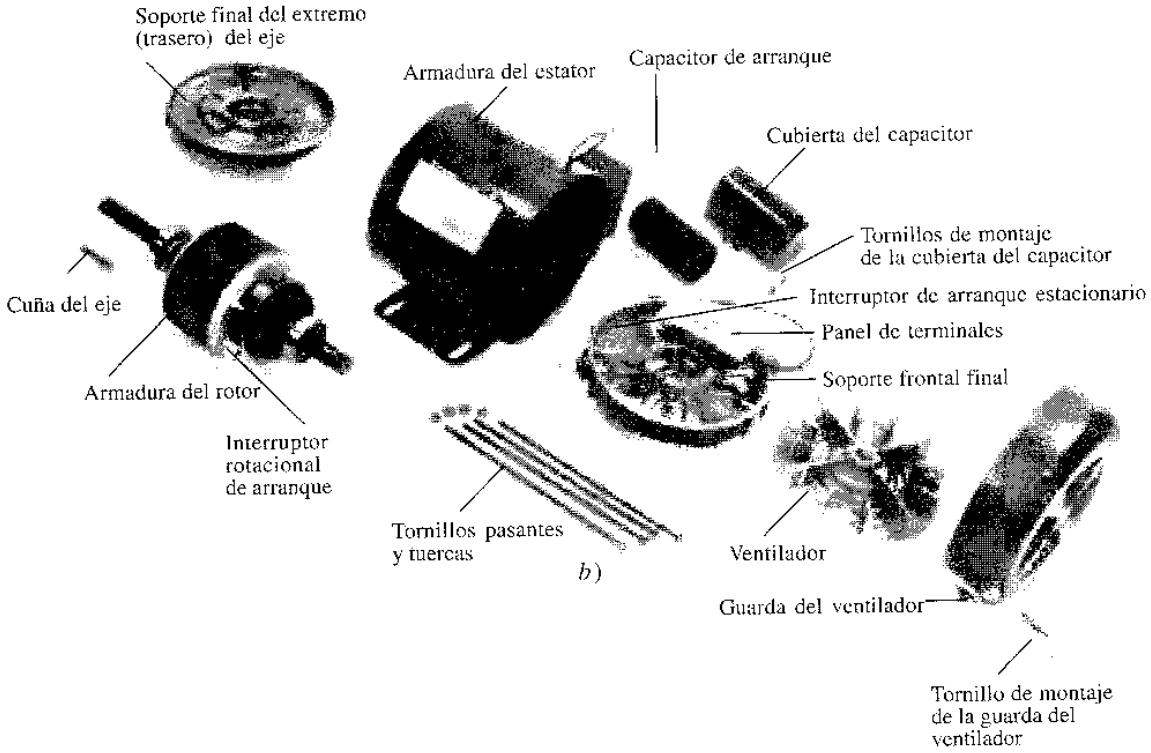


Figura 10-18
Característica par-velocidad de un motor de inducción con arranque por capacitor.



a)

Motor monofásico T.E.F.C con capacitor de arranque de uso general, bastidor 56 vista en despiece



b)

Figura 10-19

a) Motor de inducción de arranque por capacitor (*cortesía de Emerson Electric Company*). *b*) Vista de un motor (desarmado) de inducción de arranque por capacitor (*cortesía de Westinghouse Electric Corporation*).

Sin embargo, los motores de capacitor dividido permanente tienen *par de arranque menor* que los motores de arranque por capacitor puesto que el capacitor debe ser dimensionado para balancear las corrientes en los devanados principal y auxiliar en condiciones normales de carga. Dado que la corriente de arranque es mucho mayor que la corriente de carga normal, un capacitor que balancee las fases en cargas normales las deja muy desbalanceadas en condiciones de arranque.

Si se requiere un par de arranque lo más alto posible y las mejores condiciones de operación, se pueden utilizar dos capacitores con el devanado auxiliar. Los motores con dos capacitores se llaman *motores de capacitor de arranque, capacitor de marcha* o *motores con capacitor de dos valores* (figura 10-21). El capacitor mayor está presente en el circuito sólo durante el arranque, cuando asegura que las corrientes en los devanados principal y auxiliar estén casi balanceadas, para obtener pares de arranque muy altos. Cuando el motor ha alcanzado velocidad, el interruptor centrífugo abre y el capacitor permanente se deja solo en el circuito del devanado auxiliar. El capacitor permanente es suficientemente grande para balancear las corrientes para cargas normales del motor de modo que éste opera de nuevo con alto par y alto factor de potencia. El capacitor permanente en tal motor equivale típicamente a entre 10 y 20% del tamaño del capacitor de arranque.

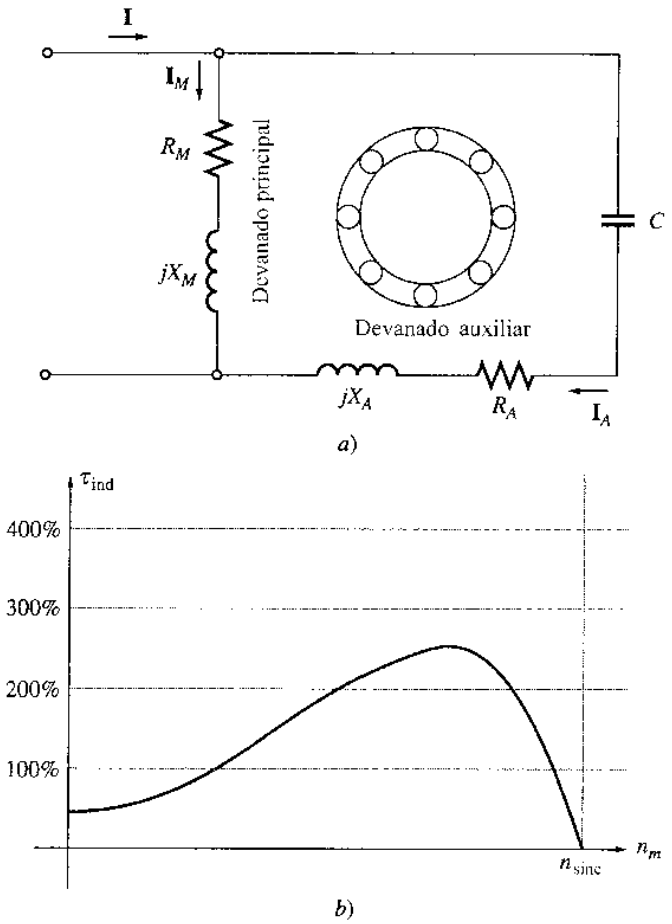


Figura 10-20

a) Motor de inducción de capacitor dividido permanente. *b*) Característica par-velocidad de este motor.

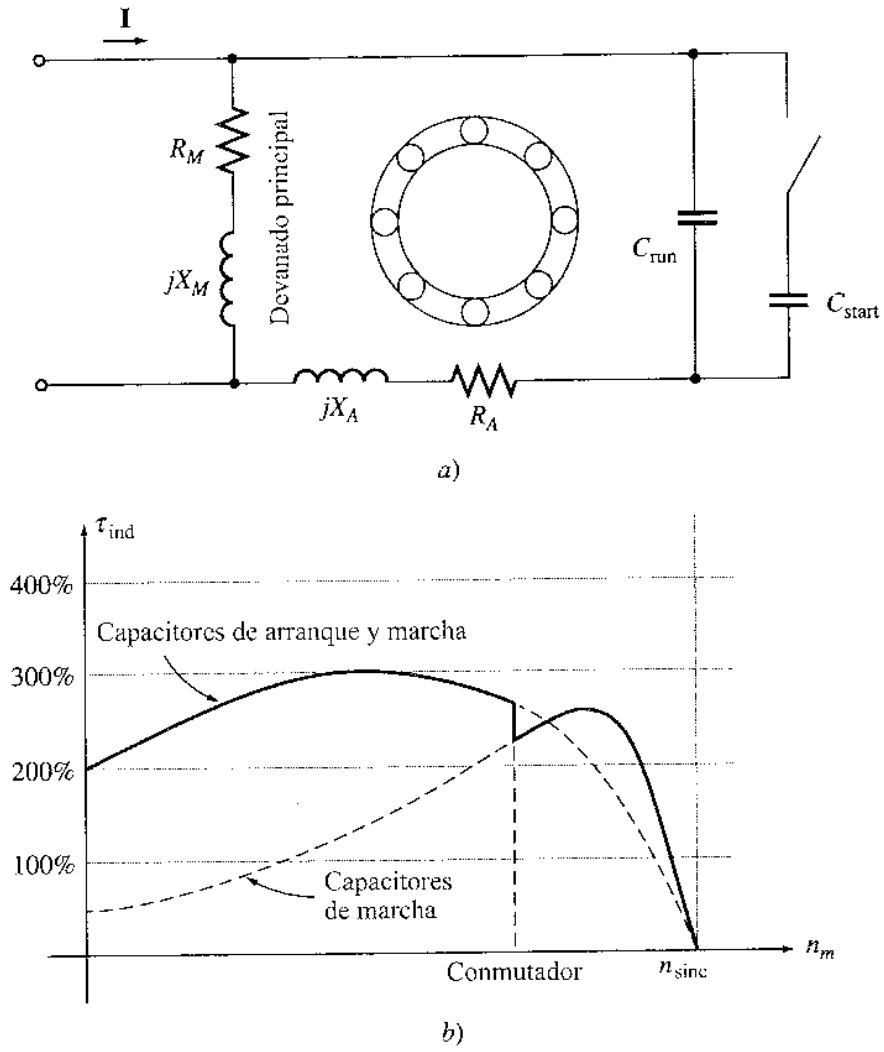


Figura 10-21
a) Motor de inducción de capacitor de arranque-capacitor de marcha. *b*) Característica par-velocidad de este motor.

La dirección de rotación de un motor con capacitor puede invertirse conmutando las conexiones de los devanados auxiliares.

Motores de polos sombreados

Un motor de inducción de polos sombreados es aquel que sólo tiene el devanado principal. En lugar de tener devanado auxiliar, tiene polos salientes, y una parte de cada polo está envuelta por una bobina cortocircuitada llamada *bobina de sombreo* (*véase* figura 10-22*a*). Un flujo variable con el tiempo se induce en los polos debido al devanado principal. Cuando el flujo del polo varía, induce un voltaje y una corriente en la bobina de sombreo, las cuales *se oponen* al cambio del flujo original. Esta oposición *retarda* los cambios de flujo bajo las partes sombreadas de las bobinas y produce entonces un ligero desequilibrio entre los dos campos magnéticos rotacionales

opositores del estator. La rotación neta se dirige desde la parte de la cara polar no sombreada hacia la sombreada. En la figura 10-22*b* se muestra la característica par-velocidad de un motor de polos sombreados.

El método de polos sombreados produce menor par de arranque que cualquier otro tipo de arranque de motores de inducción. Éstos son mucho menos eficientes y tienen mayor deslizamiento que otros tipos de motores de inducción monofásicos. Tales polos se utilizan sólo en motores muy pequeños (de menos de 1/20 hp), con requerimientos de par de arranque muy bajos. Donde sea posible utilizarlos, los motores de polos sombreados son el diseño disponible más barato.

Puesto que los motores de polo sombreado cuentan con una bobina de sombreo para su par de arranque, no hay manera fácil de invertir la dirección de rotación de tales motores. Para llevar a cabo la inversión, es necesario instalar dos bobinas de sombreo en cada cara polar y cortar selectivamente una de ellas (*véanse* figuras 10-23 y 10-24).

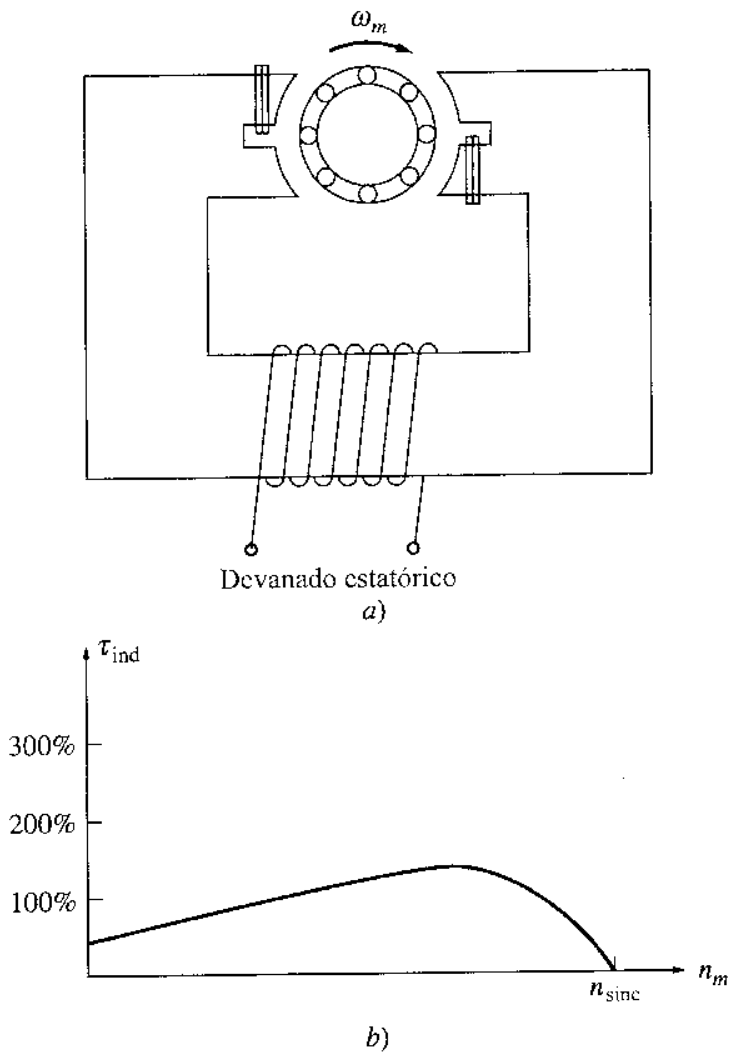


Figura 10-22
a) Motor de inducción básico de polos sombreados. *b*) Característica par-velocidad resultante.

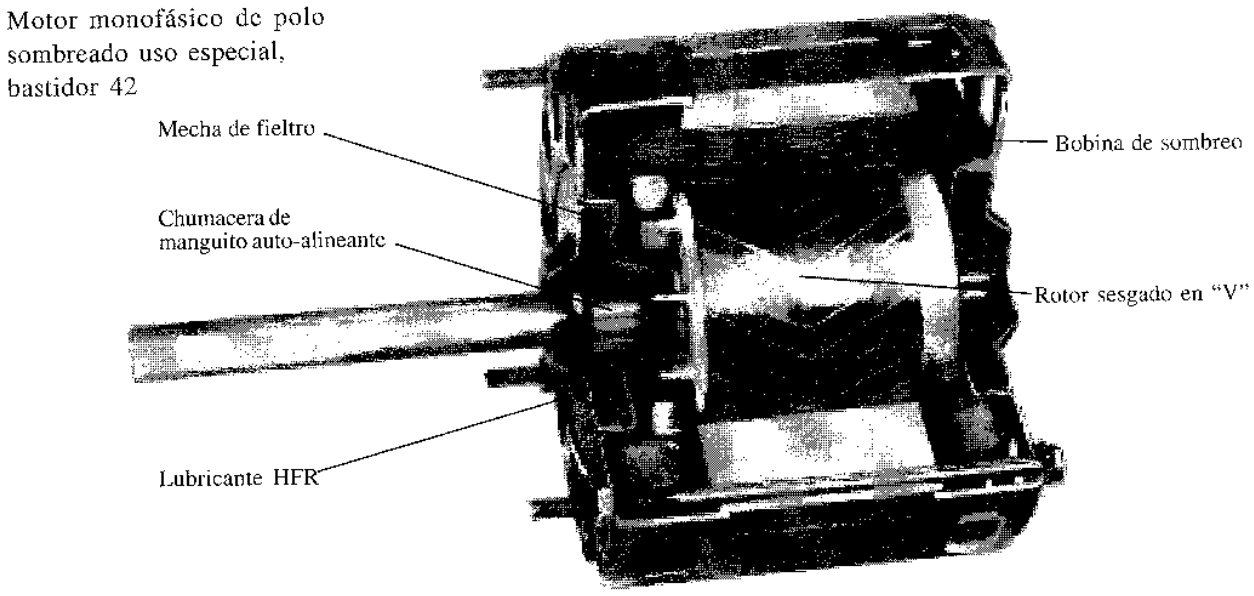


Figura 10-23
Vista en corte de un motor de inducción de polo sombreado (*cortesía de Westinghouse Electric Corporation*).

Comparación de los motores de inducción monofásicos

Los motores de inducción monofásicos pueden ser clasificados de mejor a peor, en términos de sus características de arranque y de operación.

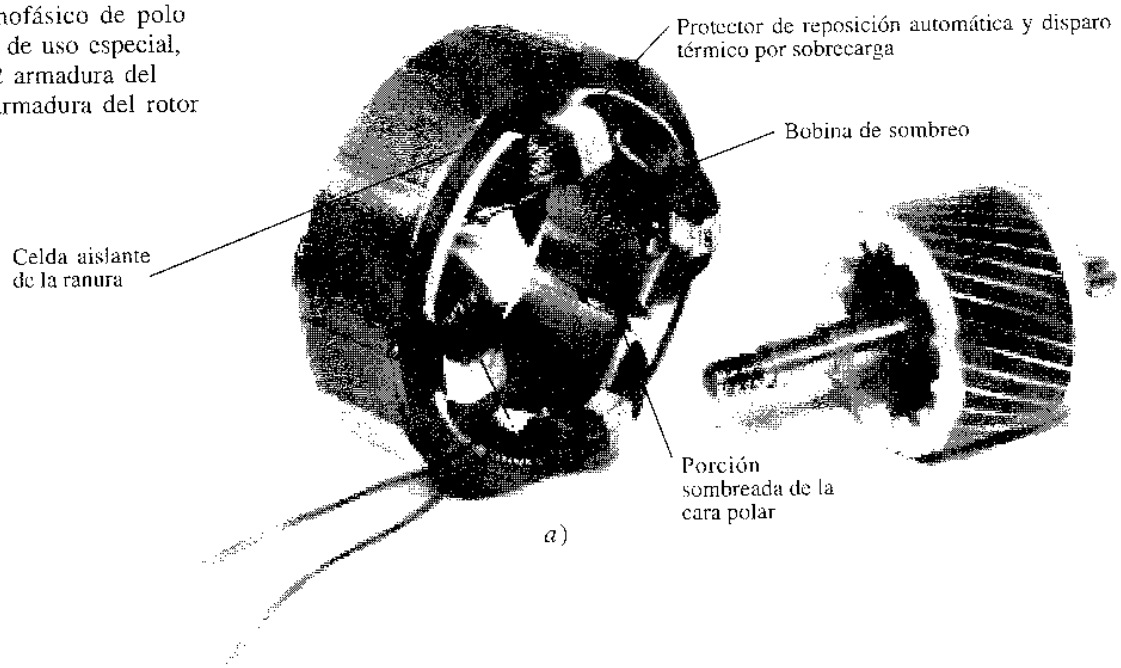
1. Motor de capacitor de arranque – capacitor de marcha
2. Motor de arranque por capacitor
3. Motor con capacitor dividido permanente
4. Motor de fase partida
5. Motor de polo sombreado

El mejor motor es también el más costoso y el peor motor es el menos costoso. Así mismo, no todas las técnicas de arranque están disponibles en todos los rangos de tamaños del motor. Queda a discreción del ingeniero diseñador seleccionar el motor disponible más económico para una aplicación dada.

10-4 CONTROL DE VELOCIDAD EN MOTORES DE INDUCCIÓN MONOFÁSICOS

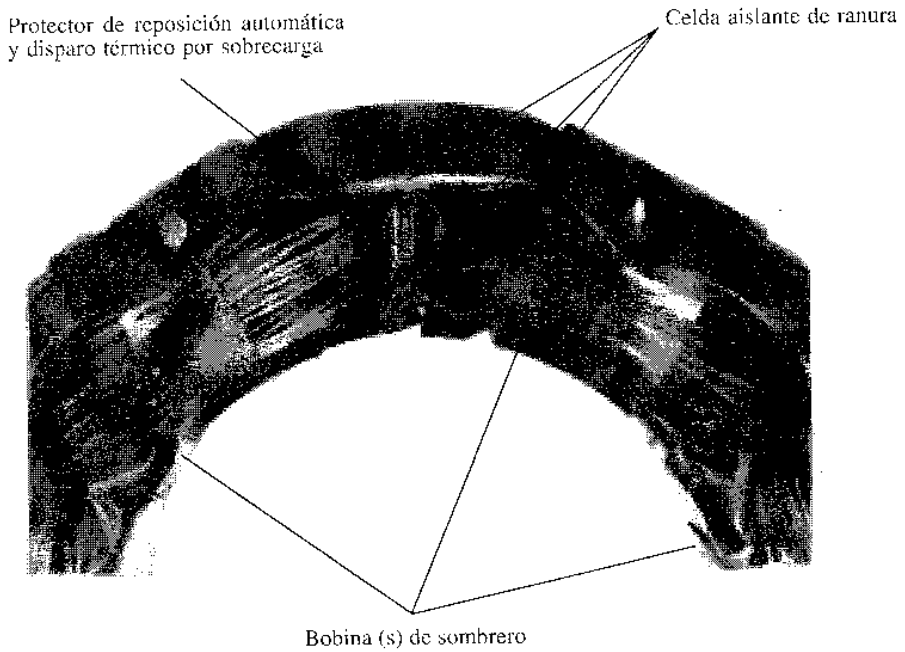
La velocidad de los motores de inducción monofásicos se puede controlar de la misma manera que en los motores de inducción polifásicos. Para motores de rotor de jaula de ardilla, están disponibles las siguientes técnicas:

Motor monofásico de polo sombreado de uso especial, bastidor 42 armadura del estator + armadura del rotor



a)

Devanado estatórico de un motor monofásico de polo sombreado, bastidor 42



b)

Figura 10-24
Vista de primer plano de la construcción de un motor de inducción de polo sombreado de cuatro polos (*cortesía de Westinghouse Electric Corporation*).

1. Variación de la frecuencia estatórica
2. Cambio del número de polos
3. Cambio del voltaje aplicado a los terminales V_T.

En los diseños prácticos que involucran motores de alto deslizamiento, la técnica usual para controlar la velocidad es variar el voltaje en los terminales del motor. Para variar el voltaje aplicado a un motor puede emplearse una de estas tres formas:

1. Utilizar un autotransformador para ajustar continuamente el voltaje de línea. Éste es el método más costoso de control de la velocidad; se utiliza sólo cuando se necesita un control de velocidad muy suave.
2. Utilizar un circuito SCR o un TRIAC para reducir el voltaje rms aplicado al motor por control de fase ac. Esta técnica corta la onda ac como se describió en el capítulo 3 y aumenta tanto el ruido, así como la vibración del motor. Los circuitos de control de estado sólido son mucho más baratos que los autotransformadores, por ello son cada vez más comunes.
3. Insertar una resistencia en serie con el circuito del estator del motor. Éste es el método más barato de control del voltaje, pero tiene la desventaja de que se pierde considerable potencia en la resistencia y reduce la eficiencia de la conversión total de potencia.

También se utiliza otra técnica con los motores de muy alto deslizamiento, como los de polos sombreados. En lugar de emplear un autotransformador separado para variar el voltaje aplicado al estator del motor, *el devanado estatórico en sí mismo* se puede usar como autotransformador. La figura 10-25 muestra una representación esquemática de un devanado estatórico principal con cierto número de tomas de derivación a lo largo de él. Puesto que el devanado estatórico se halla envuelto alrededor de un núcleo de hierro, se comporta como un autotransformador.

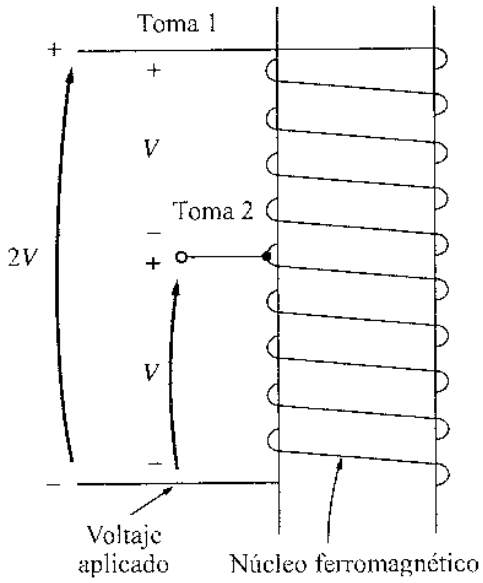


Figura 10-25
Utilización del devanado estatórico como autotransformador. Si el voltaje **V** se aplica al devanado en la toma central, el voltaje total del devanado será 2 **V**.

Cuando se aplica el voltaje pleno de línea V a través del devanado principal, el motor de inducción opera normalmente. Supóngase en cambio que el voltaje pleno de línea se aplica a la toma número 2, toma central del devanado. Entonces, se inducirá un voltaje idéntico en la mitad superior del devanado por acción del transformador y el voltaje total del devanado será el doble del voltaje de línea aplicado. El voltaje total aplicado al devanado se duplicó efectivamente.

En consecuencia, cuanto menor sea la fracción del devanado total a la cual se le aplica tensión, mayor será el voltaje total a través del devanado completo y mayor la velocidad del motor para una carga dada (*véase* figura 10-26).

Ésta es la técnica estándar utilizada para controlar la velocidad de motores monofásicos en muchas de las aplicaciones en ventiladores y sopladores. Tal control de velocidad tiene la ventaja de que es bastante barato puesto que las únicas componentes necesarias para ello son las tomas sobre el devanado principal del motor y un interruptor normal de múltiples posiciones. Tiene también la ventaja de que el efecto autotransformador no consume la potencia que consumiría la resistencia en serie.

10-5 CIRCUITO MODELO DE UN MOTOR DE INDUCCIÓN MONOFÁSICO

Como se describió antes, la comprensión del par inducido en un motor monofásico de inducción puede lograrse a través de la teoría del doble campo giratorio o de la teoría de campo cruzado de dicho motor. Cualquiera de estos dos enfoques puede llevar a un circuito equivalente del motor; la característica par-velocidad se puede deducir a través de cualquiera de los métodos.

Esta sección está dedicada al examen de un circuito equivalente basado en la teoría de doble campo giratorio; de hecho un caso especial de esa teoría se desarrollará un circuito equivalente del *devanado principal* de un motor de inducción monofásico cuando está operando solo. Para analizar un motor monofásico de dos devanados, el principal y el auxiliar, es necesario conocer la técnica de componentes simétricas y, puesto que el estudio de las componentes simétricas está fuera del alcance de este libro, este caso no será analizado. Para obtener un análisis más detallado de los motores monofásicos, *véase* la referencia 4.

La mejor forma de comenzar el análisis de un motor de inducción monofásico es considerar el motor con el rotor detenido. En ese momento, el motor parece un transformador monofásico cuyo circuito secundario está en corto y, por tanto, su circuito equivalente es el del transformador. En la figura 10-27*a* se muestra este circuito equivalente. En esta figura, R_1 y X_1 son la resistencia y la reactancia del devanado estatórico, X_M es la reactancia magnetizante y R_2 y X_2 son los valores de la resistencia y la reactancia del rotor, referidos al estator. Las pérdidas en el núcleo de la máquina no se muestran y se agrupan con las pérdidas mecánicas y las pérdidas misceláneas, como parte de las pérdidas rotacionales del motor.

Recuérdese ahora que el flujo pulsante en el entrehierro del motor, en condiciones del rotor detenido, puede ser transformado en dos campos magnéticos iguales y opuestos. Puesto que estos dos campos son de igual magnitud, cada uno contribuye en igual proporción a la caída resistiva y reactiva del voltaje en el rotor del circuito. Es posible dividir el circuito equivalente del rotor en dos secciones, cada una de las cuales está en correspondencia con los efectos de uno de los campos magnéticos. En la figura 10-27*b* se muestra el circuito equivalente del motor con los efectos de los campos magnéticos directo e inverso separados.

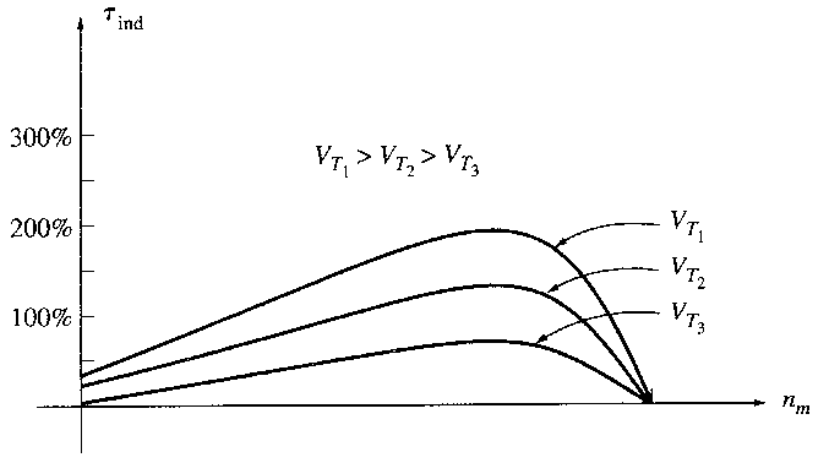


Figura 10-26
Característica par-velocidad de un motor de inducción de polo sombreado cuando cambia el voltaje en los terminales. El aumento en V_T puede ser obtenido aumentando realmente el voltaje a través del devanado completo o conectándolo a una toma inferior del devanado estatórico.

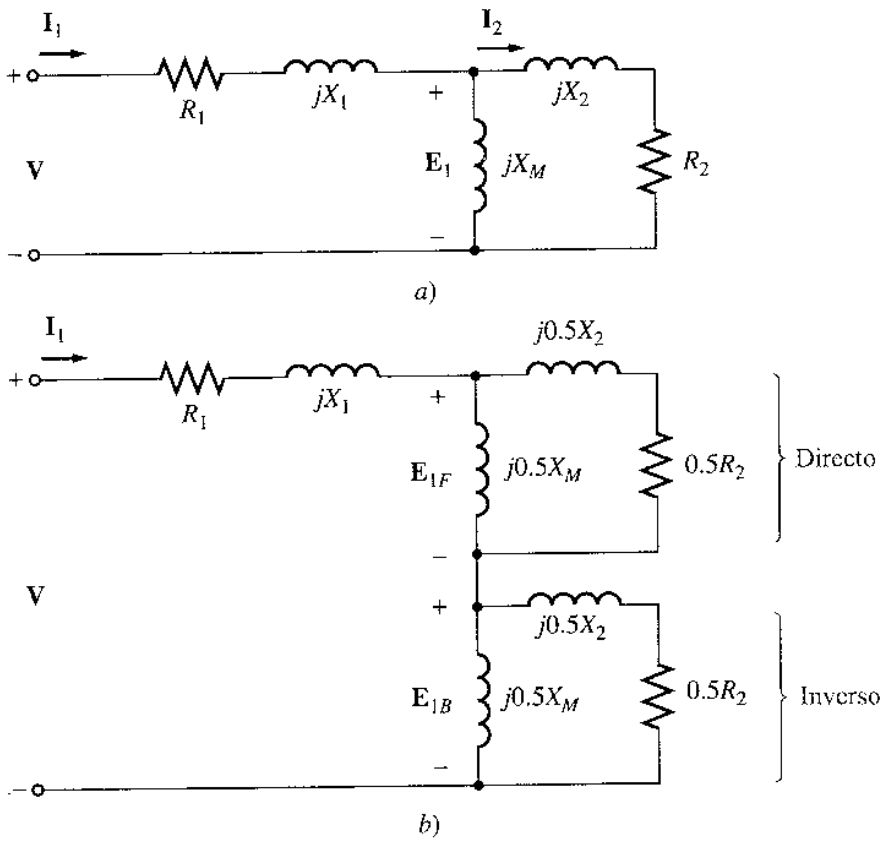


Figura 10-27
a) Circuito equivalente de un motor monofásico de inducción detenido. Sólo sus devanados principales están energizados. *b*) El circuito equivalente con los efectos de los campos magnéticos directo e inverso separados.

Supóngase que el rotor del motor comienza a girar con la ayuda de un devanado auxiliar y que éste se desconecta después que el motor adquiere velocidad. Como se dedujo en el capítulo 7, la resistencia efectiva del rotor de un motor de inducción depende de la cantidad de movimiento relativo entre el campo magnético del rotor y el del estator. Sin embargo, en este motor hay dos campos magnéticos y la cantidad de movimiento relativo difiere para cada uno de ellos.

Para el campo magnético *directo*, la diferencia en por unidad entre la velocidad del rotor y la velocidad del campo magnético es el deslizamiento s, definido de la misma forma que en los motores de inducción trifásicos. Por consiguiente, la resistencia del rotor en la parte del circuito asociada al campo magnético directo es $0.5R_2/s$.

El campo magnético directo rota a la velocidad n_{sinc} y el campo magnético inverso rota a la velocidad $-n_{sinc}$. Por tanto, la diferencia total de velocidad en por unidad (sobre la base de n_{sinc}) entre los campos magnéticos directo e inverso es 2. Puesto que el rotor está girando a una velocidad s menor que el campo magnético directo, la diferencia total de velocidad en por unidad entre el rotor y el campo magnético inverso es $2 - s$. En consecuencia, la resistencia efectiva del rotor en la parte del circuito asociada al campo magnético inverso es $0.5\ R_2/(2 - s)$.

La figura 10-28 muestra el circuito equivalente final del motor de inducción.

Análisis del motor de inducción monofásico con el circuito equivalente

El circuito equivalente del motor de inducción monofásico de la figura 10-28 es similar al circuito equivalente del motor trifásico excepto en que están presentes las dos componentes, directa e inversa de potencia y de par. Las mismas relaciones generales de potencia y de par aplicadas a los motores trifásicos también se aplican a las componentes directa o inversa en el motor monofásico; la potencia y el par netos en la máquina equivalen a la *diferencia* entre las dos componentes.

El diagrama de flujo de potencia de un motor de inducción se repite en la figura 10-29 para tenerlo como referencia sencilla.

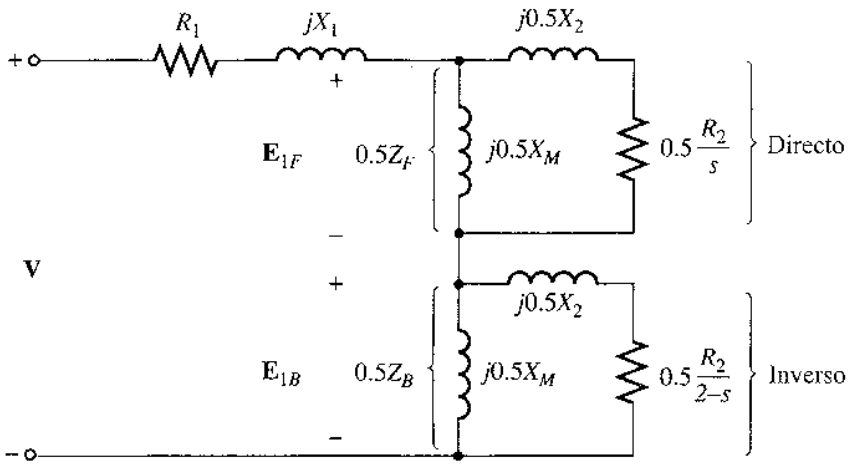


Figura 10-28
Circuito equivalente de un motor de inducción monofásico girando a su velocidad, que tiene energizados sólo sus devanados principales.

Para calcular de manera más sencilla el flujo de corriente de entrada al motor, es costumbre definir las impedancias Z_F y Z_B, donde Z_F es una impedancia única equivalente a todos los elementos de impedancia del campo magnético directo y Z_B es una impedancia única equivalente a todos los elementos de impedancia del campo magnético inverso (*véase* figura 10-30). Estas impedancias están dadas por

$$Z_F = R_F + jX_F = \frac{(R_2/s + jX_2)(jX_M)}{(R_2/s + jX_2) + jX_M} \tag{10-5}$$

$$Z_B = R_B + jX_B = \frac{[R_2/(2 - s) + jX_2](jX_M)}{[R_2/(2 - s) + jX_2] + jX_M} \tag{10-6}$$

En términos de Z_F y Z_B, la corriente que fluye en el devanado estatórico del motor de inducción es

$$\mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{V}}{R_1 + jX_1 + 0.5Z_F + 0.5Z_B} \tag{10-7}$$

En un motor de inducción trifásico,la potencia en el entrehierro por fase es la potencia consumida en la resistencia del circuito rotórico $0.5R_2/s$. Así mismo, la potencia de sentido directo al entrehierro de un motor de inducción monofásico es la potencia consumida por $0.5R_2/s$ y la potencia de sentido inverso al entrehierro del motor es la potencia consumida por $0.5R_2/(2 - s)$. Entonces, la potencia al entrehierro del motor podría ser calculada determinando la potencia en la resistencia de sentido directo $0.5R_2/s$ y la potencia en la resistencia de sentido inverso $0.5R_2/(2 - s)$, y restándolas entre sí.

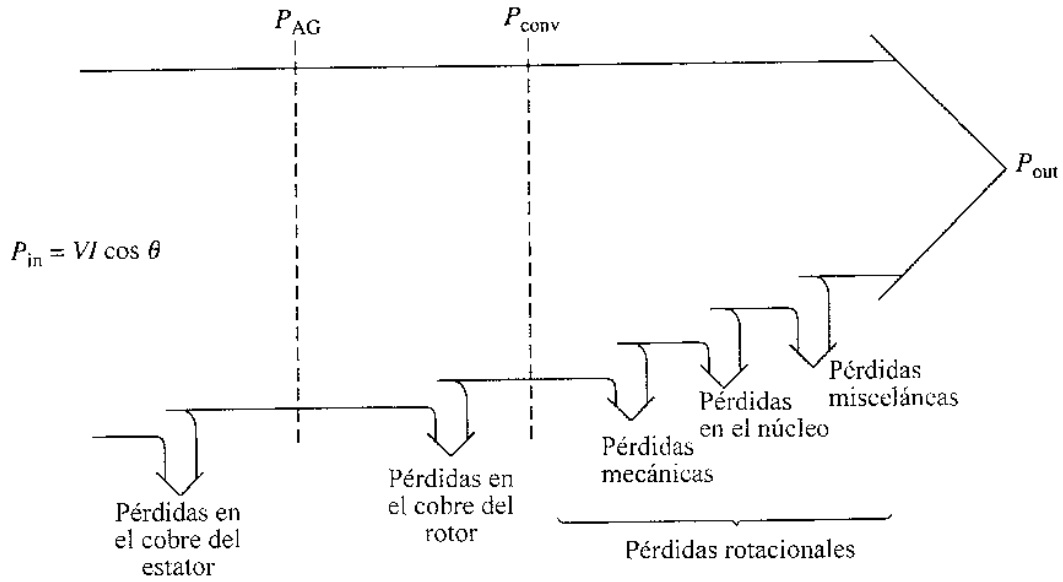


Figura 10-29
Diagrama de flujo de potencia de un motor de inducción monofásico.

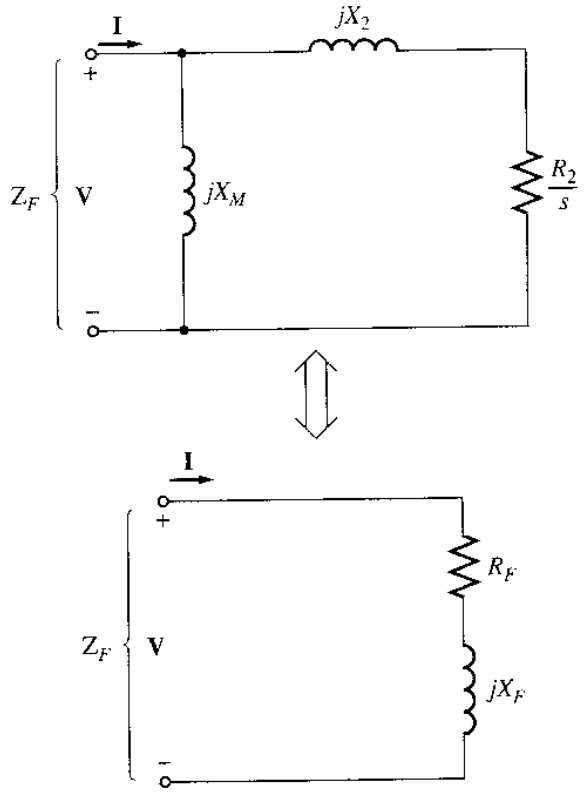


Figura 10-30
Una combinación serie de R_F y jX_F es el equivalente Thevenin de los elementos de impedancia de campo directo y, por tanto, R_F debe consumir la misma potencia que R_2/s a una corriente dada.

La parte más difícil del cálculo es determinar las corrientes separadas que fluyen en las dos resistencias. Por fortuna es posible simplificar el cálculo. Nótese que la *única* resistencia dentro de los elementos del circuito componentes de la impedancia equivalente Z_F es la resistencia R_2/s. Puesto que Z_F es equivalente a tal circuito, toda la potencia consumida por Z_F debe ser también consumida por el circuito original y, dado que R_2/s es la única resistencia en el circuito original, su consumo de potencia debe ser igual al de la impedancia Z_F. Entonces, la potencia al entrehierro por el campo magnético directo puede ser expresada como

$$P_{AG,F} = I_1^2(0.5\ R_F) \tag{10-8}$$

En forma similar, la potencia al entrehierro por el campo magnético inverso se puede expresar como

$$P_{AG,B} = I_1^2(0.5\ R_B) \tag{10-9}$$

La ventaja de estas dos ecuaciones es que sólo se requiere calcular la corriente I_1 para determinar ambas potencias.

La potencia total al entrehierro en un motor monofásico de inducción es entonces,

$$P_{AG} = P_{AG,F} - P_{AG,B} \tag{10-10}$$

El par inducido en un motor de inducción monofásico se puede encontrar a partir de la ecuación

$$\tau_{\text{ind}} = \frac{P_{\text{AG}}}{\omega_{\text{sinc}}} \tag{10-11}$$

donde P_{AG} es la potencia neta al entrehierro, dada por la ecuación (10-10).

Las pérdidas en el cobre del rotor pueden hallarse como la suma de las pérdidas en el cobre del rotor debidas al campo directo y las pérdidas en el cobre del rotor debidas al campo inverso.

$$P_{\text{RCL}} = P_{\text{RCL},F} + P_{\text{RCL},B} \tag{10-12}$$

En un motor de inducción trufásico, las pérdidas en el cobre del rotor fueron iguales al movimiento relativo entre el rotor y el campo magnético del estator en por unidad (el deslizamiento) multiplicado por la potencia al entrehierro de la máquina. Así mismo, las pérdidas de sentido directo en el cobre del rotor de un motor de inducción monofásico están dadas por

$$P_{\text{RCL},F} = sP_{\text{AG},F} \tag{10-13}$$

y las pérdidas de sentido inverso en el cobre del rotor del motor están dadas por

$$P_{\text{RCL},B} = sP_{\text{AG},B} \tag{10-14}$$

Puesto que estas dos pérdidas de potencia en el rotor están a diferentes frecuencias, la pérdida total de potencia es la suma de ellas.

La potencia eléctrica convertida en potencia mecánica en un motor de inducción monofásico está dada por la misma ecuación que P_{conv} para los motores de inducción trifásicos. Esta ecuación es

$$P_{\text{conv}} = \tau_{\text{ind}}\omega_m \tag{10-15}$$

Puesto que $\omega_m = (1 - s)\,\omega_{\text{sinc}}$, esta ecuación puede expresarse como

$$P_{\text{conv}} = \tau_{\text{ind}}(1 - s)\omega_m \tag{10-16}$$

De la ecuación (10-11), $P_{\text{AG}} = \tau_{\text{ind}}\omega_{\text{sinc}}$, entonces P_{conv} se puede expresar como

$$P_{\text{conv}} = (1 - s)\,P_{\text{AG}} \tag{10-17}$$

Como en el motor trifásico de inducción, la potencia de salida al eje no es igual a P_{conv} puesto que deben restarse las pérdidas rotacionales. En el modelo del motor monofásico de inducción utilizado aquí, las pérdidas en el núcleo, las pérdidas mecánicas y las pérdidas misceláneas se deben restar de P_{conv} para obtener P_{out}.

Ejemplo 10-1 Un motor de inducción de fase partida de 1/3 hp, 110 V, 60 Hz, seis polos, tiene las siguientes impedancias:

$$R_1 = 1.52\ \Omega \qquad X_1 = 2.10\ \Omega \qquad X_M = 58.2\ \Omega$$

$$R_2 = 3.13\ \Omega \qquad X_2 = 1.56\ \Omega$$

Las pérdidas en el núcleo de este motor son 35 W y las pérdidas por rozamiento propio, rozamiento con el aire y misceláneas son 16 W. El motor está operando a voltaje y frecuencia nominales y tiene su devanado de arranque abierto; el deslizamiento del motor es de 5%. Encuentre las siguientes magnitudes en el motor, en esas condiciones:

a) Velocidad en revoluciones por minuto
b) Corriente estatórica en amperes
c) Factor de potencia estatórico
d) P_{in}
e) P_{AG}
f) P_{conv}
g) τ_{ind}
h) P_{out}
i) τ_{carga}
j) Eficiencia

Solución. Las impedancias directa e inversa de este motor a un deslizamiento de 5% son

$$\begin{aligned} Z_F = R_F + jX_F &= \frac{(R_2/s + jX_2)(jX_M)}{(R_2/s + jX_2) + jX_M} \\ &= \frac{(3.13\ \Omega/0.05 + j1.56\ \Omega)(j58.2\ \Omega)}{(3.13\ \Omega/0.05 + j1.56\ \Omega) + j58.2\ \Omega} \\ &= \frac{(62.6\angle 1.43^\circ\ \Omega)(j58.2\ \Omega)}{(62.6\ \Omega + j1.56\ \Omega) + j58.2\ \Omega} \\ &= 39.9\angle 50.5^\circ\ \Omega = 25.4 + j30.7\ \Omega \end{aligned} \tag{10-5}$$

$$\begin{aligned} Z_B = R_B + jX_B &= \frac{[R_2/(2 - s) + jX_2](jX_M)}{[R_2/(2 - s) + jX_2] + jX_M} \\ &= \frac{(3.13\ \Omega/1.95 + j1.56\ \Omega)(j58.2\ \Omega)}{(3.13\ \Omega/1.95 + j1.56\ \Omega) + j58.2\ \Omega} \\ &= \frac{(2.24\angle 44.2^\circ\ \Omega)(j58.2\ \Omega)}{(1.61\ \Omega + j1.56\ \Omega) + j58.2\ \Omega} \\ &= 2.18\angle 45.9^\circ\ \Omega = 1.51 + j1.56\ \Omega \end{aligned} \tag{10-6}$$

Estos valores se utilizarán para determinar la corriente, la potencia y el par del motor.

a) La velocidad sincrónica del motor es

$$n_{\text{sinc}} = \frac{120 f_e}{P} = \frac{120(60 \text{ Hz})}{6 \text{ polos}} = 1200 \text{ r/min}$$

Puesto que el motor está operando a un deslizamiento de 5%, su velocidad mecánica es

$$n_m = (1 - s) n_{\text{sinc}}$$
$$n_m = (1 - 0.05)(1200 \text{ r/min}) = 1140 \text{ r/min}$$

b) La corriente del estator en el motor es

$$\mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{V}}{R_1 + jX_1 + 0.5 Z_F + 0.5 Z_B} \tag{10-7}$$

$$= \frac{110 \angle 0° \text{ V}}{1.52 \Omega + j2.10 \Omega + 0.5(25.4 \Omega + j30.7 \Omega) + 0.5(1.51 \Omega + j1.56 \Omega)}$$
$$= \frac{110 \angle 0° \text{ V}}{14.98 \Omega + j18.23 \Omega} = \frac{110 \angle 0° \text{ V}}{23.6 \angle 50.6° \Omega} = 4.66 \angle -50.6° \text{ A}$$

c) El factor de potencia del estator del motor es

$$\text{PF} = \cos(-50.6°) = 0.635 \text{ en atraso}$$

d) La potencia de entrada al motor es

$$P_{\text{in}} = VI \cos \theta$$
$$= (110 \text{ V})(4.66 \text{ A})(0.635) = 325 \text{ W}$$

e) La potencia al entrehierro del campo en el sentido directo es

$$P_{\text{AG},F} = I_1^2(0.5 R_F) \tag{10-8}$$
$$= (4.66 \text{ A})^2(12.7 \Omega) = 275.8 \text{ W}$$

y la potencia al entrehierro del campo en el sentido inverso es

$$P_{\text{AG},B} = I_1^2(0.5 R_B) \tag{10-9}$$
$$= (4.66 \text{ A})2(0.755 \text{ V}) = 16.4 \text{ W}$$

Entonces, la potencia total al entrehierro en el motor es

$$P_{\text{AG}} = P_{\text{AG},F} - P_{\text{AG},B} \tag{10-10}$$
$$= 275.8 \text{ W} - 16.4 \text{ W} = 259.4 \text{ W}$$

f) La potencia eléctrica convertida en mecánica es

$$P_{\text{conv}} = (1 - s)\, P_{\text{AG}} \tag{10-17}$$
$$= (1 - 0.05)(259.4\ \text{W}) = 246\ \text{W}$$

g) El par inducido en el motor está dado por

$$\tau_{\text{ind}} = \frac{P_{\text{AG}}}{\omega_{\text{sinc}}} \tag{10-11}$$
$$= \frac{259.4\ \text{W}}{(1200\ \text{r/min})(1\ \text{min/60 s})(2\pi\ \text{rad/r})} = 2.06\ \text{N} \cdot \text{m}$$

h) La potencia de salida está dada por

$$P_{\text{out}} = P_{\text{conv}} - P_{\text{rot}} = P_{\text{conv}} - P_{\text{núcleo}} - P_{\text{meca.}} - P_{\text{miscelánea}}$$
$$= 246\ \text{W} - 35\ \text{W} - 16\ \text{W} = 195\ \text{W}$$

i) El par de carga del motor está dado por

$$\tau_{\text{carga}} = \frac{P_{\text{out}}}{\omega_m}$$
$$= \frac{195\ \text{W}}{(1140\ \text{r/min})(1\ \text{min/60 s})(2\pi\ \text{rad/r})} = 1.63\ \text{N} \cdot \text{m}$$

j) Por último, la eficiencia del motor en estas condiciones es

$$\eta = \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} \times 100\% = \frac{195\ \text{W}}{325\ \text{W}} \times 100\% = 60\%$$

●

10-6 OTROS TIPOS DE MOTORES

Otros dos tipos de motores –los de reluctancia y los de histéresis– se utilizan en ciertas aplicaciones especiales. Estos motores difieren de los ya descritos en la construcción del rotor, pero utilizan el mismo diseño estatórico. Como los motores de inducción, pueden ser construidos con estatores de una o de tres fases. Un tercer tipo de motor de uso especial es el motor de avance paso a paso. Un motor de avance paso a paso necesita un estator polifásico, pero no requiere fuente de suministro de potencia trifásica. El motor de uso especial que se analizará finalmente es el motor dc sin escobillas que, como su nombre lo sugiere, opera desde una fuente de potencia dc.

Motores de reluctancia

Un motor de *reluctancia* es aquel que depende del par de reluctancia para operar. El par de reluctancia es el par inducido en un objeto de hierro (por ejemplo, un pasador) en presencia de un

campo magnético externo, que obliga a que el objeto se alinee con dicho campo. Este par ocurre debido a que cuando el campo externo induce un campo magnético interno en el hierro del objeto, aparece un par entre los dos campos, que gira el objeto hasta alinearlo con el campo externo. Para que se produzca el par de reluctancia en un objeto, éste debe ser alargado axialmente en ángulos correspondientes a los ángulos entre polos adyacentes del campo magnético externo.

La figura 10-31 muestra un esquema sencillo de un motor de reluctancia de dos polos. Se puede demostrar que el par aplicado al rotor de este motor es proporcional a sen 2δ, donde δ es el ángulo eléctrico entre los campos magnéticos del rotor y del estator. Por consiguiente, el par de reluctancia de un motor es máximo cuando el ángulo entre los campos magnéticos del rotor y el estator mide 45°.

Un motor de reluctancia sencillo de este tipo, mostrado en la figura 10-31, es un *motor sincrónico* puesto que el rotor estará ligado a los campos magnéticos del estator hasta tanto se exceda el par máximo del motor. Al igual que en un motor sincrónico normal, aquel no tiene par de arranque y no arrancará por sí solo.

Se puede construir un *motor de reluctancia de autoarranque* que opere a velocidad sincrónica hasta que sea excedido su par de reluctancia máximo, modificando el rotor de un motor de inducción, como se muestra en la figura 10-32. En esta figura, el rotor tiene polos salientes para operación en estado estacionario como motor de reluctancia y también tiene jaula de ardilla o devanados de amortiguación para el arranque. El estator de este motor puede ser monofásico o trifásico. La característica par-velocidad de este motor, que a veces es llamado *motor sincrónico de inducción,* se muestra en la figura 10-33.

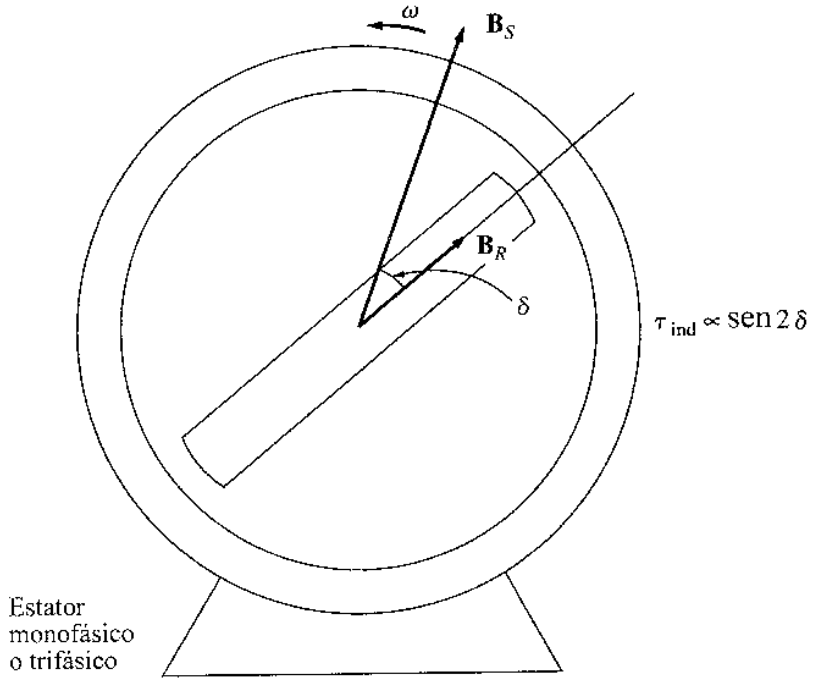


Figura 10-31
Concepto básico del motor de reluctancia.

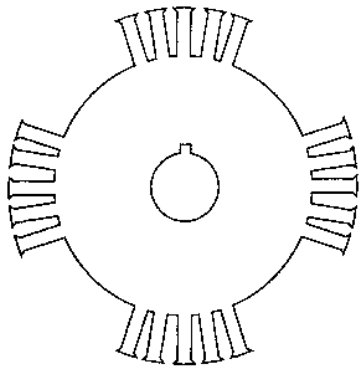


Figura 10-32
Diseño del rotor de un motor de "inducción síncrónico" o motor de reluctancia de autoarranque.

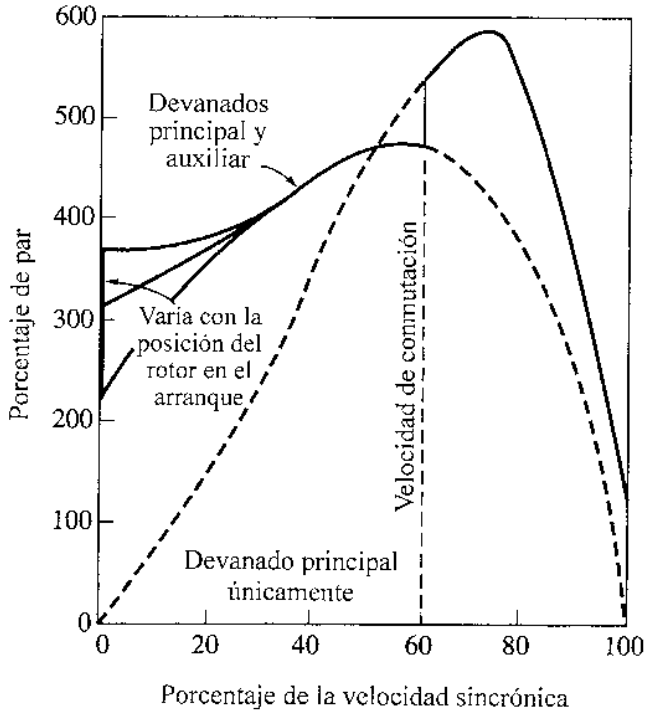
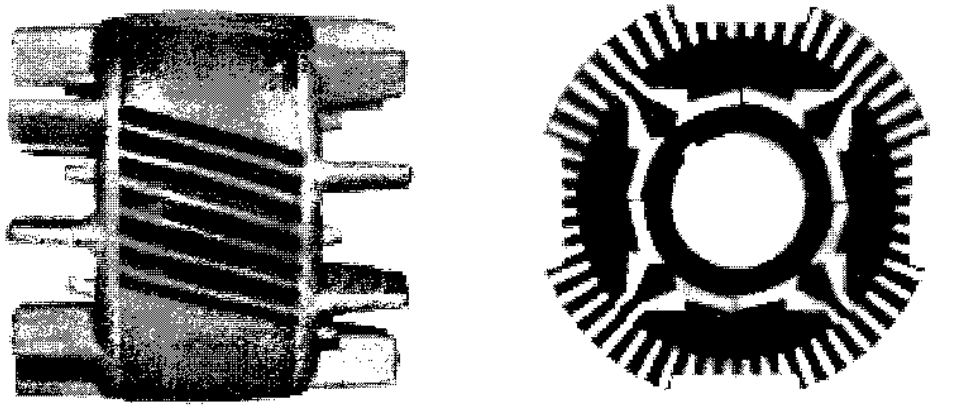


Figura 10-33
Característica par-velocidad de un motor monofásico de reluctancia de autoarranque.

Una variación interesante de la idea del motor de reluctancia es el motor Synchrospeed, fabricado en los Estados Unidos por MagneTek, Inc. En la figura 10-34 se muestra un rotor de este motor, el cual utiliza "guías de flujo" para aumentar el acoplamiento entre caras polares adyacentes e incrementar el par de reluctancia máximo del motor. Con estas guías de flujo, el par de reluctancia máximo se aumenta hasta 150% del par nominal, comparado con el 100% del par nominal de un motor de reluctancia convencional.



a) *b)*

Figura 10-34
a) Pieza de aluminio fundido de un rotor de motor Synchrospeed. *b)* Laminación del rotor del motor. Nótense las guías de flujo que conectan los polos adyacentes. Estas guías aumentan el par de reluctancia del motor (*cortesía de Magnetek, Inc.*).

Motores de histéresis

Otro motor de uso especial emplea el fenómeno de histéresis para producir un par mecánico. El rotor de un motor de histéresis es un cilindro liso de material magnético sin dientes, protuberancias o devanados. El estator del motor puede ser monofásico o trifásico; si es monofásico, se debe utilizar un capacitor permanente con un devanado auxiliar para proveer un campo magnético tan uniforme como sea posible ya que esto reduce bastante las pérdidas del motor.

La figura 10-35 muestra la operación básica de un motor de histéresis. Cuando se aplica una corriente trifásica (o monofásica al motor con devanado auxiliar) al estator del motor, aparece un campo magnético rotacional dentro de la máquina. Este campo magnético rotacional magnetiza el metal del rotor e induce polos dentro de él.

Cuando el motor está operando por debajo de su velocidad sincrónica, hay dos fuentes de par dentro de él. La mayor parte del par es producido por histéresis. Cuando el campo magnético del estator barre alrededor de la superficie del rotor, el flujo del rotor no puede seguirlo exactamente debido a que el metal del rotor experimenta gran pérdida por histéresis. Cuanto mayor sea la pérdida intrínseca por histéresis en el material del rotor, mayor es el ángulo al cual el campo magnético del rotor atrasa el campo magnético del estator. Puesto que los campos magnéticos del rotor y el estator están a ángulos diferentes, se producirá un par finito en el motor. Además, el campo magnético del estator producirá corrientes parásitas en el rotor, las cuales producirán su propio campo magnético y aumentarán aún más el par sobre el rotor. Cuanto mayor sea el movimiento relativo entre el rotor y el campo magnético del estator, mayores serán las corrientes parásitas y los pares debidos a éstas.

Cuando el motor alcanza la velocidad sincrónica, el flujo del estator deja de efectuar el barrido a través del rotor y éste actúa como imán permanente. En consecuencia, el par inducido en el motor es proporcional al ángulo entre el rotor y el campo magnético del estator hasta un ángulo máximo fijado por la histéresis en el rotor.

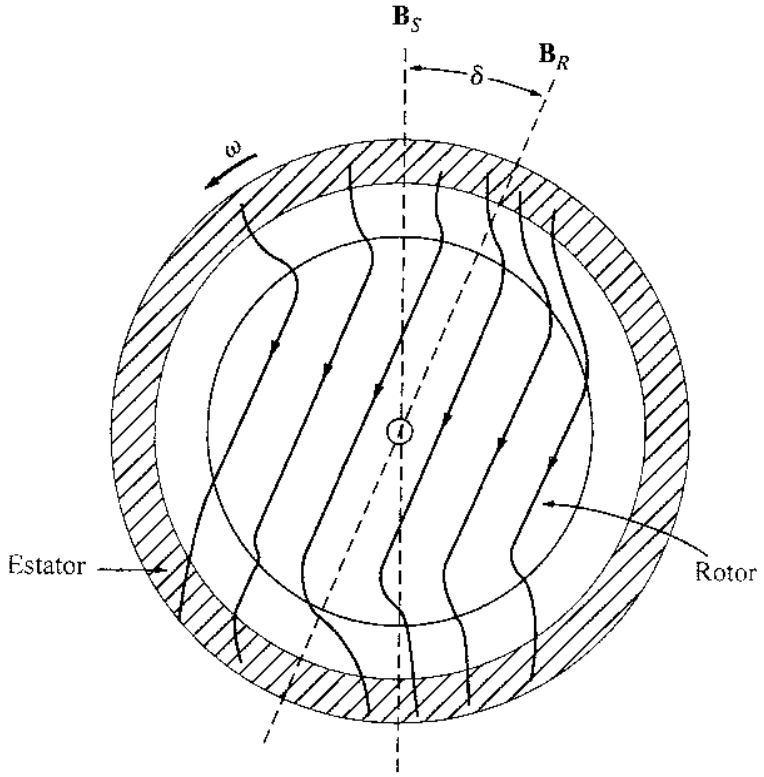


Figura 10-35
Construcción de un motor de histéresis. La componente principal del par en este motor es proporcional al ángulo entre los campos magnéticos del rotor y el estator.

La característica par-velocidad de un motor de histéresis se muestra en la figura 10-36. Puesto que la cantidad de histéresis en un rotor específico es función únicamente de la densidad de flujo del estator y del material del cual está elaborado, el par de histéresis del motor es aproximadamente constante para cualquier velocidad desde cero hasta n_{sinc}. El par debido a las corrientes parásitas es aproximadamente proporcional al deslizamiento del motor. Estos dos factores tomados en conjunto inciden en la forma de la característica par-velocidad del motor de histéresis.

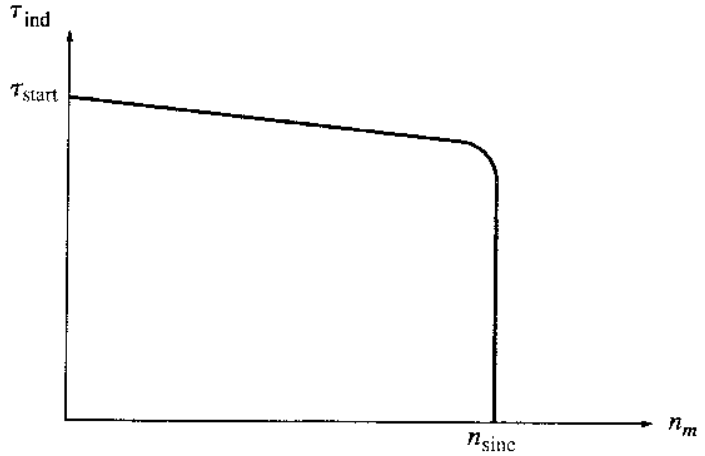


Figura 10-36
Característica par-velocidad de un motor de histéresis.

Puesto que el par de un motor de histéresis a cualquier velocidad por debajo de la sincrónica es mayor que su par máximo sincrónico, un motor de histéresis puede acelerar cualquier carga durante su operación normal.

Se puede construir un motor de histéresis muy pequeño con polo sombreado en el estator para crear un pequeño motor sincrónico de autoarranque y baja potencia. Tal motor se muestra en la figura 10-37 y se utiliza como mecanismo de manejo de relojes eléctricos. Por consiguiente, un reloj eléctrico está sincronizado a la frecuencia de la línea del sistema de potencia y es tan exacto (o tan inexacto) como la frecuencia del sistema de potencia al cual está conectado.

Motores de avance paso a paso

Un *motor de avance paso a paso* es un tipo especial de motor sincrónico diseñado para girar un número específico de grados por cada pulso eléctrico recibido de su unidad de control. Pasos típicos son 7.5 ó 15° por pulso. Estos motores son utilizados en muchos sistemas de control en los cuales regulan la posición del eje u otra pieza de una máquina.

En la figura 10-38 se muestra un motor sencillo de avance paso a paso y su correspondiente unidad de control. Para entender la operación de este motor, examínese la figura 10-39, que muestra un estator bipolar trifásico con un rotor de imán permanente. Si se aplica un voltaje dc a la fase *a* del estator y no se aplica voltaje a las fases *b* y *c*, entonces será inducido un par en el rotor, el cual lo alineará con el campo magnético del estator $\mathbf{B}_s$, como muestra la figura 10-39*b*.

Supóngase que se desconecta la fase *a* y que se aplica un voltaje dc negativo a la fase *c*. El nuevo campo magnético del estator rota 60° con respecto a la posición anterior y el rotor del motor sigue girando alrededor de ese campo. Continuando este modelo, es posible construir una tabla que muestre la posición del rotor como función del voltaje aplicado al estator del motor. Si el voltaje producido por la unidad de control cambia con cada pulso de entrada en el orden mostrado en la tabla 10-1, el motor de avance paso a paso avanza 60° con cada pulso.

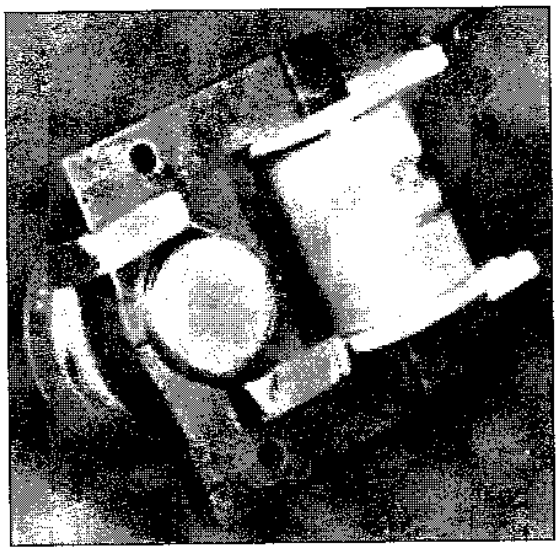
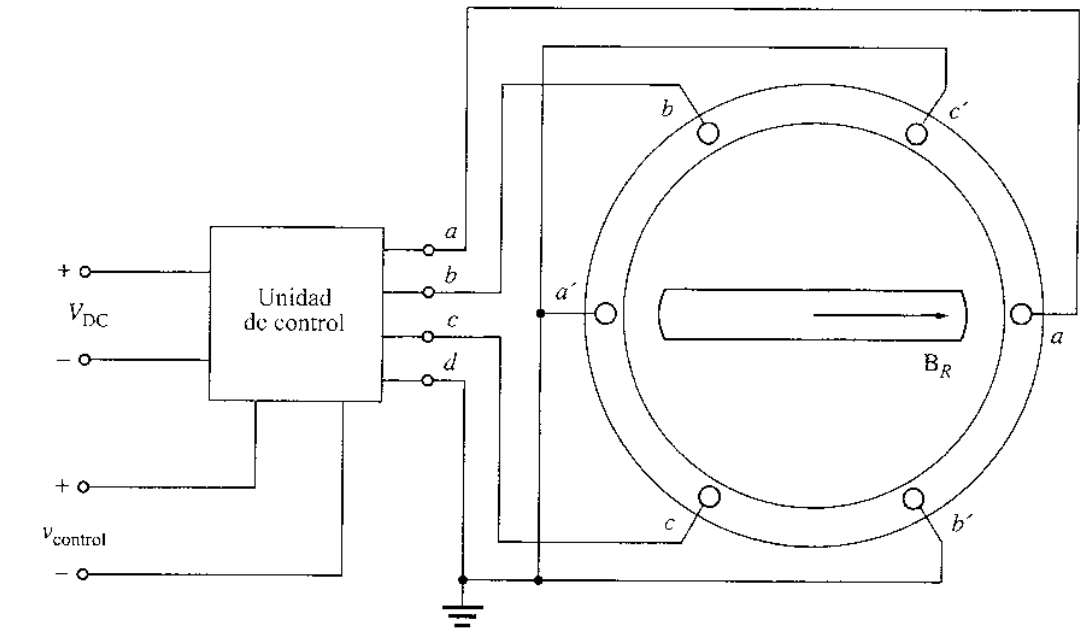
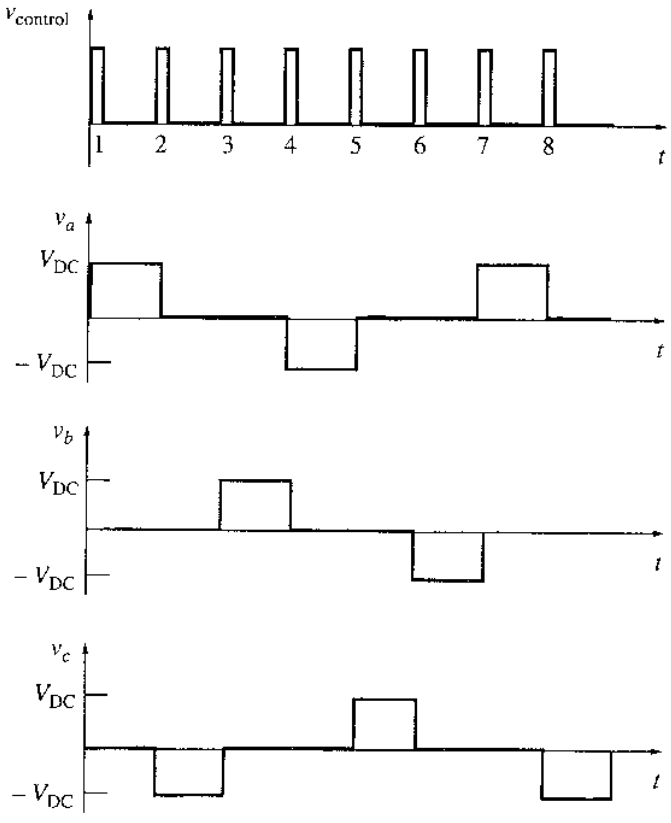


Figura 10-37
Pequeño motor de histéresis con estator de polo sombreado, adecuado para operar un reloj eléctrico.



a)



b)

Número del pulso	Voltajes de fase, V		
	v_a	v_b	v_c
1	V_{DC}	0	0
2	0	0	$-V_{DC}$
3	0	V_{DC}	0
4	$-V_{DC}$	0	0
5	0	0	V_{DC}
6	0	$-V_{DC}$	0

c)

Figura 10-38

a) Motor sencillo de avance paso a paso y su unidad de control asociada. Las entradas a la unidad de control constan de una fuente de potencia dc y una señal de control formada por un tren de pulsos. *b)* Dibujo del voltaje de salida de la unidad de control cuando la entrada es una serie de pulsos de control. *c)* Tabla que muestra el voltaje de salida de la unidad de control como función del número del pulso.

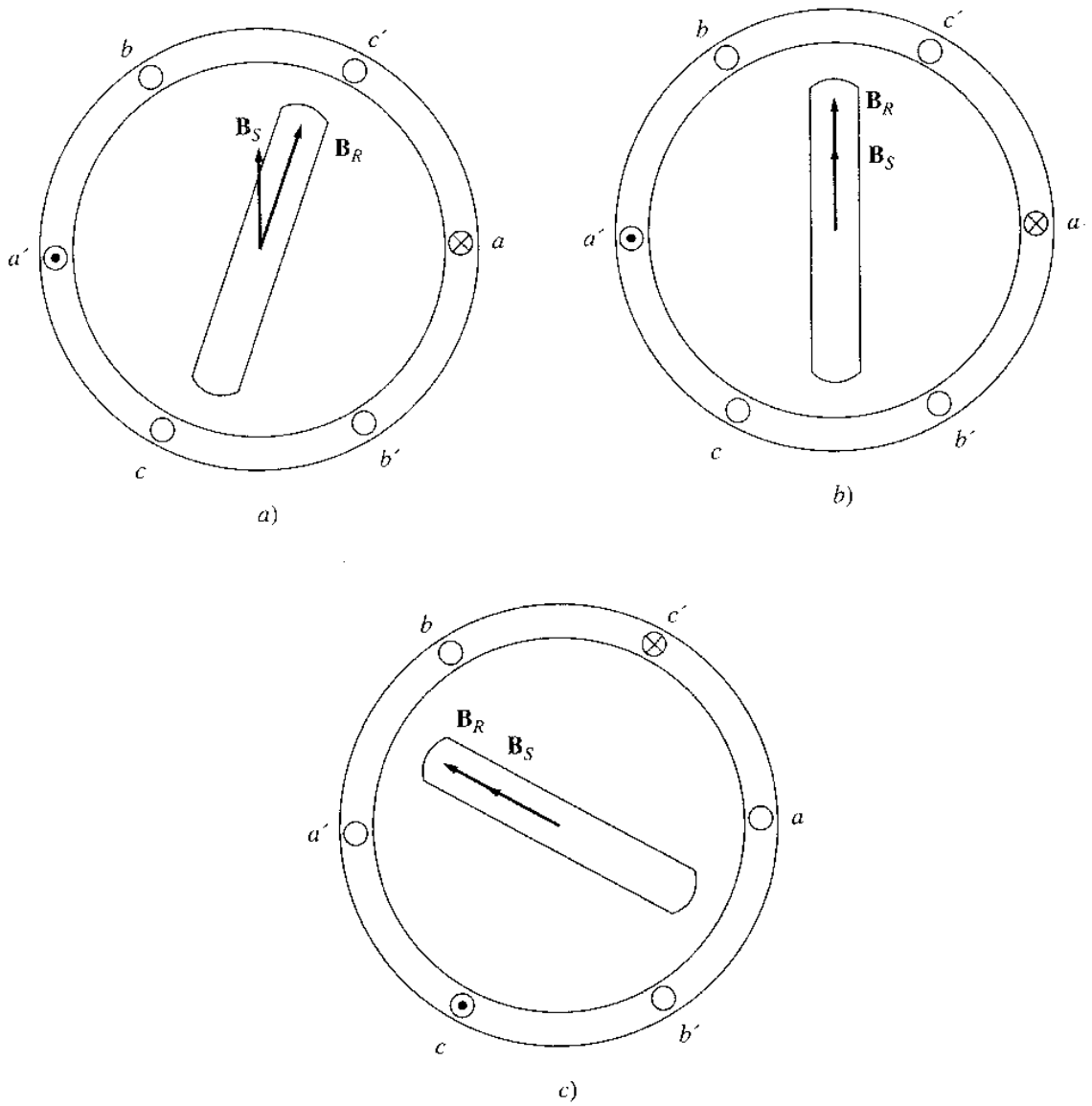


Figura 10-39
Operación de un motor de avance paso a paso. *a*) Se aplica un voltaje V a la fase a del estator, lo que ocasiona un flujo de corriente en la fase a y produce un campo magnético en el estator $\mathbf{B}_S$. La interacción entre $\mathbf{B}_R$ y $\mathbf{B}_S$ produce un par sobre el rotor en sentido contrario a las manecillas del reloj. *b*) Cuando el rotor se alinea con el campo magnético del estator, el par neto cae a cero. *c*) Se aplica un voltaje $-V$ a la fase c del estator, lo que ocasiona un flujo de corriente en la fase c y produce un campo magnético en el estator $\mathbf{B}_S$. La interacción de $\mathbf{B}_R$ y $\mathbf{B}_S$ produce un par sobre el rotor en sentido opuesto a las manecillas del reloj, el cual obliga a que el rotor se alinee con la nueva posición del campo magnético.

Es fácil construir un motor de avance paso a paso con tamaño de paso más fino, aumentando el número de polos del motor. De la ecuación (4-31), el número de grados mecánicos correspondientes a un número dado de grados eléctricos es

$$\theta_m = \frac{2}{P}\theta_e \tag{10-18}$$

Puesto que cada paso en la tabla 10-1 corresponde a 60 grados eléctricos, el número de grados mecánicos movido por paso disminuye con el aumento en el número de polos. Por ejemplo, si el motor de avance paso a paso tiene ocho polos, entonces el ángulo mecánico del eje del motor cambiará 15° por paso.

La velocidad del motor de avance paso a paso puede ser relacionada con el número de pulsos en su unidad de control, por unidad de tiempo, utilizando la ecuación (10-18). La ecuación (10-18) da el ángulo mecánico de un motor de avance paso a paso en función del ángulo eléctrico. Si se derivan ambos lados de esta ecuación con respecto al tiempo, entonces se tiene una relación entre las velocidades eléctrica y rotacional mecánica del motor.

$$\omega_m = \frac{2}{P}\omega_e \tag{10-19a}$$

o

$$n_m = \frac{2}{P}n_e \tag{10-19b}$$

Puesto que hay seis pulsos de entrada por revolución eléctrica, la relación entre la velocidad del motor en revoluciones por minuto y el número de pulsos por minuto es

$$n_m = \frac{1}{3P}n_{\text{pulsos}} \tag{10-20}$$

donde n_{pulsos} es el número de pulsos por minuto.

Existen dos tipos básicos de motores de avance paso a paso, diferentes únicamente en la construcción del rotor: el *de imán permanente* y el *de reluctancia.* El motor de avance paso a paso de imán permanente tiene rotor de imán permanente, mientras que el de reluctancia tiene rotor ferromagnético que no es imán permanente (el rotor del motor de reluctancia descrito previamente en esta sección es del tipo de reluctancia). El motor de avance paso a paso de imán permanente puede producir más par que el de reluctancia puesto que el par del primero proviene tanto del campo magnético del imán permanente del rotor como de los efectos de reluctancia.

Los motores de avance paso a paso, tipo reluctancia, con frecuencia se fabrican con devanado estatórico de cuatro fases en lugar del devanado trifásico descrito antes. Un devanado estatórico de cuatro fases reduce los pasos entre pulsos de 60 grados eléctricos a 45 grados eléctricos. Como ya se mencionó, en un motor de reluctancia, el par varía con el sen2δ tal que el par de reluctancia entre pasos será máximo para un ángulo de 45°. Por consiguiente, un motor de avance paso a paso tipo reluctancia puede producir más par con un devanado estatórico de cuatro fases que con uno de tres fases.

La ecuación (10-20) se puede aplicar a todos los motores de avance paso a paso, independientemente del número de fases de sus devanados estatóricos. Si un estator tiene N fases, se requieren $2N$ pulsos por revolución eléctrica en ese motor. Por consiguiente, la relación entre la velocidad del motor en revoluciones por minuto y el número de pulsos por minuto es

TABLA 10-1
Posiciones del rotor como función del voltaje en un motor de avance paso a paso bipolar

Número de pulsos de entrada	Voltajes de fase			Posición del rotor
	a	*b*	*c*	
1	V	0	0	0°
2	0	0	$-V$	60°
3	0	V	0	120°
4	$-V$	0	0	180°
5	0	0	V	240°
6	0	$-V$	0	300°

$$n_m = \frac{1}{NP} n_{\text{pulsos}} \tag{10-21}$$

Los motores de avance paso a paso son muy comunes en sistemas de control y posicionamiento puesto que el computador que controla puede saber con exactitud tanto la *velocidad* como la *posición* del motor de avance paso a paso sin requerir información de realimentación desde el eje del motor. Por ejemplo, si un sistema de control envía 1200 pulsos por minuto al motor bipolar de avance paso a paso mostrado en la figura 10-38, entonces la velocidad del motor será exactamente

$$n_m = \frac{1}{3P} n_{\text{pulsos}} \tag{10-20}$$

$$= \frac{1}{3(2\,\text{polos})}(1200\ \text{pulsos/min})$$

$$= 200\ \text{r/min}$$

Además, si se conoce la posición inicial del eje, el computador puede determinar con exactitud el ángulo del eje del rotor para cualquier tiempo posterior, contando simplemente el número total de pulsos enviados a la unidad de control del motor.

Ejemplo 10-2 Un motor de avance paso a paso trifásico, de imán permanente, requerido para una aplicación particular, debe controlar la posición de un eje en pasos de 7.5° y girar a velocidades de hasta 300 r/min.

a) ¿Cuántos polos debe tener el motor?

b) ¿A qué velocidad deben ser recibidos los pulsos de control en la unidad de control del motor si debe operar a 300 r/min?

Solución

a) En un motor trifásico de avance paso a paso, cada pulso avanza la posición del rotor en 60° eléctricos. Este avance debe corresponder a 7.5° mecánicos. Despejando P en la ecuación (10-18), se obtiene

$$P = 2\frac{\theta_e}{\theta_m} = 2\left(\frac{60°}{7.5°}\right) = 16 \text{ polos}$$

b) Despejando n_{pulsos} en la ecuación (10-21), se obtiene

$$\begin{aligned} n_{\text{pulsos}} &= NPn_m \\ &= (3 \text{ fases})(16 \text{ polos})(300 \text{ r/min}) \\ &= 240 \text{ pulsos/s} \end{aligned}$$

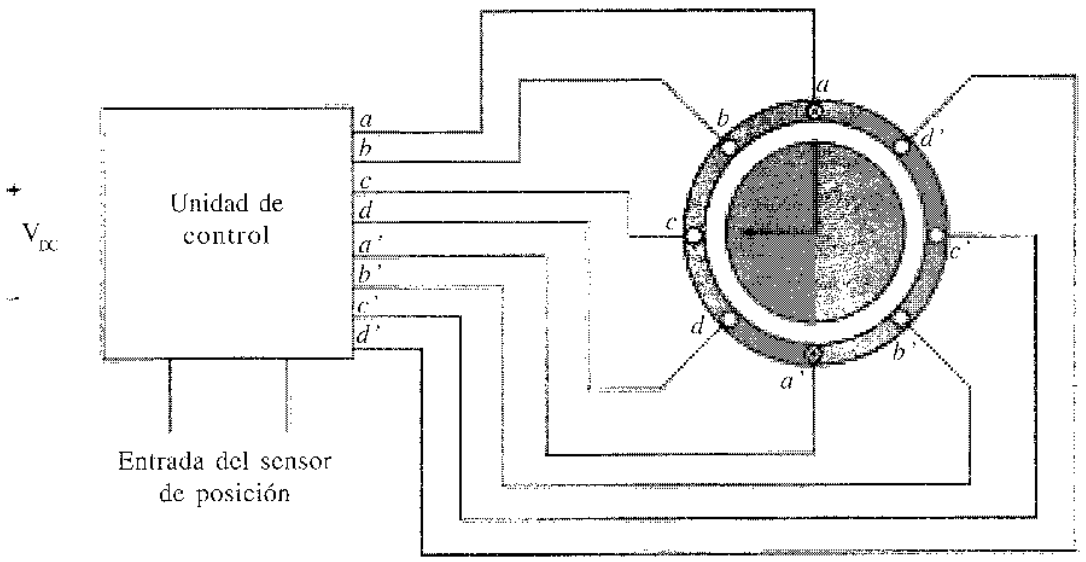
●

Motores dc sin escobillas

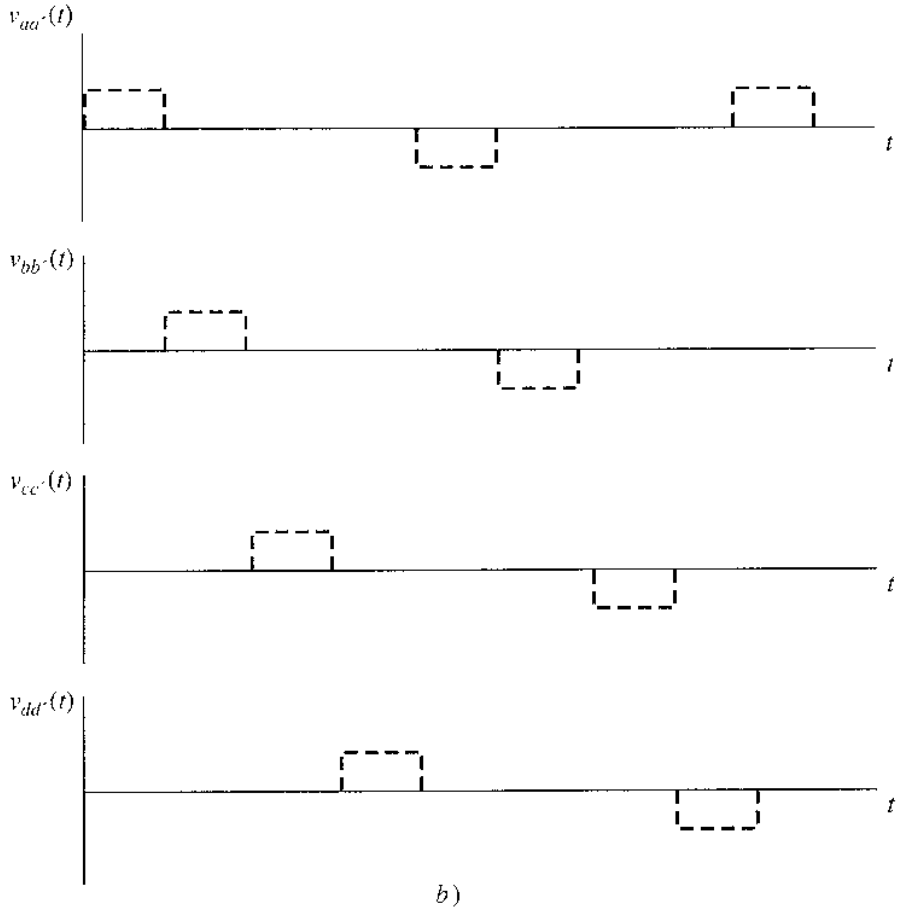
Los motores dc convencionales se han utilizado en aplicaciones donde hay disponibles fuentes de potencia dc, tales como en aeronaves y automóviles. Sin embargo, los motores pequeños dc de este tipo tienen ciertas desventajas, de las que la principal es el excesivo chisporroteo y desgaste de las escobillas. Los motores dc pequeños y rápidos son demasiado pequeños para utilizar devanados de compensación e interpolos; por tanto, la reacción del inducido y los efectos $L\,di/dt$ tienden a producir chisporroteo en las escobillas de conmutación. Además, la alta velocidad rotacional de estos motores causa desgaste creciente en las escobillas y requieren mantenimiento regular cada pocos miles de horas. Si el motor debe trabajar en un ambiente de baja presión (como a grandes alturas en una aeronave), ¡el desgaste de las escobillas puede ser tan grande que deben remplazarse después de poco menos de una hora de operación!

En algunas aplicaciones, el mantenimiento regular requerido por las escobillas de los motores dc puede ser casi imposible. Considérese, por ejemplo, un motor dc en un corazón artificial; el mantenimiento regular requeriría abrir el pecho del paciente. En otras aplicaciones, las chispas en las escobillas pueden originar una explosión o un ruido de radiofrecuencia inaceptable. En todos estos casos se necesita un motor dc pequeño y rápido que sea bastante confiable, poco ruidoso y de larga vida.

Tales motores han sido desarrollados durante los últimos 25 años combinando aspectos de un motor pequeño, como un motor de avance paso a paso de imán permanente, con un sensor de posición del rotor y un circuito de conmutación electrónico de estado sólido. Estos motores son llamados *motores dc sin escobillas* debido a que operan conectados a una fuente de potencia dc, pero no tienen colectores ni escobillas. En la figura 10-40 se muestra un bosquejo de un pequeño motor dc sin escobillas; en la figura 10-41, una fotografía de un motor dc típico sin escobillas. El rotor es similar al del motor de avance paso a paso de imán permanente, excepto que no es saliente. El estator puede tener tres o más fases (hay cuatro fases en el ejemplo mostrado).



a)



b)

Figura 10-40

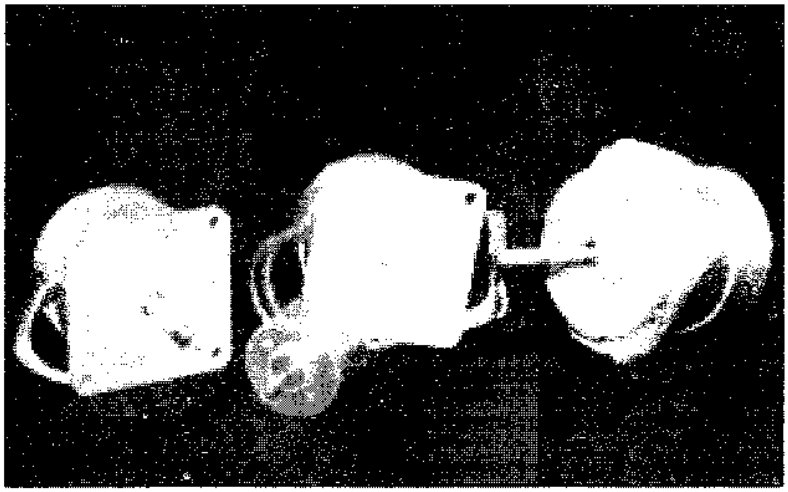
a) Motor dc sencillos sin escobillas y su unidad de control asociada. Las entradas a la unidad de control constan de una fuente de potencia dc y una señal proporcional a la posición de la corriente del rotor. *b)* Voltajes aplicados a las bobinas del estator.

Las componentes básicas de un motor dc sin escobillas son

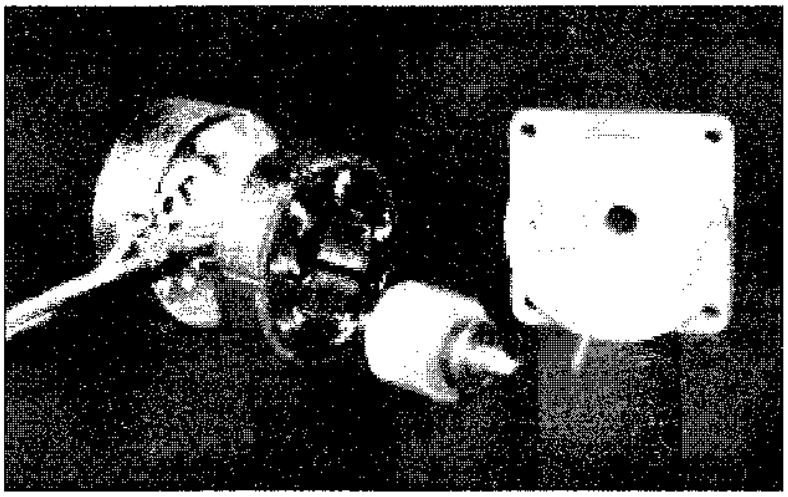
1. Un rotor de imán permanente
2. Un estator con devanado de tres, cuatro o más fases
3. Un sensor de posición del rotor
4. Un circuito electrónico para controlar las fases del devanado del rotor

Un motor dc sin escobillas funciona energizando en cualquier momento una bobina del estator, con un voltaje dc constante. Cuando se energiza la bobina, ésta produce un campo magnético estatórico $\mathbf{B}_S$ y se induce un par sobre el rotor, dado por

$$\boldsymbol{\tau}_{\text{ind}} = k\boldsymbol{B}_R \times \boldsymbol{B}_S$$



a)



b)

Figura 10-41
a) Motor dc típico sin escobillas. *b*) Vista de despiece que muestra el rotor de imán permanente y el estator de tres fases (seis polos) (*cortesía de Carson Technologies, Inc.*)

el cual tiende a alinear el rotor con el campo magnético del estator. En el momento mostrado en la figura 10-40*a*, el campo magnético del estator $\boldsymbol{B}_S$ apunta hacia la izquierda, mientras que el campo magnético del rotor de imán permanente $\boldsymbol{B}_R$ apunta hacia arriba y produce un par sobre el rotor en sentido contrario a las manecillas del reloj. Como resultado, el rotor girará hacia la izquierda.

Si la bobina *a* permaneciera energizada todo el tiempo, el rotor habría girado hasta que los dos campos magnéticos estuvieran alineados y entonces se detendría, justo como un motor de avance paso a paso. La clave de la operación de un motor dc sin escobillas es que incluye un *sensor de posición*, de modo que el circuito de control sabrá cuándo está casi alineado el rotor con el campo magnético del estator. En ese momento se desconectará la bobina *a* y se energizará la bobina *b*; entonces el rotor experimenta de nuevo un par en sentido contrario a las manecillas del reloj y continúa rotando. Este proceso continúa de modo indefinido con la energización de las bobinas en orden *a, b, c, d, -a, -b, -c, -d,* etc.; por tanto, el motor gira continuamente.

La electrónica del circuito de control se puede utilizar para controlar tanto la velocidad como la dirección del motor. El efecto neto de este diseño es un motor que opera conectado a una fuente de potencia dc con control total sobre la velocidad y la dirección de rotación.

Los motores dc sin escobillas están disponibles sólo en tamaños pequeños hasta de 20 W, o algo más, pero tienen muchas ventajas en el rango de tamaño en el que están disponibles. Algunas de sus ventajas principales son:

1. Relativamente alta eficiencia
2. Larga vida y alta confiabilidad
3. Poco o ningún mantenimiento
4. Muy pequeño ruido de RF comparado con un motor dc con escobillas
5. Son posibles muy altas velocidades (mayores de 50,000 r/min)

La principal desventaja radica en que si se tienen dos motores semejantes, el motor dc sin escobillas es más costoso que el motor dc con escobillas.

10-7 RESUMEN

Los motores ac descritos en capítulos anteriores requieren potencia trifásica para funcionar. Puesto que la mayoría de las residencias y los pequeños negocios utiliza sólo fuentes de potencia monofásicas, esos motores no pueden emplearse allí. En este capítulo se describió una serie de motores capaces de operar conectados a una fuente de potencia monofásica.

El primero fue el motor universal: motor dc serie adaptado para operar desde un suministro ac; su característica par-velocidad es similar a la del motor dc serie. Aunque el motor universal tiene un par muy alto, su regulación de velocidad es muy pobre.

Los motores de inducción monofásicos no tienen par de arranque intrínseco, pero cuando alcanzan velocidad, sus características par-velocidad son casi tan buenas como las de los motores trifásicos de tamaño semejante. En estos motores el arranque se consigue adicionando un devanado auxiliar con una corriente cuyo ángulo de fase difiere del devanado principal o sombreando partes de los polos estatóricos.

El par de arranque de un motor de inducción monofásico depende del ángulo de fase entre la corriente del devanado principal y la corriente del devanado auxiliar; el par máximo ocurre cuando este ángulo alcanza 90°. Puesto que la construcción de fase partida suministra sólo una pequeña diferencia de fase entre los devanados principal y auxiliar, su par de arranque es moderado. Los motores de arranque por capacitor tienen devanados auxiliares con un desfasaje de aproximadamente 90°, por tanto tienen pares de arranque grandes. Los motores de capacitor dividido permanente, que tienen capacitores más pequeños, poseen pares de arranque intermedios entre los de los motores de fase partida y los de capacitor de arranque. Los motores de polo sombreado tienen un desfasaje efectivo muy pequeño y, por tanto, pequeño par de arranque.

Los motores de reluctancia y los de histéresis son motores ac para usos especiales que pueden operar a velocidad sincrónica sin los devanados de campo del rotor requeridos por los motores sincrónicos y que pueden acelerar hasta la velocidad sincrónica por sí mismos. Estos motores pueden tener estatores monofásicos o trifásicos.

Los motores de avance paso a paso son motores utilizados para avanzar la posición de un eje u otro dispositivo mecánico una cantidad fijada, cada vez que se recibe un pulso de control. Se utilizan ampliamente en sistemas de control para posicionar objetos.

Los motores dc sin escobillas son similares a los de avance paso a paso con rotores de imán permanente excepto que incluyen un sensor de posición. El sensor de posición es utilizado para conmutar la bobina energizada del estator siempre que el rotor esté casi alineado con él, mientras el motor gira el rotor a una velocidad establecida por el control electrónico. Los motores dc sin escobillas son más costosos que los motores dc comunes pero requieren bajo mantenimiento, son muy confiables, tienen larga vida y bajo ruido para RF. Están disponibles únicamente en tamaños pequeños (20 W y menores).

PREGUNTAS Y TEMAS DE ANÁLISIS

10-1 ¿Qué cambios son necesarios en un motor serie dc para que opere conectado a una fuente de potencia ac?

10-2 ¿Por qué la característica par-velocidad de un motor universal conectado a una fuente de potencia ac es diferente de la característica par-velocidad del mismo motor conectado a una fuente de potencia dc?

10-3 ¿Por qué un motor de inducción monofásico no puede arrancar por sí mismo sin devanados auxiliares especiales?

10-4 ¿Cómo se desarrolla el par inducido en un motor de inducción monofásico *a*) según la teoría del doble campo giratorio y *b*) según la teoría de campo cruzado?

10-5 ¿Cómo provee un devanado auxiliar el par de arranque para los motores de inducción monofásicos?

10-6 ¿Cómo se obtiene el desfasaje de la corriente en el devanado auxiliar de un motor de inducción de fase partida?

10-7 ¿Cómo se logra el desfasaje de la corriente en el devanado auxiliar de un motor de inducción de arranque por capacitor?

10-8 ¿Cómo se compara el par de arranque de un motor de capacitor dividido permanente con el del motor del mismo tamaño de arranque por capacitor?

10-9 ¿Cómo se puede invertir la dirección de rotación de un motor de fase partida o de un motor de inducción de arranque por capacitor?

10-10 ¿Cómo se produce el par de arranque en un motor de polo sombreado?
10-11 ¿Cómo arranca un motor de reluctancia?
10-12 ¿Cómo puede girar a velocidad sincrónica un motor de reluctancia?
10-13 ¿Qué mecanismo produce el par de arranque en un motor de histéresis?
10-14 ¿Qué mecanismo produce el par sincrónico en un motor de histéresis?
10-15 Explique la operación del motor de avance paso a paso.
10-16 ¿Cuál es la diferencia entre el motor de avance paso a paso tipo de imán permanente y el motor de avance paso a paso de tipo reluctancia?
10-17 ¿Cuál es el espaciamiento óptimo entre fases para un motor de avance paso a paso tipo de reluctancia? Explique la respuesta.
10-18 ¿Cuáles son las ventajas y desventajas de los motores de sin escobillas, comparados con los motores de ordinarios de escobillas?

EJERCICIOS

10-1 Un motor de inducción monofásico de fase partida de 120 V, 1/3 hp, 60 Hz, cuatro polos, tiene las siguientes impedancias:

$$R_1 = 2.00\ \Omega \qquad X_1 = 2.56\ \Omega \qquad X_M = 60.5\ \Omega$$
$$R_2 = 2.80\ \Omega \qquad X_2 = 2.56\ \Omega$$

Para un deslizamiento de 0.05, las pérdidas rotacionales del motor son 51 W. Las pérdidas rotacionales pueden suponerse constantes en el rango de operación normal del motor. Si el deslizamiento es 0.05, encuentre el valor de las siguientes magnitudes de este motor:

a) Potencia de entrada
b) Potencia al entrehierro
c) P_{conv}
d) P_{out}
e) τ_{carga}
g) Eficiencia total del motor
h) Factor de potencia del estator

10-2 Repita el ejercicio 10-1, si el deslizamiento del rotor es 0.025
10-3 Suponga que arranca el motor del ejercicio 10-1 y el devanado auxiliar falla abriéndose mientras el rotor está acelerando a 400 r/min. ¿Cuánto par inducido producirá el motor en su devanado principal únicamente? Suponiendo que las pérdidas rotacionales son aún 51 W, ¿continuará acelerando este motor o desacelerará de nuevo? Explique su respuesta.
10-4 Un motor de inducción de arranque por capacitor de 220 V, 1.5 hp, 50 Hz, seis polos, tiene las siguientes impedancias en el devanado principal:

$$R_1 = 1.30\ \Omega \qquad X_1 = 2.01\ \Omega \qquad X_M = 105\ \Omega$$
$$R_2 = 1.73\ \Omega \qquad X_2 = 2.01\ \Omega$$

Para un deslizamiento de 0.05 las pérdidas rotacionales del motor son 291 W. Las pérdidas rotacionales se pueden suponer constantes en el rango de operación normal del motor. Encuentre el valor de las siguientes magnitudes de este motor para un deslizamiento de 5%:

a) Corriente del estator
b) Factor de potencia del estator
c) Potencia de entrada
d) P_{AG}
e) P_{conv}
f) P_{out}
g) τ_{ind}
h) τ_{carga}
i) Eficiencia

10-5 Encuentre el par inducido en el motor del ejercicio 10-4, si está operando a un deslizamiento de 5% y su voltaje en terminales es: *a*) 190 V, *b*) 208 V, *c*) 230 V.

10-6 ¿Qué tipo de motor seleccionaría para cada uno de los siguientes aparatos? Explique su respuesta.
a) Aspiradora
b) Refrigerador
c) Compresor de aire acondicionado
d) Ventilador de aire acondicionado
e) Máquina de coser de velocidad variable
f) Reloj
g) Taladro eléctrico

10-7 Para una aplicación particular, un motor trifásico de avance paso a paso debe avanzar en incrementos de 10°. ¿Cuántos polos debe tener?

10-8 ¿Cuántos pulsos por segundo se deben suministrar a la unidad de control del motor del ejercicio 10-7 para lograr una velocidad rotacional de 600 r/min?

10-9 Construya una tabla que muestre el tamaño del paso contra el número de polos para motores de avance paso a paso de tres y de cuatro fases.

REFERENCIAS

1. Fitzgerald, A. E., and C. Kingsley, Jr. *Electric Machinery.* New York: McGraw-Hill, 1952.
2. National Electrical Manufacturers Association. *Motors and Generators,* Publication No. MG1-1993. Washington, D. C.: NEMA, 1993.
3. Werninck, E. H. (ed.). *Electric Motor Handbook.* London: McGraw-Hill, 1978.
4. Veinott, G. C. *Fractional and Subfractional Horsepower Electric Motors.* New York: McGraw-Hill, 1970.

U.N.T. Cimarrón

APÉNDICE A

REPASO DE CIRCUITOS TRIFÁSICOS

Casi toda la generación de potencia eléctrica y la mayoría de la transmisión de potencia en el mundo actual emplean circuitos trifásicos de corriente alterna. Un sistema trifásico de potencia consta de generadores trifásicos, líneas de transmisión y cargas. Los sistemas de potencia ac tienen gran ventaja sobre los sistemas dc porque sus niveles de voltaje se pueden cambiar para reducir pérdidas de transmisión, como se describió en el capítulo 2. Los sistemas *trifásicos* de potencia ac tienen gran ventaja sobre los sistemas de potencia monofásicos debido a que es posible obtener más potencia por libra de metal de una máquina trifásica y también porque la potencia suministrada a una carga trifásica es constante en todo momento y no pulsante, como en los sistemas monofásicos. Los sistemas trifásicos también utilizan motores de inducción más fáciles de manejar debido al sistema de arranque sin devanados auxiliares especiales.

A-1 GENERACIÓN DE VOLTAJES Y CORRIENTES TRIFÁSICAS

Un generador trifásico consta de tres generadores monofásicos cuyos voltajes son iguales en magnitud pero difieren entre sí por el ángulo de fase de 120°. Cada uno de estos tres generadores podría estar conectado por un par de hilos a una de tres cargas idénticas y el sistema de potencia resultante sería como el que se muestra en la figura A-1*c*. Tal sistema consta realmente de tres circuitos monofásicos que tienen diferencia de fase de 120°. La corriente que fluye en cada carga puede ser hallada a partir de la ecuación

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}}{Z} \tag{A-1}$$

Por tanto, las corrientes que fluyen en las tres fases son

$$\mathbf{I}_A = \frac{V\angle 0°}{Z\angle\theta} = I\angle -\theta$$

$$\mathbf{I}_B = \frac{V\angle -120°}{Z\angle\theta} = \mathrm{I}\angle -120° - \theta$$

$$\mathbf{I}_C = \frac{V\angle -240°}{Z\angle\theta} = \mathrm{I}\angle -240° - \theta$$

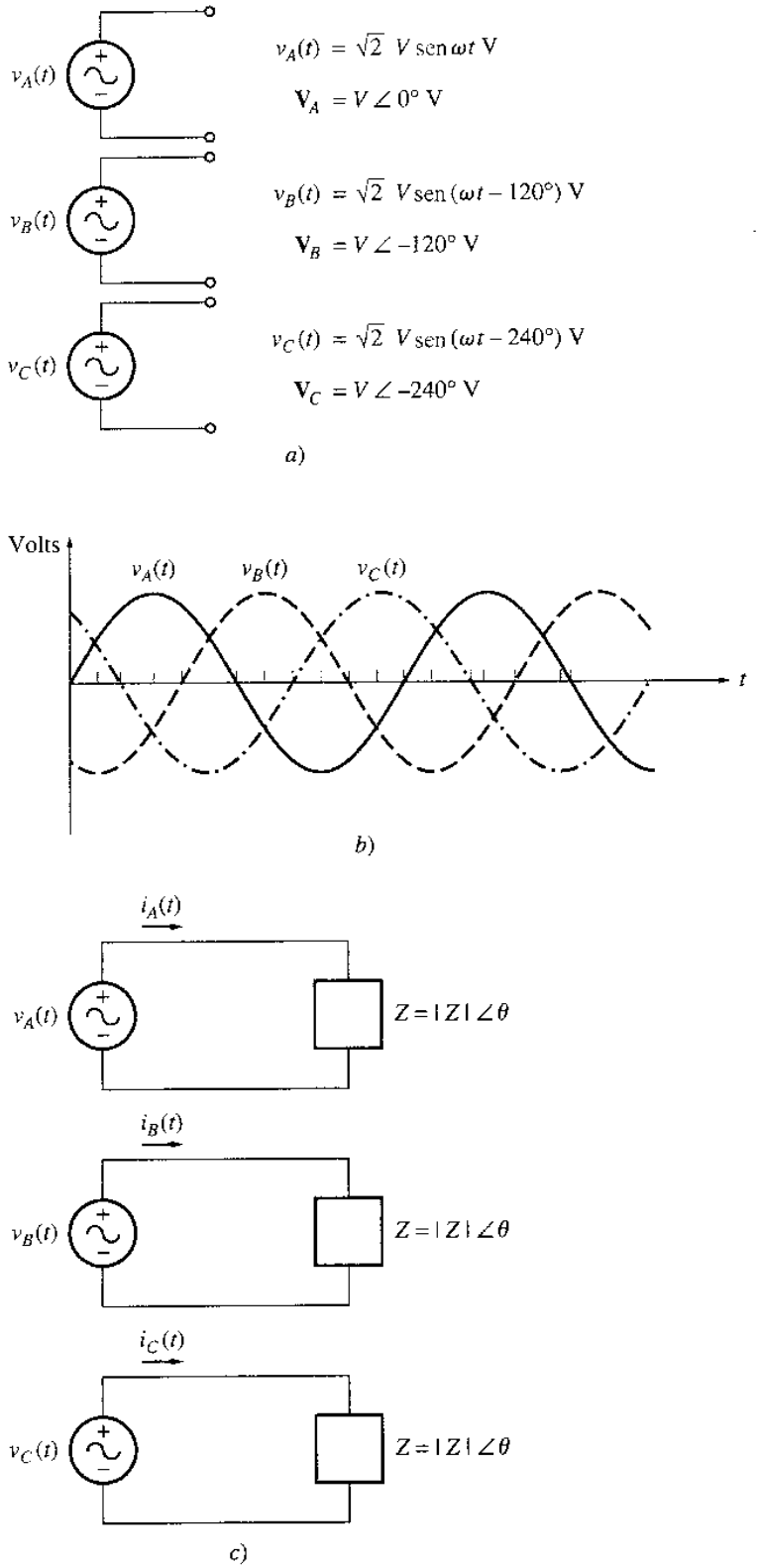


Figura A-1
Generador trifásico que consta de tres fuentes monofásicas iguales en magnitud y desfasadas 120°.

Tres de los seis conductores mostrados en este sistema de potencia *no son necesarios* para que los generadores suministren potencia a las cargas. En consideración de la discusión, supóngase que los extremos negativos de cada generador y cada carga se unen entre sí. En este caso, los tres conductores de retorno en el sistema podrían ser remplazados por uno solo (llamado el *neutro*) y la corriente podría retornar aún de las cargas a los generadores.

¿Cuánta corriente está fluyendo en el conductor del neutro mostrado en la figura A-2? La corriente de retorno será la suma de las corrientes que fluyen a cada carga individual en el sistema de potencia. Esta corriente está dada por

$$\begin{aligned}\mathbf{I}_N &= \mathbf{I}_A + \mathbf{I}_B + \mathbf{I}_C \\ &= I \angle -\theta + I \angle -\theta - 120° + I \angle -\theta - 240° \\ &= I \cos(-\theta) + jI \operatorname{sen}(-\theta) + I \cos(-\theta - 120°) + jI \operatorname{sen}(-\theta - 120°) \\ &\quad + I \cos(-\theta - 240°) + jI \operatorname{sen}(-\theta - 240°) \\ &= I [\cos(-\theta) + \cos(-\theta - 120°) + \cos(-\theta - 240°)] + \\ &\quad jI [\operatorname{sen}(-\theta) + \operatorname{sen}(-\theta - 120°) + \operatorname{sen}(-\theta - 240°)]\end{aligned} \tag{A-2}$$

Aplicando la fórmula de suma de ángulos se obtiene

$$\begin{aligned}\mathbf{I}_N &= I [\cos(-\theta) + \cos(-\theta)\cos 120° + \operatorname{sen}(-\theta)\operatorname{sen} 120° \\ &\quad + \cos(-\theta)\cos 240° + \operatorname{sen}(-\theta)\operatorname{sen} 240°] \\ &\quad jI [\operatorname{sen}(-\theta) + \operatorname{sen}(-\theta)\cos 120° - \cos(-\theta)\operatorname{sen} 120° \\ &\quad + \operatorname{sen}(-\theta)\cos 240° - \cos(-\theta)\operatorname{sen} 240°] \\ &= I \left[\cos(-\theta) - \frac{1}{2}\cos(-\theta) + \frac{\sqrt{3}}{2}\operatorname{sen}(-\theta) - \frac{1}{2}\cos(-\theta) - \frac{\sqrt{3}}{2}\operatorname{sen}(-\theta)\right] \\ &\quad + jI\left[\operatorname{sen}(-\theta) - \frac{1}{2}\operatorname{sen}(-\theta) - \frac{\sqrt{3}}{2}\cos(-\theta) - \frac{1}{2}\operatorname{sen}(-\theta) + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos(-\theta)\right] \\ &= 0 \text{ A}\end{aligned}$$

Mientras las tres cargas sean iguales, la corriente de retorno en el neutro es cero. Un sistema de potencia en el cual los tres generadores tienen voltajes que son exactamente iguales en magnitud y tienen 120° de diferencia en fase, y las tres cargas son iguales en magnitud y ángulo, es llamado *sistema trifásico balanceado*. En tal sistema, el neutro es innecesario.

Se dice que el sistema de potencia trifásico ilustrado en las figuras A-1 y A-2 tiene *secuencia abc* puesto que los voltajes en las tres fases alcanzan su valor máximo en el orden *a, b, c* (*véase* figura A-1*b*). También es posible conectar un sistema de potencia trifásico con una secuencia de fases *acb*. En un sistema trifásico de potencia con secuencia *acb*, los voltajes en las fases alcanzan su valor máximo en el orden *a, c, b*. El resultado deducido antes es igualmente válido para las secuencias *abc* y *acb*.

Una conexión como la mostrada en la figura A-2 se llama conexión en Y ya que se parece a una letra Y. Otra conexión posible es la conexión Δ, en la cual los tres generadores están conectados el positivo del uno con el negativo del otro. Esta conexión será estudiada con más detalle en la próxima sección.

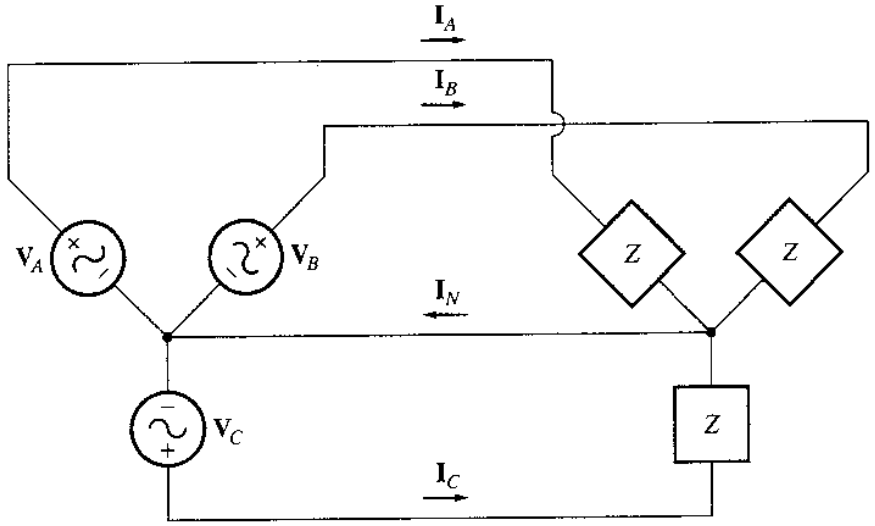


Figura A-2
Los tres circuitos conectados conjuntamente con un neutro común.

A-2 VOLTAJES Y CORRIENTES EN UN CIRCUITO TRIFÁSICO

En un sistema de potencia trifásico, cada generador y cada carga pueden ser conectados en Y o en Δ. Cualquier número de generadores y cargas conectados en Y y en Δ se pueden juntar en un sistema de potencia.

La figura A-3 muestra generadores conectados en Y y en Δ. Los voltajes y corrientes en una fase dada se llaman *cantidades de fase* (notadas con el subíndice ϕ); los voltajes y corrientes en las líneas conectadas a los generadores se llaman *cantidades de línea* (notadas con el subíndice L). Para un generador o carga dados, las relaciones entre las cantidades de línea y las cantidades de fase dependen del tipo de conexión utilizado por ese generador o carga. Estas relaciones serán exploradas en seguida para cada una de las conexiones en Y y en Δ.

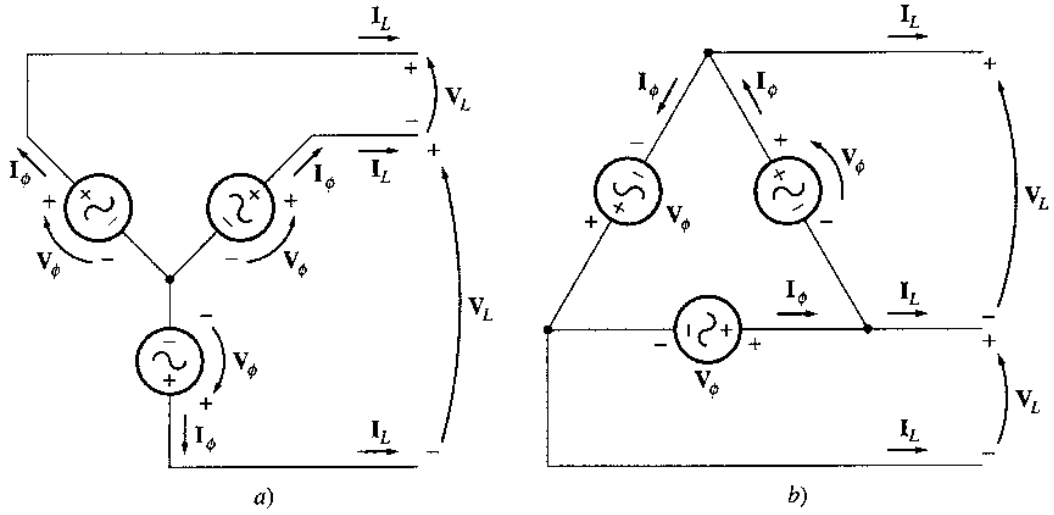


Figura A-3
a) Conexión en Y. *b*) Conexión en Δ.

Conexión en ye (Y)

En la figura A-4 se muestra un generador trifásico conectado en Y a una carga resistiva. Los voltajes de fase en este generador están dados por

$$\mathbf{V}_A = V \angle 0° \tag{A-3a}$$

$$\mathbf{V}_B = V \angle -120° \tag{A-3b}$$

$$\mathbf{V}_C = V \angle -240° \tag{A-3c}$$

Puesto que la carga conectada a este generador es resistiva, la corriente en cada fase del generador tendrá el mismo ángulo del voltaje. En consecuencia, la corriente en cada fase estaría dada por

$$\mathbf{I}_A = I \angle 0°$$

$$\mathbf{I}_B = I \angle -120°$$

$$\mathbf{I}_C = I \angle -240°$$

De la figura A-4, es obvio que la corriente en cualquiera de las líneas es igual a la de la fase correspondiente. En una conexión en Y

$$\boxed{I_L = I_\phi \quad \text{Conexión en Y}} \tag{A-4}$$

La relación entre el voltaje de línea y el voltaje de fase es algo más compleja. Por la ley de voltajes de Kirchhoff, el voltaje de línea $\mathbf{V}_{L1}$ está dado por

$$\begin{aligned}
\mathbf{V}_{L1} &= \mathbf{V}_A - \mathbf{V}_B \\
&= V\angle 0° - V\angle -120° \\
&= V - \left(-\frac{1}{2}V - j\frac{\sqrt{3}}{2}V\right) = \frac{3}{2}V + j\frac{\sqrt{3}}{2}V \\
&= \sqrt{3}V\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{1}{2}\right) \\
&= \sqrt{3}V\angle 30°
\end{aligned}$$

Por tanto, la relación entre las magnitudes del voltaje de línea y el voltaje de fase en un generador o una carga conectados en Y es

$$\boxed{V_L = \sqrt{3}V_\phi \quad \text{Conexión en Y}} \tag{A-5}$$

Además, los voltajes de línea están desfasados 30° con respecto a los voltajes de fase. En la figura A-5 se muestran los voltajes de línea y de fase para una conexión en Y.

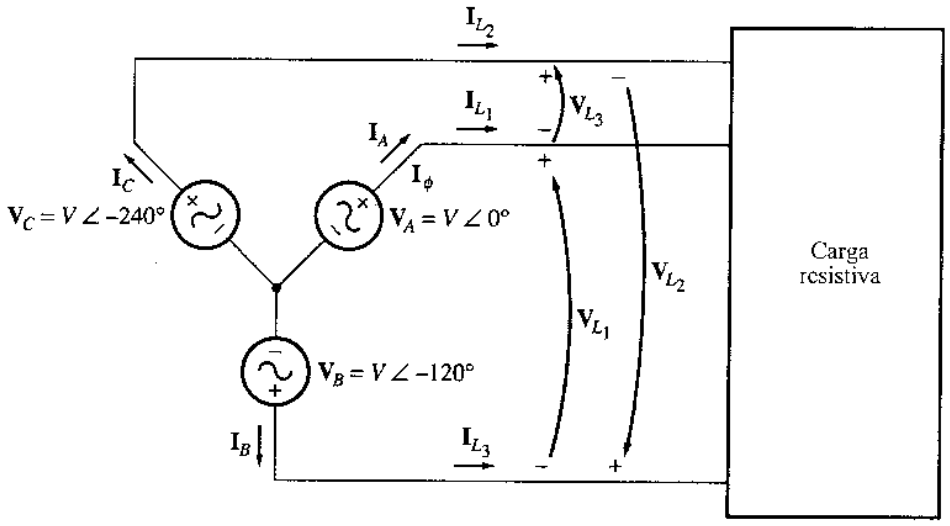


Figura A-4
Generador conectado en Y, con carga resistiva.

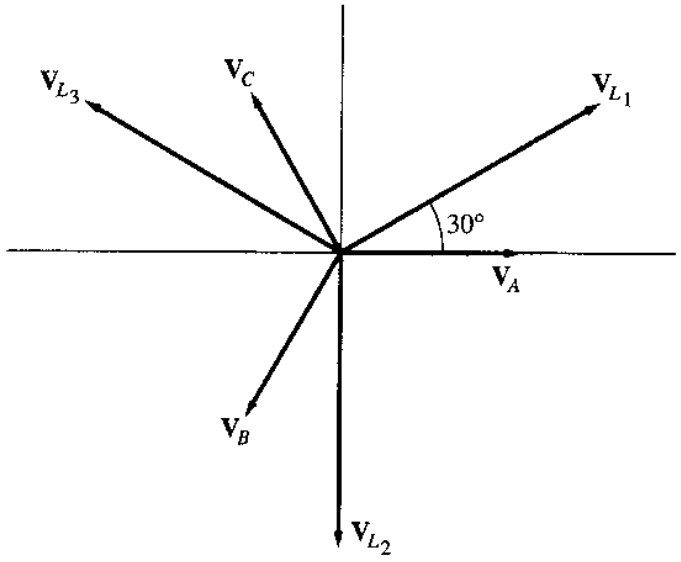


Figura A-5
Voltajes de línea y de fase para la conexión en Y de la figura A-4.

Conexión en delta (Δ)

En la figura A-6 se muestra un generador trifásico en Δ conectado a una carga resistiva. Los voltajes en este generador están dados por

$$\mathbf{V}_A = V \angle 0°$$
$$\mathbf{V}_B = V \angle -120°$$
$$\mathbf{V}_C = V \angle -240°$$

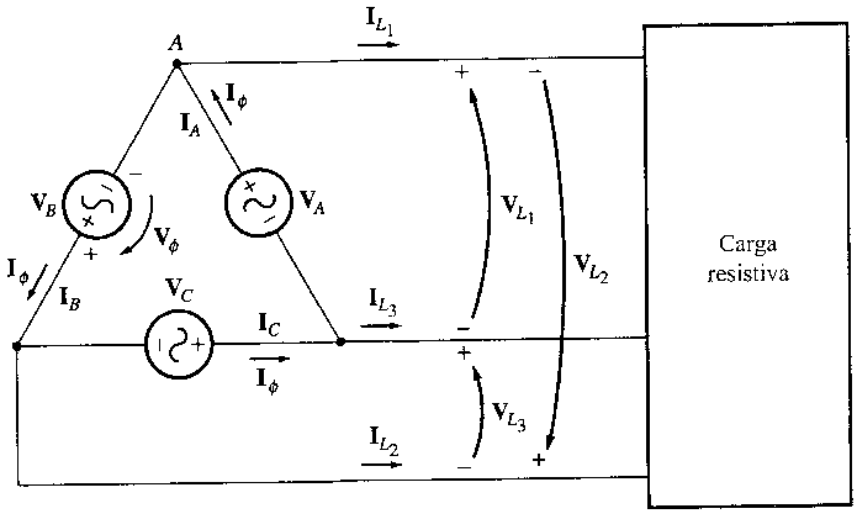


Figura A-6
Generador conectado en Δ, con carga resistiva.

Puesto que la carga es resistiva, las corrientes de fase están dadas por

$$\mathbf{I}_A = I \angle 0°$$
$$\mathbf{I}_B = I \angle -120°$$
$$\mathbf{I}_C = I \angle -240°$$

En el caso de la conexión en Δ, es obvio que el voltaje en cualquiera de las líneas será igual al de la fase correspondiente. *En una conexión en* Δ.

$$\boxed{V_L = V_\phi \quad \text{Conexión en } \Delta} \tag{A-6}$$

La relación entre las corrientes de línea y las corrientes de fase es más compleja. Aplicando a un nodo de la Δ la ley de corrientes de Kirchhoff se puede encontrar tal relación. Escogiendo el nodo A se obtiene la ecuación

$$\begin{aligned}
\mathbf{I}_{L1} &= \mathbf{I}_A - \mathbf{I}_B \\
&= I\angle 0° - I\angle -120° \\
&= I - \left(-\frac{1}{2}I - j\frac{\sqrt{3}}{2}I\right) = \frac{3}{2}I + j\frac{\sqrt{3}}{2}I \\
&= \sqrt{3}I\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{1}{2}\right) \\
&= \sqrt{3}I\angle 30°
\end{aligned}$$

Por consiguiente, la relación entre las magnitudes de las corrientes de línea y las corrientes de fase en un generador o carga conectados en Δ es

$$\boxed{I_L = \sqrt{3} I_\phi \quad \text{Conexión en } \Delta} \tag{A-7}$$

y las corrientes de línea están desfasadas 30° con respecto a las respectivas corrientes de fase.

Aunque las relaciones entre los voltajes y las corrientes de línea y de fase para las conexiones Y y Δ fueron deducidas partiendo de un factor de potencia unitaria, son válidas para cualquier factor de potencia. Suponer cargas con factor de potencia unitaria, simplemente facilita la matemática de este desarrollo.

A-3 RELACIONES DE POTENCIA EN CIRCUITOS TRIFÁSICOS

La figura A-7 muestra una carga balanceada conectada en Y cuya impedancia de fase es $Z\angle\theta°$. Los voltajes trifásicos están dados por

$$v_A(t) = \sqrt{2}V \text{ sen } \omega t$$
$$v_B(t) = \sqrt{2}V \text{ sen } (\omega t - 120°)$$
$$v_C(t) = \sqrt{2}V \text{ sen } (\omega t - 240°)$$

y las corrientes trifásicas están dadas por

$$i_A(t) = \sqrt{2}I \text{ sen}(\omega t - \theta)$$
$$i_B(t) = \sqrt{2}I \text{ sen}(\omega t - 120° - \theta)$$
$$i_C(t) = \sqrt{2}I \text{ sen}(\omega t - 240° - \theta)$$

¿Cuánta potencia está siendo suministrada a esta carga?

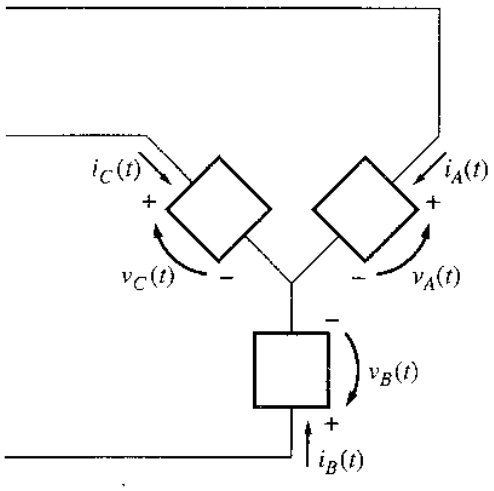


Figura A-7
Carga balanceada conectada en Y.

La potencia instantánea suministrada a una fase de la carga está dada por la ecuación

$$\boxed{p(t) = v(t)i(t)} \tag{A-8}$$

Entonces, la potencia suministrada a cada fase de la carga es

$$p_A(t) = v_A(t)i_A(t) = 2VI \operatorname{sen}(\omega t) \operatorname{sen}(\omega t - \theta) \tag{A-9a}$$

$$p_B(t) = v_B(t)i_B(t) = 2VI \operatorname{sen}(\omega t - 120°) \operatorname{sen}(\omega t - 120° - \theta) \tag{A-9b}$$

$$p_C(t) = v_C(t)i_C(t) = 2VI \operatorname{sen}(\omega t - 240°) \operatorname{sen}(\omega t - 240° - \theta) \tag{A-9c}$$

Cierta identidad trigonométrica establece que

$$\operatorname{sen}\alpha \operatorname{sen}\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$$

Aplicando esta identidad a las ecuaciones A-9, se obtienen nuevas expresiones para la potencia en cada fase de la carga:

$$p_A(t) = VI[\cos\theta - \cos(2\omega t - \theta)] \tag{A-10a}$$

$$p_B(t) = VI[\cos\theta - \cos(2\omega t - 240° - \theta)] \tag{A-10b}$$

$$p_C(t) = VI[\cos\theta - \cos(2\omega t - 480° - \theta)] \tag{A-10c}$$

La potencia total suministrada a la carga trifásica es entonces

$$\begin{aligned} p_{\text{tot}}(t) &= p_A(t) + p_B(t) + p_C(t) \\ &= 3VI\cos\theta \end{aligned}$$

La potencia total suministrada a una carga trifásica balanceada es constante todo el tiempo. El hecho de que un sistema de potencia trifásico suministre potencia constante es una de sus mayores ventajas comparado con las fuentes monofásicas.

Ecuaciones de potencia trifásica

La figura A-8 muestra una carga monofásica con un voltaje aplicado a ella. Las potencias real, reactiva y aparente suministradas a esta carga monofásica están dadas por

$$P_{1\phi} = VI\cos\theta \tag{A-11}$$

$$Q_{1\phi} = VI\operatorname{sen}\theta \tag{A-12}$$

$$S_{1\phi} = VI \tag{A-13}$$

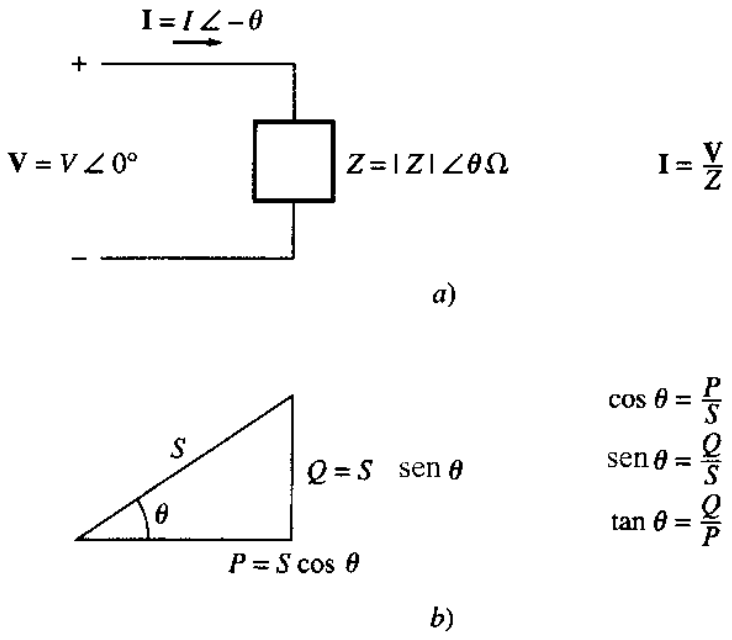


Figura A-8
Carga monofásica con impedancia $\mathbf{Z} = |\mathbf{Z}| \angle\theta^\circ\ \Omega$.

donde V = voltaje a través de la carga
I = corriente a través de la carga
θ = ángulo entre el voltaje y la corriente a través de la carga.

El coseno del ángulo se conoce como *factor de potencia* de la carga.

Las potencias real, reactiva y aparente suministradas a una carga están relacionadas por el *triángulo de potencia*. En la figura A-8*b* se muestra un triángulo de potencia. El ángulo en la esquina inferior izquierda es el ángulo θ. El lado adyacente de este triángulo es la potencia real P suministrada a la carga, el lado del triángulo opuesto a θ es la potencia reactiva Q suministrada a la carga y la hipotenusa del triángulo es la potencia aparente S de la carga.

El triángulo de potencia muestra con claridad las relaciones entre la potencia real, la potencia reactiva, la potencia aparente y el factor de potencia.

La ley de Ohm y el triángulo de potencia pueden utilizarse para deducir expresiones alternativas para las potencias real, reactiva y aparente suministradas a la carga. Puesto que la magnitud del voltaje a través de la carga está dada por

$$V = I|Z|$$

Las ecuaciones (A-11) a (A-13) se pueden expresar en términos de corriente e impedancia como

$$P_{1\phi} = I^2|Z| \cos\theta \tag{A-14}$$

$$Q_{1\phi} = I^2|Z| \operatorname{sen}\theta \tag{A-15}$$

$$S_{1\phi} = I^2|Z| \tag{A-16}$$

Las ecuaciones monofásicas (A-11) a (A-16) se aplican a *cada fase* de una carga trifásica conectada en Y o en Δ; por tanto, las potencias real, reactiva y aparente suministradas a una carga trifásica balanceada están dadas por

$$P = 3V_\phi I_\phi \cos\theta \tag{A-17}$$

$$Q = 3V_\phi I_\phi \operatorname{sen}\theta \tag{A-18}$$

$$S = 3V_\phi I_\phi \tag{A-19}$$

$$P = 3I_\phi^2 |Z| \cos\theta \tag{A-20}$$

$$Q = 3I_\phi^2 |Z| \operatorname{sen}\theta \tag{A-21}$$

$$S = 3I_\phi^2 |Z| \tag{A-22}$$

De nuevo, el ángulo θ es el ángulo entre el voltaje y la corriente en cualquier fase de la carga (es el mismo en las tres fases), y el factor de potencia de la carga es el coseno del ángulo de la impedancia. Las relaciones del triángulo de potencia también se aplican.

Es posible deducir expresiones para la potencia en una carga trifásica balanceada en términos de las cantidades de línea. Esta deducción debe hacerse por separado para cargas conectadas en Y y en Δ puesto que las relaciones entre las cantidades de línea y las de fase son diferentes para cada tipo de conexión.

Para una carga conectada en Y, la potencia consumida por la carga está dada por

$$P = 3V_\phi I_\phi \cos\theta \tag{A-17}$$

Para este tipo de carga, $I_L = I_\varphi$ y $V_L = \sqrt{3}\, V_\phi$ tal que la potencia consumida por la carga puede expresarse también como

$$P = 3\left(\frac{V_L}{\sqrt{3}}\right) I_L \cos\theta$$

$$\boxed{P = \sqrt{3} V_L I_L \cos\theta} \tag{A-23}$$

Para una carga conectada en Δ, la potencia consumida por la carga está dada por

$$P = 3V_\phi I_\phi \cos\theta \tag{A-17}$$

Para este tipo de carga $I_L = \sqrt{3}\, I_\varphi$ y $V_L = V_\varphi$ tal que la potencia consumida por la carga puede expresarse también en términos de las cantidades de línea como

$$P = 3V_L\left(\frac{I_L}{\sqrt{3}}\right)_L \cos\theta$$

$$\boxed{P = \sqrt{3}V_L I_L \cos\theta} \tag{A-23}$$

Esta ecuación es la que se dedujo para una carga conectada en Y; por tanto, la ecuación (A-23) da la potencia de una carga trifásica balanceada en términos de las cantidades de línea *independientemente de la conexión de la carga.* Las potencias reactiva y aparente de la carga en términos de las cantidades de línea son

$$Q = \sqrt{3}V_L I_L \operatorname{sen}\theta \tag{A-24}$$

$$S = \sqrt{3}V_L I_L \tag{A-25}$$

Es importante tener en cuenta que los términos cos θ y sen θ, que aparecen en las ecuaciones (A-23) y (A-24), son el coseno y el seno del ángulo entre el voltaje de *fase* y la corriente de *fase,* no el ángulo entre el voltaje de línea y la corriente de línea. Recuérdese que hay un defasaje de 30° entre los voltajes de línea y de fase, en una conexión en Y, y entre la corriente de línea y la corriente de fase, para una conexión en Δ; en consecuencia, es importante no tomar el ángulo entre el voltaje de línea y la corriente de línea.

A-4 ANÁLISIS DE SISTEMAS TRIFÁSICOS BALANCEADOS

Si un sistema de potencia trifásico está balanceado, es posible determinar los voltajes, corrientes y potencias en varios puntos del circuito, con un *circuito equivalente por fase.* Esta idea se ilustra en la figura A-9, en la que un generador conectado en Y suministra potencia a una carga conectada en Y a través de una línea trifásica de transmisión.

En tal sistema balanceado, podría insertarse un hilo neutro sin afectar el sistema puesto que no fluye corriente en ese hilo. Este sistema con hilo extra insertado se muestra en la figura A-9*b*. Nótese también que las tres fases son *idénticas* excepto por un ángulo de defasaje de 120°. Por consiguiente, es posible analizar un circuito que consta de *una fase y el neutro;* los resultados de este análisis serán válidos para las otras dos fases si se incluye el defasaje de 120°. Tal circuito por fase se muestra en la figura A-9*c*.

Sin embargo, existe un problema asociado a esta técnica: se requiere que la línea neutra esté disponible (al menos conceptualmente) para proporcionar un camino de retorno a la corriente que va desde las cargas hasta el generador. Esto es perfecto para fuentes y cargas conectadas en Y, pero no puede conectarse neutro alguno a fuentes y cargas conectadas en Δ.

¿Cómo pueden incluirse fuentes y cargas conectadas en Δ en un sistema de potencia para ser analizadas? La técnica normal es transformar las impedancias mediante la teoría elemental de transformación Y-Δ de circuitos. La transformación Y-Δ establece que una carga conectada en Δ, que consta de tres impedancias —cada una de valor Z—, es equivalente a una carga conectada en Y, que consta de tres impedancias —cada una de valor $Z/3$ (*véase* figura A-10). Esta equivalencia significa que los voltajes, corrientes y potencias suministradas a las dos cargas no pueden ser distinguidos de algún modo por algo externo a la carga en sí.

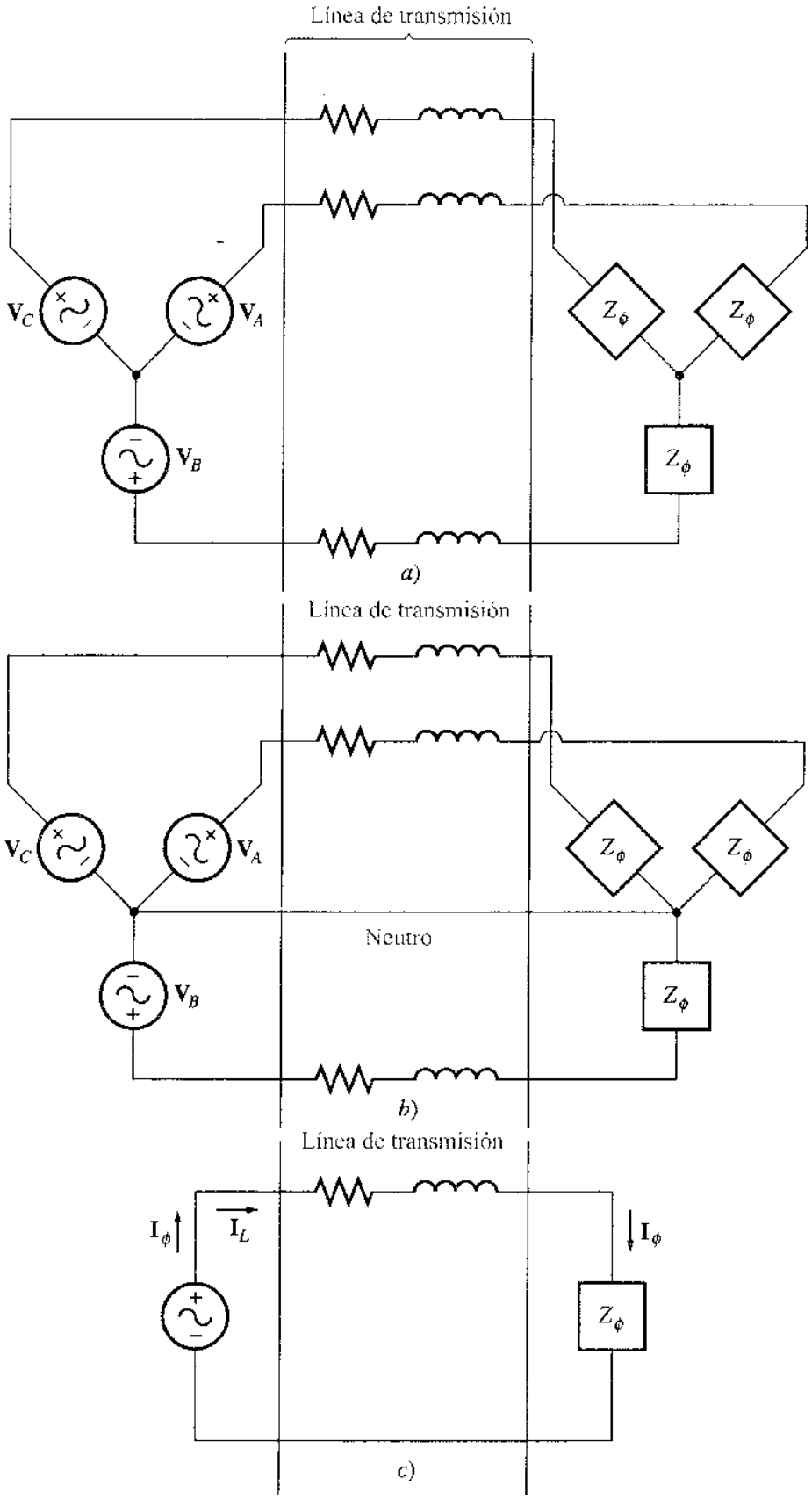


Figura A-9
a) Generador y carga conectados en Y. *b*) Sistema con neutro inserto. *c*) Forma de este circuito en por fase.

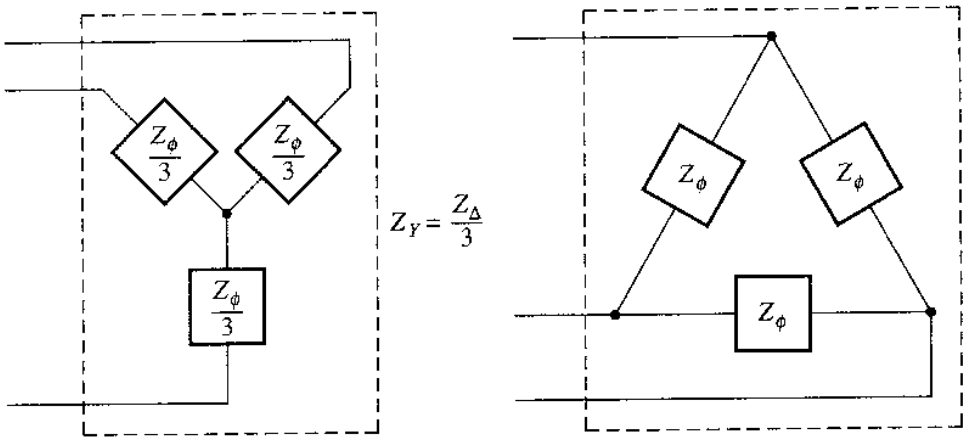


Figura A-10
Transformación Y-Δ. Una impedancia conectada en Y de $Z/3$ Ω es totalmente equivalente a una impedancia conectada en Δ de Z Ω, para cualquier circuito conectado en los terminales de la carga.

Si las fuentes o cargas conectadas en Δ incluyen fuentes de voltaje, las magnitudes de estas fuentes deben graduarse de acuerdo con la ecuación (A-5); también debe incluirse el efecto del defasaje de 30°.

Ejemplo A-1 Un sistema de potencia trifásico, de 208 V, se muestra en la figura A-11. Consta de un generador trifásico ideal de 208 V, en Y, conectado a través de una línea trifásica de transmisión a una carga conectada en Y. La línea de transmisión tiene una impedancia de $0.06 + j0.12$ Ω por fase y la carga tiene una impedancia de $12 + j9$ Ω por fase. Para este sencillo sistema de potencia encuentre

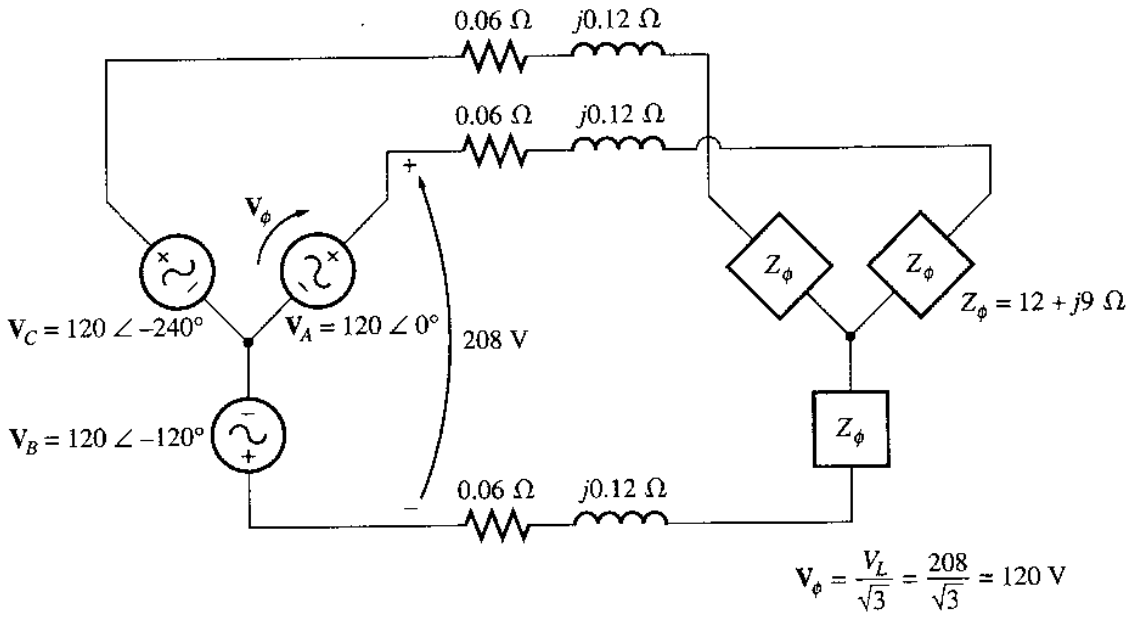


Figura A-11
Circuito trifásico del ejemplo A-1.

a) La magnitud de la corriente de línea I_L
b) La magnitud de los voltajes de línea y de fase en la carga V_{LL} y $V_{\phi L}$
c) Las potencias real, reactiva y aparente consumidas por la carga
d) Factor de potencia de la carga
e) Las potencias real, reactiva y aparente consumidas por la línea de transmisión
f) Las potencias real, reactiva y aparente suministradas por el generador
g) El factor de potencia del generador

Solución. Puesto que tanto el generador como la carga en este sistema de potencia están conectados en Y, es muy simple construir el circuito equivalente por fase. Este circuito se muestra en la figura A-12.

a) La corriente de línea que fluye en el circuito equivalente por fase está dada por

$$\begin{aligned}\mathbf{I}_{\text{línea}} &= \frac{\mathbf{V}}{Z_{\text{línea}} + Z_{\text{carga}}} \\ &= \frac{120 \angle 0° \text{ V}}{(0.06 + j0.12\ \Omega) + (12 + j9\ \Omega)} \\ &= \frac{120 \angle 0°}{12.06 + j9.12} = \frac{120 \angle 0°}{15.12 \angle 37.1°} \\ &= 7.94 \angle -37.1° \text{ A}\end{aligned}$$

La magnitud de la corriente de línea es 7.94 A.

b) El voltaje de fase en la carga es el voltaje a través de una fase de la carga. Este voltaje es el producto de la impedancia de fase y la corriente de fase en la carga:

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_{\phi L} &= \mathbf{I}_{\phi L} Z_{\phi L} \\ &= (7.94 \angle -37.1° \text{ A})(12 + j9\ \Omega) \\ &= (7.94 \angle -37.1° \text{ A})(15 \angle 36.9°\ \Omega) \\ &= 119.1 \angle -0.2° \text{ V}\end{aligned}$$

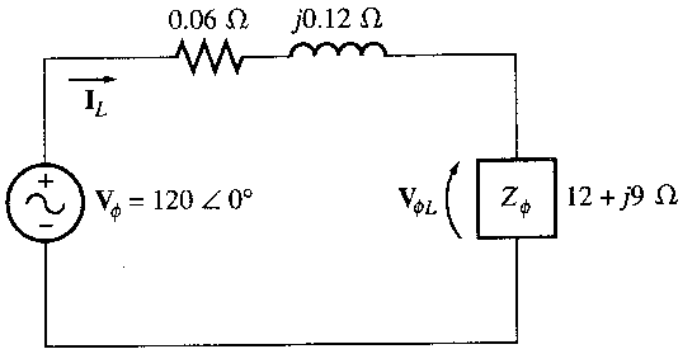


Figura A-12
Circuito del ejemplo A-1 en por fase.

Por tanto, la magnitud del voltaje de fase en la carga es

$$V_{\phi L} = 119.1 \text{ V}$$

y la magnitud del voltaje de línea en la carga es

$$V_{LL} = \sqrt{3}V_{\phi L} = 206.3 \text{ V}$$

c) La potencia real consumida por la carga es

$$\begin{aligned} P_{\text{carga}} &= 3V_\phi I_\phi \cos\theta \\ &= 3(119.1 \text{ V})(7.94 \text{ A}) \cos 36.9° \\ &= 2270 \text{ W} \end{aligned}$$

La potencia reactiva consumida por la carga es

$$\begin{aligned} Q_{\text{carga}} &= 3V_\phi I_\phi \operatorname{sen}\theta \\ &= 3(119.1 \text{ V})(7.94 \text{ A}) \operatorname{sen} 36.9° \\ &= 1702 \text{ VAR} \end{aligned}$$

La potencia aparente consumida por la carga es

$$\begin{aligned} S_{\text{carga}} &= 3V_\phi I_\phi \\ &= 3(119.1 \text{ V})(7.94 \text{ A}) \\ &= 2839 \text{ VA} \end{aligned}$$

d) El factor de potencia de la carga es

$$\text{PF}_{\text{carga}} = \cos\theta = \cos 36.9° = 0.8 \quad \text{en atraso}$$

e) La corriente en la línea de transmisión es $7.94 \angle -37.1°$ A y la impedancia de la línea es $0.06 + j\,0.12\ \Omega$ o $0.134 \angle 63.4°\ \Omega$ por fase. Entonces, las potencias real, reactiva y aparente consumidas en la línea son

$$\begin{aligned} P_{\text{línea}} &= 3I_\phi^2 |Z| \cos\theta \\ &= 3(23.4 \text{ A})^2(0.134\ \Omega) \cos 63.4° \\ &= 98.6 \text{ W} \end{aligned} \tag{A-20}$$

$$\begin{aligned} Q_{\text{línea}} &= 3I_\phi^2 |Z| \operatorname{sen}\theta \\ &= 3(23.4 \text{ A})^2(0.134\ \Omega) \operatorname{sen} 63.4° \\ &= 197 \text{ VAR} \end{aligned} \tag{A-21}$$

$$\begin{aligned} S_{\text{línea}} &= 3I_\phi^2 |Z| \\ &= 3(23.4 \text{ A})^2(0.134\ \Omega) \\ &= 220 \text{ VA} \end{aligned} \tag{A-22}$$

f) Las potencias real y reactiva suministradas por el generador son la suma de las potencias consumidas por la línea y la carga:

$$\begin{aligned} P_{\text{gen}} &= P_{\text{línea}} + P_{\text{carga}} \\ &= 11.3 \text{ W} + 2270 \text{ W} = 2281 \text{ W} \\ Q_{\text{gen}} &= Q_{\text{línea}} + Q_{\text{carga}} \\ &= 22.7 \text{ VAR} + 1702 \text{ VAR} = 1725 \text{ VAR} \end{aligned}$$

La potencia aparente del generador es la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de las potencias real y reactiva:

$$S_{\text{gen}} = \sqrt{P_{\text{gen}}^2 + Q_{\text{gen}}^2} = 2860 \text{ VA}$$

g) Del triángulo de potencias, el ángulo del factor de potencia θ es

$$\theta_{\text{gen}} = \tan^{-1} \frac{Q_{\text{gen}}}{P_{\text{gen}}} = \tan^{-1} \frac{1725 \text{ VAR}}{2281 \text{ W}} = 37.1°$$

Entonces, el factor de potencia del generador es

$$\text{PF}_{\text{gen}} = \cos 37.1° = 0.798 \quad \text{en atraso}$$

●

Ejemplo A-2 Repita el ejemplo A-1 para una carga conectada en Δ.

Solución. Este sistema de potencia se muestra en la figura A-13. Puesto que la carga en este sistema de potencia está conectada en Δ, debe ser convertida a su equivalente en Y. La impedancia de fase de la carga conectada en Δ es $12 + j9\ \Omega$; por tanto, la impedancia por fase equivalente en Y es

$$Z_{\text{Y}} = \frac{Z_{\Delta}}{3} = 4 + j3\ \Omega$$

El circuito equivalente por fase resultante de este sistema se muestra en la figura A-14.

a) La corriente de línea que fluye en el circuito equivalente por fase está dada por

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_{\text{línea}} &= \frac{\mathbf{V}_{\phi}}{Z_{\text{línea}} + Z_{\text{carga}}} \\ &= \frac{120 \angle 0° \text{ V}}{(0.06 + j0.12\ \Omega) + (4 + j3\ \Omega)} \\ &= \frac{120 \angle 0°}{4.06 + j3.12} = \frac{120 \angle 0°}{5.12 \angle 37.5°} \\ &= 23.4 \angle -37.5° \text{ A} \end{aligned}$$

La magnitud de la corriente de línea es 23.4 A.

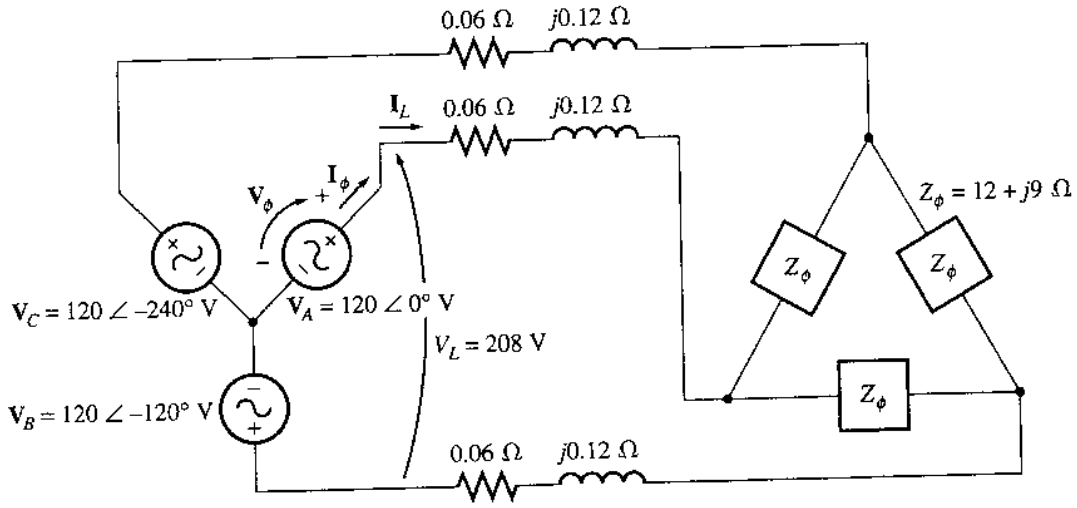


Figura A-13
Circuito trifásico del ejemplo A-2.

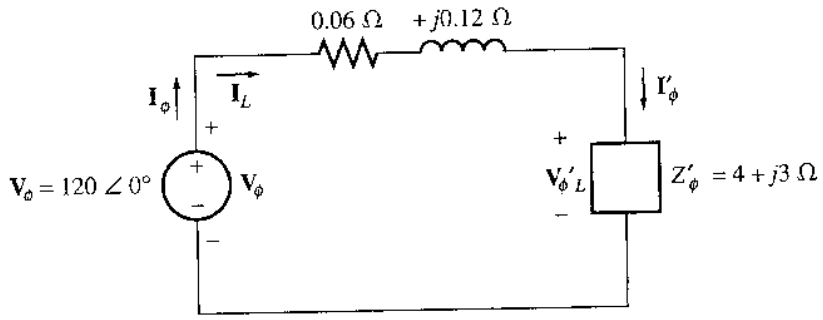


Figura A-14
Circuito por fase del ejemplo A-2.

b) El voltaje de fase en la carga en Y equivalente es el voltaje a través de una fase de la carga. Este voltaje es el producto de la impedancia de fase y la corriente de fase de la carga:

$$\begin{aligned}\mathbf{V}'_{\phi L} &= \mathbf{I}'_{\phi L} Z'_{\phi L} \\ &= (23.4 \angle -37.5° \text{ A})(4 + j3\ \Omega) \\ &= (23.4 \angle -37.5° \text{ A})(5 \angle 36.9°\ \Omega) = 117 \angle -0.6° \text{ V}\end{aligned}$$

La carga original estaba conectada en Δ de modo que el voltaje de fase de la carga *original* es

$$V_{\phi L} = \sqrt{3}(117 \text{ V}) = 203 \text{ V}$$

y la magnitud del voltaje de línea en la carga es

$$V_{LL} = \mathrm{V}_{\phi L} = 203 \text{ V}$$

c) La potencia real consumida por la carga en Y equivalente (que es la misma potencia que en la carga real) es

$$\begin{aligned}P_{\text{carga}} &= 3V_\phi I_\phi \cos\theta \\ &= 3(117 \text{ V})(23.4 \text{ A}) \cos 36.9° \\ &= 6571 \text{ W}\end{aligned}$$

La potencia reactiva consumida por la carga es

$$\begin{aligned} Q_{\text{carga}} &= 3V_\phi I_\phi \operatorname{sen}\theta \\ &= 3(117\text{ V})(23.4\text{ A})\operatorname{sen}36.9^\circ \\ &= 4928\text{ VAR} \end{aligned}$$

La potencia aparente consumida por la carga es

$$\begin{aligned} S_{\text{carga}} &= 3V_\phi I_\phi \\ &= 3(117\text{ V})(23.4\text{ A}) \\ &= 8213\text{ VA} \end{aligned}$$

d) El factor de potencia de la carga es

$$\text{PF}_{\text{carga}} = \cos\theta = \cos 36.9^\circ = 0.8 \quad \text{en atraso}$$

e) La corriente en la línea de transmisión es $23.4 \angle -37.5^\circ$ A y la impedancia de la línea es $0.06 + j0.12\ \Omega$ o $0.134 \angle 63.4^\circ\ \Omega$ por fase. Entonces, las potencias real, reactiva y aparente consumidas en la línea son

$$\begin{aligned} P_{\text{línea}} &= 3I_\phi^2|Z|\cos\theta \\ &= 3(23.4\text{ A})^2(0.134\ \Omega)\cos 63.4^\circ \\ &= 98.6\text{ W} \end{aligned} \tag{A-20}$$

$$\begin{aligned} Q_{\text{línea}} &= 3I_\phi^2|Z|\operatorname{sen}\theta \\ &= 3(23.4\text{ A})^2(0.134\ \Omega)\operatorname{sen}63.4^\circ \\ &= 197\text{ VAR} \end{aligned} \tag{A-21}$$

$$\begin{aligned} S_{\text{línea}} &= 3I_\phi^2|Z| \\ &= 3(23.4\text{ A})^2(0.134\ \Omega) \\ &= 220\text{ VA} \end{aligned} \tag{A-22}$$

f) Las potencias real y reactiva suministradas por el generador son la suma de las potencias consumidas por la línea y la carga

$$\begin{aligned} P_{\text{gen}} &= P_{\text{línea}} + P_{\text{carga}} \\ &= 98.6\text{ W} + 6571\text{ W} = 6670\text{ W} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_{\text{gen}} &= Q_{\text{línea}} + Q_{\text{carga}} \\ &= 197\text{ VAR} + 4928\text{ VAR} = 5125\text{ VAR} \end{aligned}$$

La potencia aparente del generador es la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de las potencias real y reactiva:

$$S_{\text{gen}} = \sqrt{P_{\text{gen}}^2 + Q_{\text{gen}}^2} = 8411\text{ VA}$$

g) Del triángulo de potencias, el ángulo del factor de potencia θ es

$$\theta_{gen} = \tan^{-1} \frac{Q_{gen}}{P_{gen}} = \tan^{-1} \frac{5125 \text{ VAR}}{6670 \text{ W}} = 37.6°$$

Por consiguiente, el factor de potencia del generador es

$$PF_{gen} = \cos 37.6° = 0.792 \quad \text{en atraso}$$ ●

A-5 UTILIZACIÓN DEL TRIÁNGULO DE POTENCIAS

Si se supone que las líneas de transmisión en un sistema de potencia no tienen impedancia, es posible simplificar el cálculo de las corrientes y potencias trifásicas. Esta simplificación depende del empleo de las potencias real y reactiva de cada carga para determinar las corrientes y factores de potencia en varios puntos del sistema.

La idea básica de esta técnica se ilustra en la figura A-15. Esta figura muestra un generador conectado en Y que alimenta dos cargas a través de líneas sin resistencia. La carga 1 está conectada en Δ y la carga 2 en Y. Para encontrar la corriente y el factor de potencia en cualquier punto de este sistema de potencia se llevan a cabo los siguientes pasos:

1. Determinar las potencias real y reactiva de cada carga del sistema de potencia.
2. Encontrar las potencias totales real y reactiva suministradas a todas las cargas "aguas abajo" del punto que se está examinando.
3. Determinar el factor de potencia del sistema en ese punto, utilizando las relaciones del triángulo de potencias.
4. Utilizar la ecuación (A-23) para determinar las corrientes de línea, o la ecuación (A-17) para determinar las corrientes de fase en ese punto.

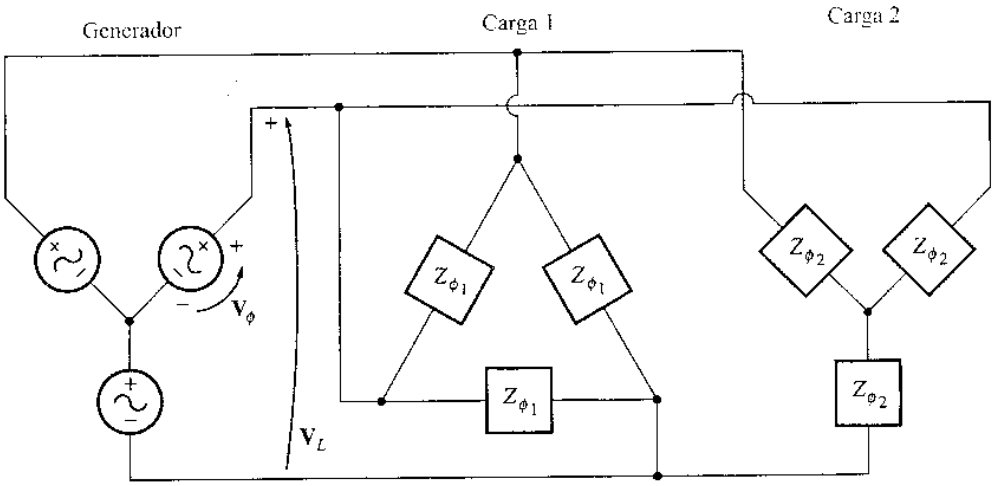


Figura A-15
Sistema de potencia con un generador conectado en Y, una carga conectada en Δ y una carga conectada en Y.

Ejemplo A-3 La figura A-16 muestra un pequeño sistema industrial de distribución de 480 V. El sistema de potencia suministra un voltaje constante de línea de 480 V y la impedancia de las líneas de distribución es despreciable. La carga 1 es una carga conectada en Δ con una impedancia de fase de 10 ∠30° Ω; la carga 2 está conectada en Y con una impedancia de fase de 5 ∠ –36.87° Ω.

a) Encuentre el factor de potencia total del sistema de distribución.
b) Encuentre la corriente total suministrada al sistema de distribución.

Solución. En este sistema se ha supuesto que las líneas están sin impedancia, de modo que no habrá caídas de voltaje dentro del sistema. Puesto que la carga 1 está conectada en Δ, su voltaje de fase será 480 V. Dado que la carga 2 está conectada en Y, su voltaje de fase será $480/\sqrt{3} = 277$ V.

La corriente de fase en la carga 1 es

$$I_{\phi 1} = \frac{480\text{ V}}{10\ \Omega} = 48\text{ A}$$

Por tanto, las potencias real y reactiva de la carga 1 son

$$P_1 = 3V_{\phi 1}I_{\phi 1}\cos\theta$$
$$= 3(480\text{ V})(48\text{ A})\cos 30° = 59.9\text{ kW}$$
$$Q_1 = 3V_{\phi 1}I_{\phi 1}\operatorname{sen}\theta$$
$$= 3(480\text{ V})(48\text{ A})\operatorname{sen} 30° = 34.6\text{ kVAR}$$

La corriente de fase en la carga 2 es

$$I_{\phi 2} = \frac{277\text{ V}}{5\ \Omega} = 55.4\text{ A}$$

Por consiguiente, las potencias real y reactiva de la carga 2 son

$$P_2 = 3V_{\phi 2}I_{\phi 2}\cos\theta$$
$$= 3(277\text{ V})(55.4\text{ A})\cos(-36.87°) = 36.8\text{ kW}$$
$$Q_2 = 3V_{\phi 2}I_{\phi 2}\operatorname{sen}\theta$$
$$= 3(277\text{ V})(55.4\text{ A})\operatorname{sen}(-36.87°) = -27.6\text{ kVAR}$$

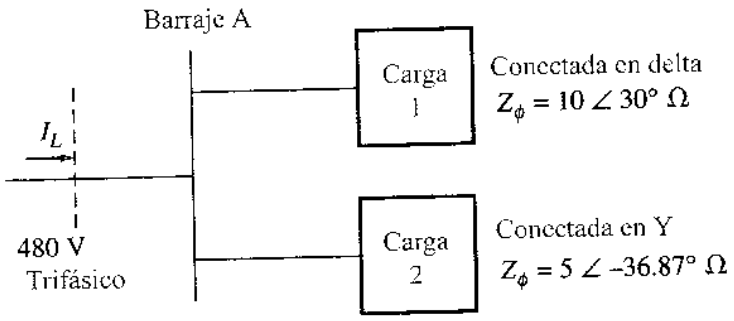


Figura A-16
Sistema del ejemplo A-3. Este tipo de diagrama es llamado *diagrama unifilar* debido a que utiliza una sola línea para representar las tres fases del sistema de potencia.

a) Las potencias real y reactiva suministradas por el sistema de distribución son

$$P_{tot} = P_1 + P_2$$
$$= 59.9 \text{ kW} + 36.8 \text{ kW} = 96.7 \text{ kW}$$
$$Q_{tot} = Q_1 + Q_2$$
$$= 34.6 \text{ kVAR} - 27.6 \text{ kVAR} = 7.00 \text{ kVAR}$$

Del triángulo de potencias, el ángulo efectivo θ de la impedancia está dado por

$$\theta = \tan^{-1} \frac{Q}{P}$$
$$= \tan^{-1} \frac{7.00 \text{ kVAR}}{96.7 \text{ kW}} = 4.14°$$

El factor de potencia del sistema es

$$\text{PF} = \cos \theta = \cos 34.14° = 0.997 \quad \text{en atraso}$$

b) La corriente total de línea está dada por

$$I_L = \frac{P}{\sqrt{3} V_L \cos \theta}$$
$$= \frac{96.7 \text{ kW}}{\sqrt{3}(480 \text{ V})(0.997)} = 117 \text{ A}$$ ●

EJERCICIOS

A-1 Tres impedancias de $4 + j3\ \Omega$ están conectadas en Δ, unidas a una línea de potencia trifásica, de 208 V. Encuentre I_ϕ, I_L, P, Q, S y el factor de potencia de esta carga.

A-2 La figura A-17 muestra un sistema trifásico de potencia con dos cargas. El generador conectado en Δ está produciendo un voltaje de línea de 480 V; la impedancia de línea es $0.09 + j\ 0.16\ \Omega$. La carga 1 está conectada en Y, con una impedancia de fase de $2.5 \angle 36.87°\ \Omega$, y la carga 2 está conectada en Δ, con una impedancia por fase de $5 \angle -20°\ \Omega$.

a) ¿Cuál es el voltaje de línea de las dos cargas?
b) ¿Cuál es la caída de voltaje en las líneas de transmisión?
c) Encuentre las potencias real y reactiva suministradas a cada carga.
d) Encuentre la pérdida de potencia real y la potencia reactiva en la línea de transmisión.
e) Encuentre la potencia real, la potencia reactiva y el factor de potencia suministrados por el generador.

A-3 Encuentre las magnitudes y ángulos de cada voltaje y corriente de línea y de fase en la carga mostrada en la figura A-18.

A-4 La figura A-19 muestra un pequeño sistema de distribución de 480 V. Suponga que las líneas en el sistema tienen impedancia cero.

a) Si el interruptor mostrado está abierto, encuentre las potencias real, reactiva y aparente en el sistema. Encuentre la corriente total suministrada al sistema de distribución por la empresa de servicios públicos.
b) Repita el literal *a*) con el interruptor cerrado. ¿Qué ocurrió a la corriente total suministrada? Explique la respuesta.

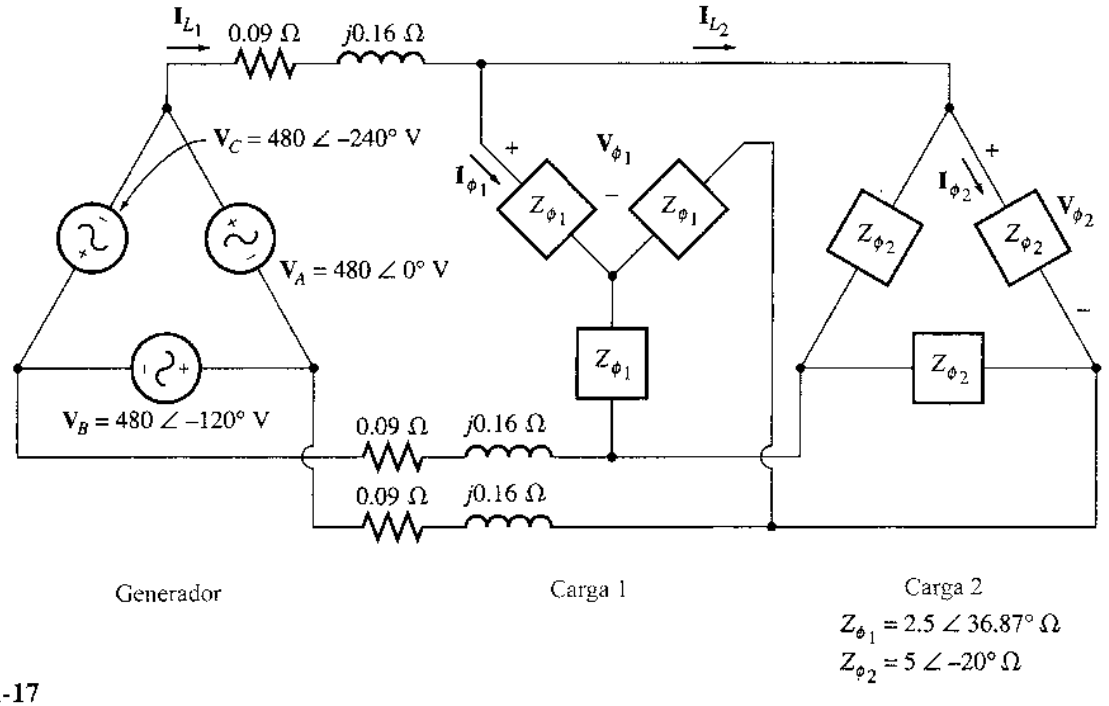


Figura A-17
Sistema del ejercicio A-2.

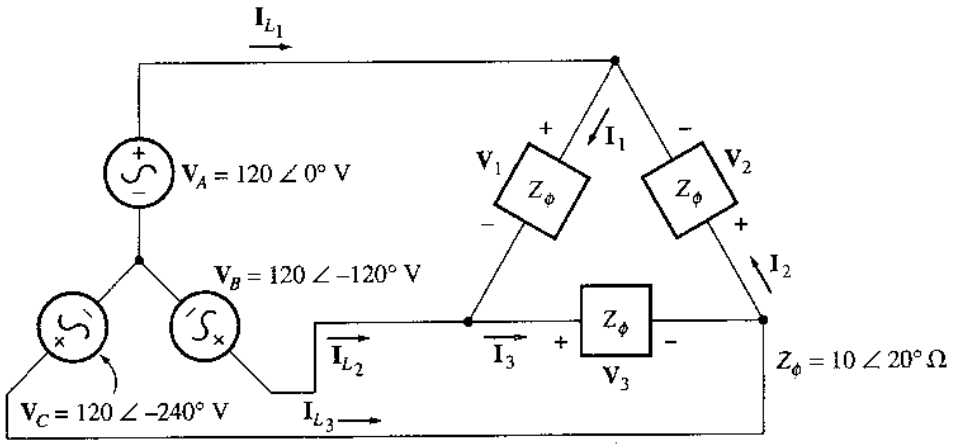


Figura A-18
Sistema del ejercicio A-3.

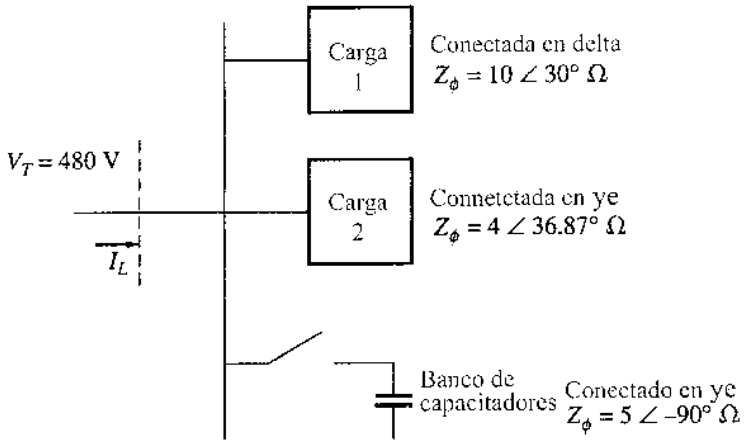


Figura A-19
Sistema del ejercicio A-4.

APÉNDICE B

PASO DE BOBINA Y DEVANADOS DISTRIBUIDOS

Como se mencionó en el capítulo 4, el voltaje inducido en una máquina ac es sinusoidal sólo si se suprimen las componentes armónicas de la densidad de flujo en el entrehierro. Este apéndice describe dos técnicas utilizadas por los diseñadores de máquinas para suprimir armónicas.

B-1 EFECTO DEL PASO DE BOBINA EN LAS MÁQUINAS AC

En el diseño de una máquina sencilla ac de la sección 4-4, los voltajes de salida de las bobinas del estator eran sinusoidales debido a que la distribución de la densidad de flujo en el entrehierro era sinusoidal. Si la distribución de la densidad de flujo en el entrehierro no hubiera sido sinusoidal entonces, los voltajes de salida en el estator tampoco habrían sido sinusoidales y habrían tenido la misma forma no sinusoidal de la distribución de la densidad de flujo.

La distribución de la densidad de flujo en el entrehierro de una máquina ac no es sinusoidal. Los diseñadores de máquinas se esfuerzan para producir distribuciones de flujo sinusoidales pero, claro está, ningún diseño es siempre perfecto. La distribución real del flujo constará de una componente fundamental sinusoidal más armónicas. Estas componentes armónicas de flujo generarán componentes armónicas en los voltajes y corrientes del estator.

Dado que las componentes armónicas son indeseables en los voltajes y corrientes del estator, se han desarrollado técnicas para suprimirlas en las corrientes y voltajes de salida de la máquina. Una técnica importante para suprimir las armónicas es utilizar *devanados de paso fraccionado* (*o devanado de cuerdas*).

El paso de una bobina

El *paso polar* es la distancia angular entre dos polos adyacentes en una máquina. El paso polar de una máquina en *grados mecánicos* es

$$\rho_p = \frac{360°}{P} \tag{B-1}$$

donde ρ_p es el paso polar en *grados mecánicos* y P es el número de polos de la máquina. Independientemente del número de polos de la máquina, un paso polar es siempre 180 *grados eléctricos* (*véase* figura B-1).

Si la bobina del estator se extiende a través del mismo ángulo que el paso polar, se llama *bobina de paso pleno* (o *devanado diametral*). Si la bobina del estator se extiende a través de un ángulo menor que un paso polar, se llama *bobina de paso fraccionado* (o *bobina de cuerdas*). Con frecuencia el paso de una bobina de paso fraccionado se expresa como una fracción que indica la parte del paso polar que atraviesa. Por ejemplo, una bobina de 5/6 de paso atraviesa los cinco sextos de la distancia entre dos polos adyacentes. Alternativamente, en grados eléctricos, el paso de una bobina de paso fraccionado está dado por las ecuaciones (B-2):

$$\rho = \frac{\theta_m}{\rho_p} \times 180° \tag{B-2a}$$

donde θ_m es el ángulo mecánico cubierto por la bobina en grados y ρ_p es el paso polar de la máquina en grados mecánicos, o

$$\rho = \frac{\theta_m P}{2} \times 180° \tag{B-2b}$$

donde θ_m es el ángulo mecánico cubierto por la bobina en grados y P es el número de polos de la máquina. La mayoría de las bobinas estatóricas prácticas tienen paso fraccionado puesto que un devanado de paso fraccionado provee algunos beneficios importantes que serán examinados posteriormente. Los devanados que utilizan bobinas de paso fraccionado se conocen como *devanados de cuerdas.*

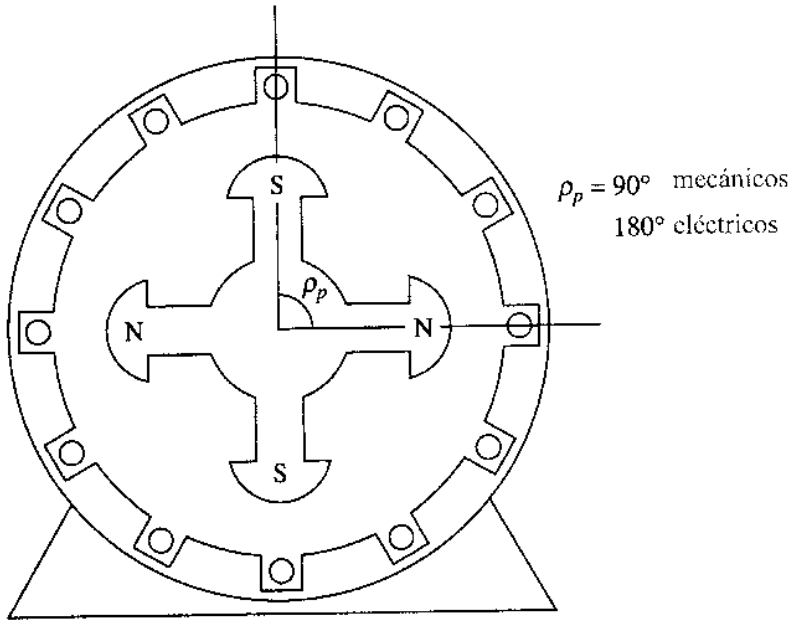


Figura B-1
El paso polar de una máquina de cuatro polos es 90° mecánicos o 180° eléctricos.

Voltaje inducido de una bobina de paso fraccionado

¿Qué efecto produce el paso fraccionado sobre el voltaje de salida de una bobina? Para responder este interrogante, examínese la máquina sencilla de dos polos con devanado de paso fraccionado mostrada en la figura B-2. El paso polar de esta máquina es 180° y el paso de bobina es ρ. El voltaje inducido en esta bobina por rotación del campo magnético se puede encontrar de la misma forma que en la sección anterior, determinando los voltajes en cada lado de la bobina. El voltaje total será la suma de los voltajes en los lados individuales.

Suponga que la magnitud del vector de densidad de flujo **B** en el entrehierro, entre el rotor y el estator, varía sinusoidalmente con ángulo mecánico, mientras que la dirección de **B** es siempre radial hacia fuera. Si α es el ángulo medido desde la dirección de la densidad de flujo máxima del rotor, entonces la magnitud del vector de densidad de flujo **B** en un punto alrededor del rotor está dada por

$$\boxed{B = B_M \cos \alpha} \tag{B-3a}$$

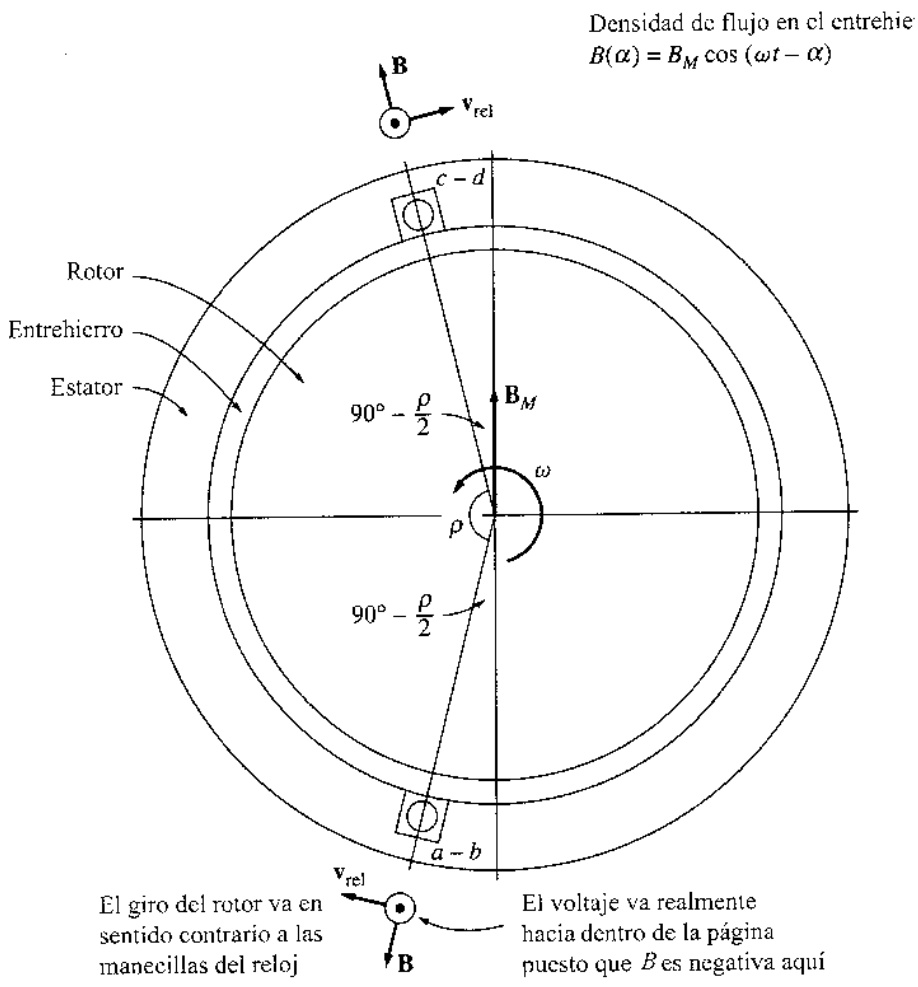


Figura B-2
Devanado de paso fraccionado con paso ρ. Los vectores de densidad de flujo magnético y velocidades a los lados de las bobinas. Las velocidades se toman desde un marco de referencia en el cual el campo magnético es estacionario.

Puesto que el rotor está girando dentro del estator a una velocidad angular ω_m, la magnitud del vector de densidad de flujo **B** para cualquier ángulo α alrededor del *estator* está dada por

$$\boxed{B = B_M \cos(\omega t - \alpha)} \tag{B-3b}$$

La ecuación para hallar el voltaje inducido en un conductor es

$$\boxed{e_{\text{ind}} = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \bullet \mathbf{l}} \tag{1-45}$$

donde $\mathbf{v}$ = velocidad relativa del conductor, respecto del campo magnético
$\mathbf{B}$ = vector de densidad de flujo magnético
$\mathbf{l}$ = longitud del conductor en el campo magnético

Esta ecuación sólo puede utilizarse en un marco de referencia donde el campo magnético parece estacionario. Al "sentarse en el campo magnético", de modo que el campo parezca estacionario, los lados de la bobina parecerán ir a una velocidad aparente $\mathbf{v}_{\text{rel}}$; por tanto, puede aplicarse la ecuación. La figura B-2 muestra el vector de campo magnético y las velocidades desde el punto de vista de un campo magnético estacionario y un alambre conductor en movimiento.

1. *Segmento ab.* Para el segmento *ab* de la bobina de paso fraccionado, $\alpha = 90° + \rho/2$. Suponiendo que **B** es directamente radial hacia fuera desde el rotor, el ángulo entre **v** y **B** en el segmento *ab* es 90°, mientras que la magnitud $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ sigue la dirección de **l** de modo que,

$$\begin{aligned} e_{ba} &= (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \bullet \mathbf{l} \\ &= vBl \quad \text{dirigido hacia fuera de la página} \\ &= -vB_M \cos\left[\omega_m t - \left(90° + \frac{\rho}{2}\right)\right] l \\ &= -vB_M l \cos\left(\omega_m t - 90° - \frac{\rho}{2}\right) \end{aligned} \tag{B-4}$$

donde el signo negativo proviene del hecho de que **B** apunta hacia dentro, aunque se suponía que apuntaba hacia fuera.

2. *Segmento bc.* El voltaje en el segmento *bc* es cero puesto que la magnitud vectorial $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ es perpendicular a **l**; por tanto

$$e_{cb} = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \bullet \mathbf{l} = 0 \tag{B-5}$$

3. *Segmento cd.* Para el segmento *cd,* el ángulo $\alpha = 90° - \rho/2$. Si **B** está dirigido radialmente hacia fuera desde el rotor, el ángulo entre **v** y **B** en el segmento *cd* es 90°, mientras que la magnitud $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ sigue la dirección de **l**; por consiguiente

$$
\begin{aligned}
e_{dc} &= (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l} \\
&= vBl \quad \text{dirigido hacia fuera de la página} \\
e_{ba} &= -vB_M \cos\left[\omega_m t - \left(90° - \frac{\rho}{2}\right)\right] l \\
&= -vB_M l \cos\left(\omega_m t - 90° + \frac{\rho}{2}\right)
\end{aligned} \tag{B-6}
$$

4. *Segmento da.* El voltaje en el segmento *da* es cero puesto que la cantidad vectorial $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ es perpendicular a $\mathbf{l}$; por tanto

$$e_{ad} = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l} = 0 \tag{B-7}$$

En consecuencia, el voltaje total en la bobina será

$$
\begin{aligned}
e_{\text{ind}} &= e_{ba} + e_{dc} \\
&= -vB_M l \cos\left(\omega_m t - 90° - \frac{\rho}{2}\right) + vB_M l \cos\left(\omega_m t - 90° + \frac{\rho}{2}\right)
\end{aligned}
$$

Por identidades trigonométricas,

$$\cos\left(\omega_m t - 90° - \frac{\rho}{2}\right) = \cos(\omega_m t - 90°)\cos\frac{\rho}{2} + \operatorname{sen}(\omega_m t - 90°)\operatorname{sen}\frac{\rho}{2}$$

$$\cos\left(\omega_m t - 90° + \frac{\rho}{2}\right) = \cos(\omega_m t - 90°)\cos\frac{\rho}{2} - \operatorname{sen}(\omega_m t - 90°)\operatorname{sen}\frac{\rho}{2}$$

$$\operatorname{sen}(\omega_m t - 90°) = -\cos\omega_m t$$

Entonces, el voltaje total resultante es

$$
\begin{aligned}
e_{\text{ind}} &= vB_M l\Big[-\cos(\omega_m t - 90°)\cos\frac{\rho}{2} - \operatorname{sen}(\omega_m t - 90°)\operatorname{sen}\frac{\rho}{2} \\
&\quad + \cos(\omega_m t - 90°)\cos\frac{\rho}{2} - \operatorname{sen}(\omega_m t - 90°)\operatorname{sen}\frac{\rho}{2}\Big] \\
&= -2vB_M l \operatorname{sen}\frac{\rho}{2}\operatorname{sen}(\omega_m t - 90°) \\
&= 2vB_M l \operatorname{sen}\frac{\rho}{2}\cos\omega_m t
\end{aligned}
$$

Como $2vB_M l$ es igual a $\phi\omega$, la expresión final para el voltaje en una espira sencilla es

$$\boxed{e_{\text{ind}} = \phi\omega \operatorname{sen}\frac{\rho}{2}\cos\omega_m t} \tag{B-8}$$

Este valor es igual al del voltaje en un devanado de paso pleno (devanado diametral) excepto por el término sen $\rho/2$. Es costumbre definir este término como el *factor de paso* k_p de la bobina. El factor de paso de una bobina está dado por

$$\boxed{k_p = \text{sen}\frac{\rho}{2}} \tag{B-9}$$

En función del factor de paso, el voltaje inducido en una bobina de una sola vuelta es

$$e_{\text{ind}} = k_p \phi \omega \cos \omega_m t \tag{B-10}$$

El voltaje total en una bobina de paso fraccionado de N vueltas es

$$e_{\text{ind}} = N_C k_p \phi \omega \cos \omega_m t \tag{B-11}$$

y su voltaje máximo es

$$E_{\text{máx.}} = N_C k_p \phi \omega \tag{B-12}$$

$$= 2\pi N_C k_p \phi f \tag{B-13}$$

Por tanto, el voltaje rms de cualquier fase de este estator trifásico es

$$E_A = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} N_C k_p \phi f \tag{B-14}$$

$$E_A = \sqrt{2}\pi N_C k_p \phi f \tag{B-15}$$

Nótese que, para una bobina de paso pleno (diametral), $\rho = 180°$ y la ecuación (B-15) se reduce al mismo resultado de antes.

Para máquinas con más de dos polos, la ecuación (B-9) da el factor de paso si el paso de la bobina p está expresada en grados eléctricos. Si el paso de bobina está dado en grados mecánicos, entonces el factor de paso puede obtenerse de

$$\boxed{k_p = \text{sen}\frac{\theta_m P}{2}} \tag{B-16}$$

Problemas de armónicas y devanados de paso fraccionado

Existe una muy buena razón para utilizar devanados de paso fraccionado (devanados de cuerdas), la cual se refiere al efecto de la distribución de densidad de flujo no sinusoidal en las máquinas reales. Este problema se puede entender examinando la máquina mostrada en la figura B-3, que muestra una máquina sincrónica de polos salientes cuyo rotor "está barriendo" a través de la superficie del estator. Debido a que la reluctancia del camino del campo magnético es *mucho menor* directamente debajo del centro del rotor que hacia los lados (menor entrehierro), el flujo está fuertemente concentrado en ese punto, y la densidad de flujo es muy alta allí. El

voltaje inducido resultante en el devanado se muestra en la figura B-3. *Nótese que éste no es sinusoidal pues contiene muchas frecuencias armónicas componentes.*

Debido a que la onda de voltaje resultante es simétrica alrededor del centro del flujo del rotor, no están presentes *armónicas pares* en el voltaje de fase. Sin embargo, todas las armónicas impares (tercera, quinta, séptima, novena, etc.) *están* presentes en algún grado en el voltaje de fase y deben ser tenidas en cuenta en el diseño de las máquinas ac. En general, cuanto mayor sea el número de una frecuencia armónica componente, menor es su magnitud en el voltaje de salida de fase; en consecuencia, más allá de cierto punto (por sobre la novena armónica y mayores) los efectos de las armónicas mayores pueden ser ignorados.

Cuando las tres fases están conectadas en Y o en Δ, algunas de las armónicas desaparecen de la salida de la máquina como resultado de la conexión trifásica. La componente de tercera armónica es una de éstas. Si los voltajes fundamentales en cada una de las tres fases están dados por

$$e_a(t) = E_{M1} \operatorname{sen} \omega t \quad \text{V} \tag{B-17a}$$

$$e_b(t) = E_{M1} \operatorname{sen} (\omega t - 120°) \quad \text{V} \tag{B-17b}$$

$$e_c(t) = E_{M1} \operatorname{sen} (\omega t - 240°) \quad \text{V} \tag{B-17c}$$

entonces, las componentes de tercera armónica del voltaje estarán dadas por

$$e_{a3}(t) = E_{M3} \operatorname{sen} 3\omega t \quad \text{V} \tag{B-18a}$$

$$e_{b3}(t) = E_{M3} \operatorname{sen} (3\omega t - 360°) \quad \text{V} \tag{B-18b}$$

$$e_{c3}(t) = E_{M3} \operatorname{sen} (3\omega t - 720°) \quad \text{V} \tag{B-18c}$$

Nótese que las *componentes de tercera armónica del voltaje son todas idénticas* en cada fase. Si la máquina sincrónica está conectada en Y, el voltaje de tercera armónica *entre dos terminales cualesquiera* será cero (aun cuando podría haber una gran componente de tercera armónica de voltaje en cada fase). Si la máquina está conectada en Δ, las tres componentes de tercera armónica se suman todas y generan una corriente de tercera armónica en el interior del devanado en Δ de la máquina. Puesto que los voltajes de tercera armónica han caído a través de las impedancias internas de la máquina, no hay componentes significativas de voltaje de tercera armónica en los terminales.

Este resultado se aplica no sólo a las componentes de tercera armónica sino también a cualquier componente *múltiplo* de tercera armónica (como la novena armónica). Tales frecuencias armónicas especiales son llamadas *armónicas triple n* y se suprimen automáticamente en máquinas trifásicas.

Las restantes frecuencias armónicas son la quinta, séptima, décimo primera, décimo tercera, etc. Puesto que la intensidad de las componentes armónicas de voltaje disminuyen con el aumento de la frecuencia, la mayor parte de la distorsión real en la salida sinusoidal de una máquina sincrónica es causada por las frecuencias de quinta y de séptima armónicas llamadas a veces *armónicas de cinturón.* Si pudiera encontrarse alguna forma de reducir estas componentes, la salida de la máquina sería una sinusoide pura a la frecuencia fundamental (50 ó 60 Hz).

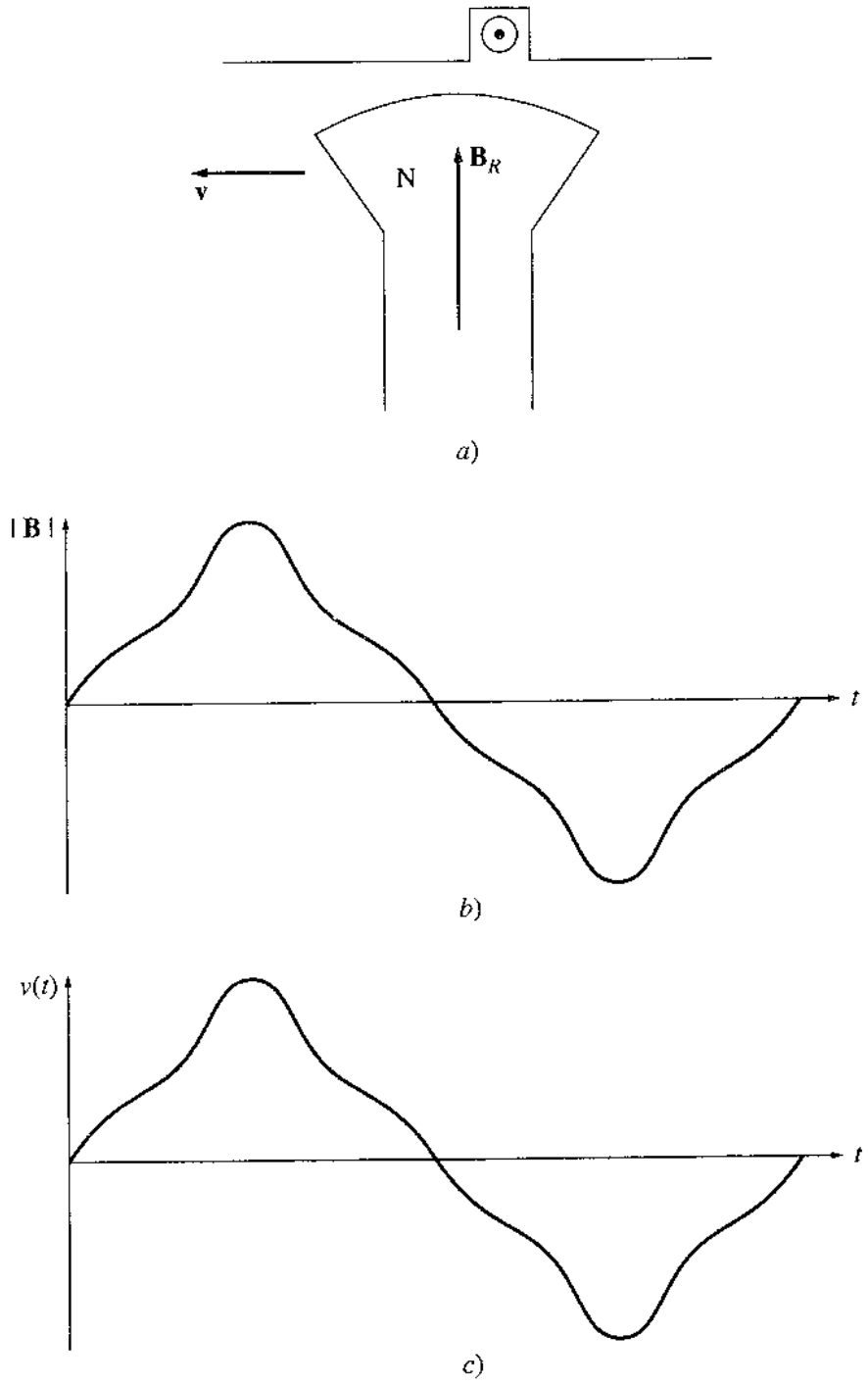


Figura B-3
a) Rotor ferromagnético que barre a su paso un conductor del estator. *b*) Distribución de la densidad de flujo del campo ferromagnético como función del tiempo en un punto de la superficie del estator. *c*) Voltaje inducido resultante en el conductor. Nótese que el voltaje es directamente proporcional a la densidad de flujo magnético en cualquier tiempo dado.

Cómo puede eliminarse algo del contenido de armónicas del voltaje de los terminales del devanado?

Puede diseñarse el rotor en sí para que distribuya el flujo en forma aproximadamente sinusoidal. Aunque este hecho ayudará a reducir el contenido de armónicas del voltaje de salida,

quizá no sea suficiente. Un paso adicional consiste en diseñar las máquinas con devanados de paso fraccionado.

La clave para lograr el efecto deseado de los devanados de cuerdas en el voltaje producido en el estator de la máquina es que el ángulo eléctrico de la *enésima* armónica sea n veces el ángulo eléctrico de la componente de frecuencia fundamental. En otras palabras, si una bobina cubre 150° eléctricos a su frecuencia fundamental, cubrirá 300° eléctricos a su frecuencia de segundo armónico, 450° eléctricos a su frecuencia de tercer armónico y así sucesivamente. Si ρ representa el ángulo eléctrico cubierto por la bobina a su *frecuencia fundamental* y v es el número de la armónica que está examinándose la bobina cubrirá $v\rho$ grados eléctricos a esa frecuencia armónica. En consecuencia, el factor de paso de la bobina a la frecuencia armónica puede expresarse como

$$k_p = \sin \frac{v\rho}{2} \tag{B-19}$$

En este caso, lo importante reside en que *el factor de paso de un devanado es diferente para cada frecuencia armónica. Si se elige de manera* adecuada el paso de bobina, casi es posible eliminar las componentes de frecuencia armónica a la salida de la máquina. En seguida se explicará como se suprimen las armónicas resolviendo un sencillo ejercicio de ejemplo.

Ejemplo B-1 Un estator trifásico, bipolar, tiene bobinas con paso de 5/6. ¿Cuáles son los factores de paso para las armónicas presentes en las bobinas de esta máquina? ¿Ayuda este paso a suprimir el contenido de armónicas del voltaje generado?

Solución. El paso polar en grados mecánicos de esta máquina es

$$\rho_p = \frac{360°}{P} = 180° \tag{B-1}$$

Entonces el ángulo de paso mecánico de estas bobinas es cinco sextos de 180°, o 150°. De la ecuación (B-2*a*), el paso resultante en grados eléctricos es

$$\rho = \frac{\theta_m}{\rho_p} \times 180° = \frac{150°}{180°} \times 180° = 150° \tag{B-2a}$$

El ángulo mecánico de paso es igual al ángulo de paso eléctrico sólo porque ésta es una máquina de dos polos: para cualquier otro número de polos, no sería el mismo.

Por tanto, los factores de paso para las frecuencias fundamental y las armónicas impares mayores (recuerde que las armónicas pares ya han salido) son

Fundamental: $k_p = \text{sen}\,\frac{150°}{2} = 0.966$

Tercera armónica: $k_p = \text{sen}\,\frac{3(150°)}{2} = -0.707$ (Ésta es una armónica triple n no presente en la salida trifásica)

Quinta armónica: $k_p = \text{sen}\,\frac{5(150°)}{2} = 0.259$

Séptima armónica: $k_p = \text{sen}\,\frac{7(150°)}{2} = 0.259$

Novena armónica: $k_p = \text{sen}\,\frac{9(150°)}{2} = -0.707$ (Ésta es una armónica triple n no presente en la salida trifásica)

Las componentes de tercera y novena armónica son suprimidas ligeramente por este paso de bobina, pero esto no tiene importancia porque ellas no aparecen en los terminales de la máquina. Entre los efectos de las armónicas triple n y los efectos del paso de bobina, *la tercera, quinta, séptima y novena armónicas son suprimidos con respecto a la frecuencia fundamental.*

En consecuencia, el uso de devanados de paso fraccionado reducirá drásticamente el contenido de armónicas del voltaje de salida de la máquina y ocasiona sólo una pequeña disminución en su voltaje fundamental. ●

El voltaje en los terminales de una máquina sincrónica se muestra en la figura B-4 tanto para devanados de paso pleno (diametral) como para devanados de paso $\rho = 150°$.

Nótese que los devanados de paso fraccionado mejoran la calidad de la forma de onda.

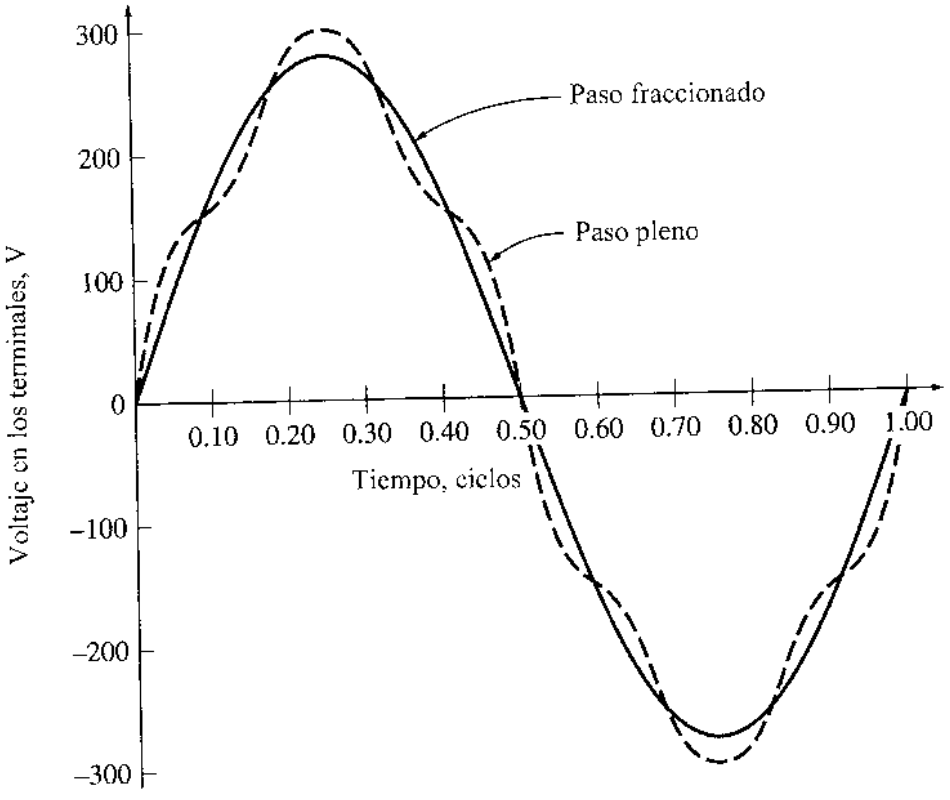


Figura B-4
Voltaje de salida a la línea de un generador trifásico con devanados de paso pleno y de paso fraccionado. Aunque el voltaje máximo del devanado de paso fraccionado es ligeramente menor que el del devanado de paso pleno, la onda de salida es mucho más pura.

Debería notarse que hay ciertos tipos de armónicas de más alta frecuencia, llamadas *armónicas de diente* o *de ranura,* las cuales no pueden ser suprimidas variando el paso de las bobinas del estator. Estas armónicas de ranura se analizarán junto con los devanados distribuidos en la sección B-2.

B-2 DEVANADOS DISTRIBUIDOS EN MÁQUINAS DE CORRIENTE ALTERNA

En la sección anterior, se supuso de manera implícita que los devanados asociados a cada fase de una máquina ac estaban concentrados en un solo par de ranuras de la superficie estatórica. De hecho, los devanados asociados a cada fase están distribuidos casi siempre entre varios pares de ranuras adyacentes puesto que es imposible poner todos los conductores en una sola ranura.

La construcción de los devanados del estator en las máquinas ac reales es muy complicada. El estator de las máquinas ac normales consta de varias bobinas en cada fase, distribuidas en ranuras alrededor de la superficie interna del estator. En máquinas más grandes, cada bobina es una unidad preformada que consta de cierto número de espiras aisladas entre sí y del lado del estator en sí (*véase* figura B-5). El voltaje en cada espira sencilla de conductor es muy pequeño, y sólo disponiendo varias de estas vueltas en serie se pueden producir voltajes razonables. El gran número de espiras se divide físicamente entre varias bobinas y éstas se colocan en ranuras espaciadas en la superficie del estator, como se muestra en la figura B-6.

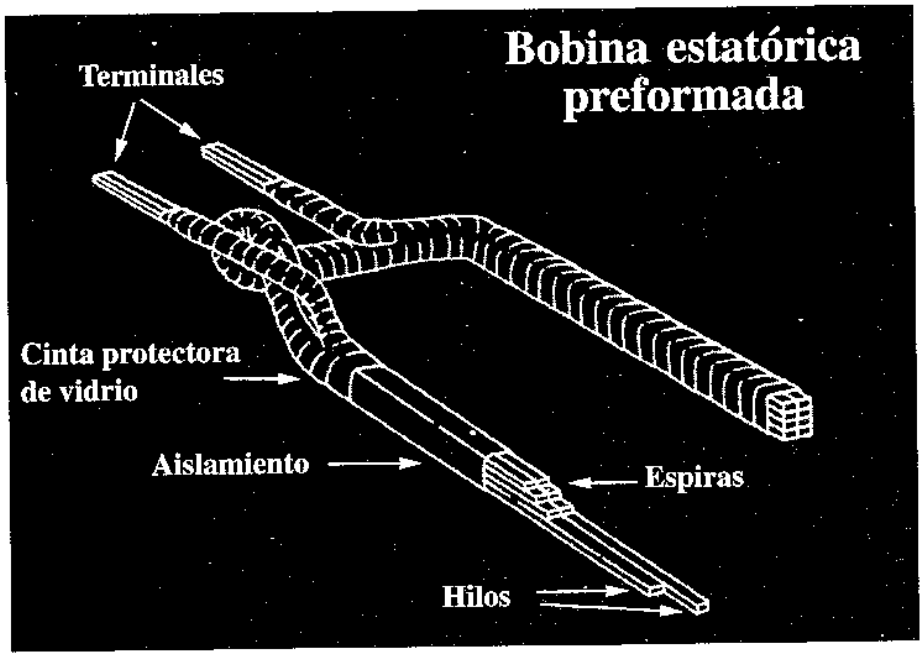


Figura B-5
Bobina estatórica preformada típica (*cortesía de General Electric Company*).

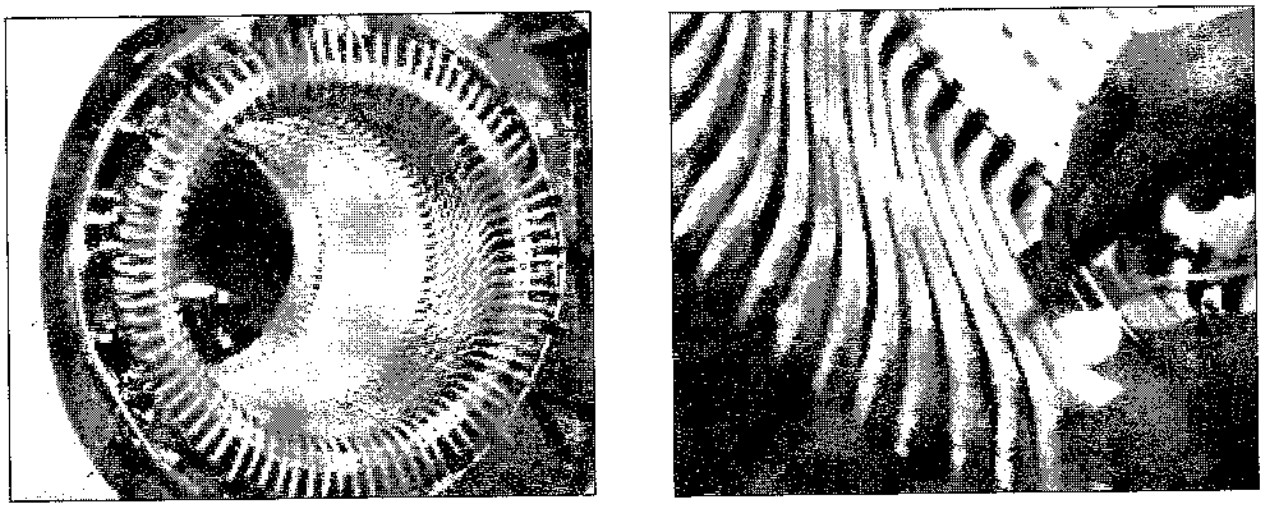


Figura B-6
a) Estator de máquina ac con bobinas estatóricas preformadas (*cortesía de Westinghouse Electric Company.*) *b*) Vista de primer plano de los extremos de las bobinas en un estator. Nótese que un lado de la bobina estará situado más hacia el lado exterior en su ranura y el otro lado estará en la parte más interna de su ranura. Esto permite utilizar una sola forma estándar de bobina en todas las ranuras del estator (*cortesía de General Electric Company.*)

El espaciamiento en grados entre ranuras adyacentes en el estator se llama *paso de ranura* γ del estator. El paso de ranura se puede expresar en grados mecánicos o en grados eléctricos.

Excepto en máquinas muy pequeñas, las bobinas del estator se forman normalmente en *devanados de doble capa*, como se muestra en la figura B-7. Los devanados de doble capa son más fáciles de fabricar (menos ranuras para un número dado de bobinas) y sus conexiones en los extremos son más sencillas que en los devanados de capa sencilla. En consecuencia, son menos costosos de elaborar.

La figura B-7 muestra un devanado distribuido de paso pleno para una máquina bipolar. En este devanado hay cuatro bobinas asociadas a cada fase. Todos los lados de la bobina de una fase dada se disponen en ranuras adyacentes; estos lados se conocen como *cinturón de fase* o *grupo de fase*. Nótese que hay seis grupos de fase en este estator bipolar. En general, hay $3P$ grupos de fase en un estator de P polos, P de ellos en cada fase.

La figura B-8 muestra un devanado distribuido que utiliza bobinas de paso fraccionado. Nótese que aunque este devanado tiene aún grupos de fase, las fases de las bobinas pueden estar mezcladas dentro de una ranura individual. El paso de las bobinas es 5/6 o 150° eléctricos.

Factor de amplitud o factor de distribución

Dividir el número total de espiras requerido en bobinas separadas, permite la utilización más eficiente de la superficie interna del estator y provee una mayor fortaleza estructural ya que las ranuras labradas en el marco del estator pueden ser menores. Sin embargo, el hecho de que las espiras que componen una fase dada se encuentren dispuestas en ángulos diferentes significa que sus voltajes serán un tanto más pequeños si estuvieran dispuestas de otra forma.

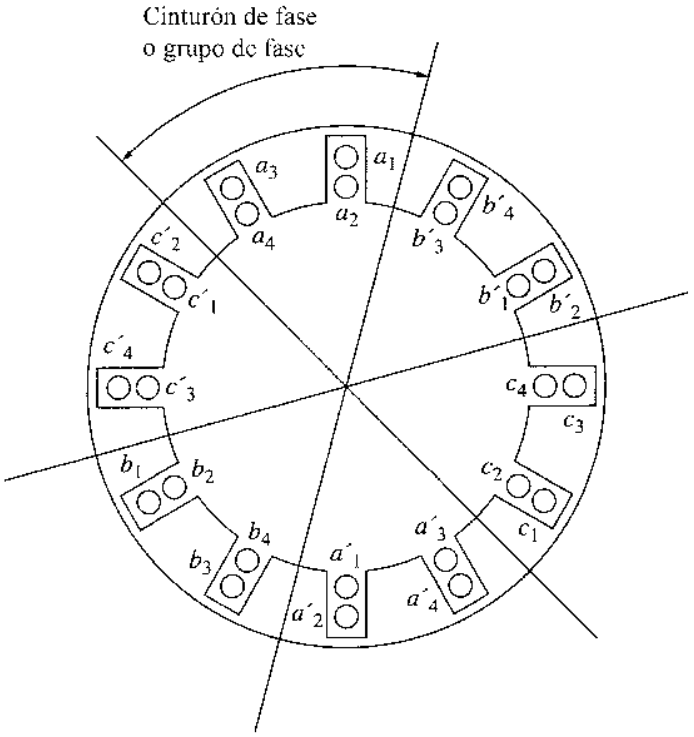


Figura B-7
Devanado sencillo distribuido de doble capa y paso pleno para una máquina ac de dos polos.

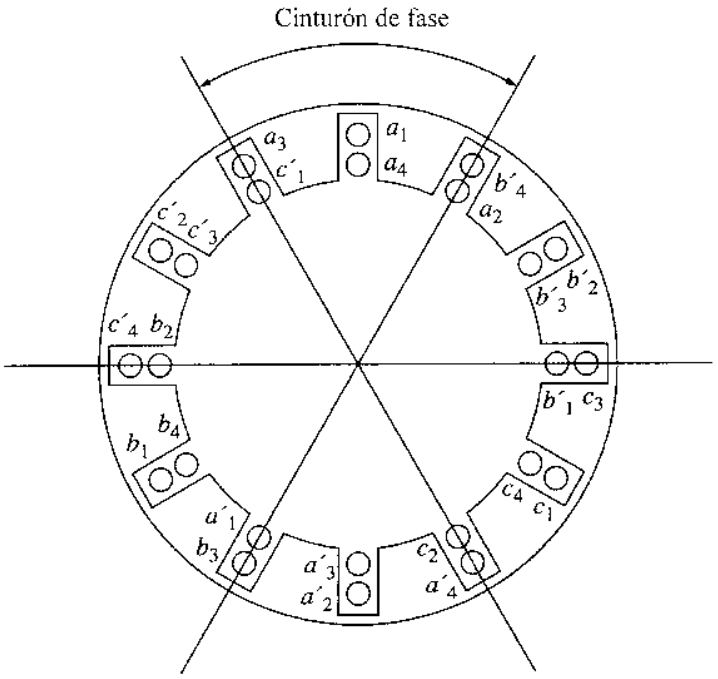


Figura B-8
Devanado ac de doble capa y paso fraccionado para una máquina ac bipolar.

Para ilustrar este problema, examínese la máquina mostrada en la figura B-9. Esta máquina tiene un devanado de una sola capa y el devanado estatórico de cada fase (cada grupo de fase) distribuido en tres ranuras espaciadas 20°.

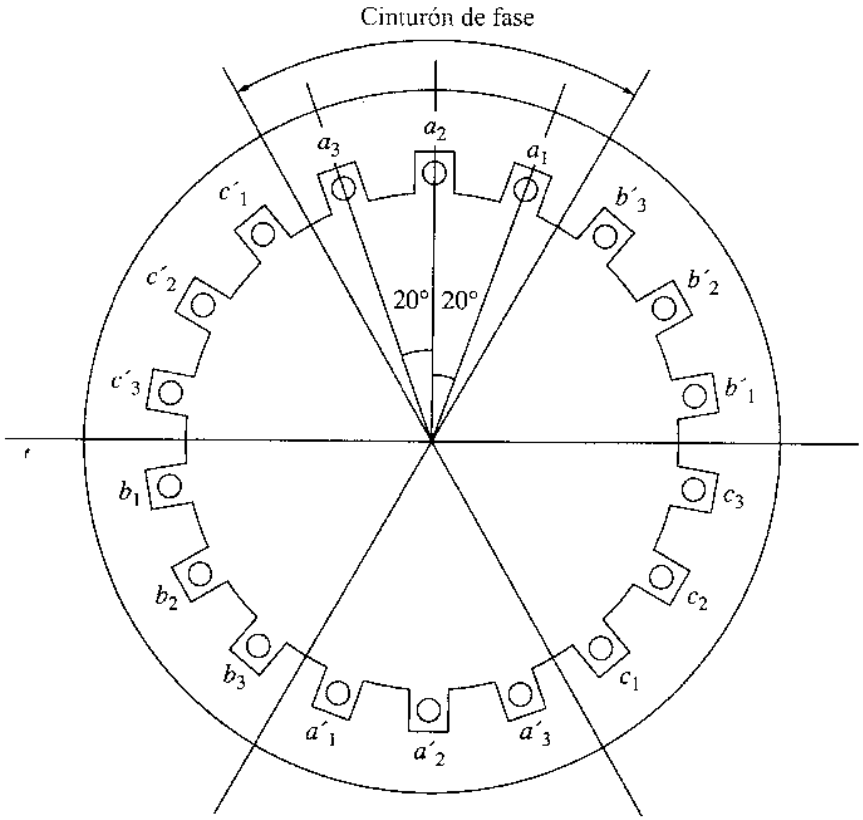


Figura B-9
Estator bipolar con devanado de una sola capa; consta de tres bobinas por fase, cada una separada 20°.

Si la bobina central de la fase *a* tiene inicialmente un voltaje dado por

$$\mathbf{E}_{a2} = E \angle 0° \text{ V}$$

los voltajes en las otras dos de la fase *a* serán

$$\mathbf{E}_{a1} = E \angle -20° \text{ V}$$

$$\mathbf{E}_{a3} = E \angle 20° \text{ V}$$

El voltaje total en la fase *a* está dado por

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_a &= \mathbf{E}_{a1} + \mathbf{E}_{a2} + \mathbf{E}_{a3} \\ &= E \angle -20° + E \angle 0° + E \angle 20° \\ &= E \cos(-20°) + jE \operatorname{sen}(-20°) + E + E \cos 20° + \text{j}E \operatorname{scn} 20° \\ &= E + 2E \cos 20° = 2.879\ E\end{aligned}$$

En la fase *a*, este voltaje no corresponde por completo al esperado si las bobinas en una fase dada hubieran estado todas concentradas en la misma ranura. Entonces, el voltaje E_a habría sido igual a $3E$ en lugar de $2.879\ E$. La relación entre el voltaje real en una fase del devanado distri-

buido y su valor esperado en un devanado concentrado con el mismo número de espiras es llamada *factor de amplitud* o *factor de distribución* del devanado.

El factor de distribución está definido como

$$k_d = \frac{V_\phi \text{ real}}{V_\phi \text{ esperado sin distribución}} \tag{B-20}$$

El factor de distribución para la máquina de la figura B-9 es

$$k_d = \frac{2.879E}{3E} = 0.960 \tag{B-21}$$

El factor de distribución es una manera conveniente de resumir la disminución del voltaje ocasionada por la distribución espacial de las bobinas en el devanado estatórico.

Se puede mostrar (*veáse* referencia 1, páginas 164 y 165) que, para un devanado con n ranuras por grupo de fase espaciadas γ grados, el factor de distribución está dado por

$$\boxed{k_d = \frac{\text{sen}\,(n\gamma/2)}{n\,\text{sen}\,(\gamma/2)}} \tag{B-22}$$

Nótese que en el ejemplo anterior, con $n = 3$ y $\gamma = 20°$, el factor de distribución llega a ser

$$k_d = \frac{\text{sen}\,(n\gamma/2)}{n\,\text{sen}\,(\gamma/2)} = \frac{\text{sen}[(3)(20°)/2]}{3\,\text{sen}\,(20°/2)} = 0.960 \tag{B-22}$$

el cual es el mismo resultado anterior.

Voltaje generado, incluidos los efectos de distribución

El voltaje rms de una sola bobina de N_C espiras y factor de paso k_p se determinó previamente como

$$E_A = \sqrt{2}\pi N_C k_p \phi f \tag{B-15}$$

Si una fase del estator consta de i bobinas, cada una de N_C espiras, entonces un total de $N_P = iN_C$ espiras estará presente en la fase. El voltaje presente en la fase será justamente el voltaje debido a N_P espiras, todas en la misma ranura, multiplicado por la reducción causada por el factor de distribución, de modo que el voltaje total de la fase será

$$\boxed{E_A = \sqrt{2}\pi N_P k_p k_d \phi f} \tag{B-23}$$

El factor de paso y el factor de distribución de un devanado se combinan algunas veces por facilidad de utilización en un solo *factor de devanado* k_w. El factor de devanado de un estator está dado por

$$\boxed{k_w = k_p k_d} \tag{B-24}$$

Aplicando esta definición a la ecuación para el voltaje en una fase, se obtiene

$$\boxed{E_A = \sqrt{2}\pi N_P k_w \phi f} \tag{B-25}$$

Ejemplo B-2 El estator de una máquina sincrónica sencilla de dos polos, tres fases, conectado en Y, utilizado para fabricar un generador tiene una construcción de bobina de doble capa con cuatro bobinas estatóricas por fase, distribuidas como muestra la figura B-8. Cada bobina consta de 10 espiras. Los devanados tienen un paso eléctrico de 150°, como se muestra. El rotor (y el campo magnético) está girando a 3000 r/min, y el flujo por polo en esta máquina es 0.019 Wb.

a) ¿Cuál es el paso de ranura de este estator en grados mecánicos? ¿En grados eléctricos?
b) ¿Cuántas ranuras cubren las bobinas de este estator?
c) ¿Cuál es la magnitud del voltaje de fase de una fase del estator de esta máquina?
d) ¿Cuál es el voltaje en los terminales de esta máquina?
e) ¿Cuánta disminución debe causar el devanado de paso fraccionado en la componente de quinta armónica del voltaje en relación con la disminución en la componente fundamental?

Solución

a) Este estator tiene seis grupos de fase con dos ranuras por grupo, de modo que tiene un total de 12 ranuras. Puesto que el estator entero cubre 360°, el paso de ranura de este estator es

$$\gamma = \frac{360°}{12} = 30°$$

Este es tanto el paso en grados eléctricos como en grados mecánicos ya que se trata de una máquina bipolar.

b) Puesto que hay 12 ranuras y 2 polos en este estator, hay seis ranuras por polo. Un paso de bobina de 150° eléctricos es 150°/180° = 5/6, de modo que la bobina debe cubrir 5 ranuras del estator

c) La frecuencia de esta máquina es

$$f = \frac{n_m P}{120} = \frac{(3000 \text{ r/min})(2 \text{ polos})}{120} = 50 \text{ Hz}$$

De la ecuación (B-19), el factor de paso para la componente fundamental del voltaje es

$$k_p = \text{sen}\,\frac{\nu\rho}{2} = \text{sen}\,\frac{(1)(150°)}{2} = 0.966 \tag{B-19}$$

Aunque los devanados en un grupo de fase dado están en tres ranuras, cada una de las dos ranuras exteriores tienen sólo una bobina de la fase. Por tanto, el devanado ocupa dos ranuras completas. El factor de distribución del devanado es

$$k_d = \frac{\text{sen}\,(n\gamma/2)}{n\,\text{sen}\,(\gamma/2)} = \frac{\text{sen}\,[(2)(30°)/2]}{2\,\text{sen}\,(30°/2)} = 0.966 \tag{B-22}$$

Por consiguiente, el voltaje en una sola fase del estator es

$$\begin{aligned} E_A &= \sqrt{2}\,\pi N_P k_p k_d \phi f \\ &= \sqrt{2}\,\pi(40 \text{ vueltas})(0.966)(0.966)(0.019 \text{ Wb})(50 \text{ Hz}) \\ &= 157 \text{ V} \end{aligned}$$

d) Este voltaje en los terminales de la máquina es

$$V_T = \sqrt{3} E_A = \sqrt{3}(157 \text{ V}) = 272 \text{ V}$$

e) El factor de paso para la componente de quinta armónica es

$$k_p = \text{sen}\,\frac{\nu p}{2} = \text{sen}\,\frac{(5)(150°)}{2} = 0.259 \qquad \text{(B-19)}$$

Puesto que el factor de paso de la componente fundamental del voltaje fue 0.966 y el factor de paso de la componente de quinta armónica del voltaje es 0.259, la componente fundamental fue disminuida 3.4% mientras que la componente de quinta armónica fue disminuida 74.1%. Entonces, la componente de quinta armónica del voltaje es disminuida 70.7% más que la componente fundamental. ●

Armónicas de diente o de ranura

Aunque los devanados distribuidos ofrecen ventajas sobre los concentrados, en términos de fortaleza, utilización y facilidad de construcción del estator, el uso de devanados distribuidos introduce un problema adicional en el diseño de la máquina. La presencia de ranuras uniformes alrededor del interior del estator ocasiona variaciones regulares en la reluctancia y el flujo a lo largo de la superficie estatórica. Estas variaciones regulares producen componentes armónicas del voltaje llamadas *armónicas de diente* o *de ranura* (*véase* figura B-10). Las armónicas de ranura ocurren a frecuencias determinadas por el espaciamiento entre ranuras adyacentes y están dadas por

$$\boxed{\nu_{\text{ranura}} = \frac{2MS}{P} \pm 1} \qquad \text{(B-26)}$$

donde V_{ranura} = número de la componente armónica
S = número de ranuras en el estator
M = número entero
P = número de polos en la máquina

El valor $M = 1$ da las armónicas de ranura de la más baja frecuencia, las cuales presentan los mayores problemas.

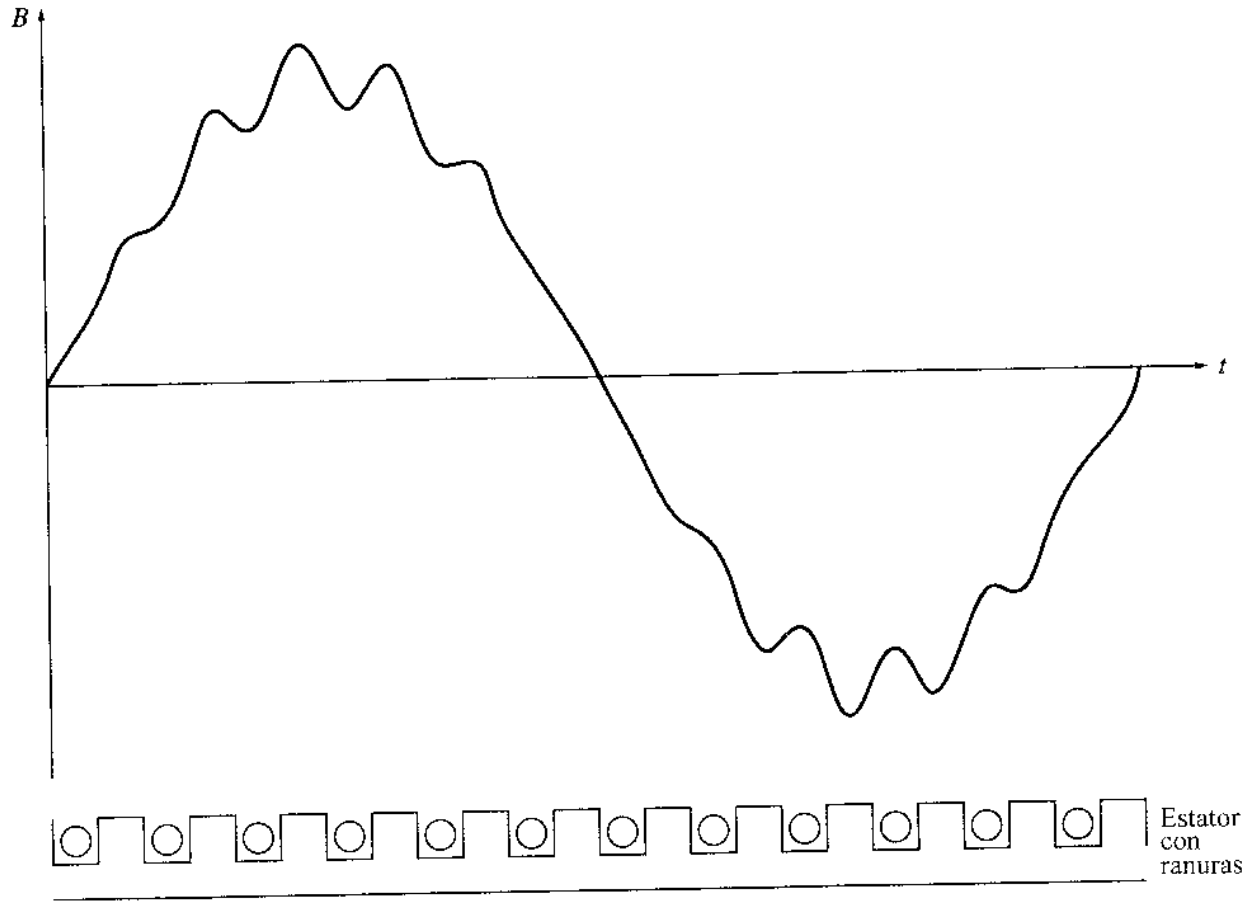


Figura B-10
Variaciones de la densidad de flujo en el entrehierro debidas a las armónicas de diente o ranura. La reluctancia de cada ranura es mayor que la reluctancia de la parte metálica entre ranuras, de modo que las densidades de flujo son menores en la parte situada directamente sobre las ranuras.

Puesto que estas componentes armónicas están determinadas por el espaciamiento *entre ranuras de bobinas adyacentes,* las variaciones en el paso de bobina y la distribución no pueden reducir estos efectos. Independientemente de cuál sea el paso de bobina, éste *debe* comenzar y terminar en una ranura y, por tanto, el espaciamiento de la bobina es un múltiplo entero del espaciamiento básico que ocasiona las armónicas de ranura, en principio.

Por ejemplo, considere un estator de una máquina ac de 72 ranuras, seis polos. En tal máquina, las dos armónicas del estator, que presentan más problemas y tienen frecuencia más baja son

$$v_{\text{ranura}} = \frac{2MS}{P} \pm 1 \tag{B-26}$$

$$= \frac{2(1)(72)}{6} \pm 1 = 23, 25$$

Estas armónicas están a 1380 y 1500 Hz en una máquina de 60 Hz.

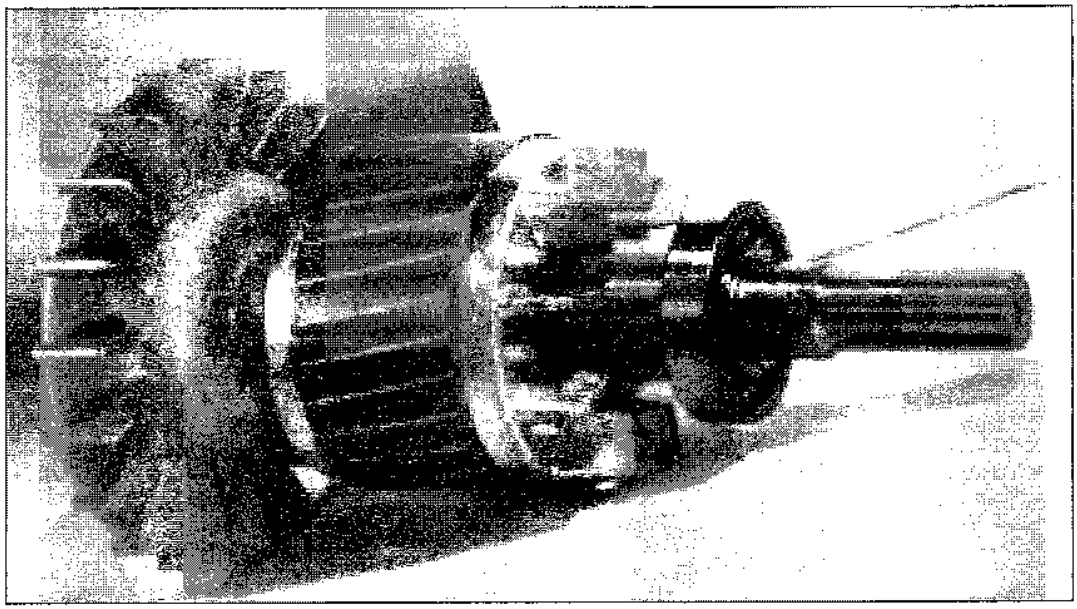


Figura B-11
Rotor de motor de inducción que muestra la sesgadura de los conductores. El sesgo de los conductores del rotor es justamente igual a la distancia entre una ranura estatórica y la próxima (*cortesía de MagneTek, Inc.*)

Las armónicas de ranura causan varios problemas en las máquinas ac:

1. Inducen armónicas en el voltaje generado de los generadores ac.
2. La interacción entre las armónicas de ranura del estator y del rotor produce pares parásitos en los motores de inducción. Estos pares pueden afectar seriamente la forma de la curva par-velocidad del motor.
3. Inducen vibración y ruido en la máquina.
4. Incrementan las pérdidas en el núcleo introduciendo componentes de alta frecuencia de voltajes y corrientes en el diente del estator.

Las armónicas de ranura causan problemas en los motores de inducción, donde pueden inducir armónicas de la misma frecuencia en el circuito de campo del rotor y aumentar sus efectos sobre el par de la máquina.

Para reducir las armónicas de ranura se emplean dos técnicas comunes: los *devanados de ranura-fraccional* y de *conductores de rotor-sesgado.*

Los devanados de ranura-fraccional utiliza un número fraccionario de ranuras por polo del rotor. Todos los ejemplos anteriores de devanados distribuidos corresponden a devanados de ranura-entera, esto es, tienen 2, 3, 4 o algún otro número entero de ranuras por polo. Por otra parte, un estator de ranura-fraccional podría construirse con 2 ½ ranuras por polo. El desplazamiento entre polos adyacentes proporcionado por los devanados de ranura-fraccional ayuda a reducir tanto las armónicas de cinturón como las de ranura. Esta técnica para reducir armónicas se puede utilizar en cualquier tipo de máquina ac. Las armónicas de ranura fraccional se explican en detalle en las referencias 1 y 2.

La otra técnica para reducir las armónicas, mucho más común, es el *sesgado* de los conductores en el rotor de la máquina. Esta técnica se emplea principalmente en los motores de inducción. Los conductores del rotor de un motor de inducción dan una pequeña torsión de modo que cuando el extremo de un conductor está bajo una ranura estatórica, el otro extremo de la bobina está bajo una ranura vecina. Esta construcción de rotor se muestra en la figura B-11. Puesto que un solo conductor de rotor se tiende desde una ranura de bobina a la próxima (una distancia correspondiente a un ciclo eléctrico completo de la armónica de ranura más baja), se cancelan las componentes de voltaje debidas a las variaciones de flujo de las armónicas de ranura.

B-3 RESUMEN

En las máquinas reales, con frecuencia las bobinas del estator son de paso fraccionado, lo cual significa que no van del todo desde un polo magnético hasta el siguiente. Aunque el empleo de devanados estatóricos de paso fraccionado reduce ligeramente la magnitud del voltaje de salida, al mismo tiempo atenúa drásticamente las componentes armónicas del voltaje y produce un voltaje de salida de la máquina mucho más parejo. Un devanado estatórico que utiliza bobinas de paso fraccionado se llama *devanado de cuerdas*.

Ciertas armónicas de más altas frecuencias, llamadas armónicas de diente o de ranura, no pueden ser suprimidas con bobinas de paso fraccionado. Estas armónicas, que presentan más problemas en los motores de inducción, pueden reducirse utilizando devanados de ranura-fraccional o mediante la sesgadura de los conductores del rotor de un motor de inducción.

Los estatores de las máquinas ac reales no tienen sólo una bobina para cada fase. Para obtener voltajes razonables de salida de la máquina, se deben utilizar varias bobinas, cada una de las cuales tiene con un gran número de vueltas. Este hecho requiere que los devanados sean distribuidos sobre algún rango de la superficie del estator. La distribución de los devanados en una fase reduce el voltaje posible de salida en el factor de distribución k_d, pero facilita la colocación de más devanados en la máquina.

PREGUNTAS

B-1 ¿Por qué se utilizan devanados distribuidos en vez de devanados concentrados en los estatores de máquinas ac?

B-2 *a)* ¿Qué es factor de distribución de un devanado estatórico? *b)* ¿Cuál es el valor del factor de distribución en un devanado estatórico concentrado?

B-3 ¿Qué son devanados encordados? ¿Por qué se utilizan en un devanado ac estatórico?

B-4 ¿Qué es paso? ¿Qué es factor de paso? ¿Cómo se relacionan entre sí?

B-5 ¿Por qué no se encuentran componentes de tercer armónica de voltaje en las salidas de las máquinas ac trifásicas?

B-6 ¿Qué son armónicas triple n?

B-7 ¿Qué son armónicas de ranura? ¿Cómo se pueden reducir?

B-8 ¿Cómo puede acercarse a una sinusoide la distribución de fuerza magnetomotriz (y del flujo) en una máquina ac?

EJERCICIOS

B-1 Un inducido estatorico trifásico de dos ranuras está devanado para operación bipolar. Si se utilizan devanados de paso fraccionado, ¿cuál es la mejor selección posible de paso de devanado si se desea eliminar la componente de voltaje de quinta armónica?

B-2 Deduzca la relación para el factor de distribución del devanado k_d de la ecuación (B-22).

B-3 Una máquina sincrónica trifásica de cuatro polos tiene 96 ranuras estatóricas. Las ranuras contienen devanado de doble capa (dos bobinas por ranura) con cuatro espiras por bobina. El paso de bobina es 19/24.

a) Encuentre el paso de ranura y el paso de bobina en grados eléctricos.

b) Encuentre los factores de paso, distribución y devanado de esta máquina.

c) ¿Qué tan bien suprimirá este devanado las armónicas tercera, quinta, séptima, novena y onceava? Asegúrese de considerar los efectos del paso de bobina y de distribución del devanado en la respuesta.

B-4 Un devanado trifásico de cuatro polos de doble capa va a ser instalado en un estator de 48 ranuras. El paso de los devanados estatóricos es 5/6 y hay 10 espiras por bobina en los devanados. En cada fase, todas las bobinas están conectadas en serie y las tres fases están conectadas en Δ. El flujo por polo en la máquina es 0.054 Wb y la velocidad de rotación del campo magnético es 1800 r/min.

a) ¿Cuál es el factor de paso de este devanado?

b) ¿Cuál es el factor de distribución de este devanado?

c) ¿Cuál es la frecuencia del voltaje producido en este devanado?

d) ¿Cuáles son los voltajes de fase y en terminales, resultantes de este estator?

B-5 Un generador sincrónico trifásico, conectado en Y, de seis polos, tiene seis ranuras por polo en su devanado estatórico. El devanado en sí es un devanado encordado (de paso fraccionado) de doble capa, con ocho espiras por bobina. El factor de distribución $k_d = 0.956$ y el factor de paso $k_P = 0.981$. El flujo en el generador es 0.02 Wb por polo y la velocidad de rotación es 1200 r/min. ¿Cuál es el voltaje de línea producido por este generador en esas condiciones?

B-6 Una máquina sincrónica trifásica, conectada en Y, de 50 Hz, bipolar, tiene un estator con 18 ranuras. Sus bobinas forman un devanado encordado de doble capa (dos bobinas por ranura) y cada bobina tiene 60 espiras. El paso de las bobinas del estator es 8/9.

a) ¿Qué flujo rotórico se requeriría para producir un voltaje en los terminales (línea a línea) de 6 kV?

b) ¿Qué tan efectivas son las bobinas de este paso para reducir la componente de quinta armónica del voltaje? ¿La componente de séptima armónica del voltaje?

B-7 ¿Qué paso de bobina podría utilizarse para eliminar por completo la componente de séptima armónica del voltaje en el inducido (estator) de la máquina ac? ¿Cuál es el número *mínimo* de ranuras necesario en un devanado de ocho polos para llevar a cabo exactamente este paso? ¿Qué efecto produciriá este paso en la componente de quinta armónica del voltaje?

B-8 Un generador sincrónico trifásico de 13.8 kV, conectado en Y, 60 Hz, 12 polos, tiene 180 ranuras en el estator con devanado de doble capa y ocho espiras por bobina. El paso de bobina en el estator es 12 ranuras. Los conductores de todos las cinturones de fase (o grupos de fase) en una fase dada están conectados en serie.

a) ¿Qué flujo por polo se requeriría para obtener un voltaje en en los terminales (línea) en vacío de 13.8 kV?

b) ¿Cuál es el factor de devanado k_w de esta máquina?

REFERENCIAS

1. Fitzgerald, A. E., and Charles Kingsley. *Electric Machinery.* New York: McGraw-Hill, 1952.
2. Liwschitz-Garik, Michael, and Clyde Whipple. *Alternating-Current Machinery.* Princeton, N. J.: Van Nostrand, 1961
3. Werninck, E. H. (ed.). *Electric Motor Handbook.* London: McGraw-Hill, 1978.

APÉNDICE C

TEORÍA DE POLOS SALIENTES EN MÁQUINAS SINCRÓNICAS

El circuito equivalente de un generador sincrónico, deducido en el capítulo 5, es válido sólo para máquinas construidas con rotores cilíndricos, no para máquinas construidas con rotores de polos salientes. Así mismo, la expresión de la relación entre el ángulo de par δ y la potencia suministrada por el generador [ecuación (5-20)] es válida sólo para rotores cilíndricos. En el capítulo 5 se ignoraron los efectos debidos a la prominencia de rotores y se supuso que se aplicaba la teoría cilíndrica sencilla. Esta suposición no es demasiado mala para trabajar en estado estacionario, pero es demasiado precaria para examinar la conducta en regímenes transitorios de generadores y motores.

El problema con el circuito equivalente sencillo de los motores de inducción es que ignora el efecto del *par de reluctancia* sobre el generador. Para entender la idea de par de reluctancia, es necesario remitirse a la figura C-1, que muestra un rotor de polos salientes sin devanados dentro de un estator trifásico. Si se produce un campo magnético estatórico, como se muestra en la figura, éste inducirá un campo magnético en el rotor. Puesto que es *mucho* más fácil producir un flujo longitudinal que un flujo transversal en el eje del motor, el flujo inducido en el rotor se alineará con el eje del rotor. Puesto que hay un ángulo entre el campo magnético estatórico y el campo magnético rotórico, se inducirá un par en el rotor que tenderá a alinear a éste con el campo magnético del estator. La magnitud de este par es proporcional al seno del ángulo doble comprendido entre los dos campos magnéticos (sen 2δ).

Puesto que la teoría de rotor cilíndrico de las máquinas sincrónicas ignora el hecho de que es más fácil establecer un campo magnético en unas que en otras direcciones (esto es, ignora el efecto de los pares de reluctancia), es inexacta cuando están involucrados polos salientes.

C-1 DESARROLLO DEL CIRCUITO EQUIVALENTE DE UN GENERADOR SINCRÓNICO DE POLOS SALIENTES

Como en el caso de la teoría de rotor cilíndrico, hay cuatro elementos en el circuito equivalente de un generador sincrónico:

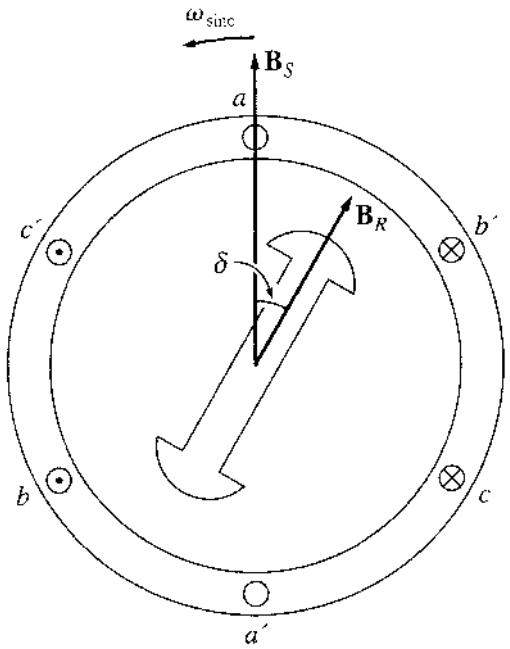


Figura C-1
Rotor de polos salientes que ilustra la idea del par de reluctancia. Cuando el campo magnético del estator induce un campo magnético en el rotor, se produce un par sobre el rotor, proporcional al seno del ángulo doble comprendido entre los dos campos.

1. El voltaje generado interno del generador $\mathbf{E}_A$
2. La reacción del inducido del generador sincrónico
3. La autoinductancia del devanado estatórico
4. La resistencia del devanado estatórico

El primero, el tercero y el cuarto elementos no cambian en la teoría de polos salientes de los generadores sincrónicos, pero el efecto de la reacción del inducido debe modificarse para explicar el hecho de que es más fácil establecer un flujo en unas direcciones que en otras.

Esta modificación de los efectos de reacción del inducido se lleva a cabo según se explica más adelante. La figura C-2 muestra un rotor de polos salientes girando en sentido contrario a las manecillas del reloj dentro de un estator de dos polos. El flujo de este rotor es llamado $\mathbf{B}_R$ y apunta hacia arriba. Por la ecuación del voltaje inducido en un conductor que se mueve en presencia de un campo magnético,

$$e_{\text{ind}} = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l} \tag{1-45}$$

el voltaje en los conductores en la parte superior del estator será positivo hacia fuera de la página, y el voltaje en los conductores de la parte inferior del estator se dirigirá hacia dentro de la página. El plano del voltaje máximo inducido caerá directamente bajo el polo del rotor, en cualquier tiempo dado.

Si ahora se conecta una carga en atraso a los terminales del generador, fluirá una corriente cuyo valor máximo está atrasado con respecto al valor máximo del voltaje. Esta corriente se muestra en la figura C-2*b*.

El flujo de corriente estatórica produce una fuerza magnetomotriz que cae 90° atrás del plano de la máxima corriente estatórica, como se muestra en la figura C-2*c*. En la teoría cilíndrica, esta fuerza magnetomotriz produce un campo magnético estatórico $\mathbf{B}_s$ que se alinea con la fuerza magnetomotriz del estator. Sin embargo, es más fácil producir un campo magnético en la dirección del rotor que uno perpendicular a éste. Por tanto, se divide la fuerza magnetomotriz del estator en componentes paralela y perpendicular al eje del rotor. Cada una de estas fuerzas magnetomotrices produce un campo magnético, aunque se produce más flujo por amperio-vuelta a lo largo del eje que perpendicularmente (*en cuadratura*) a éste.

El campo magnético estatórico resultante se muestra en la figura C-2*d*, comparado con el campo predicho por la teoría de rotor cilíndrico.

Ahora cada componente del campo magnético estatórico produce un voltaje propio en el devanado del estator por reacción del inducido. Estos voltajes de reacción del inducido se muestran en la figura C-2*e*.

El voltaje total en el estator es entonces

$$\mathbf{V}_\phi = \mathbf{E}_A + \mathbf{E}_d + \mathbf{E}_q \tag{C-1}$$

donde $\mathbf{E}_d$ es la componente de eje directo del voltaje de reacción del inducido y $\mathbf{E}_q$ es la componente del eje en cuadratura del voltaje de reacción del inducido (*véase* figura C-3).

Como en el caso de la teoría de rotor cilíndrico, cada voltaje de reacción del inducido es *directamente proporcional a su corriente estatórica y está atrasado 90°* de la corriente estatórica. Entonces, cada voltaje de reacción del inducido puede ser modelado por

$$\mathbf{E}_d = -jx_d\mathbf{I}_d \tag{C-2}$$

$$\mathbf{E}_q = -jx_q\mathbf{I}_q \tag{C-3}$$

y el voltaje estatórico total es

$$\mathbf{V}_\phi = \mathbf{E}_A - jx_d\mathbf{I}_d - jx_q\mathbf{I}_q \tag{C-4}$$

La resistencia y la reactancia propia del inducido pueden incluirse ahora. Puesto que la reactancia propia del inducido X_A es independiente del ángulo del rotor, se añade normalmente a las reactancias de eje directo y de eje en cuadratura de reacción del inducido para producir la *reactancia sincrónica directa* y la *reactancia sincrónica en cuadratura* del generador:

$$\boxed{X_d = x_d + X_A} \tag{C-5}$$

$$\boxed{X_q = x_q + X_A} \tag{C-6}$$

La caída de voltaje en la resistencia del inducido es justamente la resistencia del inducido multiplicada por la corriente del inducido $\mathbf{I}_A$.

En consecuencia, la expresión final para el voltaje de fase de un motor sincrónico de polos salientes es

$$\boxed{\mathbf{V}_\phi = \mathbf{E}_A - jX_d\mathbf{I}_d - jX_q\mathbf{I}_q - R_A\mathbf{I}_A} \tag{C-7}$$

y el diagrama fasorial resultante se muestra en la figura C-4.

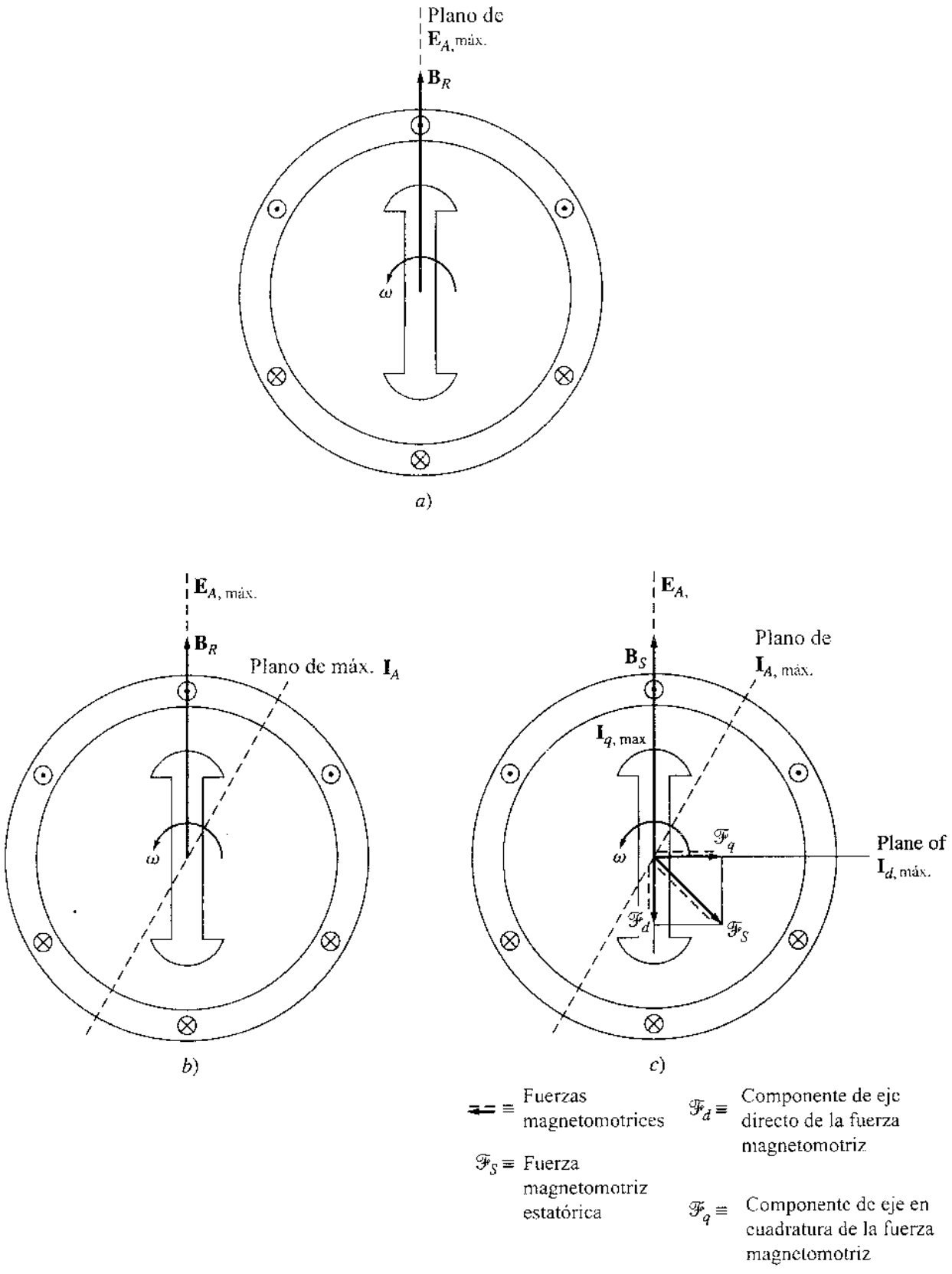


Figura C-2
Efectos de la reacción del inducido en un generador sincrónico de polos salientes. *a*) El campo magnético del rotor induce un voltaje en el estator cuyo valor es máximo en los alambres directamente bajo las caras polares. *b*) Si se conecta al generador una carga en atraso, fluirá una corriente estatórica que alcanza su valor máximo con un ángulo en atraso de $\mathbf{E}_A$. *c*) Esta corriente estatórica $\mathbf{I}_A$ produce una fuerza magnetomotriz estatórica en la máquina.

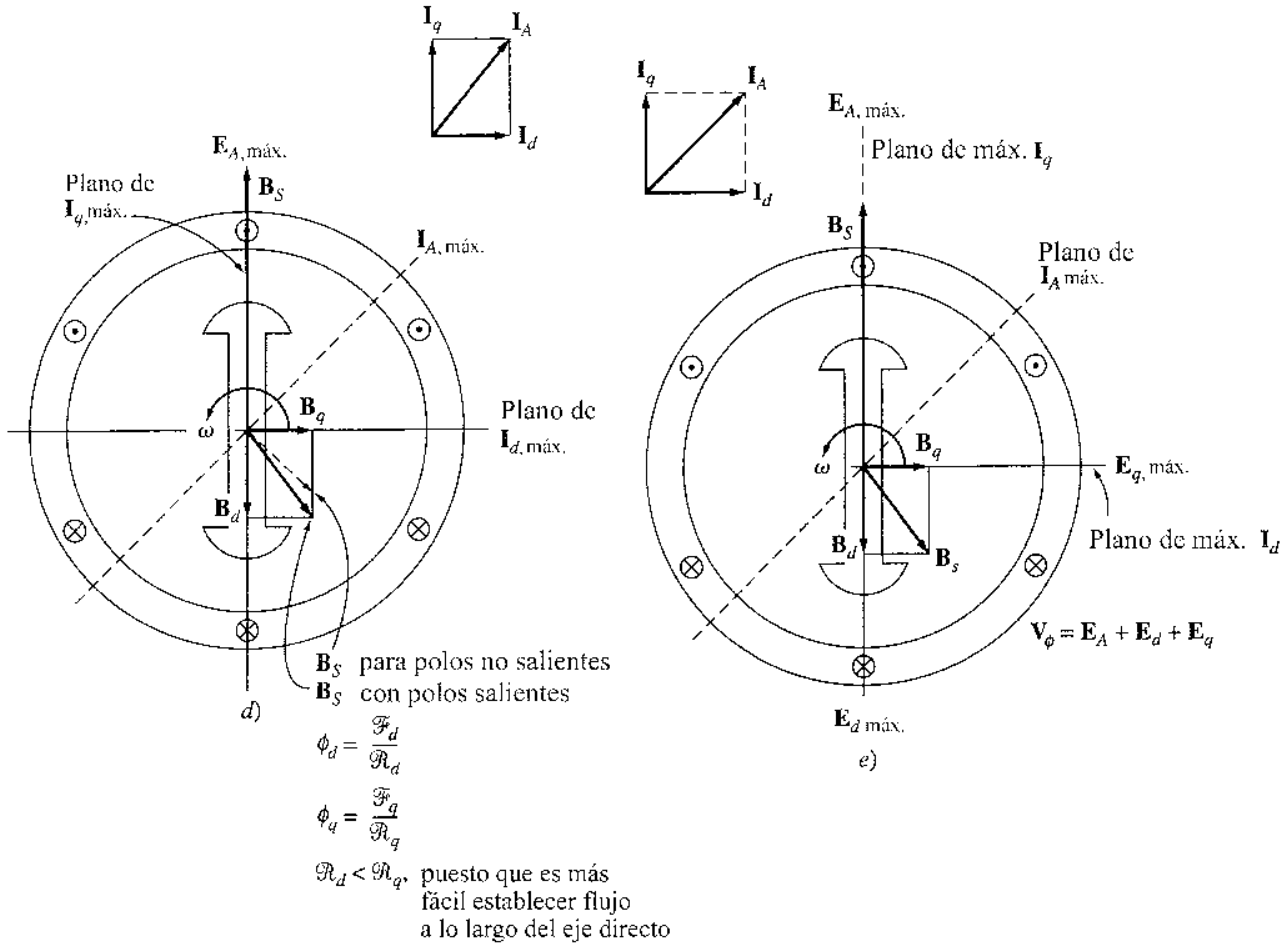


Figura C-2 (*continuación*)
d) La fuerza magnetomotriz estatórica produce un flujo estatórico $\mathbf{B}_S$. Sin embargo, la componente de eje directo de la fuerza magnetomotriz produce más flujo por ampere-vuelta que la componente de eje en cuadratura puesto que la reluctancia del camino del flujo de eje directo es menor que la del camino del flujo del eje en cuadratura. *e*) Los flujos estatóricos de eje directo y en cuadratura producen voltajes de reacción del inducido en el estator de la máquina.

Note que este diagrama fasorial requiere que la corriente del inducido sea resuelta en componentes en paralelo con $\mathbf{E}_A$ y en cuadratura con $\mathbf{E}_A$. Sin embargo, el *ángulo* entre $\mathbf{E}_A$ e $\mathbf{I}_A$ es $\delta + \theta$, el cual *no se conoce usualmente* antes de construir el diagrama. Lo normal es conocer por anticipado sólo el ángulo del factor de potencia θ.

Es posible construir el diagrama fasorial sin conocimiento previo del ángulo δ, como se muestra en la figura C-5. Las líneas continuas de la figura C-5 son las mismas que se muestran en la figura C-4, mientras que las líneas discontinuas presentan el diagrama fasorial como si la máquina tuviese rotor cilíndrico con reactancia sincrónica X_d.

El ángulo δ de $\mathbf{E}_A$ puede hallarse utilizando la información conocida en los terminales del generador. Nótese que el fasor $\mathbf{E}''_A$, el cual está dado por

$$\mathbf{E}''_A = \mathbf{V}_\phi + R_A\mathbf{I}_A + jX_q\mathbf{I}_A \tag{C-8}$$

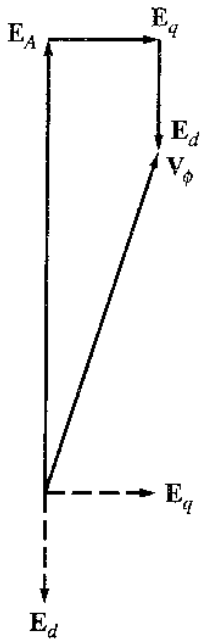


Figura C-3
El voltaje de fase del generador es la suma de su voltaje interno generado y sus voltajes de reacción del inducido.

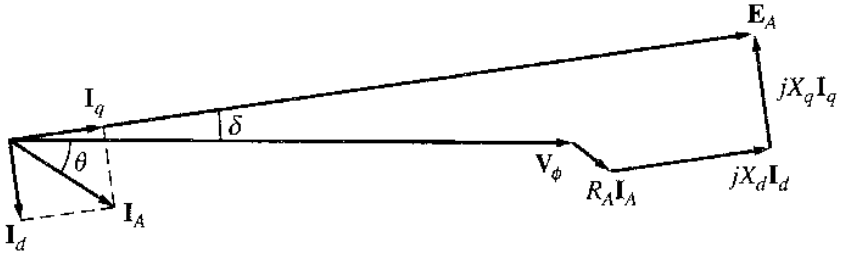


Figura C-4
Diagrama fasorial de un generador sincrónico de polos salientes.

es colineal con el voltaje interno generado $\mathbf{E}_A$. Puesto que $\mathbf{E}''_A$ está determinado por la corriente en los terminales del generador, el ángulo δ puede determinarse conociendo la corriente del inducido. Una vez se conozca el ángulo δ, la corriente del inducido puede ser descompuesta en sus componentes directa y en cuadratura, y puede determinarse el voltaje interno generado.

Ejemplo C-1 Un generador sincrónico de 480 V, 60 Hz, conectado en Δ, de cuatro polos, tiene una reactancia de eje directo de 0.1 Ω y una reactancia de eje en cuadratura de 0.075 Ω. Su resistencia del inducido puede ser despreciada. A plena carga, este generador suministra 1200 A con un factor de potencia de 0.8 en atraso.

a) Encuentre el voltaje interno generado $\mathbf{E}_A$ de este generador a plena carga, si tiene rotor cilíndrico de reactancia X_d.

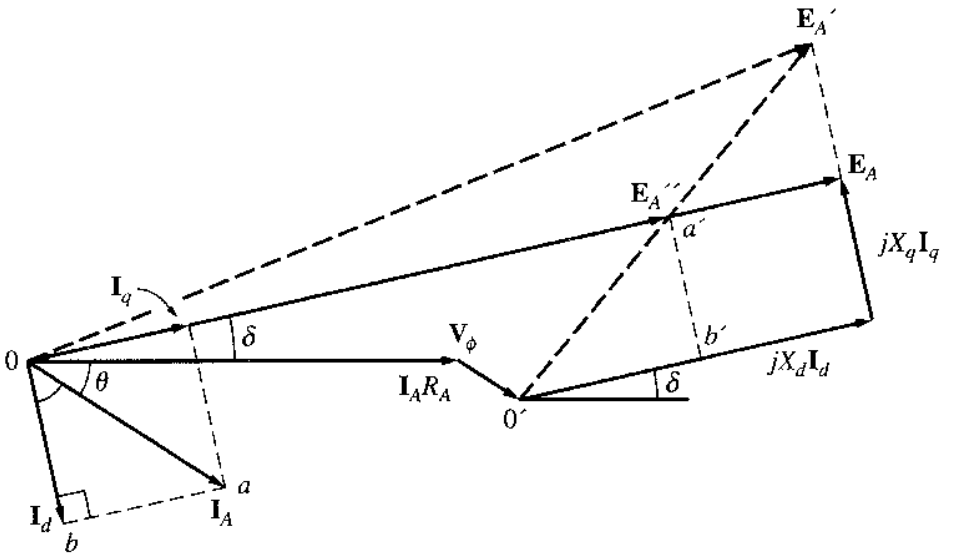


Figura C-5
Construcción del diagrama fasorial sin conocimiento previo de δ. $\mathbf{E}''_A$ cae en el mismo ángulo que $\mathbf{E}_A$ y puede ser determinado exclusivamente de la información de los terminales del generador. Entonces, puede hallarse el ángulo δ y la corriente dividirse en las componentes d y q.

b) Encuentre el voltaje interno generado $\mathbf{E}_A$ de este generador a plena carga, asumiendo que tiene rotor de polos salientes.

Solución

a) Puesto que el generador está conectado en Δ, la corriente del inducido a plena carga es

$$I_A = \frac{1200 \text{ A}}{\sqrt{3}} = 693 \text{ A}$$

El factor de potencia de la corriente es 0.8 en atraso, de modo que el ángulo θ de la impedancia de la carga es

$$\theta = \cos^{-1} 0.8 = 36.87°$$

Por tanto, el voltaje interno generado es

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_A &= \mathbf{V}_\phi + jX_S\mathbf{I}_A \\ &= 480 \angle 0° \text{ V} + j(0.1\ \Omega)(693 \angle -36.87° \text{ A}) \\ &= 480 \angle 0° + 69.3 \angle 53.13° = 524.5 \angle 6.1° \text{ V}\end{aligned}$$

Nótese que el ángulo δ del par es 6.1°.

b) Si el rotor es de polos salientes, para descomponer la corriente en componentes de eje directo y de eje en cuadratura, es necesario saber la *dirección* de $\mathbf{E}_A$, la cual puede determinarse de la ecuación (C-8):

(C-8)

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_A'' &= \mathbf{V}_\phi + R_A\mathbf{I}_A + jX_q\mathbf{I}_A \\ &= 480\angle 0° \text{ V} + 0 \text{ V} + j(0.075\ \Omega)(693\angle -36.87° \text{ A}) \\ &= 480\angle 0° + 52\angle 53.13° = 513\angle 4.65° \text{ V}\end{aligned}$$

La dirección de $\mathbf{E}_A$ es $\delta = 4.65°$. La magnitud de la componente de eje directo de la corriente es entonces

$$\begin{aligned}I_d &= I_A \operatorname{sen}(\theta + \delta) \\ &= (693 \text{ A}) \operatorname{sen}(36.87 + 4.65) = 459 \text{ A}\end{aligned}$$

y la magnitud de la componente en cuadratura de la corriente es

$$\begin{aligned}I_q &= I_A \cos(\theta + \delta) \\ &= (693 \text{ A}) \cos(36.87 + 4.65) = 519 \text{ A}\end{aligned}$$

Combinando magnitudes y ángulos se obtiene

$$\mathbf{I}_d = 459\angle -85.35° \text{ A}$$
$$\mathbf{I}_q = 519\angle 4.65° \text{ A}$$

El voltaje interno generado resultante es

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_A &= \mathbf{V}_\phi + R_A\mathbf{I}_A + jX_d\mathbf{I}_d + jX_q\mathbf{I}_q \\ &= 480\angle 0° \text{ V} + 0 \text{ V} + j(0.1\ \Omega)(459\angle -85.35° \text{ A}) + j(0.075\ \Omega)(519\angle 4.65° \text{ A}) \\ &= 524.3\angle 4.65° \text{ V}\end{aligned}$$

Nótese que la *magnitud* de $\mathbf{E}_A$ no es muy afectada por los polos salientes, pero el *ángulo* de $\mathbf{E}_A$ difiere considerablemente con polos salientes que sin polos salientes. ●

C-2 ECUACIONES DE PAR Y DE POTENCIA DE LA MÁQUINA DE POLOS SALIENTES

La potencia de salida de un generador sincrónico con rotor cilíndrico como función del ángulo de par, fue dada en el capítulo 5 como

$$P = \frac{3V_\phi E_A \operatorname{sen}\delta}{X_S} \qquad (5\text{-}20)$$

En esta ecuación se supone que la resistencia del inducido es despreciable. Partiendo de la misma suposición, ¿cuál es la potencia de salida de un generador de polos salientes como función del ángulo de par? Para responder a esta pregunta es necesario remitirse a la figura C-6. La potencia de salida de un generador sincrónico es la suma de las potencias debidas a la corriente de eje directo y la potencia debida a la corriente de eje en cuadratura:

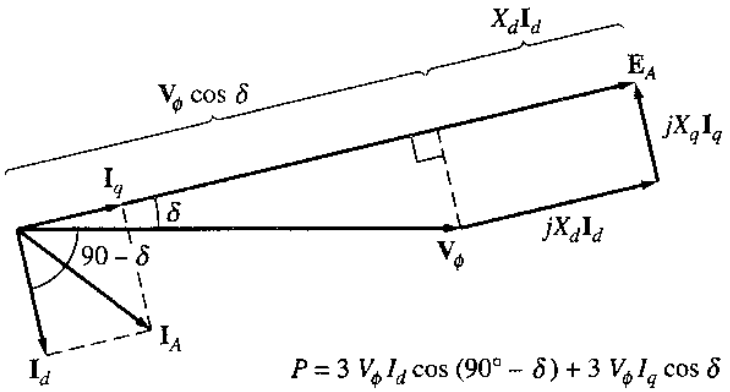


Figura C-6
Determinación de la potencia de salida de un generador sincrónico de polos salientes. Tanto $\mathbf{I}_d$ como $\mathbf{I}_q$ contribuyen a la potencia de salida, como se muestra.

$$\begin{aligned} P &= P_d + P_q \\ &= 3V_\phi I_d \cos(90° - \delta) + 3V_\phi I_q \cos \delta \\ &= 3V_\phi I_d \operatorname{sen} \delta + 3V_\phi I_q \cos \delta \end{aligned} \tag{C-9}$$

De la figura C-6, la corriente de eje directo está dada por

$$I_d = \frac{E_A - V_\phi \cos \delta}{X_d} \tag{C-10}$$

y la corriente de eje en cuadratura está dada por

$$I_q = \frac{V_\phi \operatorname{sen} \delta}{X_q} \tag{C-11}$$

Sustituyendo las ecuaciones (C-10) y (C-11) en la ecuación (C-9), se obtiene

$$\begin{aligned} P &= 3V_\phi\left(\frac{E_A - V_\phi \cos \delta}{X_d}\right) \operatorname{sen} \delta + 3V_\phi\left(\frac{V_\phi \operatorname{sen} \delta}{X_q}\right) \cos \delta \\ &= \frac{3V_\phi E_A}{X_d} \operatorname{sen} \delta + 3V_\phi^2 \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}\right) \operatorname{sen} \delta \cos \delta \end{aligned}$$

Puesto que $\operatorname{sen} \delta \cos \delta = \frac{1}{2} \operatorname{sen} 2\delta$, esta expresión se reduce a

$$\boxed{P = \frac{3V_\phi E_A}{X_d} \operatorname{sen} \delta + \frac{3V_\phi^2}{2}\left(\frac{X_d - X_q}{X_d X_q}\right) \operatorname{sen} 2\delta} \tag{C-12}$$

El primer término de esta expresión es igual a la potencia en una máquina de rotor cilíndrico; el segundo término es la potencia adicional debida al par de reluctancia en la máquina.

Puesto que el par inducido en el generador está dado por $\tau_{ind} = P_{conv}/\omega_m$, el par inducido en el motor puede ser expresado como

$$\tau_{ind} = \frac{3V_\phi E_A}{\omega_m X_d} \operatorname{sen}\delta + \frac{3V_\phi^2}{2\omega_m}\left(\frac{X_d - X_q}{X_d X_q}\right)\operatorname{sen} 2\delta \qquad \text{(C-13)}$$

El par inducido de un generador de polos salientes, como función del ángulo de par δ, se dibuja en la figura C-7.

EJERCICIOS

C-1 Un generador sincrónico de 480 V, 200 kVA, factor de potencia 0.8 en atraso, 60 Hz, cuatro polos, conectado en Y, tiene una reactancia de eje directo de 0.25 Ω, una reactancia de eje en cuadratura de 0.18 Ω y una resistencia del inducido de 0.03 Ω. Las pérdidas por rozamiento propio, rozamiento con el aire y misceláneas se pueden despreciar. La característica de circuito abierto del generador está dada en la figura P5-1.

a) ¿Cuánta corriente de campo se requiere para hacer V_T igual a 480 V cuando el generador está girando en vacío?

b) ¿Cuál es el voltaje interno generado de esta máquina cuando está operando en condiciones nominales? ¿Cómo puede compararse este valor de $\mathbf{E}_A$ con el del ejercicio 5-2b?

c) ¿Qué fracción de la potencia de plena carga de este generador se debe al par de reluctancia de este rotor?

C-2 Un generador accionado por turbina hidráulica, de 14 polos, conectado en Y, trifásico, está dimensionado para 120 MVA, 13.2 kV, factor de potencia 0.8 en atraso y 60 Hz. Su reactancia de eje directo es 0.62 Ω y su reactancia de eje en cuadratura es 0.40 Ω. Todas las pérdidas rotacionales pueden ser despreciadas.

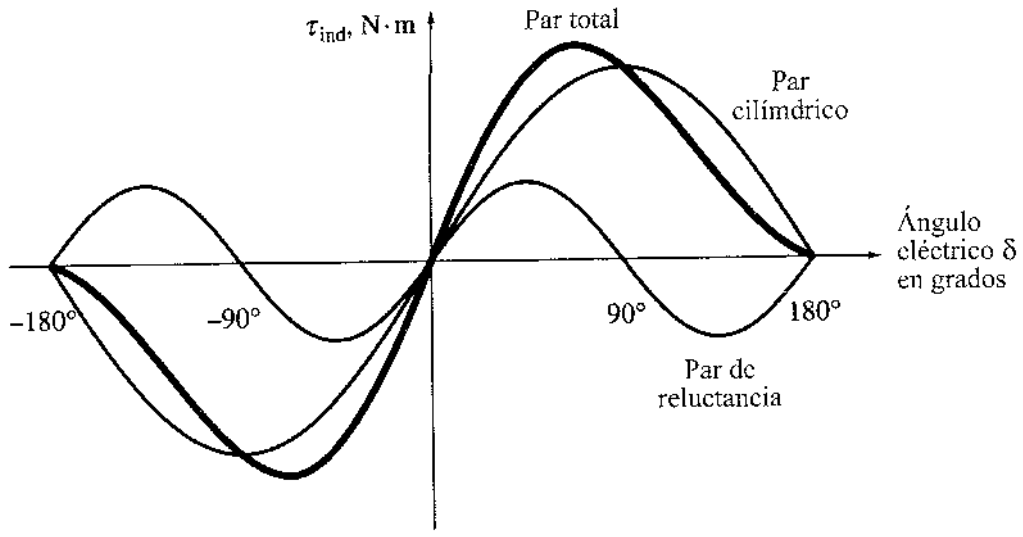


Figura C-7
Dibujo del par contra el ángulo del par para un generador sincrónico de polos salientes. Nótese la componente del par debida a la reluctancia del rotor.

a) ¿Qué voltaje interno generado necesitaría este generador para operar en condiciones nominales?
b) ¿Cuál es la regulación de voltaje de este generador en condiciones nominales?
c) Dibuje la curva de potencia contra el ángulo de par para este generador. ¿A qué ángulo δ es máxima la potencia de este generador?
d) ¿Cómo se compara el valor máximo de potencia de salida de este generador, con la potencia máxima disponible si fuera de construcción de rotor cilíndrico?

C-3 Suponga que se va a utilizar una máquina de polos salientes como motor.
a) Dibuje el diagrama fasorial de la máquina sincrónica de polos salientes utilizada como motor.
b) Escriba las ecuaciones que describen los voltajes y corrientes en este motor.
c) Demuestre que el ángulo del par d entre $\mathbf{E}_A$ y $\mathbf{V}_\phi$ en este motor está dado por

$$\delta = \tan^{-1} \frac{I_A X_q \cos\theta - I_A R_A \operatorname{sen}\theta}{V_\phi + I_A X_q \operatorname{sen}\theta + I_A R_A \cos\theta}$$

C-4 Si la máquina del ejercicio C-1 está girando como *motor* en condiciones nominales, ¿cuál es el par máximo que puede ser tomado de su eje sin que haya deslizamiento de los polos *cuando la corriente de campo es cero*?

APÉNDICE D

TABLAS DE CONSTANTES Y FACTORES DE CONVERSIÓN

Constantes

Carga del electrón	$e = -1.6 \times 10^{-19}$ C
Permeabilidad del espacio libre	$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m
Permisividad del espacio libre	$\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}$ F/m

Factores de conversión

Longitud	1 metro (m)	= 3.281 pies = 39.37 pulg
Masa	1 kilogramo (kg)	= 0.0685 slug = 2.205 libras masa (lbm)
Fuerza	1 newton (N)	= 0.2248 libras fuerza (lb · f) = 7.233 poundals = 0.102 kg (fuerza)
Par	1 newton-metro (N · m)	= 0.738 libras-pie (lb · pie)
Energía	1 joule (J)	= 0.738 (pie · lb) = 3.725×10^{-7} caballo fuerza-hora (hp · h) = 2.778×10^{-7} kilovatios-hora (kWh)
Potencia	1 watt (W)	= 1.341×10^{-3} hp = 0.7376 pie · lbf/s
	1 caballo de fuerza	= 746 W
Flujo magnético	1 weber (Wb)	= 10^8 maxwells (líneas)
Densidad de flujo magnético	1 tesla (T)	= 1 Wb/m^2 = 10,000 gauss (G) = 64.5 kilolíneas/pulg^2
Intensidad de campo magnético	1 ampere · vuelta/m	= 0.0254 A · vuelta/pulg = 0.0126 oersted (Oe)

INDICE

A

Acción generatriz, 36
Acción motriz, 35
Aceleración angular, 4
Aislamiento:
  clases NEMA de, 265, 537
  en máquinas ac, 265
  en máquinas dc, 536-537
Alternadores (*Véase* Generadores sincrónicos)
Análisis no lineal:
  de generadores dc, 618-619, 626-628, 630-639
  de motores dc, 557-561, 584-589
Ángulo eléctrico (θ_e), 247, 501
Anillos rozantes, 274
Armónicas componentes:
  armónicas de cinturón, 732
  armónicas de diente o de ranura, 742
  armónicas triple *n*, 732
  en controladores de potencia de estado sólido, 219
  en máquinas ac, 261-264
  en transformadores trifásicos, 117-123
Arrancadores de motores:
  dc, 596-598
  de inducción, 441-443
  sincrónicos, 370-378
Arranque, código de letras (NEMA), 439
Arranque:
  de motores de inducción monofásicos, 665-675
  de motores sincrónicos, 370-378
  de motores trifásicos de inducción, 439-445
  para motores dc, 590-598
Autotransformadores, 109-117
  aumento de potencia en, 112-113
  impedancia interna reducida de, 115-116

B

Barraje infinito, 314

C

Campos magnéticos:
  producción de, 9
  rotacionales, 241-246
Capacitores de arranque, motores con, 669
Característica de circuito abierto (OCC), 289
  (*Véase también* Curva de magnetización)
Centelleo del campo, 624
Cicloconvertidores, 209-213
  corriente circulante, 218-219
  corriente no circulante, 215-218
Cinturón de fase, 737
Circuitos:
  de arranque para, para motores dc, 596-598
  de pulsos, 172-180
  magnéticos, 11-12
  osciladores de relajación , 174-179
  recortados, 188-196
  rectificadores básicos, 164-172
Circuitos trifásicos, 703-725
  análisis de:con el circuito equivalente por fase, 714-716
  conexiones, 706-710
  diagrama unifilar, 723
  por triángulo de potencias, 722
  potencia en, 710-714
Comparadores, 208
Condensador sincrónico, 369-370
Condiciones de puesta en paralelo para generadores sincrónicos, 306-308

Conductores, 499
de rotor sesgado, 744
voltaje inducido, 35-36
Conexión delta (Δ), 708-710
Conexión en derivación corta, 585
Conexión en derivación larga, 585
Conexión en Ye (*Véase también* Conexión en Y)
Conmutación:
definición, 498
en circuitos recortados, 192
en máquinas dc sencillas de cuatro espiras, 495-498
problemas de, 514-521
Constantes, tabla de, 759
Control de face AC, 180-186
Control de potencia dc a dc, 188-195
Controlador de estado sólido:
para motores dc, 601-610
para motor de inducción, 454-459
Control de velocidad:
de motores dc en derivación, 562-574, 590
controladores de estado sólido, 601-610
sistema Ward Leonard, 598-610
de motores monofásicos de inducción, 675-678
de motores trifásicos de inducción, 445-453
de motores universales, 655
Convención de puntos:
en máquinas dc, 584
en transformadores, 66-67, 81
Corriente de irrupción:
en motores de inducción, 439-440
en transformadores, 141-142
Corriente de pérdidas en el núcleo:
en motores de inducción, 403
en transformadores, 78
Corriente de puerta, 157
Cortocircuito:
característica de, (SCC), 289
protección, 590-592
relación, 292
Cortocircuito, prueba de:
en generadores sincrónicos, 288
en transformadores, 88
Curvas de V, 361-362

D

Debilitamiento del flujo, 517
Degradación:
en motores de inducción, 448
en transformadores, 136
Desgaste de las escobillas, 535
Deslizamiento, 393
Desplazamiento:
de las escobillas, 520-521
del plano neutro, 515
Devanado:
de doble capa, 501, 737
imbricado, 504-510
primario (de entrada), 61
secundario (de salida), 61
Devanado auxiliar en motores monofásicos de inducción, 655-666
Devanados:
amortiguación, 374-378
cinturón de fase, 737
compensador, 523-525
compensadores, 507
de campo, 532
de compensación, 523-525
de cuerdas, 501
de doble capa (Véase *también* Devanados de dos capas)
de doble capa, 501
de paso diametral, 501
de paso fraccionado, 501, 728-736
del inducido en máquinas dc, 498, 532
distribuidos, 736-745
encordado, 501
factor de distribución, 14, 737-740
factor de paso, 734
grupo de fase, 737-740
imbricado, 504-510
múltiples, 504
ondulado, 511-512
pata de rana, 513
progresivos, 503
regresivos, 503
rotor de jaula de ardilla, 387
rotor de jaula, 387
rotor devanado, 387
terciarios, 61
Devanados de campo:
de máquinas ac, 233
de máquinas dc, 532
DIAC, 159-160
Diagrama unifilar, 723
Diagramas de capacidad, 335-340
Diagramas de flujo de potencia, 267, 2/6, 402-403, 539, 680

Diodo, 155-156
de marcha libre, 187
PNPN, 156-157

E

Efecto del campo magnético en el entrehierros, 14
Eficiencia:
de máquinas ac, 265
de máquinas de inducción, 402-403
de transformadores, 100-101
Eje en cuadratura, 749-752
Entrehierro, 14, 483
Escobillas, 274, 498, 535-536
Espira sencilla rotacional, 233-241, 483-495
Estabilidad estática, límite de, 287
Excitadores, 274
Excitadores sin escobillas, 274

F

Factor:
de amplitud, 737-740
de devanado, 740
de distribución *kd*, 737-740
de paso, 734
de potencia, corrección, 369
de servicio, 341
Factores de conversión, tabla de, 759
Fase fantasma, 128
Flujo concatenado, 32
Flujo de potencia reactiva, 317-318, 365-369
Flujo disperso en transformadores, 75
Flujo, producción del, 8-9
Frecuencia, conversión:
cicloconvertidores, 209-219
rectificador-inversor, 196-209
Frecuencia en máquinas ac, 246-249
Frenado por contracorriente, 482
Fuentes inversoras de corriente, 201
Fuerza inducida en un alambre, 33-34
Fuerza magnetomotriz $\mathcal{F}$, 11
Fusibles, 443, 596

G

Generador serie dc, 576-584
Generadores (*Véase también* Generadores dc; Generadores de inducción, Generadores sincrónicos)
Generadores DC:
centelleo del campo, 624
circuito equivalente, 615
compuesto acumulativo, 630-636
análisis no lineal, 634-635
característica de los terminales, 632-633
control de voltaje, 633
compuesto diferencial, 636-639
análisis no lineal, 638-639
características de los terminales, 637-638
control de voltaje, 638
de excitación separada, 612-622
análisis no lineal, 618-620
característica en terminales, 616-617
control de voltaje, 617-618
en derivación, 621-628
análisis no lineal, 626-628
aumento de voltaje, 623
característica en terminales, 625
control de voltaje, 626
reacción del inducido, 618, 628
regulación de voltaje, 613
resistencia crítica, 624
resistencia de desviación, 633
serie, 628-630
(*Véase también* Máquinas dc)
Generadores de compuestos, 630-636
Generadores de inducción,470-476
aislados, 471-476
característica en los terminales del, 472
ligado a un sistema de potencia externo, 471
par máximo, 470
(*Véase también* Máquinas trifásicas ac)
Generadores sincrónicos:
característica de circuito abierto (OCC), 289
característica de corto circuito (SCC), 289
circuito equivalente, 278-284
curvas de capacidad, 335-340
determinación de valores de las componentes del circuito equivalente, 288-289
diagrama fasorial, 284-285
escobillas, 274
excitadores, 274
factor de servicio, 341
frecuencia eléctrica, 277
límite de estabilidad dinámica, 326
límite de estabilidad estática, 287
operación en paralelo, 305-324
par, 288
con polos salientes, 755-757
potencia, 287

con polos salientes, motores primarios, 310-313
reacción del inducido, 278
regulación de voltaje, 267-268
relación de corto circuito, 292
teoría de polos salientes, 757
transitorios, 324-332
valores nominales, 332-341
voltaje interno generado, 9, 278
(*Véase también* Máquinas ac trifásicas)
Golpe iductivo, 518-520
Grupo de fase, 737-738
GTO, tiristor, 159

I

IGBT, 162
Impedancia base, 93
Inducido, 498-534
Interpolos, 522-523
Interruptor centrífugo, 667
Interruptores, 443, 596
Inversores, 196-209
de autoconmutación, 198
de comutación externa, 197
de modulación de ancho de pulso modulado, (PWM), 201-208
fuente de corriente (CSI), 198
fuente de voltaje, 198-208

L

Laminación (de núcleos), 32
Ley de Faraday, 29-32
Ley de Lenz, 30
Ley de rotación de Newton, 5-6
Límite de estabilidad dinámica, 326

M

Magnetización, corriente de:
en motores de inducción, 398
en transformadores, 77-80
Magnetización, curva de:
de motores dc, 549-550
de un núcleo ferromagnético, 22-26
de motores de inducción, 396-397
(*Véase también* Característica de circuito abierto)
Maquinaria conmutada
(*Véase* Generadores dc; Máquinas dc; Motores dc; Motores universales)
Maquinaria de corriente continua
(*Véase también* Generadores dc; Máquinas dc; Motores dc)
Maquinaria lineal de corriente continua, 36-49
problemas de arranque con, 38-40
Máquinas dc:
aislamiento, 536
construcción, 532-536
construcción de las bobinas rotóricas, 498-513
paso de colector, 503
conexión a los segmentos de conmutación, 503-504
devanado de compensación, 507
devanado pata de rana, 513
devanados múltiples, 504
devanado ondulado, 511-513
construcción del rotor, 534
debilitamiento del flujo, 517
desplazamiento de las escobillas, 520-521
desplazamiento del plano neutro, 515
devanados de campo, 532
devanados de compensación, 523-525
devanados del inducido, 499, 532
diagrama de flujo de potencia, 539
eficiencia, 537
escobillas, 498, 535-536
lineal, 36-38
par inducido, 529
pérdidas, 537-539
polos achaflanados, 533
polos de conmutación o interpolos, 522-523
polos excéntricos, 533
reacción del inducido, 514-517
voltaje interno generado E_A, 525-528
voltajes $L(di/dt)$, 518-520
(*Ver también* Generadores dc, Motores dc)
Máquinas de corriente alterna:
monofásicas (*Veáse* Motores monofásicos de inducción; Motores universales)
trifásicas: paso de bobina, 726-727
armónicas de ranura o de diente, 742
campo magnético rotacional, 241-244
componentes armónicas de voltaje, 731-734
devanados de campo, 233
devanados distribuidos, 736-740
diagramas de flujo de potencia, 267
eficiencia, 265
factor de devanado k_w, 740
factor de distribución k_d, 737-740

frecuencia eléctrica, 246-247
inversión de rotación, 248-249
par inducido, 261-267
pérdidas, 267-267, factor de paso k_p, 734
voltajes inducidos, 255-260
en bobinas de paso fraccionado, 728-731
(*Veáse también* Generadores de inducción; Motores de inducción, Generadores sincrónicos Motores sincrónicos)
Materiales ferromagnéticos, 22-29
Máxima transferencia de potencia (Prob. 7-13), 479
Momento de inercia, 6
Motor dc en derivación, de par estabilizado, 574
Motor de inducción de rotor devanado, 387
Motor universal, 653-657
control de velocidad del, 655
Motores con capacitor de dos valores, 672
Motores dc de imán permanente, 575-576
Motores dc:
arrancadores, 590-598
cálculo de eficiencia, 611-613
circuito equivalente, 548
circuitos de arranque, 596-597
composición acumulativa, 584-586
análisis no lineal, 588-590
característica par-velocidad, 586
compuesto diferencial, 584-588
análisis no lineal, 588-590
característica par-velocidad, 586-587
con excitación separada, 551-552
análisis no lineal, 557-562
característica par-velocidad, 552-553
controlador de estado sólido para motores dc, 601-610
control de velocidad (*Véase* Control de velocidad de motores dc)
embalamiento, 574
en derivación, 551-574
análisis no lineal, 557-562
característica de par-velocidad, 552-553
circuito de campo abierto, 574
control de velocidad, 562-573
motor dc de imán permanente, 575-576
reacción del inducido, 552
serie, 576-584
análisis no lineal, 581-583
característica del par-velocidad, 552-553
sin escobillas, 696-699
sistema Ward-Leonard, 598-602
(*Véase también* Máquinas dc)
Motores de avance paso a paso, 691-696
Motores de capacitor permanente dividido, 669-673
Motores de compuestos, 584-590
Motores de histéresis, 689-691
Motores de inducción:
arranque, 439-445
característica par-velocidad, 410-418
circuito equivalente, 396-402
circuito modelo del rotor, 398-400
circuitos de arranque, 441-445
controladores de estado sólido, 454-459
modelos voltaje-frecuencia, 456-458, 460-461
control de velocidad, 445-453
cambio de polos: polos consecuentes, 445-446
estatores de devanados múltiples, 447
variación de la frecuencia de la línea, 448-452
variación de la resistencia rotórica, 452
variación del voltaje de línea, 452
construcción, 387-391
de alta eficiencia, 436
de alto deslizamiento, 432
de bajo deslizamiento, 430
de fase partida, 665-668
degradación, 448
de polos variables, 445
deslizamiento del rotor, 393-394
diagramas de flujo de potencia, 402-403
diseños de alta eficiencia, 436-438
frecuencia eléctrica del rotor, 394-395
frenado por contracorriente, 482
monofásico (*véase* Motores monofásicos de inducción)
NEMA, clases de diseño, 430-431
NEMA, código de letras para arranque, 440
NEMA, eficiencia nominal, 439
par inducido, 417
par máximo, 419, 422
pérdidas rotacionales, 403
pérdidas, 402-403
potencia, 402-406
potencia en el entrehierro, 403
potencia mecánica desarrollada, 406
prueba dc, 464-465
prueba de rotor bloqueado, 465-467
prueba de vacío, 462-463
rotor de jaula de ardilla, 387
rotor devanado, 387
rotores de barra profunda, 429-430
rotores de doble jaula, 430
Thevenin, circuito equivalente, 415, 417

valores nominales, 475-476
(*Véase también* Máquinas ac, trifásicas)
Motores de polo sombreado, 673-675
Motores de reluctancia, 686-688
Motores en derivación, 551-575
Motores monofásicos de inducción:
campo cruzado, teoría de, 663-665
circuito equivalente, 680
control de velocidad, 675-678
devanado auxiliar, 667
devanado estatórico principal, 665, 666
doble campo rotacional, teoría de, 658-663
interruptor centrífugo, 669
inversión de la dirección de rotación, 668
motores con arranque por capacitor, 669-671
motores con capacitor de dos valores, 672
motores de capacitor permanente dividido, 669-672
motores de fase partida, 665-669
motores de polo sombreado, 673-674
Motores primarios, 310-312
Motores sincrónicos:
característica par-velocidad, 355-359
circuito equivalente, 352
corrección del factor de potencia, 369
curvas en V, 361
devanado de amortiguación, 374-378
par máximo, 355
sobreexcitado, 361
subexcitados, 361
valores nominales, 378-379
(*Véase también* Máquinas ac, trifásicas)

N

NEMA (National Electrical Manufactures Association):
clases de diseño, 430-431
codificación letras para arranque, 440
valores nominales de eficiencia, 439
Operación en paralelo de generadores sincrónicos, 305-324

P

Par
definición, 4
de reluctancia, 687, 756
en generadores sincrónicos, 287
con polos salientes, 755-757
en máquinas dc, 528
en motores de inducción, 406
inducido, (*Véase también* Par inducido)
máximo resistente, 470
máximo, 355-419
Par, angulo de, 287
Par de reluctancia, 686, 757
Par inducido:
en máquinas ac, 261-264
en máquinas dc, 528-529
en motores de inducción,, 406
Par máximo, 355, 419, 421
Par máximo inducido, 470
Paso:
de bobina, 726-727
fraccionado, 727
pleno, 727
Paso de colector, 503
Pérdidas:
dispersas, 267
en el cobre (I R), 82, 101, 266, 538
en el núcleo, 29, 83, 266, 539
en máquinas dc, 537-539
en máquinas de corriente alterna, 265-267
en motores de inducción, 402-403
en transformadores, 101
mecánicas, 266-267, 539
misceláneas, 267, 539
por caída en las escobillas, 538
por corriente parásita, 32, 83
por histéresis, 29, 83
rotacionales, 403
Permeabilidad:
de materiales ferromagnéticos, 22-26
del espacio libre μ_0, 10
relativa μ_r, 10
Permeancia (P), 12
Polos:
achaflanados, 533
consecuentes, 445
de conmutación 522-523
excéntricos, 533
no salientes, 272
salientes:
en máquinas ac, 272
en máquinas dc, 533
Posición angular, 3
Potencia:
definición, 7

en circuitos trifásicos, 710-714
en generadores sincrónicos, 285-287
con polos salientes, 755-757
en máquinas dc, 539
en motores de inducción, 405-406
en transformadores ideales, 67-68
Potencia mecánica desarrollada, 406
Potencia, triángulo de, 722
Potencia, ventaja en autotransformadores, 112-113
Protección de sobrecarga, 443, 598
Prueba de circuito abierto:
en generadores sincrónicos, 288
en transformadores, 86
Prueba de rotor bloqueado, 465-467 (*Véase también* Prueba de rotor detenido)
Prueba de vacío, 462-463
Pruebas de para resistencia estatórica:
en generadores sincrónicos, 291-292
en motores de inducción, 464

R

Reacción del inducido:
en generadores dc, 618, 628
en generadores sincrónicos, 256
en máquinas dc, 514-518
en motores dc, 553
Reactancia sincrónica, 281
medida de, 288-292
no saturada, 291
saturada, 291
Reactancia subtransitoria, 331
Reactancia transitoria x', 331
Rectificadores:
de media onda, 166
de onda completa, 169
trifásicos, 169-171
Regulación de velocidad, 546-547
Regulación de voltaje:
en generadores dc, 614
en generadores sincrónicos, 267
en transformadores, 98
Relación de vueltas en un transformador, 64
Relés, 443, 596
Reluctancia , 12
Resistencia crítica, 624
Resistencia de desviación, 633
Rotores de barra profunda, 430
Rotores de doble jaula, 430

S

Saturación, curva
(*Véase también* Magnetización, curva)
Scott-T, circuito transformador, 131-134
SCR (rectificador controlado de silicio), 157-158
Secuencia de fase, 705
chequeo de secuencia de fases durante la puesta en paralelo, 307
comprobar con tres lámparas, 309
SI (*Sistema Internacional*), sistema de unidades, 2
Sincronoscopio, 309
Sistemas de medida por unidad (PU), 91-98
trifásicos, 124-125
Sobreexcitación , 361
Subexcitado, 361

T

Tablas de constantes y factores de conversión, 759
Teoría de campo cruzado, 663-665
Teoría de doble campo giratorio, 658-663
Tiristor:
de dos hilos (diodo PNPN), 156
de interrupción por puerta (GTO), 159
de tres hilos (SCR), 157-158
Trabajo, definición de, 7
Transformación:
de impedancia, 68-69
trifásica utilizando dos transformadores, 127-134
Transformadores en Δ abierta, 157
Transformadores en Y abierta Δ abierta, 131
Transformadores:
análisis de circuitos con, 69-72
autotransformadores, 109-117
circuito equivalente, 82-91
conexión trifásica en T, 132-134
construcción de, 62-64
convención de puntos, 66, 81
corriente de irrupción en el arranque, 141-142
corriente de magnetización, 77-80
de corriente, 143
de distribución, 63
de potencial, 142
de unidad, 63
delta(Δ) abierta, 127-128
determinación de los valores de las componentes en el modelo de los, 86-91
devanado primario, 61

devanado secundario, 61
devanado terciario, 61
eficiencia, 100-101
ideal, 63-67
monofásicos reales, 73-82
para instrumentos, 142-144
pérdidas, 101
prueba de circuito abierto, 86
prueba de cortocircuito, 88-89
reducción de voltaje aplicado en, 136
regulación de voltaje, 98
reguladores de voltaje, 109
relación de vueltas (relación de transformación), 64
Scott-T, conexión, 131-134
tipo acorazado, 63
tipo de subestación, 63
tipo núcleo, 63
tipos, 63
tomas de derivación (*taps*), 108
transformación de impedancia, 68
trifásicos, 117-127
componentes armónicas en, 114-124
con dos transformadores, 127-131
conexiones, 118-124
sistemas por unidad para, 124-125
valores nominales, 134-140
Y-abierta-Δ abierta, 131
Transformador tipo núcleo:
en motores de inducción, 403
en transformadores, 78
Transistor de potencia (PTR), 161-162
TRIAC, 160-161

S

Valores nominales:
de generadores sincrónicos, 332-341
de motores sincrónicos, 378-379
de transformadores, 134-140
en motores de inducción, 475-476
Velocidad angular, 3
Velocidad base (nominal),566
Voltaje base, 92
Voltaje generado (*Véase también* Voltaje inducido)
Voltaje inducido:
en bobinas de paso fraccionado, 728-731
en conductores, 35-36
en devanados distribuidos, 739-740
en máquinas ac, 254-260
en máquinas dc, 525-527
Voltajes $L(di/dt)$, 518-520

W

Ward-Leonard, sistema, 598-603

Y

Y- , equivalencia, 714
Y, conexión en, 707-710

Otros títulos McGraw-Hill en español con temas afines

Angulo	Microcontroladores PIC. Diseño práctico de aplicaciones.
Baena	Problemas de circuitos y sistemas digitales
Barrientos	Control de sistemas continuos
Edminister	Circuitos eléctricos, 3a. ed. (Schaum)
Edminister	Electromagnetismo
Fitzgerald	Máquinas eléctricas, 5a. ed.
Grainger	Análisis de sistemas de potencia
Gussow	Fundamentos de electricidad (Schaum)
Hayt	Análisis de circuitos en ingeniería, 5a ed.
Hayt	Teoría electromagnética, 5a. ed.
Irarrázabal	Análisis de señales
Kraus	Electromagnetismo, 6a. ed.
Malvino	Principios de electrónica, 6a. ed.
Neamen	Análisis y diseño de circuitos electrónicos (2 ts.)
Neri Vela	Circuitos de transmisión
Rodríguez	Introducción a la ingeniería del control automático
Rohrs	Sistemas de control lineal
Schilling	Circuitos electrónicos, 3a. ed.
Stevenson	Análisis de sistemas eléctricos de potencia, 2a. ed.
Singh	Dispositivos semiconductores

ISBN 958-4100-56-4